# Correction Examen Transfert Radiatif - Février 2020

## 1 Fonction source

ⓐ $S_\nu / I_\nu = 1$ $I_\nu$ ne varie pas dans la direction de propagation, donc soit $I_\nu = S_\nu$, soit $j_\nu = \alpha_\nu = 0$

ⓑ $S_\nu > I_\nu$ on ajoute des photons au faisceau

ⓒ $S_\nu < 0$ extinction négative, donc amplification du rayonnement le long du faisceau (ex maser)

## 2 Flux et intensité

ⓐ $I_\nu = \alpha_\nu S_\nu \, 2R\cos\theta \Rightarrow I_{\nu_1}/I_{\nu_2} = \dfrac{\alpha_{\nu_1}}{\alpha_{\nu_2}} = 10$

$F_\nu^+(r=R) = 2\pi \int_0^1 \mu I_\nu \, d\mu = \frac{4}{3}\pi R \alpha_\nu S_\nu \Rightarrow \dfrac{F_{\nu_1}}{F_{\nu_2}} = \dfrac{\alpha_{\nu_1}}{\alpha_{\nu_2}} = 10$

ⓑ $I_{\nu_1} = I_{\nu_2} = S$

$F_{\nu_1} = F_{\nu_2} = \pi S$ indépendant de $\alpha_\nu$

ⓒ $I^+_{\nu_1}(0,\mu) = S(\tau_{\nu_1} = \mu) = S_0 + \mu$ $I^+_{\nu_2}(0,\mu) = S(\tau_{\nu_2} = \mu) = S(\tau_{\nu_1} = 10\mu) = S_0 + 10\mu$

$\Rightarrow I_{\nu_1}/I_{\nu_2} = \dfrac{S_0 + \mu}{S_0 + 10\mu}$

$F_{\nu_1} = 2\pi \int_0^1 \mu I_{\nu_1} \, d\mu = \pi\left(S_0 + \frac{2}{3}\right)$ $F_{\nu_2} = 2\pi \int_0^1 \mu I_{\nu_2} \, d\mu = \pi\left(S_0 + \frac{20}{3}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{F_{\nu_1}}{F_{\nu_2}} = \dfrac{S_0 + 2/3}{S_0 + 20/3}$

## 3

ⓐ $v_0 = 3$ km/s

ⓑ ailes de raie : parties centrales du disque

pics : parties plus externes

ⓒ le disque n'est pas infini donc on a un déficit d'émission à la vitesse systémique

ⓓ même allure dans le cas optiquement mince. Le déficit d'émission n'est pas lié à un effet d'opacité

ⓔ pour un disque face-on, on a une seule raie gaussienne.

(4)

(a) Equilibre radiatif : le taux de chauffage est égal au taux de refroidissement.

(b) $K_v$ en $cm^2 g^{-1}$

c) $J_\nu^* = \frac{1}{2}\int_{\mu^*}^{1} I_\nu^*(\mu)\,d\mu$ avec $\mu^* = \sqrt{1-\left(\frac{R^*}{r}\right)^2}$

d) $$J_\nu^* = \frac{I_\nu^*}{2}\left(1-\mu^*\right) = \frac{I_\nu^*}{2}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{R^*}{r}\right)^2}\right)$$

e) $$F_\nu^* = 2\pi\int_{\mu^*}^{1} I_\nu^*(\mu)\,\mu\,d\mu = 2\pi I_\nu^*\left[\frac{\mu^2}{2}\right]_{\mu^*}^{1} = \pi I_\nu^*\left(1-\left(1-\left(\frac{R^*}{r}\right)^2\right)\right)$$

$$F_\nu^* = \pi I_\nu^*\left(\frac{R_*}{r}\right)^2$$

f) $$Q_+ = 4\pi\int_0^\infty K_\nu J_\nu^*\,d\nu$$

$$= 2\pi\int_0^\infty K_\nu I_\nu^*\,d\nu \times \left(1-\sqrt{1-\left(\frac{R^*}{r}\right)^2}\right)$$

$$= 2\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{R^*}{r}\right)^2}\right)\left(\frac{r}{R^*}\right)^2 \times \int_0^\infty K_\nu F_\nu^*\,d\nu$$

g) $r \gg R^*$ $\quad Q_+ = \int_0^\infty K_\nu F_\nu^*\,d\nu$

h) $$Q_+ = C\left(\frac{r}{R^*}\right)\int_0^\infty K_\nu F_\nu^*\,d\nu$$

avec $$C = 2\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{R_*}{r}\right)^2}\right)\left(\frac{r}{R^*}\right)^2$$

i) $$Q_- = 4\pi\int K_\nu B_\nu(T_d)\,d\nu$$

j) $Q_+ = Q_-$ $\quad 4\pi\int_0^\infty K_\nu B_\nu(T_d)\,d\nu = C\int_0^\infty K_\nu F_\nu^*\,d\nu$

$$\Rightarrow T_d = \sqrt{\frac{R^*}{2r}}\ \frac{1}{\varepsilon^{1/4}} \times C^{1/4}\ T^*$$

k) Avec l'expression approchée, $T_d$ est sous-estimée.
Pour $r = 1.2\,R^*$ $\quad C \simeq 1.3$ $\quad C^{1/4} \sim 1.07$ $\quad T_d = 690\ K$

5

a) $\frac{dn_1}{dt} = n_2 A_{21} + \left(n_2 B_{21} - n_1 B_{12}\right) J + n_2 C_{21} - n_1 C_{12} = 0$

$\frac{dn_2}{dt} = - n_2 A_{21} + \left(n_1 B_{12} - n_2 B_{21}\right) J + n_1 C_{12} - n_2 C_{21} = 0$

b) $J$ tend vers $S$

c) $J/S = 1-\beta$ est la fraction de photons piégés

d) $\frac{dn_1}{dt} = \beta n_2 A_{21} + n_2 C_{21} - n_1 C_{12} = 0$

$\frac{dn_2}{dt} = -\beta n_2 A_{21} - n_2 C_{21} + n_1 C_{12} = 0$

découplées de l'équation de transfert si $\beta$ ne dépend pas de $J$

e) grand gradient de vitesse → les photons ne sont pas réabsorbés ailleurs dans la source et s'échappent.

f) Populations initiales : on part de l'ETL, ou du cas optiquement mince → cela donne une première estimation des populations → on peut calculer $\tau$ les épaisseurs optiques des transitions → $\beta$ → nouvelle estimation des populations

g) $n_{cr}/n = \frac{\beta A_{21}}{C_{21}}$

h) Si $\tau$ est grand, $\beta$ tend vers 0 ($\beta$ diminue si $\tau \nearrow$) donc la densité critique diminue. Le piégeage des photons diminue le taux de désexcitation spontanée.