

Examen M2 Transfert Radiatif

8 Février 2017

Durée : 3 heures

Tous documents autorisés

Téléphones portables et ordinateurs interdits

Les différents exercices de cet examen sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre arbitraire.

1 Observation de sources astrophysiques

Pour observer une galaxie lointaine, vaut-il mieux (en terme de temps d'intégration) utiliser un grand ou un petit télescope ? On supposera les deux télescopes sans imperfections et équipés des mêmes détecteurs. Même question pour une nébuleuse proche dont on supposera la brillance uniforme.

2 Diffusion

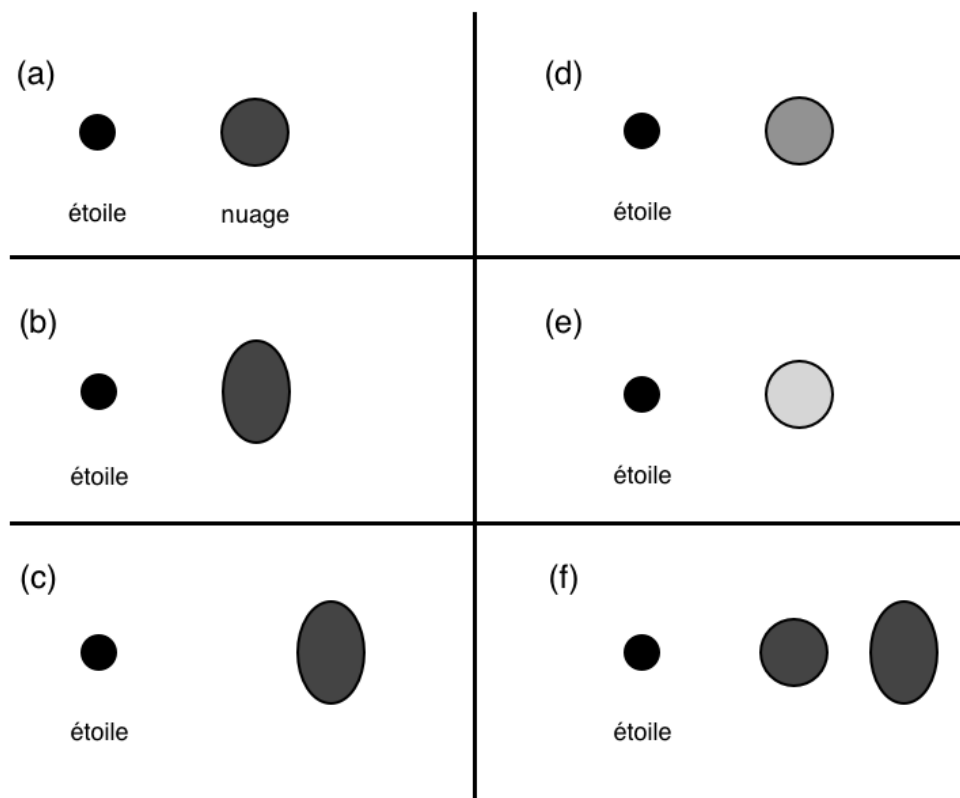
Expliquer ce qu'est un milieu effectivement épais. Est-ce possible qu'un milieu soit effectivement épais et optiquement mince ? Et l'inverse ? Donner un exemple le cas échéant.

3 Emission thermique d'un reste de supernova

Un reste de supernova a un diamètre angulaire de $\theta = 4.3'$ (minutes d'arc) et un flux à 100 MHz de $F_{100} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$. On suppose que l'émission est thermique.

- Quelle est la température de brillance T_b ? Dans quel régime d'énergie de la courbe du corps noir se trouve-t-on ?
- La région qui émet est en fait plus compacte que celle qui est indiquée par le diamètre angulaire θ . Quel effet cela a-t-il sur la valeur de T_b ?
- À quelle fréquence le rayonnement de cet objet est-il maximum, si l'émission est de type corps noir ? Comment s'appelle ce domaine du spectre électromagnétique ?
- Que peut-on dire de la température de la matière (i.e. par rapport à T_b) ?

FIGURE 1 – Configurations spatiales d’une étoile et d’un (ou plusieurs) nuage(s) interstellaire(s).



4 Distributions spectrales d’énergie

On observe l’émission continuum des poussières d’un (ou de plusieurs) nuage(s) interstellaire(s) illuminé(s) en arrière-plan (par rapport à l’observateur) par une étoile dans différentes configurations (Fig. 1). Pour chacun de ces schémas, l’observateur est situé sur la droite. La distribution spectrale d’énergie peut être considérée comme étant la somme d’une composante stellaire et d’une composante liée à l’émission des poussières.

- (1) Dans quel domaine de longueur d’onde (typiquement) se trouve le pic (i.e. le maximum) de la composante stellaire ? Justifier.
- (2) Dans quel domaine de longueur d’onde se trouve le pic la composante provenant de l’émission des poussières ? Justifier. Qu’appelle-t-on ”reprocessing” ?
- (3) Sur la figure 2 (a), on donne l’allure de la distribution spectrale d’énergie des composantes correspondant à l’étoile (en trait plein) et au nuage (en pointillé) pour la configuration (a) de la figure 1. Compléter la figure 2 en traçant l’allure de la distribution spectrale d’énergie du/des nuage(s) dans les autres cas :
 - (b) Le nuage est à la même distance de l’étoile mais est plus massif que dans le cas (a)
 - (c) Le nuage a la même masse que dans le cas (b), mais est situé à plus grande distance de l’étoile.
 - (d) Le nuage est à la même distance de l’étoile que dans le cas (a) mais son épaisseur optique est plus faible

- (e) Le nuage est à la même distance de l'étoile que dans le cas (a) mais son épaisseur optique est plus faible que dans le cas (d)
- (f) Il y a deux nuages, l'un identique au cas (a), et un second nuage situé devant le premier (par rapport à l'observateur), et qui le couvre entièrement.

Justifiez à chaque fois votre réponse.

Dans chaque cas, on a reporté la distribution spectrale d'énergie du cas (a) en pointillés pour comparaison. On fera particulièrement attention à la position relative du pic de la distribution spectrale d'énergie du nuage dans les cas (b), (c), (d), (e) et (f) par rapport à celle du cas (a).

5 Transfert dans les raies pour un nuage sphérique

On considère un nuage de gaz sphérique de rayon $R = 10^{16}$ cm composé essentiellement de molécules de H_2 . On suppose que la densité du gaz dans le nuage est constante et vaut $\rho = 10^{-17}$ g/cm³ de sorte que la masse totale du nuage est $M = 4.2 \times 10^{31}$ g = $0.021 M_\odot$. Il n'y a pas de poussières dans le nuage. La température du nuage est également constante et vaut 40 K. La vitesse du gaz est nulle partout et il n'y a aucune turbulence.

Outre H_2 , le nuage contient une molécule Mo considérée dont l'abondance relative par rapport à H_2 vaut $N_{Mo}/N_{H_2} = 10^{-5}$ et le poids moléculaire $20 m_p$ (où m_p est la masse du proton qui vaut 1.67×10^{-24} g). La molécule est un système à deux niveaux : le niveau fondamental a une énergie $E_l = 0$ et un poids statistique $g_l = 1$. Le niveau excité a une énergie $E_u = 3 \times 10^{-3}$ eV et un poids statistique $g_u = 3$. Le coefficient d'émission spontanée vaut $A_{ul} = 10^{-8}$ s⁻¹. Le taux de collision par molécule Mo et par molécule de H_2 à 40 K vaut $K_{ul} = 3 \times 10^{-12}$ cm³/s.

- (a) Quelle est la longueur d'onde λ_0 de la raie correspondant à la transition u→d ?
- (b) En supposant l'équilibre thermodynamique local (ETL), quelles sont les abondances *fractionnaires* des deux niveaux n_u et n_l de la molécule Mo ?
- (c) En faisant l'hypothèse que le seul mécanisme d'élargissement des raies est l'élargissement thermique, déterminer la profondeur optique mesurée au centre de la raie, depuis le centre du nuage jusqu'à son bord.
- (d) L'hypothèse de l'ETL est-elle une bonne hypothèse pour ce cas ? Justifier.

6 Assombrissement centre-bord dans une étoile

6.1 Moments de l'intensité et approximation d'Eddington

Dans cette première partie, on considère la géométrie du problème quelconque. L'intensité $I_\nu(\mathbf{n})$ est fonction de la direction \mathbf{n} . La fonction source S_ν est donnée par $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$ où α_ν est le coefficient d'extinction et j_ν l'émissivité. On note \mathbf{H}_ν le flux d'Eddington, \mathcal{K}_ν le tenseur d'Eddington.

- (a) Comment sont définis les trois premiers moments de l'intensité ?
- (b) Ecrire les deux premiers moments de l'équation de transfert, et en déduire la relation qui relie le tenseur \mathcal{K}_ν d'Eddington, l'intensité moyenne du champ de rayonnement J_ν et la fonction source S_ν . Quelle hypothèse a-t-on dû faire sur la fonction source ?
- (c) Pourquoi l'équation du transfert de rayonnement exprimée avec les moments de l'intensité est-elle incomplète ? En d'autres termes, pourquoi a-t-on besoin d'une relation de clôture pour résoudre le système d'équations ?

- (d) L'approximation d'Eddington constitue un type de relation de clôture, en supposant pour les composantes du tenseur d'Eddington $K_{i,j,\nu} = 1/3 J_\nu \delta_{ij}$, où δ_{ij} est le symbole de Kronecker (qui vaut 1 pour $i = j$, et 0 pour $i \neq j$). Expliquer d'où provient le facteur 1/3 (pourquoi ne pas choisir $K_{i,j,\nu} = J_\nu \delta_{ij}$ par exemple). Pour simplifier, on pourra se placer en géométrie plan-parallèle et poser $\mu = \cos(\theta)$.
- (e) Dans quelles conditions ce choix est-il raisonnable, et pourquoi ?
- (f) Montrer que dans l'approximation d'Eddington, l'intensité moyenne du champ de rayonnement J_ν vérifie

$$\frac{1}{\alpha_\nu} \nabla \cdot \left(\frac{\nabla J_\nu}{3\alpha_\nu} \right) = J_\nu - S_\nu.$$

6.2 Profil de température d'une atmosphère d'étoile

On se place maintenant en géométrie plan parallèle.

On fait l'hypothèse que nous sommes dans le "cas gris", c'est-à-dire que le coefficient d'absorption est indépendant de la fréquence. D'autre part, on suppose aussi qu'il y a conservation du flux radiatif à travers l'atmosphère stellaire, ce qui signifie qu'il n'existe pas d'autre mode de transport de l'énergie que radiatif (par exemple convectif) et aucune source d'énergie. Cette hypothèse est à peu près valable dans la haute photosphère du Soleil. Mathématiquement, cela se traduit par $\int H_\nu d\nu = H = \text{constante}$.

- (a) Ré-écrire les deux premiers moments de l'équation de transfert dans le cas d'une géométrie plan parallèle.
- (b) Ecrire des relations similaires avec ces grandeurs intégrées sur la fréquence. On fera intervenir la profondeur optique dans la direction perpendiculaire à la normale à la surface, que l'on notera τ , et on notera $S = \int S_\nu d\nu$, $H = \int H_\nu d\nu$ et $\mathcal{K} = \int \mathcal{K}_\nu d\nu$.
- (c) On suppose qu'on est à l'équilibre thermodynamique local. En déduire l'expression de la fonction source S_ν , et de la fonction source intégrée sur la fréquence S .
- (d) En utilisant le premier moment de l'équation de transfert obtenu à la section 6.2 question (b) et la conservation du flux radiatif, écrire l'expression de l'intensité moyenne intégrée sur la fréquence J en fonction de la température.
- (e) Ecrire l'approximation d'Eddington dans le cas plan-parallèle. En déduire la relation entre J , H et la profondeur optique. On admettra que pour $\tau = 0$, $J = 2H$.
- (f) En déduire la relation entre la température T et l'épaisseur optique. On notera T_{eff} la température effective de l'étoile, et on en donnera l'expression.
- (g) Commenter le résultat précédent. Les raies des atmosphères stellaires sont-elles en absorption ou en émission ? Justifier la réponse.

FIGURE 2 – (a) Distribution spectrale d'énergie de l'étoile (trait plein) et du nuage (trait pointillé) correspondant à la configuration (a) de la figure 1. Les graphes (b), (c), (d), (e) et (f) sont à compléter.

