Licence 3 Physique – Astrophysique – Gravitation

H. Beust   10 mars 2017   Calculatrices autorisées

I La pression de radiation

On considère une particule de poussière de masse m très petite en orbite autour d'une étoile de masse M. On suppose que la particule ne subit d'influence gravitationnelle que de la part de l'étoile (pas de perturbations planétaires). Par contre, dans un environnement de ce type, les grains de poussière ont tendance à subir de la part de l'étoile, en plus de sa force gravitationnelle $\vec{F}_{\text{grav}}$, une force supplémentaire appelée *pression de radiation* liée à l'impact du rayonnement stellaire sur le grain de poussière, et que nous noterons $\vec{F}_{\text{rad}}$. En première approximation, cette force est radiale, pointe dans la direction opposée par rapport à $\vec{F}_{\text{grav}}$, et est proportionnelle au flux reçu de la part de l'étoile à la distance r considérée, c'est-à-dire en définitive, proportionnelle à $1/r^2$.

1) Montrez dans ces conditions que pour un grain donné, le rapport $|F_{\text{rad}}|/|F_{\text{grav}}|$ est une constante indépendante de la distance r à l'étoile, que nous noterons β. Plus précisément nous aurons $\vec{F}_{\text{rad}} = -\beta\vec{F}_{\text{grav}}$.

2) Qu'attendez vous qu'il arrive au grain de poussière si $\beta > 1$? Par la suite, nous supposerons que $0 \leq \beta < 1$.

3) Ecrivez l'équation du mouvement du grain de poussière autour de l'étoile avec $\vec{F}_{\text{grav}}$ et $\vec{F}_{\text{rad}}$, et montrez qu'elle peut s'écrire

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM(1-\beta)}{r^3}\,\vec{r} \qquad .$$

4) Montrez alors que le mouvement de la particule sera équivalent à celui d'une particule ne subissant pas de pression de radiation, mais en orbite autour d'une étoile fictive de masse $M' < M$ dont on donera l'expression. En définitive, quel type de mouvement suivra la particule ?

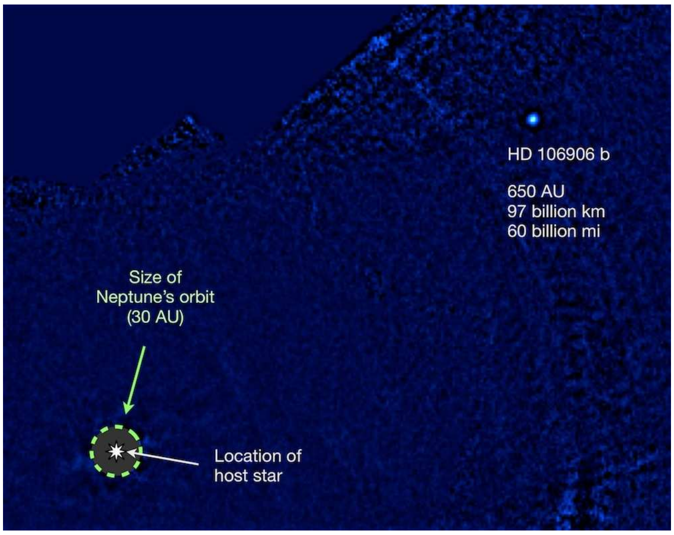
L'analyse de la diffusion des photons par des particules solides (théorie de Mie) conduit à donner pour le coefficient β la formule approchée

$$\beta = \frac{3LQ}{16\pi GMc\rho s} \qquad ,$$

où L est la luminosité de l'étoile, Q le coefficient d'efficacité de diffusion, M la masse de l'étoile, c la vitesse de la lumière, ρ la masse volumique du grain et s son rayon. Nous prendrons $L = 3.83 \times 10^{26}\,\text{W}$ (Luminosité du Soleil), $M = 1.9891 \times 10^{30}\,\text{kg}$ (masse du Soleil), $G = 6.67 \times 10^{-11}$ SI, $\rho = 1000\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$, $c = 3 \times 10^8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$, et $Q = 1$ pour simplifier.

5) Dans ces conditions, calculer la valeur du coefficient β pour un rocher de 1 m de rayon et pour une poussière de $1\,\mu$m ($=10^{-6}$ m) de rayon. Pour quels types de particules la pression de radiation est-elle importante ?

II La planète HD 106906 b



La figure ci-dessus illustre la détection en imagerie d'une exoplanète autour de l'étoile HD 106906. La planète en haut à droite de l'image a été appelée HD 106906 b. C'est a priori une grosse planète de 11 fois la masse de Jupiter. Elle est située à 650 UA (Unités Astronomiques) de l'étoile centrale HD 106906 visible en bas à gauche de l'image. L'étoile a une masse de 2.6 $M_\odot$ ($M_\odot$ = masse solaire)

1) Comment cette distance se compare-t-elle aux dimensions standard du Système Solaire ? En quoi ce système est-il inhabituel ?

2) En utilisant la troisième loi de Képler, calculer la période orbitale de la planète à 650 UA. On donnera le résultat en années. On prendra $G = 6.67 \times 10^{-11}$ SI, $M_\odot = 1.9891 \times 10^{30}$ kg, 1 UA=1.496×10^{11} m

3) La planète a été découverte en 2014. Afin de contraindre son orbite autour de l'étoile centrale, il serait intéressant de la réobserver pour voir si entre temps elle s'est déplacée sur orbite. Compte tenu de la précision des instruments actuels, ce ne sera détectable qu'à partir du moment où elle aura bougé d'environ 1° sur le ciel. En supposant l'orbite circulaire et vue de face, calculez au bout de combien de temps la planète se sera déplacée de 1° sur son orbite. Qu'en concluez vous ?

4) L'orbite n'est pas nécessairement circulaire. A supposer qu'elle soit elliptique, d'un point de vue probabiliste à quelle endroit de son orbite est-elle située aujourd'hui ? Quelle conséquence cela peut-il avoir sur la détectabilité du mouvement orbital ?

III Planète creuse

On considère une hypothétique planète de masse M, de densité homogène et à symétrie sphérique, mais creuse à l'intérieur [1]. La planète se présente donc sous la forme d'une coquille sphérique creuse, de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur R_e.

1) On se place *à l'intérieur de la cavité*. On s'intéresse au potentiel $U(r)$ en tout point intérieur situé à la distance $r < R_i$ du centre. Doit-on avoir

$$U(r) = -\frac{GM}{r} \qquad U(r) = \text{constante} \qquad U(r) = -\frac{GM}{R_i - r} \qquad \text{ou} \qquad U(r) = -\frac{GM}{R_e - r} \qquad ?$$

Justifier votre réponse. Qu'utilise-t-on pour trouver le résultat ?

2) Que vaut alors le champ gravitationnel dans la cavité ?

1. On trouve parfois de tels astres dans les ouvrages de science-fiction, mais dans la réalité, ils ne peuvent pas exister !