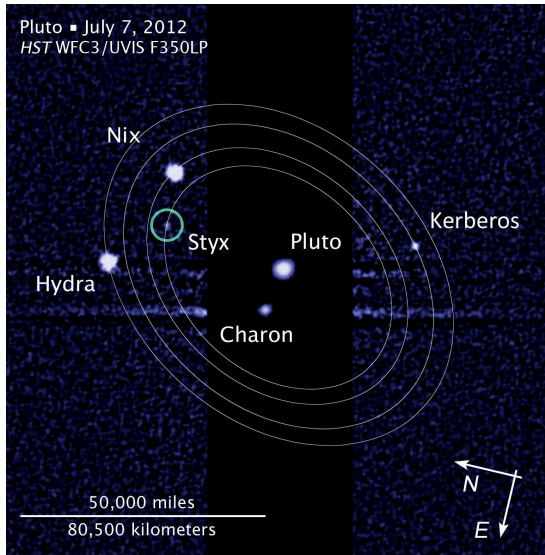


I Le système plutonien



Nom	Diamètre ou dimensions (km)	Masse ($\times 10^{19}$ kg)	Période orbitale (jours)	Excentricité	Découverte
Pluton	2372 ± 4	1303 ± 7	–	–	1930
Charon	1208 ± 3	$158,7 \pm 1,5$	6.3872273	0	1978
Styx	$16 \times 9 \times 8$	< 0.001	20.16155	0.005787	2012
Nix	$50 \times 35 \times 33$	0.005 ± 0.004	24.85463	0.002036	2005
Kerberos	$19 \times 10 \times 9$	0.0016 ± 0.0009	32.16756	0.003280	2011
Hydre	$65 \times 45 \times 25$	0.005 ± 0.004	38.20177	0.005862	2005

Pluton est une planète naine en orbite autour du Soleil sur une orbite assez excentrique ($e \simeq 0.25$) de demi-grand axe $a = 39.45$ AU. Sa période orbitale autour du Soleil est d'environ 247 ans. C'est un objet plus petit que la Lune, reconnu aujourd'hui comme un objet de Kuiper.

- 1) Avec les données orbitales, calculer le périhélie de l'orbite de Pluton, et le comparer à l'aphélie de l'orbite de Neptune qui vaut 30.44 AU (l'orbite de Neptune est très peu excentrique). Pourquoi Pluton ne rencontre-t-elle jamais Neptune ?

Pluton est entourée d'un système de satellites dont les caractéristiques sont données dans la table ci-dessus. On trouve surtout un gros satellite, Charon, et 4 autres objets beaucoup plus petits découverts récemment. Les figures ci-dessous montrent une image du télescope spatial avec Pluton et ses 5 satellites, et une vue rapprochée de Pluton et Charon provenant de la sonde New Horizons qui a visité ce système en 2015. Cette dernière image est une image composite destinée à montrer la taille relative des deux astres. Dans la réalité ils ne sont pas aussi proches l'un de l'autre.

- 2) Rappeler la relation liant le demi-grand axe a et la période orbitale P dans un système de deux corps en fonction des masses. Comment s'appelle cette relation ?
- 3) Appliquer cette relation et en déduire (en kilomètres) le demi-grand axe orbital de l'orbite de Charon autour de Pluton. Quelle masse faut-il considérer pour effectuer le calcul ?

- 4) Calculer la position du barycentre du couple Pluton-Charon par rapport à Pluton et le comparer à la taille de la planète. Certains spécialistes affirment que le couple Pluton-Charon est plus à considérer comme une planète double qu'un couple planète + satellite. Pourquoi est-il légitime de dire cela ?
- 5) Les rotations propres de Pluton et de Charon sont complètement synchronisées avec leur mouvement orbital, de telle sorte que les deux astres se présentent toujours mutuellement la même face. A quoi ceci est-il dû ? Connaissez-vous d'autres exemples de même nature dans le Système Solaire ?
- 6) Le demi-grand axe réel de l'orbite est de 19571 ± 3 km. Logiquement vous avez dû trouver une valeur légèrement différente à la question 3. A quoi cette différence peut-être être due (je ne vous demande ici aucun calcul) ?

Le système de satellites autour de Pluton et Charon est remarquablement plan. En effet, Les 4 autres satellites orbitent tous dans le plan orbital de Pluton et de Charon à moins de 1° près. De plus, la table ci-dessus montre que leurs orbites sont toutes quasi-circulaires, bien que leurs excentricités restent mesurables.

Les données orbitales relatives aux 4 petits satellites (en particulier le demi-grand axe) sont données relativement au barycentre du système Pluton-Charon.

- 7) Calculer (en kilomètres) les demi-grands axes orbitaux des 4 petits satellites. Quelle masse doit-on considérer ici ? Pourquoi peut-on pratiquement laisser tomber pour ce calcul les masses des petits satellites ?

Dans un TD que nous avons fait en cours, nous avons traité le cas d'une planète en orbite autour d'une étoile double dont l'orbite était circulaire. Le TD avait montré que le mouvement de la planète était essentiellement un mouvement Képlérien autour du centre de masse des deux étoiles, et que les perturbations orbitales se traduisaient par une précession à vitesse constante de la direction du périastre de l'orbite pouvant s'écrire dans la limite où l'excentricité de l'orbite de la planète est nulle

$$\frac{d\varpi}{dt} = \frac{3}{4}\mu(1-\mu) \left(\frac{n}{n_0}\right)^{4/3} n \quad , \quad (1)$$

où n est le moyen mouvement ($= 2\pi/\text{Période}$) de l'orbite de la planète et n_0 celui de l'orbite des deux étoiles; $\mu = m_B/(m_A + m_B)$ est le paramètre des masses, m_A et m_B étant les masses des deux étoiles.

- 8) Dans quelle mesure pouvons-nous transposer ce formalisme ici pour traiter le mouvement des 4 petits satellites de Pluton ? A quoi correspondront le moyen mouvement n_0 et le paramètre des masses μ ?
- 9) Calculer (en radians par seconde) les vitesses de précession $d\varpi/dt$ pour chacun des petits satellites et en déduire en années les périodes associées. *Rappel : une année dure 3.1556926×10^7 s.*
- 10) L'équation (1) avait été obtenue après développement du Hamiltonien perturbatif en puissances croissantes du rapport des demi-grands axes des deux orbites, troncation à l'ordre 2 et moyennisation sur les deux orbites. Dans le cadre du cours, comment avons-nous appelé ce type de développement ?

Le même calcul peut être mené en tronquant à des ordres plus élevés que $n = 2$. Qualitativement on retrouve le même mouvement de précession, mais la vitesse de précession change. Dans la pratique, par symétrie les ordres impairs ne contribuent pas à la précession. Seuls les ordres n pairs donnent des termes non nuls. La vitesse de précession réelle s'écrira donc sous la forme

$$\frac{d\varpi}{dt} = \left(\frac{d\varpi}{dt}\right)_2 + \left(\frac{d\varpi}{dt}\right)_4 + \left(\frac{d\varpi}{dt}\right)_6 + \dots \quad , \quad (2)$$

le terme d'indice 2 correspondant à celui de l'équation (1). Si on effectue les calculs complets (que je ne vous demande pas), il vient

$$\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)_4 = \frac{135}{32}\mu(1-\mu)\left(\mu^2 - \mu + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{n}{n_0}\right)^{8/3}n \quad ; \quad (3)$$

$$\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)_6 = \frac{2625}{256}\mu(1-\mu)\left(\mu^4 - 2\mu^3 + 2\mu^2 - \mu + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{n}{n_0}\right)^4n \quad . \quad (4)$$

- 11) Faire l'application numérique et calculer les termes $(d\varpi/dt)_4$ et $(d\varpi/dt)_6$ pour les 4 petits satellites et les comparer au terme d'ordre 2 calculé plus haut. *Notez que vous avez la possibilité de grouper les calculs, car dans chaque cas les termes en μ sont les mêmes pour les 4 satellites.*
- 12) Au bout du compte, les termes d'ordre 4 et 6 sont-ils si petits par rapport à celui d'ordre 2? A quoi est-ce dû? Quel autre type de développement aurait-il été plus opportun d'utiliser ici?