

Master 2 Physique, parcours Astrophysique Gravitation, Galaxies – Contrôle continu

H. Beust

16 novembre 2022

I L’astéroïde binaire Didymos – Dimorphos



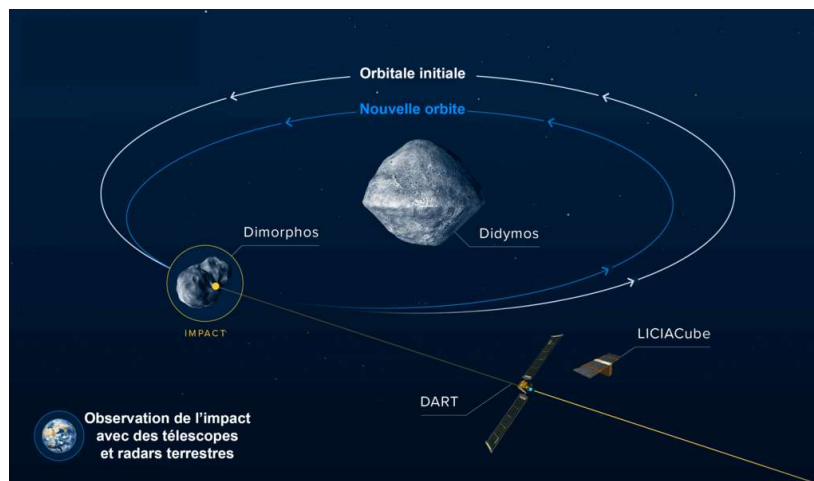
Didymos	$5.350 \times 10^{11} \text{ kg} < M < 5.355 \times 10^{11} \text{ kg}$
Dimorphos	$4.887 \times 10^9 \text{ kg} < m < 4.923 \times 10^{11} \text{ kg}$

Didymos est un astéroïde binaire découvert en 1996, représenté sur la figure ci-dessus, et qui a été récemment la cible de la mission DART de la NASA. Il est constitué de deux corps rocheux en orbite l’un autour de l’autre. Le corps principal (“Didymos” ou “Didymos A”) est un corps plus ou moins sphérique présentant un renflement équatorial prononcé, d’un diamètre moyen de 780 m. Nous noterons M sa masse. Le satellite (“Dimorphos”, ou encore “Didymoon” ou “Didymos B”,) est un corps de forme légèrement oblongue, de diamètre moyen d’environ 180 m. Nous noterons m sa masse. Les masses de ces deux corps ne sont pas connues avec une grande précision. Les plages de valeurs communément admises sont données dans la table ci-dessus. Avant la mission DART, l’orbite de Dimorphos autour de Didymos était quasi-circulaire à une distance $a = 1.19$ km.

- 1) En supposant l’orbite purement Képlérienne comme pour une étoile double, calculer les valeurs minimale et maximale de la période associée.

- 2) La période orbitale a pu être mesurée avec grande précision (par occultation). On trouve $T = 11.9216289 \pm 0.0000028$ heures. Comparer ce chiffre avec les valeurs trouvées à la question 1. A votre avis, d'où peut venir l'écart ? Que faudrait-il prendre en compte en plus ?
- 3) Calculer la position (là aussi, valeurs minimales et maximales) du centre de masse du système Didymos – Dimorphos par rapport au centre de Didymos. Pourquoi pourrions-nous considérer par la suite que Didymos est immobile et que c'est Dimorphos qui est en orbite autour de lui ? C'est ce que nous ferons désormais.
- 4) Dorénavant, nous prendrons pour masses de Didymos et Dimorphos la moyennes des bornes données ci-dessus. On cherche à savoir s'il serait possible de placer un micro-satellite en orbite autour de Dimorphos. Calculer (voir cours) la distance de Hill associée. Conclusion ? Qu'est-ce qui compliquerait le problème dans la réalité ?
- 5) En supposant toujours l'orbite Képlérienne et circulaire, donner l'expression de la vitesse orbitale v_c de Dimorphos par rapport à Didymos en fonction de a , m et M . Faire l'application numérique.

II La mission DART



La mission DART (*Double Asteroid Redirection Test*) de la NASA avait pour objectif de lancer à grande vitesse un projectile de masse $\mu = 550$ kg sur le satellite Dimorphos afin de tester les stratégies de déviation d'éventuels astéroïdes potentiellement dangereux. La géométrie de la rencontre est schématisée sur la figure ci-dessus. Le projectile a été lancé directement sur Dimorphos avec une vitesse opposée à la sienne. Dans la réalité, la collision n'était pas complètement frontale, il y avait un léger angle, mais ici nous simplifierons le problème.

Nous supposons que le choc est "mou", en ce sens que toute la masse du projectile est intégrée à Dimorphos sans ejecta. Encore une fois dans la réalité c'est un peu différent, mais cela nous donnera une idée.

- 6) On se place dans un référentiel lié à l'astéroïde principal Didymos. Le projectile y est supposé animé d'une vitesse \vec{w} , et Dimorphos de sa vitesse \vec{v}_c . Au moment de l'impact, la vitesse relative v_r entre le projectile et Dimorphos est de 6.58 km s^{-1} . En écrivant la conservation de la quantité de mouvement de l'ensemble Dimorphos–projectile lors de l'impact, déterminer la nouvelle vitesse \vec{v}'_c de Dimorphos après l'impact.

- 7) Après l'impact, Dimorphos suit une nouvelle orbite (que nous supposons toujours Képlérienne) de demi-grand axe a' et d'excentricité e' . Montrer grâce à l'orientation de \vec{v}'_c que l'instant de l'impact réalise soit l'apoastre soit le périastre de la nouvelle orbite.
- 8) La vitesse v'_c est-elle inférieure ou supérieure à la vitesse initiale v_c ? On écrira par commodité

$$v'_c = v_c(1 - \alpha) \quad .$$

Donner l'expression et calculer la valeur numérique du facteur α . La vitesse de Dimorphos est-elle beaucoup modifiée?

- 9) Ecrire l'expression de l'énergie h' (le Hamiltonien Képlérien) de la nouvelle orbite (qui n'est pas circulaire) par unité de masse, en fonction de v_c , α et a juste après l'impact, puis en fonction de a , α , G , M et m . Toutes les formules nécessaires sont dans la partie correspondante du cours et l'annexe B. On pourra largement négliger la masse μ du projectile incorporé à Dimorphos.
- 10) Donner aussi l'expression de h' en fonction du nouveau demi-grand axe a' (voir cours). Déterminer alors le nouveau demi-grand axe a' en fonction de a et α . Montrer que $a' < a$ et que l'instant de l'impact réalise l'apoastre de la nouvelle orbite.
- 11) Déterminer et calculer la nouvelle période T' . Calculer en minutes la réduction de la période attendue après impact.
- 12) La mesure après l'impact montre que la période orbitale de Dimorphos a effectivement changé et vaut désormais 11.38 heures. Comment cette réduction de période se compare-t-elle à celle calculée à la question précédente? On s'accorde à dire que l'écart constaté est dû à une mauvaise connaissance préalable de la masse de Dimorphos. Calculer alors la masse de Dimorphos qui aurait donné la bonne réduction de période à la question précédente. Pour mener ce calcul à bien, on pourra considérer que $\alpha^2 \ll \alpha$ dans les formules.
- 13) Compte tenu de la valeur obtenue, à quoi l'erreur initiale sur la masse de Dimorphos pourrait-elle être due?