

Examen de cosmologie

F.-X. Désert (LAOG)

12/02/2004

N.B. Sauf mention explicite, pour les applications numériques, utiliser les valeurs des paramètres cosmologiques de la table du cours, dont une courbure négligeable.

1 Questionnaire

Indiquer la ou les réponses qui vous semblent correctes. Discuter votre réponse en une ou deux phrases comme bon vous semble.

1. La nucléosynthèse primordiale permet d'expliquer l'abondance de
 - (a) l'hydrogène
 - (b) l'hélium
 - (c) le lithium
 - (d) le carbone
 - (e) le fer
2. L'inflation primordiale n'est sans doute pas dûe à une "vraie" constante cosmologique
 - (a) vrai
 - (b) faux
3. L'asymétrie baryon-antibaryon dans notre univers est
 - (a) inexpliquée
 - (b) partiellement comprise (trois conditions de Sakharov)
 - (c) expliquée par la physique des particules et les trois conditions de Sakharov
4. Actuellement, combien y-a-t-il de baryons pour un photon
 - (a) 1 pour 1
 - (b) 100 millionième pour 1
 - (c) 100 millions pour 1

- (d) une quantité infime pour un.
 - (e) le rapport varie en ce moment avec le temps
5. Les ondes gravitationnelles sont
- (a) des bosons de spin 0
 - (b) des bosons de spin 1
 - (c) des bosons de spin 2
 - (d) des fermions de spin $3/2$
 - (e) se propagent à la vitesse de la lumière
 - (f) peuvent être engendrées par l'effondrement sphériquement symétrique d'un objet
 - (g) ont déjà été détectées indirectement
 - (h) ont déjà été détectées directement
6. Les photons provenant d'une étoile et rasant la surface du soleil avant d'atteindre la terre
- (a) suivent des géodésiques
 - (b) se propagent tout droit
 - (c) changent de fréquence
7. L'expansion de l'Univers
- (a) se constate le mieux avec le redshift des galaxies croissant avec leur distance
 - (b) implique que de la matière se crée en permanence
 - (c) implique que de la matière se perd en permanence
 - (d) ralentit les photons
 - (e) ralentit les galaxies dans leur mouvement particulier
8. L'inflation de l'Univers
- (a) a eu lieu plusieurs fois
 - (b) correspond forcément à une pression égale à l'opposé de la densité
 - (c) dilue la matière de façon exponentielle avec le temps

2 Vitesse particulière et redshift

2.1 On observe une galaxie au repos de redshift z .

2.1.1 Comment le redshift est-il mesuré en pratique?

2.1.2 Depuis combien de temps Δt la lumière observée maintenant est-elle partie de la galaxie? Donner le résultat sous la forme d'une intégrale fonction des paramètres cosmologiques (H_0 , Ω_m , Ω_Λ)?

2.1.3 Quelle est la définition et l'expression de la distance comobile D_c de la galaxie en fonction des paramètres cosmologiques (H_0 , Ω_m , Ω_Λ)?

2.1.4 Application numérique

Donner la valeur de Δt en Ga et de D_c en Mpc, pour $z = 0.1, 1, 10$ en prenant $H_0 = 50 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_m = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$, et $1 \text{ Mpc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$.

2.1.5 Discussion

Comparer Δt obtenus à l'âge de l'Univers. Comparer D_c à ce que donne la loi de Hubble.

2.2 Une autre galaxie a une vitesse radiale particulière v

Voici l'expression de l'effet Doppler en relativité restreinte, reliant la fréquence mesurée ν_r à la fréquence émise ν_e pour un objet de vitesse radiale v par rapport à l'observateur.

$$\frac{\nu_r}{\nu_e} = \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}}$$

2.2.1 Discuter cette formule

2.2.2 Comparer le redshift z de la galaxie avec une vitesse radiale particulière v au redshift z_t d'une galaxie au repos et située à la même distance comobile de l'observateur

2.2.3 Inversement, donner v en fonction de z et z_t . Approximation pour $\Delta z = z - z_t \ll 1$.

2.2.4 Application numérique

Un amas de galaxies est au redshift moyen de $z_t = 0.5$. Les vitesses radiales typiques sont de 1000 km/s . Quelle est la dispersion des redshifts des galaxies de l'amas?

2.2.5 Expliquer qualitativement le “doigt de Dieu”

3 Le redshift d’un objet est-il constant?

On mesure le redshift z d’une galaxie (au repos dans le flot de Hubble) maintenant, au temps $t = t_0$. Dix ans après ($t = t_0 + \Delta t$), on remesure le redshift z' de la même galaxie.

3.1 Qualitativement

Expliquer pourquoi z' est différent de z .

3.2 Quantitativement

Montrer que

$$\frac{z' - z}{\Delta t} \simeq \frac{dz}{dt} = \frac{\dot{R}(t_0) - \dot{R}(t_1)}{R(t_1)},$$

$$\text{où } \frac{\dot{R}(t_1)}{R_0} = \frac{1}{1+z}.$$

3.3 Approximativement

Pour $z \ll 1$, en déduire que

$$\frac{1}{z} \frac{dz}{dt} = -H_0 q_0,$$

où q_0 est le paramètre de décélération. Evaluer cet effet numériquement. Cet effet n’a jamais été détecté. Discuter son intérêt et sa faiblesse.

4 Précession relativiste

On considère un satellite artificiel en orbite basse légèrement elliptique autour de la terre (disons à 640 km d’altitude). Calculer en secondes d’arc par an, la précession du périhélie du satellite provenant de la Relativité Générale. Les ingénieurs des satellites GPS prennent en compte cette correction. Discuter. (N. B.: 3600 secondes d’arc font un degré).

5 Redshift gravitationnel

Considérez un ascenseur de hauteur h , dans l’espace vide, accéléré vers le “haut” avec une accélération a . Un laser est fixé au plancher de l’ascenseur et éclaire un détecteur au plafond. On se place dans l’approximation des champs faibles. Par un raisonnement simple, trouvez le rapport $\frac{\nu_r}{\nu_e}$ entre la fréquence reçue et la fréquence émise en fonction de a et h . Montrez l’accord avec la Relativité Générale?

6 Distance angulaire

Un amas de galaxies sphérique a un diamètre de $1 h^{-1}\text{Mpc}$. Donner l'expression de son diamètre angulaire en minutes d'arc (60' font un degré) en fonction de son redshift z . Tracer une courbe approximative pour le cas d'un Univers critique ($\Omega_m = 1$) pour un redshift variant de 0.01 à 10.

7 Particule radioactive

Une particule de masse m est instable de durée de vie τ . Supposez qu'elle constitue une fraction non négligeable de la matière primordiale. Elle se désintègre en deux photons. Qualitativement, quelle sont les conditions pour qu'on observe ces photons maintenant?

8 Machine à remonter le temps

Donner l'expression des paramètres réduits de densité pour la constante cosmologique, la matière non relativiste, et rayonnement (incluant la matière relativiste) pour des observateurs mesurant les paramètres cosmologiques et vivant à un âge de l'Univers $t(z)$ correspondant au redshifts suivants: $z = 0, 0.1, 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000$. Pourquoi néglige-t-on la constante cosmologique à des redshift supérieurs à 10? Pourquoi néglige-t-on systématiquement la courbure de l'Univers à des redshift supérieurs à 10, même si elle est non nulle maintenant (ce que ne montrent pas les observations)?