

THÈSE
présentée par

Geoffroy LESUR

pour obtenir le diplôme de Docteur en sciences de l'Université Joseph-Fourier

(Arrêtés ministériels du 5 juillet 1984 et du 30 mars 1992)

Spécialité : ASTROPHYSIQUE – PHYSIQUE & MILIEUX DILUÉS

Instabilités et sources locales de turbulence dans les disques d'accrétion

Soutenue publiquement le 7 Juin 2007
devant le jury composé de

M. Steven BALBUS	Rapporteur
M. Bernard CASTAING	Examineur & Président
M. François LIGNIÈRES	Examineur
M. Pierre-Yves LONGARETTI	Codirecteur de Thèse
M. Guy PELLETIER	Directeur de Thèse
M. Jean-Paul ZAHN	Rapporteur

Thèse préparée au sein de l'Équipe



Laboratoire d'AstrOphysique de Grenoble

UMR-5571 (OSUG/UJF/CNRS), BP 53, F-38041 Grenoble Cedex 9

Geoffroy LESUR

**Disques d'accrétion, méthodes numériques,
théorie de la turbulence, MHD.**

Thèse de doctorat — Université Grenoble I (Joseph-Fourier)

— Juin 2007 —

Remerciements

Nous y voilà, la boucle est bouclée, et me voici en train d'écrire les dernières lignes de ce manuscrit. Ce dernier « chapitre » me donne l'occasion de me remémorer les moments d'espoirs, de succès mais aussi de doutes et de vide qui ont ponctué ces trois années. Nul doute que la recherche est très loin d'être un fleuve tranquille ! Je me lance donc, la main hésitante et le cœur battant (sortez vos kleenex), dans la tâche probablement la plus ardue de ce manuscrit : n'oublier personne...

Je vais donc commencer par remercier Steve Balbus et Jean-Paul Zahn, qui ont tous deux accepté d'être rapporteurs de cette thèse, et d'écrire un rapport en un temps relativement court. Je remercie également Bernard Castaing et François Lignièrès d'avoir participé à mon Jury en tant qu'examineurs, et ce malgré des thèmes de recherche relativement différents de ceux qui m'ont intéressés dans ce manuscrit.

Une mention spéciale pour mon directeur de thèse, Guy, dont la bonne humeur et le dynamisme resteront pour moi un exemple à suivre... Bien naturellement, ce travail n'aurait jamais pu aboutir sans Pierre-Yves. Je me rappellerai longtemps des discussions à bâtons rompus que nous pouvions avoir tout au long de cette thèse, et des idées qui pouvaient surgir subitement de nos approches souvent contradictoires. Mais je voudrais aussi souligner son humour, sa gentillesse, et simplement son amitié, qui ont permis d'instaurer un climat de confiance durant ces trois ans (et même au delà !).

Je voudrais bien évidemment remercier tout ceux que j'ai eu l'occasion de côtoyer pendant ces trois années, en particulier l'équipe Sherpas. Jon, Pop (ta crème solaire?), Gilles, Guillaume D., Peggy, Didier, merci à vous pour votre aide, votre humour et les discussions sur tout et rien que l'on a pu avoir. Je retiendrai de cette équipe les fameuses journées Sherpas où la preuve est faite que l'on peut faire de la théorie en restant bon enfant... Mes collègues de galère ont aussi leur place ici, Timothé (Titi pour les intimes, mais n'en abusez pas) qui formait avec moi la « dream team » du deuxième étage, mais aussi Clément, Philippe, Rémi, Nicolas B., Nicolas C., Nicolas T., Vanessa, Yaël ainsi que l'équipe des postdoc (et quelle équipe !) Cédric, Céline, Claudio et Gareth.

Mon travail ayant nécessité des moyens informatiques assez importants, j'ai souvent lancé des appels de détresse au service info du Laog, et je remercie donc Ginette, Richard, Françoise R., Françoise B., Frédéric et Sylvain pour leur aide précieuse. Un merci aussi à l'équipe administrative du Laog, Khadidja, Françoise B., Hélène et Valérie qui m'ont permis d'avancer dans le dédale de l'administration. Enfin, je remercie Pierre V., Catherine N., Laurent T. pour leur bonne humeur et leurs conseils avisés dans les couloirs ou autour d'un verre.

Enfin, à tous ceux que j'ai pu oublier et que j'ai côtoyé durant ces quelques années, un grand Merci à vous.

Je terminerai cette désormais relativement longue liste de remerciements par Sylvène, pour sa présence et son soutien dans les moments difficiles, ou tout simplement son amour. Elle aura su m'extirper de mon monde cartésien et me montrer que certaines choses peuvent rester inexplicables et irrationnelles tout en étant passionnantes. . . Je remercie aussi ma Mère, mon Père et Auguste, pour leur amour, leur attention et tous ces petits riens qui en fin de compte forment un Tout. À Vous, simplement, Merci.

Finalement, je souhaite dédier ce manuscrit à mon grand-père, disparu avant d'avoir pu voir ce projet arriver à son terme. Je me rappellerai de ces discussions nocturnes sur les étoiles, l'Univers et la Science en générale, qui m'ont poussées, depuis longtemps déjà, dans les couloirs sinueux de l'astrophysique. . .

À mon grand-père, Bobby,

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	x
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xix
Partie 1. INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1. Des disques d'accrétion dans l'univers?	3
1. Qu'est-ce qu'un disque d'accrétion?	3
§ 1. Le moment cinétique dans l'univers	3
§ 2. Formation de disques d'accrétion dans l'univers : entre théorie et observation	5
2. Le problème du transport du moment angulaire	8
§ 3. Différents processus de transport	8
§ 4. Sources de turbulence dans les disques	10
§ 5. Contraintes observationnelles et théoriques sur l'efficacité du transport	11
3. Objectifs de cette Thèse	12
CHAPITRE 2. Modèle physique et approximations	13
1. Modèle à un fluide	13
§ 6. Les équations de la magnétohydrodynamique	14
§ 7. Application des équations MHD à la physique des disques d'accrétion	19
2. Modèle local, approximation de Hill	21
§ 8. Nécessité d'un modèle local	21
§ 9. Développement des équations locales	22
§ 10. Equilibre vertical, compressibilité	23
3. Méthodologie	24
Partie 2. MÉTHODES NUMÉRIQUES	27
CHAPITRE 3. Les approches numériques en mécanique des fluides	29
1. Bases de l'intégration numérique	29
§ 11. Introduction	29
§ 12. Équation modèle	30
2. Méthodes à discrétisation spatiale	31
§ 13. Approche des différences finies	31
§ 14. Approche des volumes finis	32
§ 15. Approche particulière	33

3. Approche spectrale	34
4. Quelles méthodes pour quelles simulations?	35
CHAPITRE 4. Méthodes aux différences finies	37
1. Fondements	38
§ 16. Introduction	38
§ 17. Développement de Taylor	38
2. Un cas d'école (ou presque?) : L'équation linéaire d'advection	39
§ 18. Schéma temporel d'Euler	39
§ 19. Schémas de Runge-Kutta	42
§ 20. Intérêt des formules d'ordre élevés	43
§ 21. Advection d'une discontinuité	45
§ 22. Conclusions	46
3. Transport non linéaire	48
§ 23. L'équation de Burgers	48
4. Implémentation d'un code hydrodynamique aux différences finies	49
§ 24. Équations	49
§ 25. Conditions aux limites	49
§ 26. Tests	52
5. Magnétohydrodynamique	53
§ 27. Le problème de la divergence de B	53
§ 28. Choix de Jauge	54
6. Parallélisation	55
§ 29. Choix d'une méthode de parallélisation	55
§ 30. Décomposition de domaine	56
CHAPITRE 5. Méthodes spectrales	59
1. Fondements	59
§ 31. Présentation générale des méthodes spectrales	60
§ 32. Base de Fourier	60
2. L'équation d'advection	62
§ 33. Stabilité et condition CFL	62
§ 34. Test d'advection	62
3. Non linéarités et méthodes spectrales	63
§ 35. Méthodes pseudo-spectrales	63
§ 36. Repliement spectral et dealiasing	64
4. Traitement du cisaillement	66
§ 37. Système de coordonnées cisillées	66
§ 38. Procédure de remappage	67
Partie 3. INSTABILITÉ SOUS-CRITIQUE HYDRODYNAMIQUE	73
CHAPITRE 6. Instabilité sous-critique en mécanique des fluides	75
1. Instabilités et turbulence	75
§ 39. Définitions	75

§ 40. Dynamique de la turbulence : le modèle de Kolmogorov	79
§ 41. Un modèle phénoménologique d'instabilité non linéaire	80
2. Exemple d'instabilité sous-critique : l'écoulement de Couette	83
§ 42. Présentation	83
§ 43. Mécanisme d'auto-entretien dans l'écoulement de Couette plan	84
CHAPITRE 7. Instabilité sous-critique dans les disques d'accrétion	89
1. Turbulence sous-critique dans les disques : pourquoi faire?	89
2. Écoulements expérimentaux	90
§ 44. Intérêt des expériences	90
§ 45. Écoulements de Couette-Taylor	90
§ 46. Équations du mouvement	91
§ 47. Quantités caractéristiques	92
§ 48. Nombres sans dimension	92
§ 49. Stabilité linéaire	93
3. Résultats	94
§ 50. Résultats expérimentaux	94
§ 51. Résultats numériques	98
4. Conclusion	100
CHAPITRE 8. Efficacité de la turbulence sous-critique	101
1. Résultats	102
§ 52. Rôle de la dissipation	102
§ 53. Transport et instabilité non linéaire	106
2. Discussion	108
§ 54. Convergence numérique	108
§ 55. Comparaison avec les résultats antérieurs	112
§ 56. Conditions aux limites et rapport d'aspect	114
§ 57. Conditions initiales	115
§ 58. Circulation d'Ekman	117
3. Conclusions	118
Partie 4. INSTABILITÉ STRATO-ROTATIONNELLE	121
CHAPITRE 9. Instabilité strato-rotationnelle	123
1. Instabilité et stratification	124
§ 59. Présentation	124
§ 60. Équations de base	125
§ 61. Domaines de résolution	128
2. Solutions Exponentielles	129
§ 62. Nature des solutions et conditions aux limites	129
§ 63. Résultats	131
3. Solutions Oscillantes	133
§ 64. Décomposition en domaines	133
§ 65. Raccordement asymptotique	134
§ 66. Dérivation d'une relation de dispersion	135

§ 67. Approche numérique de la relation de dispersion	137
4. Simulations Numériques	139
§ 68. Saturation et conditions aux limites	139
5. Discussion	140
§ 69. Article de Dubrulle <i>et al.</i> (2005b)	140
§ 70. Conclusion	141
Partie 5. INSTABILITÉ MAGNÉTO-ROTATIONNELLE	143
CHAPITRE 10. Champ magnétique et stabilité des disques	145
1. Une instabilité MHD dans les disques?	145
§ 71. Origines	145
§ 72. Description phénoménologique	146
2. Analyse linéaire en présence d'un champ magnétique vertical	147
§ 73. Dérivation d'une relation de dispersion pour les modes axisymétriques	147
§ 74. Nombres sans dimensions	149
§ 75. Limite sans dissipation	150
§ 76. MRI avec dissipation	152
§ 77. Conclusion	157
CHAPITRE 11. Etude numérique de l'instabilité magnéto-rotationnelle	159
1. Méthodologie	159
§ 78. Sens physique des simulations	159
§ 79. Définition d'une viscosité turbulente	161
§ 80. Méthode numérique	163
2. Influence du champ magnétique sur la saturation	165
§ 81. Dépendance générale $\alpha(\beta)$	165
§ 82. Limite en champ magnétique fort	165
§ 83. Bouffées turbulentes : phénomène physique ou numérique?	168
3. Influence de la dissipation sur la saturation	169
§ 84. Rôle du nombre de Prandtl	169
§ 85. Comparaison avec le taux de croissance linéaire	171
§ 86. Analyse spectrale	172
4. Cas sans champ magnétique vertical imposé	174
§ 87. Effets dissipatifs et existence de la turbulence	174
5. Conclusion	175
Partie 6. CONCLUSION ET PERSPECTIVES	177
Conclusion et perspectives	179
Partie 7. ANNEXES	181
ANNEXE A. L'approximation de Hill	185
1. Dérivation du modèle local de Hill	185
§ 88. Pression et tension magnétique	185

§ 89. Développement des équations en coordonnées cylindriques	185
§ 90. Approximations	186
ANNEXE B. Quelques formules d'intégration numérique	189
1. Formules aux différences finies	189
§ 91. Formules centrées	189
§ 92. Formules upwind	190
2. Algorithme de Runge-Kutta	190
ANNEXE C. Relation de dispersion des modes exponentielles de la SRI.	193
§ 93. Dérivation de la relation de dispersion	193
ANNEXE D. Publications	195
1. On the relevance of subcritical hydrodynamic turbulence to accretion disk transport	195
2. Impact of dimensionless numbers on the efficiency of MRI-Induced turbulent transport	217
Partie 8. BIBLIOGRAPHIE	231
Bibliographie	233

Table des figures

1	Détail d'un nuage interstellaire en effondrement gravitationnel (nébuleuse d'Orion). On y remarque les premiers globules gazeux denses qui donneront des protoétoiles. (<i>Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute</i>)	4
2	Vue d'artiste d'un disque d'accrétion autour d'une étoile jeune. (<i>Crédit David Darling</i>)	5
3	Tore de gaz au cœur de la galaxie NGC4261. La structure mise en évidence a une taille voisine de 400 années-lumière. (<i>Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute</i>)	6
4	Vue d'artiste d'un système binaire. Le gaz en surface de l'étoile compagnon tombe vers l'objet compact en formant un disque d'accrétion. On remarque la présence d'un point chaud lorsque la matière tombant du compagnon percute le disque. (<i>Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute</i>)	7
5	Disques de débris autour d'étoiles jeunes vus dans l'infrarouge. (<i>Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute</i>)	7
6	Exemples de jets astrophysiques associés à des phénomènes d'accrétion. A gauche, on peut observer la trajectoire d'un jet de près de 500 pc, subissant de nombreux chocs avec le milieu interstellaire, ainsi que l'objet émetteur au centre (HH-47). A droite, on observe un disque d'accrétion en coupe (bande sombre) entourant une étoile en formation, ainsi que le début d'un jet partant perpendiculairement au plan du disque (HH-30). (<i>Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute</i>)	8
7	Structure magnétique d'accrétion-éjection d'après Casse & Ferreira (2000). L'écoulement du gaz est représenté en bleu et le champ magnétique en vert. Lorsque la pression thermique parvient à pousser la matière sur les lignes de champs, l'effet « magnéto-centrifuge » éjecte la matière et retire du moment cinétique au disque. (<i>Crédit F. Casse</i>)	9
8	Trajectoire d'une particule chargée en présence d'un champ magnétique : on observe une rotation autour du champ à la fréquence ω_{ca} , ce qui permet de définir le rayon de Larmor λ_L .	15
9	Écoulement caractéristique décrit par le système de Hill, avec en rouge la stratification verticale, en bleu le cisaillement de vitesse et en vert la rotation.	24
10	Exemple d'oscillation due à la présence d'un choc dans une méthode aux différences finies. Résolution d'une équation d'advection $\partial_t u + \partial_x u = 0$ avec une intégration temporelle de type Runge-Kutta d'ordre 4 et une dérivation spatiale centrée d'ordre 5.	32
11	Exemple de simulation aux volumes finis. Représentation de la densité lors de la propagation d'un jet astrophysique supersonique dans le milieu interstellaire. (<i>Crédit G. Murphy</i>)	33

-
- 12 Exemple de simulation particulière de type SPH. Représentation de la densité lors de l'effondrement et la fragmentation d'un nuage interstellaire. On peut voir apparaître des cœurs denses qui donneront naissance aux étoiles ainsi que le début de la formation de structures d'accrétion. D'après Bate *et al.* (2002). 34
- 13 Exemple d'oscillation due à la présence d'une discontinuité dans une méthode spectrale. Résolution d'une équation d'advection $\partial_t u + \partial_x u = 0$ avec une intégration temporelle de type Runge-Kutta d'ordre 4 et une dérivation spatiale spectrale dans l'espace de Fourier. 35
- 14 Évolution d'une fonction sinus advectée par un schéma d'Euler et une formule différences finies centrée d'ordre 2. Simulation sur 100 pas de temps et 10 points de grille. On met en évidence l'accroissement de l'amplitude de la solution : cet algorithme est instable. 39
- 15 Tracé de $|1 - \mathcal{T}(q)|$ pour un schéma temporel d'Euler en fonction des valeurs réelles et imaginaires de q . On voit clairement qu'un schéma différences finies symétrique [$\Re(q) = 0$] ne peut pas être stable avec un tel schéma temporel. 42
- 16 Tracé de $|1 - \mathcal{T}(q)|$ pour 2 schémas temporels de Runge-Kutta en fonction des valeurs réelles et imaginaires de q . On montre ici qu'un schéma d'ordre 4 est stable pour des valeurs imaginaires pures de q , contrairement au schéma d'ordre 2. 43
- 17 Tracé du maximum de ψ en fonction du temps pour différents schémas d'advection. On voit clairement que les schémas centrés et upwind sont inexploitablement avec la méthode d'Euler. L'instabilité du schéma Runge-Kutta d'ordre 2 reste très contenue et le schéma Runge-Kutta d'ordre 4 est stable. 44
- 18 Tracés de k_{eff} pour différentes formules différences finies. Notons que les schémas centrés ont systématiquement une partie imaginaire nulle. De même les schémas centrés d'ordre n et upwind d'ordre $n - 1$ sont superposés sur le schéma $\Re(k_{\text{eff}})$. 45
- 19 Interpolation d'une fonction constante par morceaux par des polynômes de Lagrange. Le phénomène d'oscillation apparaissant est nommé phénomène de Gibbs. 46
- 20 Tests d'advection d'un créneau avec différentes formulations différences finies et une intégration temporelle de Runge-Kutta à l'ordre 4 (20 pas de temps avec $\delta t = 0.5$ et $c = 1$). On remarque que les méthodes upwind permettent de réduire de manière significative les oscillations, même à des ordres élevés. 47
- 21 Test d'un algorithme utilisant une intégration temporelle de Runge Kutta d'ordre 4 et des dérivées spatiales aux différences finies upwind d'ordre 4 sur l'équation de Burgers. L'intégration a été effectuée sur 50 pas de temps pour $U_0 \delta t / \delta x = 0,5$. 48
- 22 Principe des zones fantômes pour traiter les conditions aux limites. L'espace physique sur lequel les équations sont effectivement résolues est délimité en gras, et les zones fantômes sont hachurées. On a représenté ici une grille avec 2 zones fantômes, bien que ce nombre puisse varier suivant l'ordre des formules différences finies utilisées. 50
- 23 Principe des conditions aux limites shearing sheet : la boîte de simulation est recopiée de part et d'autre de la boîte calculée (en gras), en prenant en compte un décalage dû au cisaillement moyen. 52

- 24 Exemple de mise en œuvre des conditions aux limites shearing sheet avec un code utilisant 2 zones fantômes. On voit que la zone fantôme en bas à gauche doit être mise à jour à l'aide d'une interpolation entre 2 zones actives (en pointillé). 52
- 25 Test du tube de choc pour $\gamma = 1.4$ et 100 points de grille à $t = 0.2$. La limite entre les deux milieux est fixée initialement en $x = 0$. On a choisi comme conditions initiales $\rho = 1, P = 1$ à gauche et $\rho = 0.125, P = 0.1$ à droite. 53
- 26 Principe de la décomposition de domaine : à chaque pas de temps, les zones fantômes sont mises à jour à partir des informations aux frontières des parcelles voisines. 56
- 27 Tests d'advection d'un créneau avec une méthode spectrale et un schéma de Runge-Kutta à l'ordre 4 (20 pas de temps avec $\delta t = 0.5$ et $c = 1$). La même advection effectuée à l'aide d'un schéma différences finies est donnée à titre de comparaison. 63
- 28 Comparaison des méthodes pseudo-spectrales sans dealiasing et avec la règle des «3/2». A gauche, on donne le spectre d'une fonction dont on veut calculer le carré. A droite, dans le calcul sans dealiasing, l'énergie spectrale devant apparaître à haute fréquence se voit «repliée» vers les fréquences plus basses (flèches) : c'est l'aliasing. La règle des 3/2 contourne ce problème en allouant un espace supplémentaire pour ces ondes hautes fréquences. 66
- 29 Évolution en fonction du temps d'une boîte définie à partir des coordonnées cisailées (37.135). 67
- 30 Cisaillement de l'espace spectral (k_x, k_y) . Les points représentent les ondes de la base Fourier (38.137) utilisées dans le code. Ces ondes se déplacent dans l'espace spectral (k_x, k_y) (flèches) et montrent que cet espace spectral est cisailé. 68
- 31 Le cisaillement de la grille spectrale induit 2 effets de bords au cours du temps. D'une part, la fréquence spatiale des ondes de traîne augmente, et certaines d'entre elles passent dans le domaine dissipatif de l'écoulement (cercles tiretés). D'autre part, des ondes de tête sortent du domaine dissipatif et deviennent *a priori* pertinentes pour la physique de l'écoulement (cercles pleins). Elles ne sont cependant pas traitées par la simulation. NB : On a représenté en pointillés les limites du domaine dissipatif de l'écoulement. 69
- 32 Principe de la procédure de remappage : on se fixe une grille fixe superposée à la grille de simulation à $t = 0$ (en pointillés) . La grille de simulation, cisailée, vient ensuite se superposer tous les $t_{\text{MAP}} = L_x / SL_y$ sur les points de la grille fixe. On peut alors effectuer un remappage en changeant les ondes représentées par la grille de simulation (flèches). 70
- 33 Exemple de remappage d'une grille de simulation. Les éléments sont déplacés sur toutes les colonnes $p = \text{cte}$ en suivant les flèches. Les éléments qui sortent de la grille (pointillés) sont les ondes de traîne à haute fréquence, situées dans le domaine dissipatif. Les zones hachurées sont *a priori* inconnues : ce sont les ondes de tête discutées précédemment. Il faut alors que la résolution soit suffisante pour qu'elles apparaissent lorsqu'elles sont encore dans le domaine dissipatif. On peut ainsi initialiser leur amplitude à 0. 71
- 34 Les différents états de stabilité au voisinage d'un équilibre. Ici une bille sur un support courbe. On suppose le champ de gravité vertical et uniforme. 76
- 35 Les deux grandes classes d'instabilité en mécanique des fluides. Dans le cas super-critique, l'écoulement laminaire est inconditionnellement instable pour un $Re > Re_c$ et

- transite spontanément vers un nouvel état d'équilibre (flèche). Dans le cas sous-critique, la transition se fera si $Re > Rg$ et si l'amplitude de la perturbation est suffisamment importante. L'état laminaire est donc métastable pour $Re > Rg$. 78
- 36 Succession de bifurcations menant vers la turbulence développée dans le cas d'une instabilité super-critique. L'écoulement passe spontanément de l'une à l'autre des branches, menant à un écoulement totalement chaotique à un Reynolds suffisamment élevé par rapport à Re_c . 78
- 37 Principe de la cascade de Kolmogorov : Injection aux grandes échelles, cascade d'énergie par formation de petites échelles puis dissipation pour $l = l_\eta$. La forme de $E(k)$ est donnée ici à titre indicatif. 79
- 38 Représentation schématique du spectre d'un écoulement turbulent dû à une instabilité sous-critique. L'instabilité sous-critique induit un couplage non linéaire qui injecte de l'énergie à grande échelle ($l > l_M$). On a alors une cascade turbulente jusqu'aux petites échelles ($l \sim l_\eta$) où l'on observe une dissipation visqueuse. 82
- 39 Schéma de principe d'un écoulement de Couette plan. 84
- 40 Mise en évidence de stries longitudinales en v'_x dans le plan médian $x - z$ de l'écoulement. On voit qu'au cours d'un cycle, la strie est rompue par une instabilité ($t = 1118$). En fin de cycle néanmoins, on observe une réapparition de la structure et le processus est prêt à recommencer. 85
- 41 Mécanisme de formation des stries en v'_x par advection du champ moyen. 86
- 42 Évolution de l'amplitude des modes les plus grands dans un écoulement de Couette Plan. L'énergie des modes de strie ($n_x = 0, n_z = 1$) est transférée vers les modes $n_x \neq 0$. 86
- 43 Diagramme du mécanisme d'auto-entretien responsable de l'instabilité sous-critique dans les écoulements de Couette plan. Sont notés en trait pleins les phénomènes linéaires et en pointillés les interactions non linéaires. 87
- 44 Écoulement de Couette-Taylor : le fluide est entraîné entre 2 cylindres en rotation différentielle. Expérimentalement, les conditions aux limites verticales (non représentées ici) sont souvent problématiques. 91
- 45 Effet de la force de Coriolis sur une particule fluide déplacée selon l'axe y . 94
- 46 Reynolds de transition turbulente en fonction du nombre de courbure. 95
- 47 Reynolds de transition en fonction du nombre de rotation pour un écoulement de Couette plan. 96
- 48 Reynolds de transition pour un écoulement Couette-Taylor, d'après Richard (2001) et Longaretti (2002). 97
- 49 Représentation de l'évolution de l'énergie turbulente en fonction du temps pour différentes valeurs de $R_\Omega = -2/q$. On voit dans les 2 cas que la turbulence disparaît lorsque l'on s'éloigne de la stabilité marginale $R_\Omega = -1$ ($q = -2$), dès $R_\Omega = -1.030$ ($q = 1.94$). 98
- 50 Tracé de l'énergie cinétique (E_k), l'énergie spécifique (E_s) et l'énergie totale en fonction du temps pour $R_\Omega = -1.035$. La totalité de l'énergie cinétique est transformée en énergie thermique : c'est l'action du terme de viscosité artificielle. 99

- 51 Exemple de simulation spectrale avec 64^3 modes et $Re = 12000$, représentant l'évolution de l'énergie turbulente moyenne et du transport moyen en fonction du temps. On notera l'augmentation (ou la diminution) par palier du nombre de rotation imposé au cours du temps. 104
- 52 Limite de stabilité pour un écoulement cyclonique. Les cercles correspondent aux simulation spectrales 64^3 , les losanges aux simulations spectrales 32^3 et les triangles aux simulations différences finies 64^3 . 104
- 53 Limite de stabilité pour un écoulement anticyclonique. Tous les points sont calculés avec le code spectral, exceptés les triangles (code différence finie). Les barres d'erreur (pointillés) proviennent de l'échantillonnage en Reynolds (voir texte). Les points trop proches ont été écartés pour faciliter la lecture. Enfin, les points situés sur les courbes correspondent à des simulations résolues, les autres non (voir texte). 105
- 54 Évolution du transport moyenné en fonction du nombre de rotation. Les moyennes sont faites sur des extraits de simulation ayant des Reynolds différents mais des nombres de rotation identiques. 107
- 55 Évolution des différents termes de l'équation (54.196) pour une simulation à $Re = 2 \times 10^4$ et une résolution de 64^3 avec notre code spectral. On remarque que la part relative de dissipation numérique (γ_{num}) reste inférieure à 2%. 109
- 56 Représentation de la contribution des échelles de nombre d'onde inférieur à k à la dissipation totale (en %). On remarque que 90% de la dissipation est due à des échelles de taille supérieure ou égale à 2 fois la taille de grille. D'après une simulation à $Re = 6000$ et une résolution de 64^3 . 109
- 57 Spectres d'énergie pour deux résolutions différentes. On donne en pointillés rouges la pente correspondant au spectre de Kolmogorov. La simulation à 32^3 n'est résolue que pour $Re = 6000$. La simulation 64^3 est résolue pour $Re = 6000$ et $Re = 12000$ et. Spectres obtenus pour $R_\Omega = -1.016$. 111
- 58 Représentation de la contribution des échelles de nombre d'onde inférieur à k au transport total (en %). On remarque que 90% du transport est dû à des échelles de taille supérieure à $1/4$ de la taille de boîte. D'après une simulation à $Re = 2 \times 10^4$ et une résolution de 128^3 . 111
- 59 Reynolds de Transition en fonction du nombre de rotation d'après les données de Tillmark & Alfredsson (1996) et nos données de simulations spectrales (cercles) et différences finies (triangle). Les simulations de Komminaho *et al.* (1996) se superposent au point $R_\Omega = 0,06$, $Rg = 3000$ et n'ont pas été représentés sur la figure. 112
- 60 Reynolds de Transition en fonction du nombre de rotation d'après les données de Richard (2001) et nos données de simulations spectrales (losanges, cercles et croix) et différences finies (triangle inversé). La croissance de Rg en fonction de R_Ω semble beaucoup plus importante pour nos simulations que pour les données de Richard. 113
- 61 Reynolds de Transition en fonction du nombre de rotation dans un écoulement de Couette plan avec murs. Le rapport d'aspect utilisé est $L_x = 1,75\pi$ $L_y = 1$ $L_z = 1,2\pi$ et la résolution $40 \times 80 \times 40$ avec Zeus3D. 114

- 62 Représentation de la vorticité de l'écart à l'écoulement laminaire tous les 20 temps de cisaillement. On observe l'évolution d'un vortex vertical dans un écoulement de Couette tournant. L'écoulement est ici purement bidimensionnel et le vortex est dissipé visqueusement. 115
- 63 Représentation de la vorticité de l'écart à l'écoulement laminaire tous les 20 temps de cisaillement. La condition initiale est identique à la figure (62), auquel on a ajouté un très faible bruit blanc (non visible sur la figure $t = 0$). On observe l'accroissement de l'amplitude des perturbations et la destruction rapide du vortex par des mouvements 3D. 116
- 64  volution des fluctuations d'énergie des simulations des figures (62) et (63). La vitesse de dissipation, identique durant les premiers temps de cisaillement, devient beaucoup plus rapide dans la simulation avec bruit : la structure cohérente du vortex est donc détruite par les mouvements 3D. 117
- 65 Schéma d'un type de conditions aux limites utilisées dans les expériences de Richard (2001) : il s'agit d'une coupe dans le plan (r, z) du dispositif de Couette-Taylor (Fig. 44). Le fluide est représenté en hachures, le cylindre extérieur en trait plein et le cylindre intérieur en tirets. Les cylindres entraînent chacun une partie des murs servant de condition aux limites verticales. 117
- 66 Tracé de la vitesse verticale dans une coupe $(y, z) = (r, z)$ pour $Re=6000$ avec les conditions aux limites de Richard (2001)   $t = 400S^{-1}$. NB : le rapport d'aspect n'est pas respecté pour des raisons de facilité d'impression. 119
- 67 Conditions aux limites utilisées dans l'approche analytique. Le milieu d'étude (2) est entouré de 2 milieux (1) et (3) s'étendant respectivement jusqu'à $-\infty$ et $+\infty$. Les propriétés d'équilibre de chacun des milieux sont *a priori* différentes et permettent de reproduire plusieurs types de conditions aux limites. 129
- 68 Tracé de $\log(\Im(\omega)/S)$ d'après la relation de dispersion (63.238) dans le cas $R_\Omega = -4/3$. On remarque que l'instabilité disparaît pour $r > 1$ et que les plus grands nombres d'onde verticaux accessibles correspondent à $r \rightarrow 0$. 132
- 69 Tracé des solutions numériques S_1 et S_2 en fonction de ξ pour $\xi_c = 3$ et $R_\Omega = -4/3$. On remarque le domaine exponentiel au voisinage de $\xi = 0$ et les oscillations pour $|\xi| > 3$. 138
- 70 Tracé du déterminant $\mathcal{D}_n(\xi_-, \xi_+)$ et du taux de croissance $\Im(\xi_\omega)$ d'après nos solutions numériques. On remarque que l'instabilité apparaît lorsque deux courbes d'annulation de \mathcal{D}_n se trouvent en rapprochement maximal. Ce résultat est similaire aux contraintes du résultat analytique $Q_+ = 0$ et $\sin(\Delta) = 0$. 138
- 71 Mise en évidence de la SRI dans un écoulement de Couette plan stratifié verticalement. Tracé de v_z pour $F = 1.54$, $R_\Omega = -4/3$ et $Re = 3000$. La structure observée est stationnaire et correspond au régime d'instabilité décrit par les modes exponentiels. 139
- 72 Remplacement des conditions aux limites rigides par des conditions aux limites shearing sheet dans une simulation ayant développé la SRI. On voit nettement que l'instabilité disparaît après de brèves oscillations à $t = 150$. 140

- 73 Schéma de principe à l'origine de l'instabilité magnétorotationnelle. La torsion du champ du au déplacement du fluide tend à ramener le fluide vers sa position initiale (similaire à l'action d'un ressort). Le mouvement peut s'amplifier si $\partial_r \Omega < 0$ (voir texte). 147
- 74 Tracé du taux de croissance de la MRI en régime képlerien en fonction de la pulsation d'Alfvén $k_z V_A$. On remarque que cette instabilité apparaît pour des pulsations comprises entre 0 et $\omega_A^{\max} \simeq 1$. 150
- 75 Tracé du seuil d'instabilité de la MRI en fonction de l'intensité du champ magnétique et de la dissipation pour $Pm = 1$. On remarque le seuil en champ fort mis en évidence dans l'analyse non dissipative $\beta \simeq 29,5$ et le Reynolds minimum pour obtenir l'instabilité $Re \simeq 80$. 152
- 76 Tracé du taux de croissance en temps de cisaillement, et de la limite de stabilité linéaire pour un mode $k_z = 2\pi/H$ et $\beta = 10^4$, d'après l'équation générale (76.315) On reconnaît les 2 limites de stabilité $ReRm = cte$ et $Rm = cte$ discutées précédemment. 156
- 77 Tracé du taux de croissance en temps de cisaillement, et de la limite de stabilité linéaire pour un mode $k_z = 2\pi/H$ et $\beta = 50$, d'après l'équation générale (76.315). Les valeurs numériques prédites par notre analyse ne sont vérifiées ici. Cependant le comportement général reste identique à celui de la figure (76). 157
- 78 Tracé du couple (adimensionnalisé par le couple laminaire) entre les 2 cylindres d'un écoulement de Couette Taylor en fonction du Reynolds. Les triangles représentent un écoulement linéairement instable (critère de Rayleigh) et les carrés un écoulement turbulent sous critique. L'instabilité linéaire apparaît pour $R_+ \sim 10$. Le couple est en $Re^{3/2}$ ($\alpha \propto Re^{-1/2}$) entre R_+ et R_{++} puis en Re^2 ($\alpha = cte$) pour $Re > R_{++}$. On dira alors que R_{++} est le Reynolds de transition vers l'état de turbulence développée. D'après Dubrulle *et al.* (2005a). 160
- 79 Évolution temporelle des moyennes de boîte de l'énergie magnétique et cinétique dans l'écoulement en présence de MRI pour $\beta = 100$ et $Re > 400$. Les courbes d'évolution temporelles sont relativement semblables pour chaque simulation. 162
- 80 Évolution temporelle des moyennes de boîte de l'énergie magnétique et cinétique dans l'écoulement en présence de MRI pour $\beta = 100$ et $Re = 200$. D'après le tableau (4), cette simulation n'est pas encore en régime de turbulence développée, ce que l'on peut vérifier ici en comparant l'évolution temporelle avec la figure (79). 163
- 81 Moyenne cumulée des coefficients de transport pour une simulation $\beta = 100$, $Re = 1600$. On remarque que la valeur finale est convergée à 10%, ce qui est suffisant. 165
- 82 Mise en évidence de l'écoulement de canal dans une simulation numérique pour $\beta = 50$ et $Re = 2000$ $Pm = 1$ (tracé de v_y). On observe la croissance du mode $k_z = 2\pi/H$, solution non linéaire des équations, puis l'apparition d'instabilités parasites ($t = 44,4$), qui entraînent la destruction du mode et l'apparition d'une turbulence tridimensionnelle développée. 166
- 83 Moyenne des coefficients du transport en fonction de l'intensité du champ magnétique β pour $Re = 1600$, $Pm = 1$. On remarque que le point $\beta = 30$ se distingue par un transport extrêmement élevé comparativement aux autres simulations ($\alpha = 1,2$). 167

- 84 Courbes temporelles d'une simulation $\beta = 30$, $Re = 1600$. On remarque la présence de bouffées turbulentes dues à la formations de forts écoulements de canal dont la destruction par une instabilité secondaire intervient très tardivement. 167
- 85 Tracé du coefficient de transport α pour des simulations à $\beta = 30$, $Re = 1600, 3200, 6400$ et $Pm = 1$. Il semble que le comportement observé initialement sur la figure (84) est indépendant du nombre de Reynolds. 167
- 86 Évolution du phénomène de bouffée turbulente lorsque l'on s'éloigne du point de stabilité marginal $\beta = 29,5$ pour $Re = 1600$. 168
- 87 Évolution du nombre de Prandtl dans un disque d'accrétion autour d'un trou noir de 10 masses solaires. (*Crédit Henri & Balbus*) 170
- 88 Évolution du transport moyen (α) en fonction du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du Reynolds. Toutes les simulations sont effectuées à $\beta = 100$. 170
- 89 Taux de croissance linéaire du seul mode linéairement instable pour $\beta = 100$, avec les valeurs de résistivité et viscosité utilisées dans les simulations de la figure (88). 171
- 90 Tracé des spectres de dissipation pour des écoulements turbulents avec $Pm = 0,25$ et $Pm = 4$, $Re = 3200$. On remarque que la taille relative des échelles de dissipation est reliée au nombre de Prandtl. 172
- 91 Spectre turbulent hypothétique obtenu dans le cas $Pm > 1$. Le spectre magnétique est en tirets et le spectre de vitesse en trait plein. L'accumulation d'énergie entre les échelles l_B et l_V pourrait entraîner une réaction inverse sur les grandes échelles (flèches) ce qui expliquerait la corrélation $Pm - \alpha$. 173
- 92 Allure générale de la courbe $\alpha(Pm)$ à petit Reynolds en supposant une saturation de l'effet $Pm - \alpha$. 174
- 93 Tracé de l'évolution du coefficient de transport α en fonction du temps pour des simulations avec $B_0 = 0$ et $Re = 6400$. Un nombre de Prandtl inférieur ou égal à 1 semble éliminer l'instabilité. On retrouve des résultats similaires pour $Re = 1600$ et $Re = 3200$. 175

Liste des tableaux

- 1 Évaluation des quantités caractéristiques du plasma dans deux classes de disque d'accrétion typiques. 20
- 2 Évaluation de l'ordre de grandeurs des termes présents dans la loi d'Ohm. 21
- 3 Valeurs estimées du Reynolds de Transition et du transport d'après les extrapolations de la figure (53). La valeur donnée par la dernière colonne est une borne supérieure au transport, supposant que Rg ne varie plus jusqu'à $R_\Omega = -4/3$ depuis le dernier point résolu ($Re = 4 \times 10^4, R_\Omega = -1.034$). 107
- 4 Évolution des moyennes adimensionnalisées du tenseur de Reynolds (α_V), du tenseur de Maxwell (α_B) et du transport moyen (α) pour des simulations à $\beta = 100$ pour différents Reynolds ($Pm = 1$). On note que la simulation $Re = 200$ ne semble pas avoir atteint un état de turbulence développée. Le protocole utilisé pour les moyennes est identique à celui décrit dans la section suivante. 162

