

Université D. Diderot – Paris VII

THÈSE

présentée
pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSIT DENIS DIDEROT

Spécialité

ASTROPHYSIQUE ET TECHNIQUES SPATIALES

par

Nadège MEUNIER

—><—

Diagnosics observationnels du champ magnétique solaire :
distribution spatiale, dynamique et processus de génération

Soutenue le 18 juin 1997
devant la commission d'examen

Jean-Paul Zahn	Président
John Harvey	Rapporteur
Eric Fossat	Rapporteur
Bernard Leroy	Directeur de thèse
Janine Provost	Examineur
Sami Solanki	Examineur

Thèse préparée au sein du Département d'Astronomie Solaire et Planétaire de l'Observatoire de
Paris, sous la direction d'Elizabeth Nesme-Ribes

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte scientifique	1
1.1.1	Manifestations de l'activité solaire	1
1.1.2	Mouvements de matière	5
1.1.3	Processus physiques	5
1.1.4	Quelques méthodes d'observations privilégiées	8
1.2	Le travail entrepris	12
2	La dynamique des facules	15
2.1	Enjeux : pourquoi étudier la dynamique solaire ?	16
2.1.1	La dynamique et la dynamo solaire	16
2.1.2	Le transport de moment cinétique	17
2.1.3	La convection et autres sources de mouvements à petite échelle	17
2.2	Comment observer la dynamique solaire ?	18
2.2.1	L'effet Doppler	18
2.2.2	Les traceurs magnétiques	19
2.2.3	L'héliosismologie	21
2.3	Les apports d'une étude approfondie des facules	22
2.4	La détermination de la dynamique à partir des spectrohéliogrammes	23
2.4.1	Les données	24
2.4.2	La géométrie des images	24
2.4.3	La détermination de la rotation et de la circulation méridienne	27
2.5	La dynamique des facules photosphériques	29
2.5.1	La dynamique des facules du cycle 19 : la rotation	29
2.5.2	La dynamique des facules du cycle 19 : circulation méridienne, écarts types des vitesses et contraintes de Reynolds	41
2.5.3	Les contraintes sur la distribution de vitesse	54
2.5.4	Ecart type des vitesses de la population I corrigées de l'effet de la présence de la population II	59
2.5.5	La variation de la circulation méridienne au cours du cycle	61
2.5.6	Les dépendances en longitude	61
2.6	Analyse de la dynamique des facules chromosphériques	67
2.6.1	Biais en fonction de la longitude	67
2.6.2	La dynamique à grande échelle	68
2.6.3	La dynamique à petite échelle	69

2.7	Conclusion	73
2.7.1	Couplage entre la dynamique des facules et champ magnétique . .	75
2.7.2	Dynamique à différentes échelles spatiales	75
3	Analyse fractale des facules photosphériques	79
3.1	Pourquoi une analyse fractale ?	80
3.2	Détermination d'une dimension fractale	80
3.2.1	Définition mathématique	80
3.2.2	Des exemples	81
3.2.3	Difficultés rencontrées lors de l'estimation de la dimension fractale à partir des observations	83
3.3	Analyse fractale des spectrohélogrammes de Meudon	84
3.3.1	Les données utilisées	84
3.3.2	Traitement des images	84
3.3.3	Calcul des dimensions fractales	85
3.3.4	Résultats	87
3.4	Interprétations physiques d'une dimension fractale	97
3.4.1	La théorie de la percolation	97
3.4.2	Modèles récents affiliés à la percolation	101
3.4.3	Interprétation directement liée à la dynamo solaire	102
3.5	Conclusion et perspectives	102
3.5.1	Observations futures	103
3.5.2	Vers une analyse différente des données	104
3.5.3	Modélisation plus réaliste	105
4	Champs magnétiques faibles du Soleil calme	107
4.1	Les observations dans le visible	108
4.1.1	Dispositif instrumental	108
4.1.2	Campagnes d'observations	109
4.1.3	Les étalonnages	109
4.2	Les observations dans l'infrarouge	112
4.2.1	Avantages des observations dans l'infrarouge	112
4.2.2	Dispositif instrumental	112
4.2.3	Campagnes d'observations	113
4.2.4	Les étalonnages	113
4.2.5	Le calcul des erreurs	115
4.3	Etude du rapport des champs magnétiques mesurés dans les raies du visible	115
4.3.1	Objectif	115
4.3.2	Calcul du rapport des champs	116
4.3.3	Résultats	117
4.3.4	Conclusion	118
4.4	Le flux magnétique des champs faibles et forts du Soleil calme	119
4.5	Distribution spatiale	133
4.5.1	Corrélation intensité et champ magnétique	133
4.5.2	Taille caractéristique des structures	133

4.5.3	Distribution des flux et des tailles	136
4.5.4	Transformée de Fourier	137
4.6	Conclusion et perspectives	139
5	Variations des modes acoustiques avec l'activité	143
5.1	Qu'est ce que l'héliosismologie ?	144
5.1.1	L'origine des oscillations	144
5.1.2	Les observations	146
5.1.3	Le spectre de puissance	147
5.1.4	Les paramètres décrivant les modes acoustiques	147
5.2	Pourquoi une nouvelle méthode d'ajustement ?	148
5.2.1	Les "défauts" du spectre de puissance	148
5.2.2	Le principe d'une méthode bidimensionnelle	149
5.2.3	Les avantages de cette nouvelle méthode bidimensionnelle	151
5.3	Ajustement bidimensionnel du spectre de puissance solaire	155
5.3.1	Caractéristiques générales de l'ajustement	155
5.3.2	Les modèles : descriptions paramétriques utilisées	157
5.3.3	La minimisation	161
5.4	Résultats	162
5.4.1	Ajustement de spectres synthétiques	163
5.4.2	Comparaison des méthodes unidimensionnelle et bidimensionnelle sur des spectres réels	164
5.4.3	Variations des paramètres des modes entre 1988 et 1994	168
5.5	Conclusion et perspectives	175
5.5.1	Bilan de la nouvelle méthode	175
5.5.2	Perspectives	176
6	Les variations de l'éclairement solaire	177
6.1	Les méthodes utilisées pour reconstruire les variations de l'éclairement	179
6.1.1	Utilisation de contrastes déduits de l'observation	179
6.1.2	Régression multilinéaire sur les données satellitaires	180
6.2	L'étalonnage des aires et intensités	181
6.2.1	Normalisation des spectrohélogrammes	181
6.2.2	Les plages chromosphériques	182
6.2.3	Les taches photosphériques	187
6.3	Résultats préliminaires	188
6.4	Perspectives	189
6.4.1	De meilleurs étalonnages ?	189
6.4.2	Une variation relative plutôt qu'absolue ?	190
6.4.3	Conditions du traitement de l'ensemble des données	190
6.4.4	Limitations	192
7	Dynamos solaires non-linéaires analytiques	195
7.1	Les équations de base : l'approche classique	195
7.1.1	La loi d'évolution de l'induction magnétique	196

7.1.2	Les équations du champ moyen	196
7.1.3	La dynamo $\alpha\omega$	198
7.1.4	Processus d'amplification du champ	199
7.2	Approche analytique	199
7.2.1	Une onde dynamo $\alpha^2\omega$	200
7.2.2	Propriétés asymptotiques d'une onde dynamo $\alpha\omega$ non-linéaire : période, amplitude et dépendance en latitude	201
7.3	Conclusion	203
8	Conclusions et perspectives	205
8.1	Synthèse des résultats obtenus	205
8.1.1	Complémentarité des différents traceurs	205
8.1.2	Complémentarité des différentes échelles	206
8.1.3	Complémentarité des différentes approches observationnelles	206
8.1.4	Complémentarité des approches observationnelles et théoriques	207
8.2	Perspectives	208
8.2.1	Observations solaires	208
8.2.2	Thèmes de modélisations	209
8.2.3	Les autres étoiles	209
8.2.4	Les relations entre l'activité solaire et le climat terrestre	210

Annexes

I	Article : La dynamique interne du Soleil, à partir des traceurs magnétiques	211
II	Article : La dynamique solaire au cours du cycle 19 en utilisant les taches comme traceurs	221
III	Article : Une onde dynamo $\alpha^2\omega$	231
IV	Article : Propriétés asymptotiques d'une onde dynamo $\alpha\omega$: période, ampli- tude et dépendance en latitude	243
	Bibliographie	267

Chapitre 1

Introduction

Même si l'activité magnétique du Soleil est modeste comparée à celle de nombreuses autres étoiles, elle peut être étudiée avec précision grâce à la relative proximité du Soleil. Dans ce travail, je me suis intéressée à l'activité magnétique solaire en adoptant plusieurs approches observationnelles complémentaires. J'ai plus particulièrement étudié la dynamique des traceurs magnétiques et leur distribution spatiale, ainsi que les variations des conditions physiques au cours du cycle solaire.

Je présente tout d'abord le contexte scientifique de cette étude. Je décris brièvement certaines manifestations observationnelles de l'activité magnétique solaire, ainsi que les mouvements de matière. Je passe ensuite aux processus physiques en jeu dans ces phénomènes, puis à la description des méthodes observationnelles utilisées dans la suite de ce travail. J'introduis ensuite les travaux que j'ai entrepris dans ce contexte.

1.1 Contexte scientifique

1.1.1 Manifestations de l'activité solaire

La surface du Soleil est loin d'être homogène. Des structures plus brillantes ou plus sombres que la moyenne y évoluent de jour en jour. Ainsi, les **taches** solaires ont été observées par les Chinois il y a plus de 2000 ans, avant d'être redécouvertes au début du XVII^e siècle par plusieurs observateurs (Galilée, Scheiner, etc.). Elles ont été les premières manifestations connues de l'**activité solaire**. Nous verrons plus loin que le champ magnétique a un rôle crucial dans cette activité. Plus tard, d'autres manifestations de l'activité solaire ont également été détectées, les **facules**, les protubérances (découvertes à l'occasion d'une éclipse de Soleil) et les éruptions.

Dans ce travail, je me suis plus particulièrement intéressée aux taches et aux facules, ainsi qu'à la variabilité de l'activité solaire.

Taches et facules

Les taches sont des structures sombres dont la taille atteint plusieurs dizaines de milliers de kilomètres. Leur durée de vie est de l'ordre de quelques jours à quelques semaines

pour les plus grosses. Le champ magnétique dans les taches au niveau de la photosphère atteint plusieurs milliers de gauss. Les taches solaires sont observées aux basses latitudes uniquement (inférieures à 40 degrés).

Les taches apparaissent le plus souvent dans des **régions actives** plus larges, formées essentiellement des facules. Celles-ci sont de grandes structures brillantes, dont la taille atteint plusieurs centaines de milliers de kilomètres et dont la durée de vie est bien plus longue, de l'ordre de plusieurs mois. Le champ magnétique y est également important (supérieur à un millier de gauss), mais il est généralement plus faible que dans les taches. Comme les taches, elles sont surtout situées aux basses latitudes, surtout les plus grandes régions actives. Il est cependant possible d'observer des facules polaires. Les facules sont formées de petites structures (non résolues). Elles sont donc des traceurs idéaux pour observer le comportement de ces structures dans leur environnement turbulent (quand celles-ci sont suffisamment stables). Je m'intéresserai tout particulièrement aux facules dans les chapitres 2 et 3.

D'autres structures sont également présentes, ce sont les **points brillants du réseau chromosphérique**, visibles en dehors des régions actives (Muller 1985). Ces points brillants ont une taille inférieure à 1'' (environ 730 km au centre du disque). De même que les petites structures constituant les facules, ils sont imbriqués dans le réseau de cellules de granulation (voir section 1.1.2), c'est-à-dire qu'ils sont surtout présents entre les granules.

La variabilité de l'activité solaire

Les structures magnétiques observées sur le disque solaire présentent des variations sur de courtes échelles de temps (du jour à quelques mois), à cause de leur durée de vie limitée et de la rotation solaire. Leur étude statistique révèle également des variations sur des échelles de temps bien plus longues. Par exemple, les taches, traceurs magnétiques les plus observés, ont permis de détecter un cycle solaire d'environ 11 ans. Ce cycle correspond à un cycle magnétique deux fois plus long, qui comprend un renversement de polarité global.

Le nombre de Wolf $R = k(10g + t)$ (avec g le nombre de groupes de taches, t le nombre de taches et k un facteur correctif) constitue une mesure de l'activité solaire. Observé de façon systématique depuis 300 ans, il présente depuis 1700 une variation cyclique nette (figure 1.1), dont la "période" est comprise entre 9 et 14 années. Une autre période est souvent mentionnée, d'environ 80 ans : c'est ce qu'on appelle le cycle de Gleissberg. Cependant, les observations ne permettent d'observer que trois périodes de ce cycle. Entre 1645 et 1715 environ, très peu de taches ont pu être observées (figure 1.1) : c'est le minimum de Maunder.

Comme les taches sont plus sombres que leur environnement, on peut supposer qu'elle contribuent à une diminution de l'éclairement solaire, tandis que les facules et les points brillants du réseau contribuent à une augmentation de cet éclairement. Les variations résultantes de celui-ci se produisent sur diverses échelles de temps (allant du jour à quelques années au moins). Ce problème sera abordé au chapitre 6.

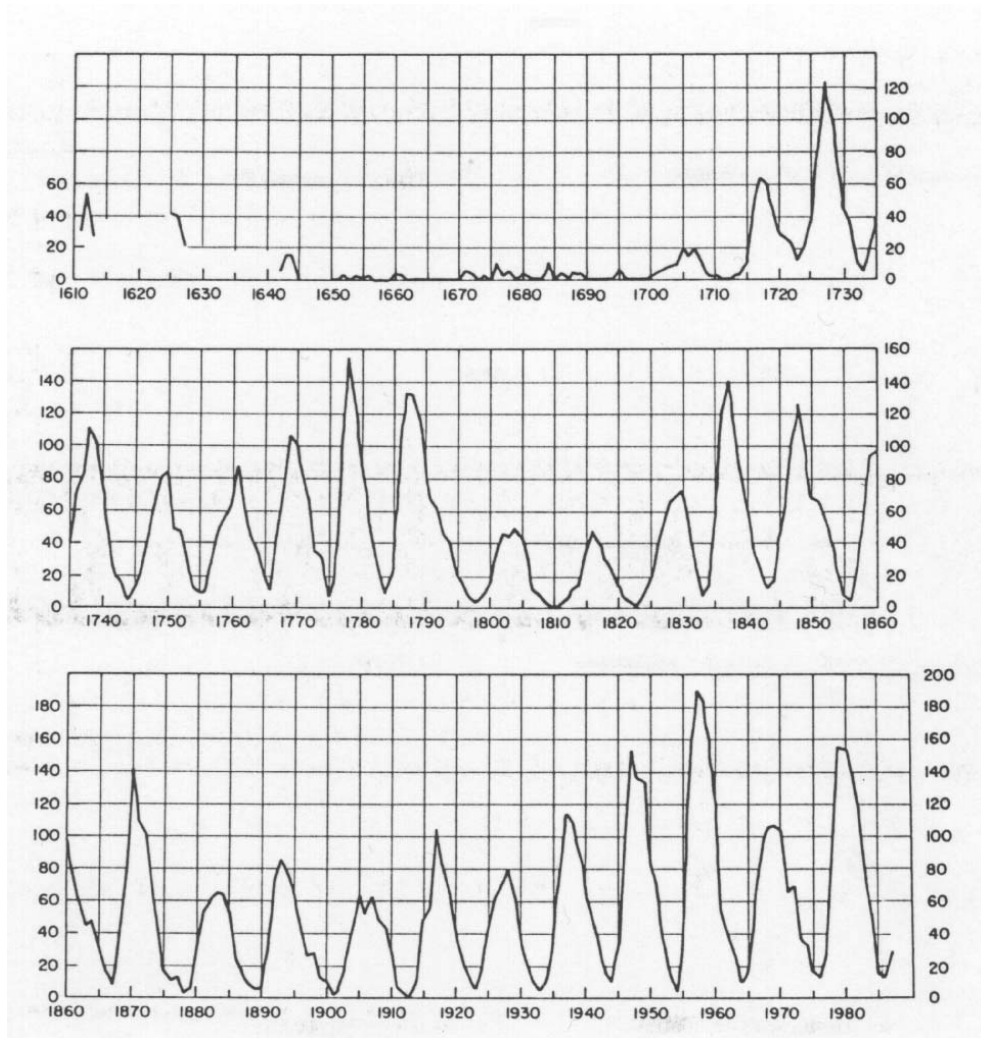


Figure 1.1 : Nombre de Wolf depuis les premières observations de taches à l'aide d'instruments (tiré de Foukal 1989).

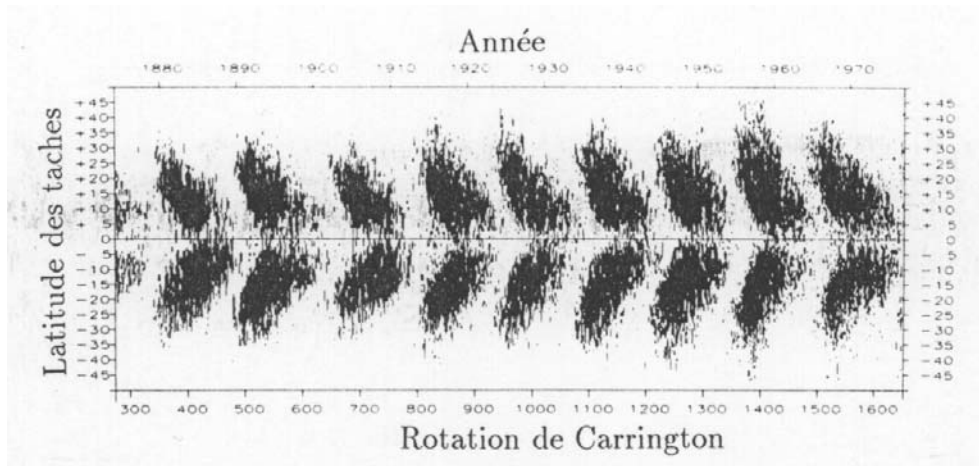


Figure 1.2 : Diagramme papillon des taches. On remarque le déplacement de l'onde vers l'équateur (il ne s'agit pas d'un mouvement propre des taches, seulement un déplacement de leur latitude d'apparition) (tiré de Phillips 1992).

La courte durée des observations de taches pose des problèmes pour l'analyse rigoureuse de l'activité solaire : celle-ci n'est en fait pas périodique, ni même quasi-périodique, mais plus probablement chaotique. Or, de longues séries de données sont nécessaires pour étudier ce type de phénomène, à cause de la sensibilité aux conditions initiales des systèmes chaotiques.

Si l'on considère la distribution en latitude des taches au cours du cycle solaire, on observe qu'elles apparaissent aux moyennes latitudes en début de cycle (vers 30 ou 40 degrés). Puis, au fur et à mesure que le cycle avance, les taches naissent à des latitudes beaucoup plus basses. Le tracé des latitudes des taches en fonction du temps constitue ce qu'on appelle le "diagramme papillon" ou diagramme de Maunder (figure 1.2).

D'autres traceurs reflètent une variabilité plus ou moins en phase avec les taches (il y a parfois des déphasages de l'ordre de l'année entre deux phénomènes), et sont couramment utilisés :

- divers comptages (nombre d'éruptions, aires des régions actives, nombre de filaments, etc.) ;
- l'intensité à certaines longueurs d'onde (flux de la raie Ca II K et flux radio à 10.7 cm) ;
- le rapport coeur/aile de la raie Mg II à 280 nm ;
- le flux ultraviolet (UV) ;
- le nombre de points brillants du réseau chromosphérique par unité de surface (quand l'activité diminue, il augmente d'un facteur 3, d'après Muller & Roudier 1984).

Il existe des phénomènes qui ne dépendent a priori pas directement de l'activité magnétique, mais qui présentent également des variations approximativement en phase avec le

cycle magnétique :

- l'éclairement solaire ;
- les fréquences des modes acoustiques ;
- peut-être le diamètre solaire, dont la variation présente également une période de l'ordre de 3 ans (Laclare et al. 1996) ;
- peut-être le flux de neutrinos (Davis 1996).

Les traceurs magnétiques étudiés dans ce travail sont les facules et les taches, ainsi que les points brillants du réseau. Je m'intéresserai également aux variations de l'éclairement solaire et aux modes acoustiques.

1.1.2 Mouvements de matière

La rotation différentielle

Le mouvement des structures magnétiques à la surface du Soleil nous renseigne sur sa rotation. Cette interprétation repose sur l'hypothèse que les mouvements des structures magnétiques et du plasma peu magnétisé sont liés. Ce sont les taches qui, les premières, ont permis de mettre en évidence la rotation du Soleil. Il s'est alors avéré que cette rotation n'était pas rigide. L'équateur tourne en effet plus rapidement (période de 27 jours environ) que les pôles, avec une différence est de l'ordre de 40%. Je reviendrai plus en détail sur la rotation différentielle dans le chapitre 2.

La convection

Outre la rotation à grande échelle, les observations de la surface du Soleil montrent toute une série de cellules de convection de tailles caractéristiques différentes :

- la granulation, dont la taille typique des cellules est de 1500 km et la durée de vie quelques minutes ;
- la mésogranulation, dont les cellules ont des tailles d'environ 8000 km, et qui durent quelques heures ;
- la supergranulation, avec des tailles typiques des cellules de 30 000 km et une durée de vie de l'ordre de 24 heures.

1.1.3 Processus physiques

Je présente ici quelques processus physiques qu'il est important d'avoir à l'esprit pour la suite de cette présentation.

Le transport de l'énergie dans le Soleil

L'intérieur du Soleil se partage en trois zones (d'épaisseurs équivalentes), dont deux sont caractérisées par le processus de transport de l'énergie :

(1) le **coeur**, où est produite l'énergie dont a besoin le Soleil pour ne pas s'effondrer sur lui-même sous l'effet de la gravité. Cette énergie est produite par des réactions thermonucléaires, qui dégagent photons et neutrinos. Les neutrinos sortent du Soleil pratiquement sans interactions, tandis que les photons subissent de nombreuses collisions et mettent plusieurs centaines de milliers d'années pour arriver à la surface.

(2) la **zone radiative**, où l'énergie est transmise par radiation (essentiellement des collisions électron-photon). La transition avec la zone précédente est simplement l'endroit où les réactions thermonucléaires s'arrêtent. Il est probable que la rotation de cette zone soit rigide, mais l'héliosismologie ne permet pas encore de détermination observationnelle assez précise.

(3) la **zone convective**, où l'énergie est transmise par mouvements de matière. Cette convection est essentiellement turbulente. Des cellules de convection à grande échelle sont également visibles en surface.

La turbulence

La turbulence est omniprésente dans le Soleil. Ceci signifie que les différentes échelles sont liées par suite de la cascade classique d'énergie des grandes échelles vers les petites (ou de la cascade inverse). Le nombre de Reynolds, qui caractérise cette turbulence, est supérieur à 10^8 . Les différents processus se produisant à l'intérieur du Soleil sont donc en régime turbulent (c'est le cas de la convection, mais également de la génération des ondes acoustiques, du transport de moment cinétique, de l'amplification du champ magnétique, etc.).

Il est impossible de reproduire un tel fluide en laboratoire et il est également très difficile d'en effectuer des modélisations numériques. Ceci montre toute l'importance qu'il y a à observer ce milieu particulier avec une excellente résolution spatiale.

La notion de tubes de flux

Les tubes de flux sont des **concentrations** de champ magnétique. Les modèles de tubes de flux sont à la base des modèles de taches et de facules.

Le champ magnétique est suffisamment important dans le tube pour dominer les effets dynamiques et thermiques. La convection dans les régions à fort champ magnétique va par exemple être inhibée. Par ailleurs, dans les tubes de flux magnétique, la densité est plus faible par suite de l'équilibre des pressions en présence de champ magnétique. Par suite, le niveau $\tau = 1$ est plus bas dans les taches que pour le Soleil calme (à une longueur d'onde donnée). On observe donc à une profondeur géométrique plus basse de quelques centaines de kilomètres : c'est la dépression de Wilson. La pression à l'extérieur du tube diminue quand on s'élève dans l'atmosphère solaire, et les tubes s'élargissent (leur forme dépend du profil de pression à l'extérieur).

La question de la différence d'intensité entre les taches et les facules n'est toujours pas résolue. L'explication repose sûrement sur la différence de taille des tubes de flux les constituant, les facules étant constituées de tubes beaucoup plus fins que les taches.

La convection moins efficace entraînerait ainsi une température moins élevée dans ces dernières. Par contre, le chauffage des tubes fins pourrait être dû aux échanges thermiques plus faciles avec l'extérieur des tubes.

Le mécanisme dynamo

La théorie du champ moyen : le cycle solaire

La théorie actuellement invoquée pour expliquer l'origine de l'activité magnétique solaire, en particulier le "diagramme papillon", est la théorie de la dynamo dans le cadre du champ moyen. Je détaillerai davantage les fondements de cette théorie au chapitre 7 et n'en présente ici que les idées maîtresses. Dans cette théorie, le champ poloïdal, sous l'action d'un gradient radial de rotation, est transformé en champ toroïdal. Il est probable que le processus se déroule dans la région d'*overshooting* (juste en dessous de la zone convective) et non pas dans la zone convective. En effet, d'après les observations effectuées en héliosismologie, le gradient radial de la rotation serait nul dans la plus grande partie de la zone convective. La question de la localisation de ce processus n'a cependant toujours pas de réponse claire. Ce champ toroïdal donne naissance entre autres aux taches solaires : sous l'action des mouvements turbulents, des concentrations de champ se forment et les tubes de flux ainsi formés, moins denses, remontent à la surface sous l'effet de la poussée d'Archimède. La théorie de la dynamo dans le cadre du champ moyen ne s'intéresse pas directement à la formation des taches individuellement, mais plutôt à la formation du champ toroïdal qui est à l'origine des taches. Ce champ toroïdal est ensuite transformé à nouveau en champ poloïdal, sous l'action de l'"effet α " (lié à l'hélicité du fluide), mais avec un signe opposé à celui de départ.

Cependant, comme on le verra au chapitre 7, cette théorie rencontre encore beaucoup de difficultés pour produire des modèles complètement cohérents. Une difficulté majeure, qui nous intéresse particulièrement dans ce travail, est la prise en compte des **non-linéarités**. En effet, les équations régissant le champ magnétique et le mouvement de la matière sont **couplées**. En conséquence, le champ magnétique formé grâce aux mouvements a un effet rétroactif sur ceux-ci. Les premiers traitements des équations considéraient un champ de vitesse fixe, ce qui n'est pas réaliste (il ne suffit pas de s'intéresser aux taux de croissance des solutions des équations régissant l'évolution du champ magnétique, il faut aussi étudier leur saturation : le champ observé est fini !). Au cours des 15 dernières années, des non-linéarités ont été introduites dans les modèles de manière empirique : des diagnostics observationnels sont alors nécessaires pour aider à la compréhension de ces non-linéarités, qui traduisent les couplages entre champ de vitesse et champ magnétique.

La dynamo turbulente

Il existe également un autre type de dynamo, qui engendre un champ magnétique turbulent à petite échelle (et non pas une onde à grande échelle telle que celle modélisant le diagramme papillon). Celle-ci se produirait essentiellement dans la zone convective, et produirait surtout des champs magnétiques faibles, diffus et à petite échelle (voir chapitre 4). On s'attend à ce que ce champ ne présente pas de variation avec le cycle solaire de 11

(ou 22) ans.

1.1.4 Quelques méthodes d'observations privilégiées

Je présente maintenant plusieurs méthodes d'observations privilégiées des couches proches de la surface solaire (l'observation du flux lumineux à l'aide d'un spectrohéliogramme, et la mesure du champ magnétique), ainsi que de l'intérieur du Soleil (l'héliosismologie).

Les spectrohéliogrammes

L'**intensité** dans les taches est plus faible que celle de la photosphère calme, alors que les facules sont plus brillantes, au moins dans certaines longueurs d'onde. Je décris ici le cas de la raie du calcium Ca II K ($\lambda = 3933,7 \text{ \AA}$), qui nous intéresse par la suite. Les images utilisées dans plusieurs des chapitres suivants (chapitres 2, 3, et 6) sont en effet les spectrohéliogrammes K_{1v} et K_3 réalisés à Meudon dans la raie Ca II K (figures 1.3 et 1.4).

Cette raie en absorption est très large (figure 1.5). Au centre de cette raie, se superpose une raie en émission dans les régions actives (les facules sont plus chaudes que le milieu environnant).

L'opacité augmente vers le centre de la raie, donc la forme de la raie est représentative de la variation de température du corps noir avec l'altitude dans l'atmosphère solaire. On observe à l'altitude où la profondeur optique τ est égale à 1, donc l'altitude observée varie avec la position dans la raie. Dans les ailes, loin du centre, on voit le même niveau que celui observé dans le continu. Plus près du centre de la raie, l'opacité augmente, et on voit donc plus haut dans la photosphère.

Le point de premier minimum (dans les régions actives, voir figure 1.5) est appelé K_1 et correspond au minimum de température. Les clichés K_{1v} (dans l'aile violette de la raie) de Meudon sont en fait pris un peu plus loin du centre de la raie, à $1,5 \text{ \AA}$: ceci permet d'éviter d'observer l'intensité émise dans la raie en émission, du fait de la bande passante du spectrohéliographe. Des tests ont montré que ces images se situent très peu en dessous du minimum de température. Ces spectrohéliogrammes montrent les taches et les facules.

Quand on se rapproche encore du centre de la raie, l'émission augmente considérablement (l'absorption apparaît réduite) et atteint un maximum appelé K_2 . Au centre de la raie, l'opacité devient très grande : on voit donc des régions dont la densité est très faible, et leur émission est inférieure à celle qu'aurait une région à la même température mais en équilibre thermodynamique local. Les clichés K_3 , pris au centre de la raie, montrent les régions actives brillantes de la haute chromosphère, ainsi que les points brillants du réseau chromosphérique et les filaments sombres.

Le champ magnétique

Il est également possible de réaliser des **magnétogrammes**, cartes du champ magnétique de la surface solaire, en utilisant l'effet Zeeman. Notons que seul un fort champ magnétique

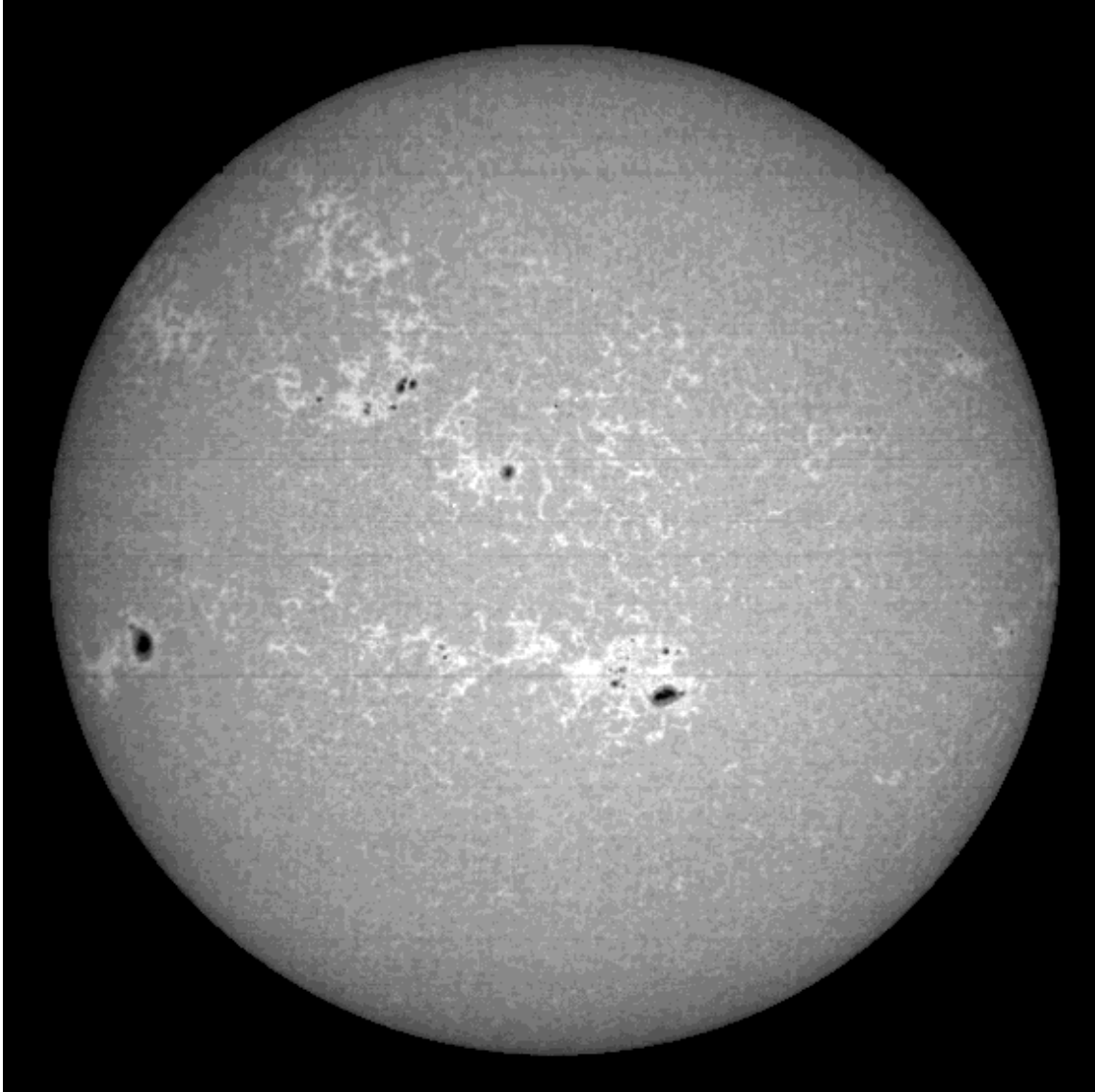


Figure 1.3 : Spectrohéliogramme K_{1v} du 5 juin 1958 (Observatoire de Meudon).

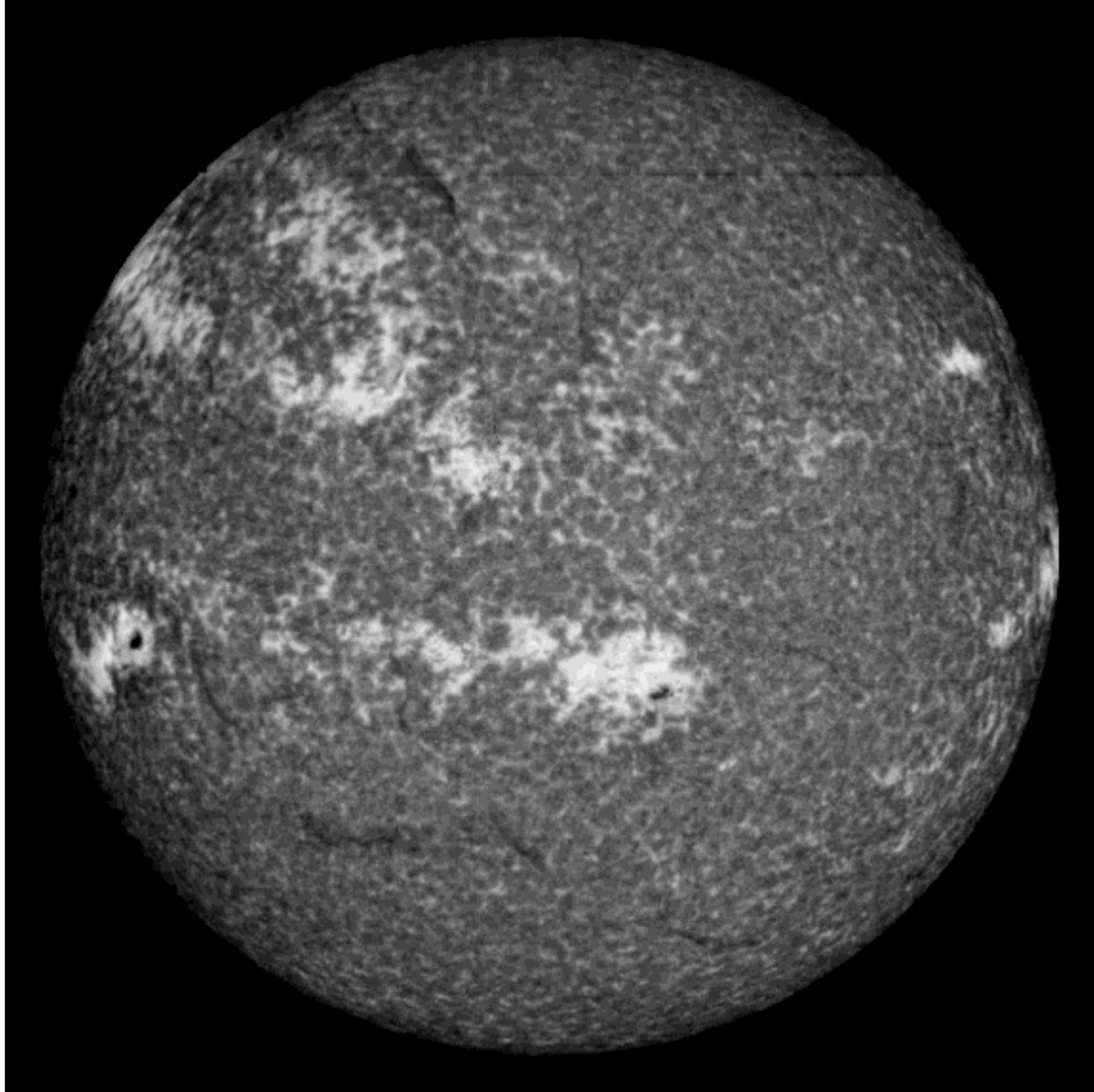


Figure 1.4 : Spectrohéliogramme K_3 du 5 juin 1958 (Observatoire de Meudon).

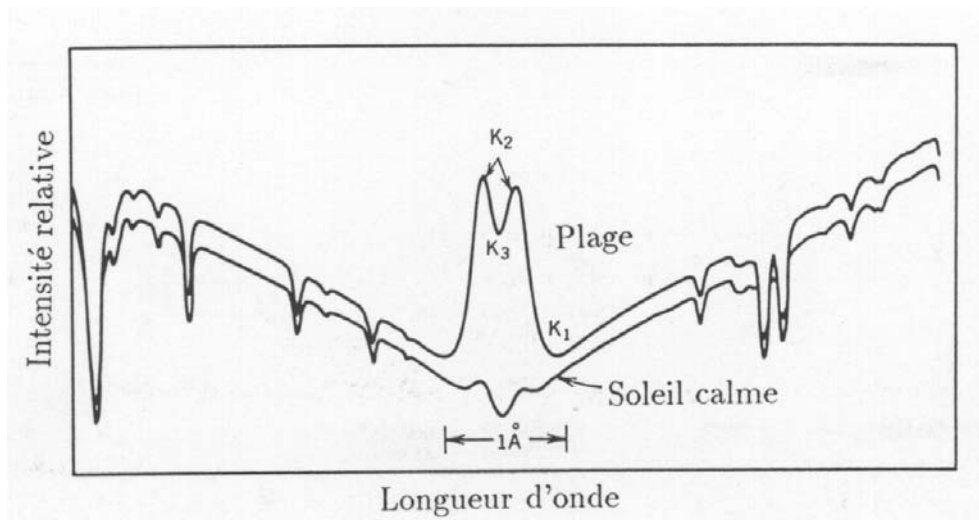


Figure 1.5 : Spectre de la raie du calcium dans une zone calme et dans une région active (tiré de Foukal 1989).

permet d'observer une décomposition des composantes Zeeman, surtout dans le domaine visible, le plus utilisé. Ceci pose donc un problème pour mesurer les champs magnétiques faibles. J'aborderai cette question au chapitre 4.

Le champ dans les taches est de l'ordre de plusieurs milliers de gauss. Il est légèrement plus faible dans les facules, mais reste supérieur à 1 kG. L'analyse du champ magnétique d'une région active permet généralement d'identifier deux parties : la partie avant (dans le sens de la rotation) présente une polarité opposée à la partie arrière. Pour les taches, on parle de taches de tête et de queue. Le sens des polarités est opposé dans les deux hémisphères (règle presque toujours vérifiée).

L'héliosismologie

Une technique récente et qui est utilisée depuis une dizaine d'années est l'héliosismologie. Elle consiste à observer les modes acoustiques résonants qui sont produits à l'intérieur du Soleil, par l'intermédiaire des oscillations que ceux-ci produisent à la surface solaire. Elle permet ainsi de sonder de manière directe les profondeurs du Soleil. Des données obtenues à l'aide de cette technique seront exploitées au chapitre 5.

Les modèles de structure interne reposent sur un certain nombre d'équations de base : équations de conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement, de conservation de l'énergie, une équation d'état et les équations régissant les équilibres chimiques. Ces modèles ont une symétrie sphérique, bien qu'ils prennent parfois en compte la rotation à grande échelle. Les inhomogénéités à petite échelle sont rarement étudiées car le traitement numérique de la turbulence est délicat. Avant l'héliosismologie, tous les modèles décrivant cette structure interne n'étaient contraints que par les observations en surface (c'est-à-dire au niveau de la photosphère), par exemple la luminosité, le

rayon, la composition chimique, et bien sûr la rotation différentielle. Ils peuvent maintenant être contraints par des observations de l'intérieur du Soleil.

1.2 Le travail entrepris

L'étude de l'activité solaire repose sur un certain nombre de questions sous-jacentes. Tout d'abord se pose la question de la nature des régions actives, ainsi que de leur origine et leurs extensions vers l'intérieur du Soleil et vers la couronne. Ces régions actives interagissent probablement avec leur environnement non magnétisé. Quelle est la nature de ces interactions, quelles sont les rétroactions en jeu ?

J'ai mentionné que le Soleil n'était qu'une étoile parmi d'autres, sa proximité permettant d'en faire l'étude détaillée. Ceci est particulièrement vrai pour ce qui concerne l'activité magnétique, et une étape nécessaire est de réaliser une étude conjointe du Soleil avec celles des autres étoiles à activité magnétique.

Enfin, la proximité du Soleil de la Terre amène à se poser la question de l'interaction entre l'activité solaire et notre planète. Le Soleil a en effet une influence sur la Terre à plusieurs niveaux. Tout d'abord, son activité magnétique variable contrôle les particules et rayonnements de haute énergie arrivant dans la magnétosphère terrestre : cet aspect concerne beaucoup les télécommunications et les satellites. Par ailleurs, l'éclairement solaire est un facteur déterminant du climat terrestre, et ses variations liées au cycle solaire pourraient avoir une influence non négligeable sur celui-ci, du moins durant certaines périodes.

Dans ce contexte, je me suis posée plusieurs questions, auxquelles j'ai tenté d'apporter des réponses :

- Quelle est la **dynamique associée à l'activité magnétique** ? En particulier, quelle est la dynamique des tubes de flux constituant les facules ? Est-elle différente de celle des taches ? Contrairement aux taches, les facules ont été peu étudiées dans le passé. Ces dernières, constituées de tubes de flux bien plus fins, ont probablement un comportement différent de celui des taches. Il est donc important de comparer les dynamiques des différents traceurs. Cette analyse se place dans le contexte de la théorie de la dynamo. Des non-linéarités entre champ magnétique et mouvement doivent en effet apparaître, la présence de champ magnétique devant avoir une rétroaction sur les mouvements à grande échelle. Il est également important d'étudier à la fois la dynamique à petite et à grande échelle, du fait du caractère turbulent des structures magnétiques.

- Quelle est la **distribution du champ magnétique à la surface** solaire ? De manière générale, la distribution de flux magnétique à la surface est très inhomogène, avec des structures à différentes échelles spatiales et temporelles. Il a également été constaté la persistance de l'activité magnétique dans certaines zones pendant plusieurs rotations. Cette distribution est liée à l'origine des tubes de flux (processus de formation) et à leur histoire (processus de diffusion dans la zone convective et à la surface). Sur ce dernier point, il apparaît que leur interaction avec les cellules convectives joue un rôle important dans les processus de diffusion des tubes de flux. La turbulence importante du milieu implique d'effectuer conjointement des études locales et globales.

- Quelle est l'**importance des différentes composantes de l'activité magnétique**

? Les champs forts ont été beaucoup étudiés, et le flux magnétique correspondant est considéré comme prépondérant. Mais quelle est l'amplitude du flux contenu dans les champs faibles, qui semblent être omniprésents à la surface ? Leur évolution à long terme doit également être étudiée, pour replacer ces observations dans le cadre de modèles de dynamo.

- Quelle est la **variation des conditions physiques dans le Soleil au cours du cycle** ? Cette question en sous-entend bien sûr de nombreuses. Je m'intéresse ici aux variations des paramètres des modes acoustiques au cours du cycle. L'influence de la présence des régions actives sur l'interprétation de ces modes est essentielle.

Lors de ce travail, j'ai adopté plusieurs approches observationnelles complémentaires. J'ai exploité des données anciennes (spectrohéliogrammes effectués à Meudon), ainsi que des données plus récentes, à la collecte desquelles j'ai participé au cours de plusieurs campagnes d'observations.

Le chapitre 2 présente une analyse de la dynamique à grande échelle (rotation différentielle et circulation méridienne) et à petite échelle (dispersion des vitesses) des facules à partir des spectrohéliogrammes de Meudon. J'insiste sur les variations au cours du cycle, ainsi que sur l'étude de la distribution de vitesse, aux niveaux photosphérique et chromosphérique. Les propriétés de diffusion sont probablement liées à celles des cellules convectives. L'analyse de différentes échelles simultanément permet d'obtenir des résultats nouveaux. Dans le chapitre 3, je m'intéresse à la distribution du champ magnétique dans les régions actives. A cette fin, j'ai mené une analyse fractale des facules photosphériques.

J'étudie ensuite (chapitre 4) les champs magnétiques faibles au sein du réseau, et m'intéresse à leur propriétés spatiales à l'aide d'observations menées à Kitt Peak dans l'infrarouge et le visible. Ces observations m'ont également permis d'étudier le flux associé à ces champs magnétiques.

Un grand nombre de propriétés de la surface solaire sont directement liée à la structure interne du Soleil. C'est le cas des caractéristiques globales telle que la rotation, mais aussi des inhomogénéités telles que les structures magnétiques ou les cellules de convection. Il est donc important de comprendre ce qui se passe en profondeur. Un moyen privilégié d'obtenir des informations sur l'intérieur du Soleil est l'héliosismologie. Dans le chapitre 5, je présente une méthode nouvelle d'analyse de spectres d'oscillations solaires que j'ai développée afin d'obtenir des paramètres des modes acoustiques plus précis que les méthodes utilisées habituellement.

L'activité solaire présente également des variations à plus long terme que le cycle de 11 ans. Ainsi, le chapitre 6 présente une analyse des spectrohéliogrammes dont l'objectif est d'étudier la possibilité de reconstruire les variations de l'éclairement solaire au cours du XX^e siècle. L'enjeu d'une telle étude est d'estimer la contribution solaire au réchauffement climatique terrestre depuis le siècle dernier.

Enfin, dans le chapitre 7, je présente une analyse asymptotique de modèles de dynamo, afin d'obtenir des informations pour de futures simulations numériques efficaces.

Je finis par un bilan des réponses apportées, et conclus sur les questions soulevées et les perspectives se situant dans le prolongement de ce travail.

Chapitre 2

La dynamique des facules

La rotation différentielle représente la plus large échelle de mouvements organisés dans le Soleil. Elle a été découverte par Carrington au cours des années 1860 grâce aux taches solaires, utilisées comme **“traceurs” de la dynamique solaire**. Grâce aux taches, il est possible de reconstituer la rotation solaire depuis le XVII^e siècle. La principale hypothèse sous-jacente est que les structures magnétiques (taches, facules, filaments) ont des mouvements représentatifs de ceux du plasma solaire peu magnétisé (au niveau de la photosphère par exemple). En réalité, les nombreuses observations réalisées à l’aide de ces différents traceurs fournissent des résultats différents. Les traceurs magnétiques ne tournent en effet pas à la même vitesse que le plasma photosphérique observé par effet Doppler. C’est pourquoi il est important d’exploiter tous les traceurs disponibles. La principale motivation qui conduit à une analyse de la rotation différentielle globale est qu’elle constitue un **ingrédient essentiel de la dynamo solaire**.

Des mouvements dans la direction méridienne ont également été observés. Ils sont cependant plus difficiles à mettre en évidence, à cause de leur faible amplitude. L’analyse d’une grande quantité de données est donc encore plus importante que pour la rotation différentielle, beaucoup plus facilement observable.

Malgré de nombreuses observations, la dynamique à grande échelle reste mal expliquée. Par ailleurs, les mouvements aux différentes échelles spatiales et temporelles sont probablement tous liés. C’est pourquoi il est nécessaire d’étudier les diverses échelles simultanément. L’analyse des traceurs magnétiques peut en effet donner également accès à leur dynamique à petite échelle. Celle-ci est liée aux processus de génération du champ magnétique, ainsi qu’à l’interaction entre les mouvements convectifs et les tubes de flux magnétiques.

Je présente dans ce chapitre une **analyse des facules solaires**, structures magnétiques dont la dynamique a finalement été peu étudiée. L’objectif est d’obtenir des informations à grande et à petite échelles spatiales en même temps, et de mettre en évidence des **liens entre dynamique et degré d’activité**. J’étudie la dynamique à plusieurs altitudes (dans la photosphère et la chromosphère) afin d’obtenir des informations complémentaires sur les phénomènes observés. C’est la première fois que la dynamique des points faculaires est étudiée **simultanément de manière globale et locale**. Ce travail se situe à l’interface entre deux problèmes : (i) comprendre la physique des facules ; (ii) obtenir des informations

concernant la dynamique solaire en général.

J'introduis tout d'abord les enjeux de l'étude de la dynamique solaire en détaillant le rôle de la rotation dans la théorie de la dynamo, ainsi que les questions du transport de moment cinétique et de la convection. Je passe brièvement en revue les différentes approches possibles pour mesurer la rotation solaire et précise ensuite les objectifs de l'étude de la dynamique solaire à partir des facules. J'ai effectué cette étude à partir des spectrohéliogrammes de Meudon. Je décris le travail important que le traitement de ces images a nécessité. Enfin, je termine par les résultats obtenus.

2.1 Enjeux : pourquoi étudier la dynamique solaire ?

2.1.1 La dynamique et la dynamo solaire

Dans le cadre de la théorie de la dynamo, les **gradients de rotation** à grande échelle spatiale jouent un rôle essentiel. Ils transforment le champ poloïdal en champ toroïdal, et constituent donc l'un des moteurs du cycle solaire. Ce processus conduit à la formation d'une "onde dynamo", qui se traduit observationnellement par le "diagramme papillon" des taches. Un gradient radial de la rotation conduit à une propagation des ondes dynamo dans la direction méridienne (c'est-à-dire vers les pôles ou l'équateur), tandis qu'un gradient latitudinal entraînerait une propagation dans la direction radiale. Comme on n'observe le déplacement de l'onde qu'à la surface solaire, on ne peut pas détecter de mouvement dans la direction radiale. On s'intéresse donc tout particulièrement au gradient radial. Le gradient à l'équateur à la base de la zone convective est de l'ordre de $4,3 \cdot 10^{-4}$ nHz/km (voir figure 2.1). La rotation différentielle latitudinale superficielle est liée au gradient radial. Le signe du gradient contrôle en partie le sens de propagation des ondes de champ toroïdal, il est donc lié au "diagramme papillon".

La connaissance du couplage entre le champ magnétique solaire et les mouvements de convection est essentielle pour modéliser la dynamo solaire non-linéaire. Celle-ci doit en effet prendre en compte la rétroaction du champ magnétique sur les mouvements (voir par exemple la revue de Roberts 1994, ainsi que le chapitre 7). Cette rétroaction permet en effet de limiter la croissance du champ magnétique obtenue à partir d'une théorie linéaire. Dans ce contexte, la dynamique obtenue à partir de différents traceurs *magnétiques* à différentes échelles est cruciale. **Il faut comprendre la rotation solaire et ses variations au cours du cycle pour comprendre l'activité magnétique solaire.**

En outre, la circulation méridienne pourrait également avoir une influence directe sur la dynamo solaire. Plusieurs travaux (Wang et al. 1991; Choudhuri et al. 1995) ont montré que, si, contrairement aux observations, la propagation des ondes en l'absence de circulation méridienne s'effectue vers les pôles, ce sens de propagation pourrait être renversé par la présence d'une circulation méridienne raisonnable (de l'ordre de 7 m/s, valeur en très bon accord avec les observations). Un autre rôle joué par la circulation méridienne pourrait être le suivant. Durney (1995, 1996) a élaboré un modèle dans lequel le champ poloïdal est régénéré *en surface*, à partir du champ toroïdal des régions actives

et des nombreuses petites régions éphémères. Ce champ poloïdal serait ensuite entraîné vers le bas de la zone convective par diffusion et par une circulation méridienne (en direction des pôles à la surface). Dans le cadre de ce modèle, une variation de cette circulation méridienne au cours du cycle est probable (notons que la rotation différentielle de surface ne joue aucun rôle direct dans le mécanisme dynamo classique, au contraire de la circulation méridienne dans ce modèle). Ces modèles doivent être comparés aux observations pour être validés.

2.1.2 Le transport de moment cinétique

Un autre enjeu important est la question épineuse du transport de moment cinétique. En effet, **pour maintenir la rotation différentielle** (avec l'équateur tournant plus vite que les pôles), il faut un **mécanisme de transport de moment cinétique à l'intérieur de la zone convective**. Le moment cinétique solaire actuel est un résidu du moment cinétique originel (qui existait lors de la formation du Soleil), beaucoup plus important. Cette question est liée aux problèmes du mélange se produisant dans la zone convective. Le transport de moment cinétique peut en effet être lié à des transports de matière dans l'étoile. Il régit donc en partie la composition en certains éléments à divers stades de la vie de l'étoile.

C'est la question de l'origine de la rotation différentielle qui m'intéresse ici. Les théories de la rotation différentielle sont construites sur l'équation de conservation du moment cinétique (Gilman 1986; Chiu & Paterno 1992). Principalement deux termes interviennent dans cette équation : un terme axisymétrique (dû à la convection turbulente), et un terme non-axisymétrique (dû à la convection globale). Les modèles du premier type requièrent l'existence d'une circulation méridienne importante et une différence de température entre les pôles et l'équateur. Ceux du deuxième type impliquent des corrélations entre les mouvements dans les deux directions horizontales (Kueker et al. 1993). Elles sont dues à l'interaction entre la force de Coriolis et les mouvements non-axisymétriques (typiquement dans les cellules convectives).

L'estimation de la rotation et de la circulation méridienne peuvent ainsi servir à estimer la partie non-axisymétrique du transport de moment cinétique, la compréhension de celui-ci étant essentielle pour comprendre l'origine de ces mouvements à grande échelle. Notons cependant que les types de transport décrits ci-dessus ne sont pas les seuls possibles. Ainsi, le transport par ondes de gravité créés par la convection pourrait être suffisant pour permettre une rotation rigide de la zone radiative, d'après Kumar & Quataert (1997) et Zahn et al. (1997).

2.1.3 La convection et autres sources de mouvements à petite échelle

Nous avons vu dans les paragraphes précédents le rôle important que pourrait jouer la convection dans le transport de moment cinétique. Les cellules de grandes tailles seraient les plus efficaces pour ce transport. La compréhension de la convection est également essentielle dans un autre contexte, celui de la diffusion et de la distribution des tubes de flux magnétique à la surface du Soleil. En effet, l'interaction entre les cellules convectives (en

particulier la granulation et la supergranulation) et ces tubes de flux magnétique contrôle la distribution spatiale de ces derniers. L'étude des mouvements à petite échelle présentée dans ce chapitre et l'analyse fractale des facules (chapitre 3) se situent dans ce cadre.

2.2 Comment observer la dynamique solaire ?

Je présente ici les différentes méthodes utilisées jusqu'à présent pour mesurer la rotation solaire, ainsi que les principaux résultats (non exhaustifs). Cette section donne un bref état des lieux concernant la connaissance des mouvements à grande échelle du Soleil au début de cette thèse. Trois techniques de nature différente ont été employées : l'effet Doppler, l'identification et le suivi des structures magnétiques, et enfin plus récemment l'héliosismologie.

2.2.1 L'effet Doppler

Le déplacement des raies par effet Doppler donne accès à la vitesse du plasma le long de la ligne de visée. La dynamique ainsi obtenue s'intéresse à la "vraie" rotation du plasma solaire, c'est-à-dire à la rotation du plasma non ou faiblement magnétisé, qui constitue la majeure partie du plasma solaire.

- **La rotation.** La plupart des travaux portent sur la rotation au niveau photosphérique (voir par exemple Howard et al. 1983). L'avantage de cette méthode est la détermination relativement précise de la couche dont on observe la dynamique (c'est la couche où se forme la raie utilisée pour mesurer l'effet Doppler), ainsi qu'une bonne couverture en latitude. Les résultats montrent en général une rotation plus lente que les taches solaires d'environ 2%. Des travaux plus récents confirment cette conclusion, et ne montrent pas de variation significative de la rotation du plasma au cours du cycle solaire (Ulrich & Bertello 1996).

- **La circulation méridienne.** Récemment, Hathaway (1996) a pu également mesurer la circulation méridienne par effet Doppler en utilisant les données de l'expérience d'héliosismologie GONG. Il a observé des variations significatives sur des échelles de temps de quelques mois à un an. Il sera intéressant de regarder les variations à plus grande échelle de temps.

- **La dynamique de la supergranulation.** Outre la rotation à grande échelle, d'autres composantes de la dynamique sont présentes dans le signal, dont celle due aux mouvements ascendants et descendants dans les cellules de supergranulation. L'identification de ce signal permet d'en déduire la vitesse de rotation de ces cellules. Elles tournent nettement plus vite que le plasma, typiquement d'un peu plus de 4%. Duvall (1980) trouve $14,72 \pm 0,07^\circ/\text{jour}$ à l'équateur, confirmé plus tard par exemple par Snodgrass & Ulrich (1990).

Cette méthode présente cependant des inconvénients. Elle souffre de problèmes d'étalement, de lumière diffusée dans l'instrument, et de variations de dissymétrie des raies.

2.2.2 Les traceurs magnétiques

La rotation peut également être déduite de l'observation des différentes structures magnétiques. Elle présente l'inconvénient d'être liée à des traceurs particuliers. En effet, ceux-ci ne sont pas forcément représentatifs du plasma en général, du fait de leur fort champ magnétique. En outre, la dynamique ne peut évidemment être déterminée que lorsque ces structures sont présentes (c'est donc plus difficile lors du minimum du cycle), et aux latitudes où elles apparaissent (pour les taches par exemple, on ne peut pas déterminer la rotation au-delà de 40 degrés de latitude environ). A cause de ces problèmes, la rotation obtenue par effet Doppler est souvent considérée comme étant plus fiable. En réalité, ces traceurs fournissent des informations **originales et complémentaires** de la rotation Doppler, et non pas en contradiction avec elle. L'ensemble des résultats obtenus à partir des différentes méthodes doivent donc être confrontés.

Un inconvénient majeur de l'utilisation de ces traceurs magnétiques est que l'on ne sait pas exactement de quelle couche de la zone convective ils sont représentatifs. En effet, ils sont ancrés plus ou moins en profondeur et donc reflètent la dynamique d'une couche plus ou moins profonde (dont la localisation exacte est inconnue), tout en étant perturbés par celle des couches supérieures.

Tous les traceurs magnétiques tournent plus rapidement (de 2% à 4%) que le plasma observé par effet Doppler. Je présente ici brièvement les différents traceurs utilisés et les principaux résultats.

Les taches

Les taches sont les premiers traceurs à avoir été employés, et elles restent les plus utilisées. Seules les taches permettent d'obtenir des informations directes sur la rotation différentielle lors du minimum de Maunder (Ribes et al. 1987). De nombreux travaux ont ainsi été effectués à partir de dessins de taches (ce qui est surtout important pour les données très anciennes). La plupart des études sur photographies ont utilisé des données de l'Observatoire de Greenwich (Ward 1965; Balthasar et al. 1986), du Mont Wilson (Howard et al. 1984) et de Meudon (Nesme-Ribes et al. 1993a, 1993b).

Des dépendances avec l'âge des taches et leur taille (rotation plus rapide des taches plus jeunes et plus petites), le type de taches (les taches isolées tournent plus vite) et la phase du cycle (rotation "plus différentielle" lors du minimum du cycle) ont été trouvées, ainsi que des différences entre taches de tête et taches de queue (Nesme-Ribes et al. 1993a et références incluses). La rotation plus rigide des taches a été souvent interprétée par un ancrage profond de ces structures. En effet, l'héliosismologie montre que la rotation à la base de la zone convective est plus rigide qu'en surface. Cependant, ceci n'explique pas leur rotation plus rapide (la base de la zone convective aux latitudes inférieures à 30 degrés tourne non seulement plus rigidement, mais également moins vite que l'équateur).

Leur circulation méridienne a également été observée (Ribes et al. 1985; Ribes 1986) et présente des bandes où elle est alternativement dirigée vers l'équateur et vers le pôle, avec une structure symétrique par rapport à l'équateur. Ces bandes pourraient être interprétées comme des cellules convectives.

Les filaments

Les filaments sont des structures qui persistent assez longtemps et sont présents à toutes les latitudes. Ils sont bien observés dans la raie H_{α} par exemple. Leur rotation différentielle a été étudiée par D'Azambuja & D'Azambuja (1948) à partir des observations effectuées à Meudon. Mouradian & Soru-Escout (1989) ont observé la présence dans certains filaments de "points-pivots", dont la rotation est rigide. Ils ont fait l'étude entre la relation de la présence de ces points-pivots et la disparition brusque de certains filaments. Une analyse plus récente et automatique des filaments a été effectuée par Collin & Nesme-Ribes (1995) : la rotation trouvée est assez proche de celle des facules.

Les filaments présentent cependant l'inconvénient d'être des structures très étendues verticalement, et les effets de perspective peuvent introduire des biais importants qui compliquent l'analyse des résultats.

Les facules

Belvedere et al. (1976, 1977) ont étudié la rotation et la circulation méridienne des facules chromosphériques. Elles sont identifiées par leur barycentre : c'est la dynamique de celui-ci qui est donc analysée. Ce travail a été repris par Ternullo (1986) sur les mêmes données afin de mettre en évidence des variations de la rotation avec la taille des facules. Cependant, les données utilisées proviennent de dessins (Observatoire de Catania), elles sont donc bien moins précises que des clichés.

Le champ magnétique à petite échelle

Le champ magnétique à petite échelle a été étudié entre autres par Howard et al. (1990), Komm et al. (1993, 1994b), à l'aide de corrélations entre des magnétogrammes relatifs à deux jours consécutifs. La rotation différentielle, la circulation méridienne, ainsi que la "covariance" (corrélation entre les deux), ont ainsi été étudiées au niveau de la photosphère, de même que leur variation au cours du cycle. Antonucci et al. (1990) ont également étudié la rotation des structures magnétiques à grande échelle à partir de la transformée de Fourier de la série temporelle constituée par les magnétogrammes. Ils ont observé des variations au cours du cycle, et ont détecté pour la première fois au niveau photosphérique une dissymétrie nord-sud importante ($0,5^{\circ}$ /jour de différence aux latitudes moyennes).

Les structures actives de la couronne

La rotation de la couronne a été étudiée entre autres par Antonucci & Svalgaard (1974). Les structures actives de la couronne présentent une rotation différentielle assez proche de celle de la photosphère, tandis que la couronne calme tourne relativement rigidement. Plus récemment, Hassler & Tomczyk (1996) ont effectué l'analyse de Fourier d'une série temporelle d'images en lumière blanche polarisée. Des variations avec la latitude et l'altitude ont été trouvées (la rotation différentielle est plus marquée dans les couches les plus basses, et elle y est également plus rapide), ainsi qu'une rotation légèrement plus faible au minimum du cycle. L'étude de la rotation de la couronne et de ses différentes composantes (très ou peu magnétiques) permet d'étudier l'interface entre le comportement du champ magnétique au niveau photosphérique et le vent solaire.

2.2.3 L'héliosismologie

Enfin, l'héliosismologie est une méthode récente qui a fait ses preuves depuis plus d'une dizaine d'années (voir chapitre 5 pour plus de détails). L'observation des oscillations cohérentes à la surface du Soleil permet entre autres d'estimer la rotation du plasma, non seulement en fonction de la latitude, mais également en fonction de la profondeur (par exemple Thompson et al. 1996, Kosovichev et al. 1997). En effet, en l'absence de rotation, chaque mode (n, ℓ) serait dégénéré $2\ell + 1$ fois. La rotation solaire lève cette dégénérescence du spectre en m (ordre azimutal, correspondant au nombre de lignes nodales coupant l'équateur) : pour chaque degré ℓ et ordre radial n , les $2\ell+1$ spectres en m sont centrés sur différentes fréquences : les modes se propageant dans la direction de la rotation sont décalés vers de plus hautes fréquences, tandis que les modes se propageant en sens contraire sont décalés vers de plus faibles fréquences. Les modes de degrés les plus faibles pénétrant plus profondément dans l'intérieur que les modes de plus hauts degrés, ils donnent des informations sur la rotation dans les couches respectivement profondes et proches de la surface. En outre, la prise en compte des différentes valeurs de m (à n et ℓ donnés) permet d'en déduire la variation en latitude. La figure 2.1 montre un exemple typique de la rotation interne obtenue.

Une approche nouvelle de l'héliosismologie permet également de mesurer des champs de vitesse locaux, en observant directement la propagation des ondes. Cette héliosismologie locale a ainsi permis de mesurer des mouvements ascendants très importants juste sous les taches solaires (Lindsey et al. 1996).

Avec les expériences actuelles de GONG et SOHO (MDI, GOLF, VIRGO), ces techniques, étudiant d'une part les modes résonants, et d'autre part les ondes progressives locales, vont prochainement fournir beaucoup d'informations. En particulier, il va être possible d'étudier les variations de la rotation sur différentes échelles temporelles (de l'ordre du mois ou de l'année) et en fonction de l'activité solaire (Thompson et al. 1996).

Par contre, l'héliosismologie ne permet que difficilement de mesurer la circulation méridienne (d'où l'importance des observations par effet Doppler et à l'aide des traceurs magnétiques présentées au début de cette section), car son influence sur les fréquences

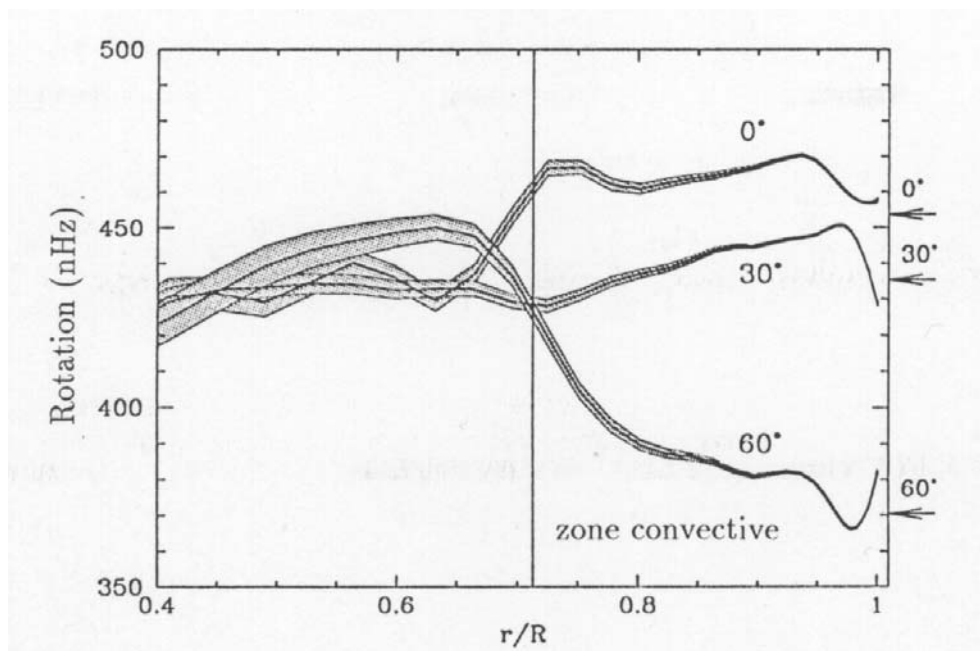


Figure 2.1 : Rotation à 3 latitudes différentes en fonction de la distance au centre (en fraction de rayon solaire), obtenue par inversion des premières données de GONG. La rotation est très différentielle et constante sur l'ensemble de la zone convective. Le gradient radial est important entre celle-ci et la zone radiative, où la rotation est relativement constante en latitude. Les flèches de droite indiquent la rotation du plasma à la surface, observée par effet Doppler. (d'après Kosovichev et al. 1997)

des modes s'annule au premier ordre dans la théorie des perturbations. Aucun résultat n'a encore été publié sur ce sujet.

2.3 Les apports d'une étude approfondie des facules

Par rapport à l'ensemble de ces méthodes, je donne maintenant des précisions sur les facules, que j'ai plus particulièrement étudiées, ainsi que sur les avantages des données de Meudon et de la méthode utilisée.

L'objectif de mon travail est de réaliser une étude approfondie de la dynamique des facules. Je me suis principalement intéressée aux facules photosphériques. J'ai également étudié les facules chromosphériques (plus souvent appelées "plages", mais j'emploierai ici le terme général "facule" à la place du mot "plage"). Les facules ont l'avantage par rapport à beaucoup d'autres traceurs magnétiques d'être **largement répandues** à la surface solaire. Leur champ magnétique est plus faible que dans les taches (1 à 2 kG au lieu de plusieurs milliers de gauss) et elles ont une structure fine (elles sont constituées de tubes de flux de faible diamètre, probablement inférieur à 300 km). Leurs interactions avec les mouvements environnants vont donc être différentes et elles vont nous renseigner sur **d'autres couches de l'intérieur du Soleil** (probablement plus proches de la surface

que celles décrites par les taches).

Comme je l'ai mentionné plus haut, les analyses des facules effectuées jusqu'à maintenant reposaient sur des dessins, elles sont donc de nature plutôt qualitative. En outre, la dynamique était alors estimée à partir des positions des barycentres des facules, qui présentent le défaut d'être très sensibles à la disparition et à l'apparition de flux d'un jour à l'autre. Des analyses quantitatives ont cependant été réalisées sur des magnétogrammes par Howard et al. (1990), à l'aide de corrélations d'images. Cette méthode présente également des inconvénients, et je reviendrai sur ce point en section 2.7.2.

J'ai étudié les facules à partir des spectrohéliogrammes de Meudon. Au lieu d'utiliser une méthode de barycentre ou de corrélation d'images, nous avons choisi de fonder **la détermination de la dynamique sur les vitesses des points brillants faculaires**. La position des points brillants dans les facules est visuellement déterminée sur les images numérisées, regroupées par couples de spectrohéliogrammes effectués lors de deux jours consécutifs (les caractéristiques de la méthode sont présentées en détail en section 2.4.3).

L'analyse des facules par cette méthode est adaptée à l'étude de l'interaction entre la dynamique et l'activité solaire, grâce aux différentes échelles concernées et à la grande quantité d'images disponibles. La longue série de données de l'Observatoire de Meudon permet d'analyser **la dynamique à grande échelle** telle que la rotation différentielle ou la circulation méridienne, intéressantes dans le cadre de la dynamo.

Cette méthode, contrairement à l'utilisation des barycentres des facules ou à la corrélation d'images, me permet également d'observer simultanément **la dynamique à petite échelle** des facules (à l'échelle de quelques secondes d'arc ou quelques dizaines de secondes d'arc). Cette étude des petites échelles (par l'intermédiaire de la distribution de vitesses et de sa structure fine) donne des informations sur le comportement des tubes de flux dans leur environnement de cellules convectives : en effet, toute une hiérarchie de mouvements convectifs contribue à l'écart type des vitesses des structures magnétiques. On peut donc déduire certaines de leurs propriétés en étudiant par exemple les variations de l'écart type des vitesses au cours du cycle solaire. Rappelons cependant que les vitesses à petite échelle spatiale sont ici moyennées sur 24 heures. Les mouvements observés sont donc d'amplitude plus faible que ceux qui pourraient être obtenus à partir d'images séparées par exemple d'une heure.

2.4 La détermination de la dynamique à partir des spectrohéliogrammes

Je présente maintenant les images utilisées, les traitements réalisés, puis les caractéristiques de la méthode employée pour déterminer la rotation et la circulation méridienne lors de ce travail.

2.4.1 Les données

J'ai donc utilisé les spectrohéliogrammes K_{1v} et K_3 obtenus à Meudon, dans la raie Ca II K du calcium. Je m'intéresse aux facules aux niveaux de la photosphère (spectrohéliogrammes K_{1v}) et de la chromosphère (spectrohéliogrammes K_3). Les spectrohéliogrammes K_{1v} montrent également les taches, tandis que les spectrohéliogrammes K_3 font apparaître les filaments et les points brillants du réseau chromosphérique.

Les spectrohéliogrammes sont obtenus en faisant défiler la fente d'entrée du spectrographe sur le disque solaire en même temps que la fente de sortie. Ils présentent l'avantage par rapport aux images obtenues à l'aide d'un filtre de permettre plus facilement une bande passante étroite, ainsi qu'une plus grande stabilité de la longueur d'onde sélectionnée. Une description de l'instrument peut être trouvée dans Deslandres (1910).

Pour permettre des analyses automatiques et précises, la numérisation des spectrohéliogrammes utilisés dans ce travail a été commencée à l'initiative d'Elizabeth Nesme-Ribes avec la MAMA (Machine à Mesurer pour l'Astronomie, Observatoire de Paris), avec une résolution de $1,8''$ par pixels (soit 1300 km à la surface au centre du disque). J'ai également demandé la numérisation de nombreuses images supplémentaires analysées dans la suite de ce chapitre. J'ai sélectionné des images entre le 1^{er} avril et le 15 septembre de chaque année. En effet, durant les mois d'hiver, l'image du disque solaire est tournée d'un angle supplémentaire, à cause la position basse du Soleil et des ombres qui pourraient en résulter sur le premier miroir, car cet angle imprécis risque d'introduire des biais dans les mesures de rotation.

L'étude a porté sur le cycle 19, entre 1957 et 1964. Cette période a été choisie car il s'agit du cycle le plus actif observé jusqu'à présent. La dynamique est déterminée entre deux jours consécutifs, les images sont donc analysées par "couple". La table 2.1 récapitule le nombre d'images analysées.

2.4.2 La géométrie des images

J'ai ensuite établi des procédures systématiques de traitement de ces images numérisées. Une analyse approfondie a permis d'éliminer des biais et d'augmenter la précision. Le calcul du rayon et de la position du centre du disque solaire est un point crucial car il peut introduire des biais importants dans les mesures de rotation. Une erreur de 1 pixel sur le rayon (qui est typiquement de l'ordre de 535 pixels sur ces images) produit ainsi une erreur systématique sur la rotation de l'ordre de $\sim 0,04^\circ/\text{jour}$. Je présente tout d'abord la procédure de calcul du rayon et du centre du disque solaire, puis j'examine la correction des distorsions des images.

Le calcul du rayon et de la position du centre du disque solaire

J'ai effectué le calcul du rayon et de la position du centre du disque solaire selon la démarche suivante. A partir d'une position approximative du centre du disque et d'une valeur de l'ordre de grandeur du rayon, je recherche les points du limbe de manière itérative. Les points du limbe sont définis par le point d'inflexion du profil d'intensité.

Table 2.1 : Nombres de “couples d’images” analysées et de points sélectionnés selon la méthode décrite en 2.4.3. Les chiffres entre parenthèses représentent la quantité analysée pour identifier les points du réseau quand elle est différente de celle utilisées pour l’étude des facules.

année	couples d’images K_{1v}	points K_{1v} (facules)	couples d’images K_3	points K_3 (facules)	points K_3 (réseau)
1957	36	4277	4	883	1203
1958	67	10826	6	1572	2000
1959	89	10697	22 (4)	5276	1558
1960	78	8123	2	441	997
1961	77	5535	4	373	1516
1962	51	3315	3	283	1696
1963	34	1943	3 (1)	153	677
1964	87	2718	-	-	-
1957-1964	519	47434	44	8981	9647

Une analyse préliminaire permet :

- de trouver une position approximative du centre du disque (X_d, Y_d) en calculant la position du barycentre des points tels que leur intensité soit au dessus d’un certain seuil. Le seuil est calculé à partir de l’intensité moyenne au centre de l’image I_c et de l’intensité dans un coin de l’image I_f :

$$\text{seuil} = I_f + 0,05(I_c + 3\sigma_c - I_f),$$

où σ_c est la dispersion d’intensité obtenue au centre de l’image. Ce seuil est donc compris entre l’intensité du fond I_f et une *estimation* de l’intensité maximale au centre du disque $(I_c + 3\sigma_c)$. La valeur de 0,05 a été choisie empiriquement de manière à permettre une convergence ultérieure du rayon : une valeur trop grande entraîne une divergence vers 0, et une valeur trop faible le fait diverger vers de grandes valeurs. Typiquement, I_f est de l’ordre de quelques centaines, I_c de l’ordre de quelques milliers, et σ_c de l’ordre de quelques centaines. L’utilisation de σ_c permet de donner une estimation de l’intensité maximale sur le disque et le choix de la valeur particulière 0,05 dépend du terme en σ_c . Une première estimation du rayon R est également déduit du nombre de points sélectionnés N , par $R = \sqrt{N/\pi}$.

- de “nettoyer” l’image en dehors du disque ainsi déterminé : l’intensité des points situés en dehors du disque de rayon $R + 20$ pixels et centré sur (X_d, Y_d) est mise à zéro. Ceci a pour but d’éviter une mauvaise identification du limbe dans la procédure suivante, ce qui pourrait se produire à cause de tous les défauts présents en dehors du disque. En effet, la numérisation est faite sur l’ensemble de la plaque photographique, et contient donc des zones blanches (étiquette, marquage des pôles).

Ensuite, j’itère le processus suivant jusqu’à convergence du rayon et de la position du centre du disque :

(1) les pixels le long d'un segment joignant (X_d, Y_d) au bord de l'image sont examinés, en partant de l'extérieur. 3600 angles sont utilisés (cela donne 3600 positions sur le limbe, ce qui fournit un bon échantillonnage du limbe de rayon 535 pixels);

(2) un pixel le long de ce rayon est sélectionné comme étant proche du limbe si son intensité et celle des quatre pixels suivants sont au dessus du seuil :

$$\text{seuil} = I_f + \eta(I_d - I_f),$$

avec I_d une intensité moyenne du disque (les points du disque étant pris tels que leur intensité soit comprise entre $I_c/2$ et $2I_c$), et avec η valant 0,2 pour les clichés K_{1v} et 0,3 pour les clichés K_3 . De même que précédemment, ces valeurs particulières ont été choisies empiriquement de manière à permettre une convergence du rayon. Ce seuil est ajusté à chaque itération.

(3) le profil autour du premier point trouvé est alors ajusté par un polynôme de degré 3. Le **point d'inflexion** de ce nouveau profil est considéré comme étant point du limbe ;

(4) le barycentre de toutes ces positions donne une nouvelle position (X_d, Y_d) pour le centre du disque. Un nouveau rayon R est également obtenu. Les points situés trop à l'écart sont éliminés (ainsi que les points situés à leur opposé sur le disque). Le nombre de points éliminés ne représentent pas plus de 5% du nombre total.

La correction des distorsions

Les images doivent ensuite être corrigées d'un certain nombre de distorsions géométriques. Celles-ci sont produites lors des observations, à cause du défilement irrégulier de la fente sur le disque solaire, ainsi que du fait des courbures des fentes utilisées. Les détails des corrections sont décrites dans Mein & Ribes (1990). Le principe est le suivant : le profil obtenu (rayon en fonction de l'angle polaire) est décomposé en une série de Fourier. Les distorsions de l'image sont ainsi déterminées à travers la déformation du limbe. Chaque coefficient (d'un ordre pair ou impair) est lié à un type de défaut, qu'il est ainsi possible de mesurer et donc de corriger. L'amplitude des déformations du limbe est de l'ordre de quelques pixels.

En ce qui concerne les spectrohéliogrammes K_{1v} , seuls ceux dont la dispersion de rayon obtenue était inférieure à 1 pixel (après correction des distorsions) ont été conservés. Ce critère était trop difficile à appliquer aux spectrohéliogrammes K_3 , à cause de la présence fréquente de protubérances qui augmentaient cette dispersion. L'erreur sur le rayon reste cependant acceptable. En effet, elle est égale à $\sigma/60$; pour $\sigma \sim 3$, qui est le maximum trouvé, elle est donc encore assez faible, de l'ordre de 0,05 pixels, soit une erreur typique sur la rotation de $\sim 0,002^\circ/\text{jour}$.

2.4.3 La détermination de la rotation et de la circulation méridienne

Les facules

La figure 2.2 présente une région active telle qu'elle apparaît lors de deux jours consécutifs. En comparant visuellement les images numérisées de deux jours consécutifs, des "points faculaires", c'est-à-dire des **points brillants des facules**, sont identifiés et associés. De ces deux positions, il est donc possible de déduire les vitesses dans la direction est-ouest (rotation) et nord-sud (circulation méridienne) pour chaque point ainsi sélectionné. Le suivi d'un point donné ne se fait que sur deux jours consécutifs : ce sont d'autres points qui sont sélectionnés sur d'autres images.

L'identification se fait essentiellement en tenant compte du *contexte* (structures environnantes). Les parties les plus brillantes d'une facule un jour donné ne seront pas forcément les mêmes le lendemain, c'est pourquoi le contexte est essentiel (par exemple, on peut ainsi associer deux points dont l'un est brillant et l'autre un peu moins). Ainsi, il est possible de tenir compte de l'émergence de flux nouveau par exemple, ou de toute distorsion de la facule. Contrairement à une méthode complètement automatique, la méthode utilisée ici permet de ne choisir que les régions pour lesquelles une identification est effectivement possible.

Le nombre de points identifiés lors d'une période de grande activité est de l'ordre de 160 par couple d'images. La qualité des images influence également le nombre de points sélectionnés. Ainsi, lorsque le *seeing* est mauvais, les structures sont élargies. Il est alors plus difficile de situer les points avec précision. Selon la taille de la facule et sa compacité, plus ou moins de points peuvent être identifiés : en effet, plus la structure est étendue (c'est généralement le cas des facules âgées), plus il est facile d'identifier des points. En effet, je sélectionne surtout les points sur les bords des facules, ou bien là où de grandes variations d'intensité sont présentes. Les contrastes des structures sont variables d'un jour à l'autre car les spectrohéliogrammes ne sont pas étalonnés en intensité.

Je définis les facules jeunes comme celles apparues sur le disque depuis moins de 4 jours, les facules vieilles étant les autres. Les facules dont on n'a pas été témoins de l'apparition sur le disque visible, et dont l'âge est donc inconnu, sont comptées comme vieilles. J'ai analysé séparément les facules jeunes et vieilles afin de mettre en évidence d'éventuelles variations de leur dynamique, comme cela avait été observé par Belvedere et al. (1977).

Les points brillants du réseau

Par ailleurs, un autre type de structure est visible sur les spectrohéliogrammes K_3 : les points brillants du réseau chromosphérique (figure 2.2). Ces structures brillantes sont situées en dehors des régions actives. Comme les facules, ces petites structures présentent un champ magnétique important. Elles sont généralement concentrées vers les bords des cellules de supergranulation, où elles ont été probablement repoussées par les mouvements horizontaux dirigés vers l'extérieur des cellules (d'où la dénomination de réseau). La nature de ces points brillants n'est pas encore une question résolue. Les tubes de flux dont sont constitués les facules pourraient être analogue à ces points brillants.

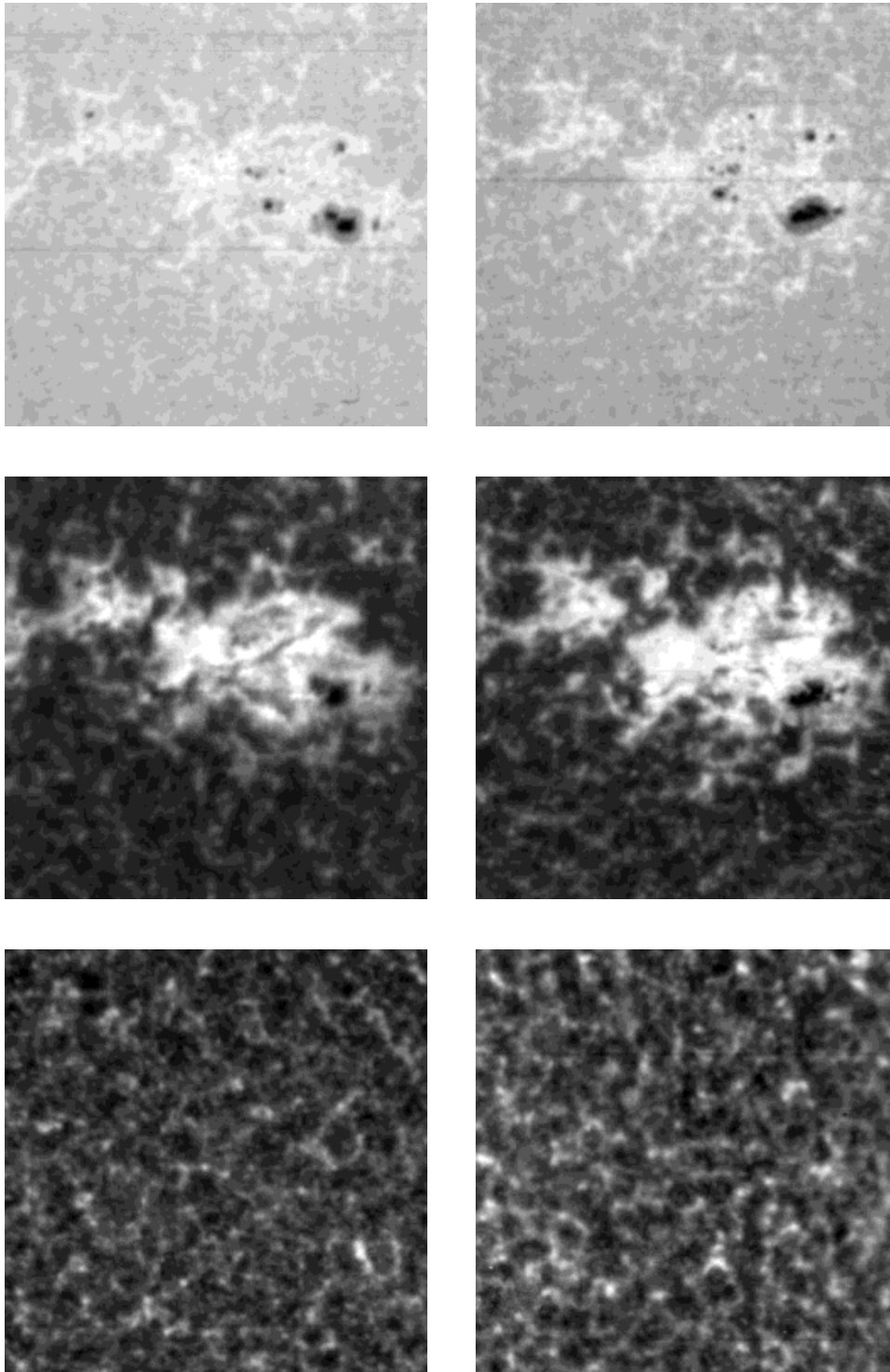


Figure 2.2 : Détails de spectrohéliogrammes, lors de deux jours consécutifs (jour 1 à gauche, jour 2 à droite). En haut : spectrohéliogramme K_{1v} , région active. Au milieu : spectrohéliogramme K_3 , la même région active. En bas : spectrohéliogramme K_3 , points brillants du réseau (période de minimum). Chaque figure individuelle fait environ 330 000 km de côté.

Dans ce contexte, j'ai cherché à étudier leur dynamique afin de la comparer à celle des facules. Dans ce qui suit, j'appellerai "points brillants" ces points du réseau, tandis que les "points faculaires" seront ceux situés dans les facules.

La principale difficulté (et limitation) du suivi de ces points brillants en dehors des régions actives est leur durée de vie limitée : la plupart durent moins d'une journée. Donc les points brillants visibles un jour ont souvent disparu le lendemain. Comme d'autres points brillants sont apparus dans le même temps et en des positions voisines (Muller 1983), il y a un grand risque de confusion. Contrairement aux facules, les points sont assez espacés, et donc on manque de repères pour les identifier. La méthode que j'utilise consiste alors à se servir des cellules de la supergranulation, quand elles ont survécu (leur durée de vie moyenne est en effet de l'ordre de 1 jour), comme contexte pour l'identification de ces points. Il faut bien garder à l'esprit cette limitation. L'objectif de ce travail est l'observation du champ magnétique à petite échelle semblable à celui défini par Howard et al. (1990) à l'aide de corrélations entre magnétogrammes. Ceux-ci étant séparés par un jour au moins, les mêmes problèmes que ceux rencontrés ici se posent, sauf que dans le cas de la corrélation, il n'y a pas de contrôle de la pertinence du suivi. Ce point sera discuté en section 2.7.2.

La quantité de données analysées

Les nombres de points faculaires et de points brillants du réseau obtenus sont indiqués dans la table 2.1. J'ai obtenu un nombre total de 47434 points de facules photosphériques pour l'ensemble des années 1957-1964, ce qui fournit un échantillon statistiquement très significatif. L'analyse des facules photosphériques est présentée dans la section suivante. En ce qui concerne les spectrohéliogrammes K_3 , un nombre moins important d'images a été traité. J'ai également obtenu 8981 points faculaires chromosphériques et 9647 points du réseau, pour l'ensemble du cycle 19. La dynamique au niveau chromosphérique est présentée en section 2.6, où une comparaison avec les facules photosphériques est établie.

2.5 La dynamique des facules photosphériques

Je présente tout d'abord une analyse des facules photosphériques. Les premiers résultats obtenus sur la rotation et la circulation méridienne des facules photosphériques sont d'abord présentés brièvement, puis décrits en détail dans deux articles joints. La suite de l'analyse concerne essentiellement les deux types de populations détectées, et la dépendance en longitude des propriétés observées.

2.5.1 La dynamique des facules du cycle 19 : la rotation

L'analyse de la rotation des facules photosphériques au cours du cycle 19 a apporté un certain nombre de nouveaux résultats. Je n'ai pu effectuer cette étude que grâce à la grande quantité d'images traitées et à leur homogénéité (mêmes images, de qualité constante, sur l'ensemble de la période étudiée), ainsi qu'à la précision de la méthode.

(1) l'existence d'une **dissymétrie nord-sud de grande amplitude** (jusqu'à 1° /jour de différence entre le nord et le sud à latitude moyenne, soit 7% de la rotation à l'équateur). Cette dissymétrie pourrait être liée à l'activité solaire car l'hémisphère nord, qui tournait le plus vite, était également le plus actif. Cependant, aucune variation de la dissymétrie de la rotation n'a été détectée au cours du cycle. Une analyse approfondie de ce type de dissymétrie, ainsi que de son évolution à long terme, devra fournir des informations importantes concernant les non-linéarités de la dynamo.

(2) la présence de **deux populations distinctes**, l'une présentant une rotation plus faible que l'autre, avec un écart type également plus petit. La proportion de points faculaires appartenant à cette population semble varier au cours du cycle, avec un maximum lors du maximum du cycle en 1959 (10% des points). Leur rotation semble aussi plus rigide, et ces points sont nettement plus nombreux dans l'hémisphère nord.

(3) Des **bandes de latitudes**, dans lesquelles la rotation est alternativement plus lente et plus rapide que la moyenne, sont également observées. La structure est assez similaire à celle observée par Snodgrass (1991) à partir de magnétogrammes, mais la dissymétrie nord-sud observée ici est importante. Ces ondes de torsion, découvertes par Howard & Labonte (1980) à partir d'images Doppler, ont été interprétées comme étant la réaction de la dynamique aux variations de la force de Lorentz au cours du cycle (Schuessler 1981; Yoshimura 1981). Ces observations ne sont donc pas nouvelles (bien que ce soit la première fois qu'elles soient détectées en utilisant les facules), mais elles mettent en avant la qualité de nos données et de notre analyse.

(4) Les facules présentent une **variation de la rotation au cours du cycle** solaire assez faible (rotation de $0,05^\circ$ /jour plus faible au minimum du cycle, pas de variation de la rigidité de la rotation).

(5) Aucune différence significative entre les **facules jeunes et vieilles** n'a été observée.

Les barres d'erreurs sur la rotation observée sont de l'ordre de $0,005^\circ$ /jour pour une moyenne sur l'ensemble du cycle dans une bande de latitude de 5° de large. La dispersion des vitesses (de l'ordre de $0,5^\circ$ /jour) est due à trois facteurs :

- (i) erreurs sur les caractéristiques du disque solaire (négligeables, voir section 2.4.2)
- (ii) erreurs lors de l'identification (de l'ordre du pixel)
- (iii) différences de vitesse intrinsèques entre les points faculaires : c'est la principale contribution.

Article : Meunier N., Nesme-Ribes E. & Grosso N., "Cycle 19 facula dynamics I. Angular rotation", 1997, *Astron. Astrophys.* **319**, 673-682

Cycle 19 facula dynamics

I. Angular rotation

N. Meunier¹, E. Nesme-Ribes¹, and N. Grosso¹

URA 2080 CNRS, Département d'Astronomie Solaire et Planétaire, Observatoire de Paris, 5 Place Janssen, F-92195 Meudon, France

Received 20 May 1996 / Accepted 14 August 1996

Abstract. Our analysis of photospheric facula rotation throughout cycle 19 has yielded a number of new findings: (1) The existence of a strong north-south asymmetry of the rotation rates (of as much as $1^\circ/\text{day}$), related to the magnetic activity level. (2) The presence of two distinct populations that possibly reflect the complexity of dynamo waves at the interface between the convective zone and the radiative zone. (3) A pattern of slow/fast rotation zones similar to the magnetic torsional oscillation discovered by Snodgrass (1991). Facula rotation showed little time-dependence throughout solar cycle.

Key words: Sun: faculae – Sun: rotation – Sun: activity – Sun: magnetic fields – sunspots

1. Introduction

The coupling between solar magnetic fields and convective flows is of importance for modeling the solar nonlinear dynamo, in which the back-reaction of magnetic fields on flows must be taken into account (for a review, see Roberts 1994). Among the questions to be addressed, the dynamics of the various magnetic scales is of crucial importance. Sunspots have been widely used, and notably to probe the deep convective layers (Collin et al. 1995). Photospheric faculae are also the manifestation of concentrated azimuthal fields. They are more widely distributed than sunspots, and persist longer. However, magnetic fields within a facula might be less intense than in sunspots, and thereby the coupling with surrounding plasma would be different.

There is a need for extensive study of facula rotation. Attempts have been made to track individual faculae (by following their barycenter motion) by Belvedere et al. (1977). These authors found that smaller faculae rotate faster than larger ones, whatever the compactness. Their study is subject to rather large uncertainties: the barycenter of a facula is determined with an

error of about 10% in the $\pm 25^\circ$ latitude belt. Magnetic elements visible on the Kitt Peak magnetograms can also be used to determine solar rotation, and there is a close correspondence between these features and photospheric faculae (Nesme-Ribes et al. 1996a). Komm et al. (1993) studied the rotation of magnetic elements through cycle 21, with much better precision than Belvedere et al. (1977), and obtained a rotation distribution close to that of the unmagnetized convective layers. Komm et al. also observed some variability in the differential rotation through the solar cycle as shown by cycle 21 sunspots, but of smaller amplitude. Antonucci et al. (1990) performed a Fourier analysis of large-scale photospheric features on magnetograms, by latitude bands, and detected a strong north-south asymmetry of the rotation rate (a north-south difference larger than $0.5^\circ/\text{day}$ at mid-latitudes) for the first time at the photospheric level.

The aim of this paper is to make an extensive analysis of the rotation of photospheric facular bright points during cycle 19. In a companion paper (Meunier et al. 1996, referred to hereafter as Paper II), we shall present results concerning meridional circulation and Reynolds stresses that are of fundamental importance for the maintenance of the differential rotation in the convective zone. We first present the data and the tracking procedure (Sect. 2), and then discuss a possible bias inherent in spectroheliograms, in Sect. 3. The north-south asymmetry throughout cycle 19 is examined in Sect. 4. The time-dependence of the facula rotation rate is discussed in Sect. 5. Our data reveal the existence of two distinct populations, whose characteristics are listed in Sect. 6. Lastly, a torsional oscillation pattern is traced by faculae (Sect. 7).

2. Observational data and tracking procedure

Our study deals with faculae displayed on the Meudon K_{1V} spectroheliograms (1.5 \AA off the Ca II K line center with a 0.14 \AA passband), which show faculae and sunspots at the photospheric level. The height of formation of K_{1V} is approximately 500 km (Vernazza et al. 1981). This is close to the height of about 425 km for a 1000-gauss field and of 300 km for a 2000-gauss field above the $\tau = 1$ level, which are commonly used values (Nesme-Ribes et al. 1996a).

Send offprint requests to: N. Meunier

K_{1V} spectroheliograms have been digitized with 1.8 arcsec pixel size, which is the average spatial resolution obtained at Meudon. The solar radius is determined as follows. An approximated limb is first detected with a fixed brightness threshold. Then an inflection point is found by interpolating the radial intensity profile at each point of the approximated limb, yielding a better definition of the limb. Inherent scanning distortions are corrected (Mein & Ribes 1990) using the resulting radius versus polar angle: spectroheliograms are selected whose radius dispersion is less than one pixel.

The procedure for tracking the bright points forming a facula was described in Collin et al. (1995). We visually associate if possible each facular point present in a given image with the point corresponding to it in the following image. From this, we get the rotation rate and meridional motion for each facular point. Each bright point selected has an average size of 2 to 6 arcseconds. The number of points selected within a given facula depends on the facula size, its compactness, and the seeing conditions. This differs from studies in which the rotation is determined by the displacement of the faculae barycenter (Belvedere et al. 1977). In practice, our selection applies to well-defined faculae, or parts of faculae only, and discards the rest. The rotation rate corresponding to a given facula contains an additional component due to the time variation of the facula. We could identify about 160 points per image pair without ambiguity when the Sun was active. As we restricted our study to high-quality images, an average of 66 pairs were selected each year. A total of 47434 points were tracked over the period 1957-1964.

3. Sources of error

In earlier papers (Mein & Ribes 1990; Collin et al. 1995), we listed the various errors inherent in spectroheliograms and in the tracking procedure used. The random error on each velocity measurement is 15 m/s at the disk center. But there is one cause of distortion that has been largely overlooked: the curvature of spectral lines after passing through the dispersing system. It is well-known that prisms and gratings curve the spectral lines. This can theoretically be corrected with a judicious choice of spectrograph exit slit. Before 1989, the Meudon spectroheliograph was equipped with two dispersing systems: a grating for the H_α line and prisms for the Ca II K line. Each system introduced a different curvature for each line. For reasons of convenience, a single exit slit was adopted at that time, and its curvature was a compromise for the two lines (Ca II K and H_α). As a result, a second order curvature effect remains in the K_{1V} spectroheliograms, leading to an east-west asymmetry that we detected. However, we cannot exclude other unknown causes for east-west asymmetry. If the bright points were uniformly distributed over the solar disk, there would be as many east points as west, so the averaged rotation would not show any significant bias. However, the distribution is not homogeneous so the bias has to be corrected.

The slit bias is corrected as follows. We first compute the latitude-averaged rotation rate versus disk longitude, referred

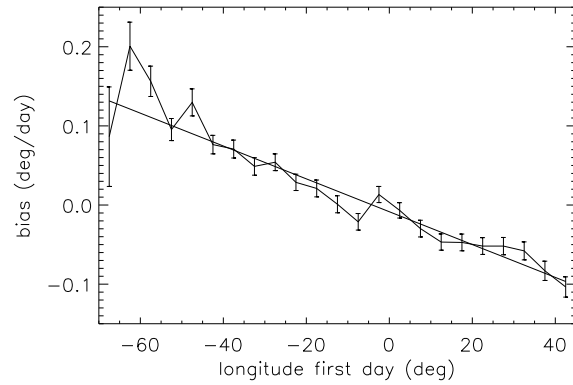


Fig. 1. “Real bias” in degrees/day versus the facular points longitude of the first day of the image pair. This bias is obtained by subtracting a synthetic bias (rotation versus longitude for the real point distribution and an average rotation with a latitude-dependence only) from the observed rotation versus longitude. The straight line is a linear fit on the curve, and has a slope of $-2.075 \cdot 10^{-3} \text{ day}^{-1}$

to as the “observed bias”. Then we calculate the bias we would observe with the real point distribution on the disk, but with the longitude-averaged observed rotation rate (i.e. with latitude-dependence only). Then we subtract this synthetic bias from the observed one, which gives the “real bias” shown in Fig. 1. This is necessary to take the north-south distribution of points into account along with the differential rotation. A linear fit over the whole cycle has a slope of $-2.075 \cdot 10^{-3} \text{ day}^{-1}$. This mean bias reaches one pixel, and shows a linear longitude-dependence over the $[-50^\circ, 40^\circ]$ range. This curve does not seem to vary much with the cycle phase, and is latitude-independent. Because there are few sunspots compared with facular elements, the bias was smoothed out by the large dispersion of rotation rates in previous sunspot studies of the same images.

Assuming the bias to be negligible at the disk center, the rotation rate can be corrected for each longitude and for the whole data set. The bias (Fig. 1) is linearly modeled as

$$bias = ax + b, \quad (1)$$

where x is the disk longitude, and a the slope ($-2.075 \cdot 10^{-3} \text{ day}^{-1}$ as determined from Fig. 1). Then the correction to be applied to longitude-averaged rotation rates is

$$Corr = \left(\frac{\sum_{i=1}^N N_i x_i}{\sum_{i=1}^N N_i} - \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right) a, \quad (2)$$

where x_i is the longitude of a bin, N_i the number of points within the bin, and N is the number of bins. Table 1 lists the corrections applied to faculae for the different years. In the following sections, facula rotation rates will be corrected using Table 1.

4. Rotation of photospheric faculae: north-south asymmetry

Facular angular rotation is given in sidereal rates. We show angular sidereal rates for facular bright points (Fig. 2) after

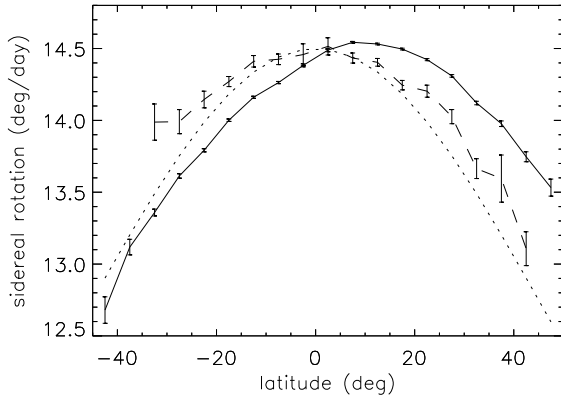


Fig. 2. Faculae sidereal rotation rate from 1957 to 1964 (solid line), after correction of the slit bias, and sunspots rotation from 1957 to 1962 (dashed line). Values are given in degrees/day. The error bars are at the $1-\sigma$ confidence level and are very small for faculae (smaller than $0.01^\circ/\text{day}$ for most of the latitude bins)

Table 1. Corrections in degrees/day for each period

year	<i>Corr</i>
1957	-0.008
1958	-0.010
1959	-0.019
1960	-0.016
1961	-0.018
1962	-0.021
1963	-0.017
1964	-0.018
1957-1960	-0.020
1961-1964	-0.018
1957-1964	-0.021

correction. Mean rates have been calculated for 5° latitude bins, for each year of the interval 1957 to 1964. The error bars are the standard $1-\sigma$ errors δ_i on the mean. The corrections showed in Table 1 are of the order of $1-\sigma$ errors in the rotation rates of Fig. 2, which justifies the need for corrections. But we shall see that the correction factor is smaller than the error on the first coefficient of the polynomial fit. Therefore it is a zero-order correction that does not significantly alter the results presented in this paper.

The main result is a strong asymmetry with respect to the equator. At a latitude of 30° , the northern hemisphere rotates about $1^\circ/\text{day}$ faster than the southern. This north-south asymmetry persists throughout cycle 19 and was also visible in 1982 (Collin et al. 1995) and during cycle 21 (Antonucci et al. 1990), though the amplitude was smaller. It is interesting to note that the more active the hemisphere, the more rigid-like it rotates, and the faster. So we deduce from this asymmetry that the magnetic field rotates more rigidly than the unmagnetized convective layers (Nesme-Ribes et al. 1993; Collin et al. 1995).

4.1. Age-dependence of facula rotation

We sorted faculae by age. In some latitude bands, young faculae (4 days old or less) rotate slightly faster than the much more numerous older ones (92.5 % of the whole data set). But this effect is not detected in all the latitude bands and is of small amplitude (about $0.1^\circ/\text{day}$). So we found no systematic difference due to facular age. Belvedere et al. (1977) reported a significant difference of some 3.5% between small facula rotation rates and those of larger ones. Ternullo (1986), using the same data set than Belvedere et al., reported a significantly slower and more rigid rotation of old faculae, and thus confirmed the age-dependence of facula rotation found by Belvedere et al. This difference is not present in our data.

4.2. Comparison with cycle 19 sunspots

Sunspot rotation has also been studied within a similar time interval [1957-1962] (Nesme-Ribes et al. 1996b). Surprisingly, sunspot rotation shows no significant north-south asymmetry, at least in the $[-30^\circ, 30^\circ]$ latitude range (Fig. 2).

4.3. Comparison with magnetic photospheric elements

Bright magnetic features visible on Kitt Peak magnetograms have almost a one-to-one correspondence with K_{1V} faculae (Nesme-Ribes et al. 1996b). Komm et al. (1993) analyzed magnetic element motion for cycle 21. Their tracking procedure is a 2-D cross-correlation of brightness. They found no pronounced north-south asymmetry, in contrast with K_{1V} faculae of the same period (see Fig. 3 of Komm et al. 1993, and Fig. 1 of Collin et al. 1995) or with Antonucci et al. (1990) Fourier analysis of Mount Wilcox magnetograms. A preliminary comparative study of the various tracking procedures shows that north-south asymmetry is smoothed out by a 2-D cross-correlation technique. This point deserves further study. We also suspect that the tracking procedure adopted by Komm et al. favors the selection of lingering magnetic elements; but this does not explain the fact that these authors do not observe any strong north-south asymmetry.

5. Time-dependence of faculae rotation throughout cycle 19

It is convenient to characterize solar rotation and its variability through the cycle with a polynomial fit. We recall that facular rotation rates are corrected for the bias discussed in Sect. 3. We use orthogonal Legendre polynomials with odd and even coefficients because of the strong north-south asymmetry. For the same reason, nothing is gained by folding the two hemispheres. The data set consists of mean angular rotation rates (Ω_i) calculated for 5° latitude bins. The Ω_i values are weighted by the number of points within each bin. The Legendre coefficients are obtained using a least-squares minimization, and are then converted into the widely used coefficients A_j , such that the rotation rate $\Omega(\theta)$ is represented by

$$\Omega(\theta) = \sum_{j=0}^4 A_j \sin^j \theta. \quad (3)$$

Table 2. Coefficients of the expansion $\Omega(\theta) = \sum_{j=0}^4 A_j \sin^j \theta$ (θ the latitude) for cycle 19 faculae sidereal rotation rate in degrees/day. Errors are obtained with the Monte Carlo simulation and are at the 1- σ confidence level

year	A_0	σ_0	A_1	σ_1	A_2	σ_2
1957	14.467	0.077	0.859	0.194	-2.43	1.04
1958	14.463	0.036	0.920	0.136	-2.16	0.55
1959	14.468	0.031	0.993	0.137	-2.62	0.48
1960	14.423	0.036	0.892	0.182	-2.40	0.83
1961	14.390	0.037	0.905	0.232	-1.76	1.21
1962	14.425	0.060	1.070	0.307	-2.66	1.76
1963	14.359	0.100	0.952	0.381	-2.43	2.87
1964	14.438	0.052	1.082	0.308	-3.30	1.08
1957-1964	14.424	0.017	0.906	0.069	-2.17	0.29
1957-1960	14.463	0.020	0.907	0.078	-2.30	0.33
1961-1964	14.419	0.030	0.941	0.161	-2.22	0.80

year	A_3	σ_3	A_4	σ_4
1957	-0.18	0.81	-0.37	2.71
1958	-0.66	0.73	-0.62	1.61
1959	-1.01	0.82	0.39	1.65
1960	-1.16	1.25	0.28	2.88
1961	-0.42	2.34	-1.95	7.07
1962	-2.49	1.99	2.19	6.66
1963	-1.80	4.47	5.36	17.13
1964	-1.11	1.94	-2.01	3.88
1957-1964	-0.63	0.40	-0.71	0.86
1957-1960	-0.61	0.42	-0.51	0.91
1961-1964	-0.82	1.33	-0.71	3.20

We adopted a fourth-degree polynomial expansion, because a second-degree expansion offers a poor fit of the data, and a sixth-degree polynomial expansion or higher is not necessary, since the number of points at high latitudes is small.

We also compute the errors σ_j on the A_j coefficients. Errors on Legendre coefficients are often calculated as $\sqrt{C_{jj}}$, where C is the estimated covariance matrix (weighted by δ_i) of the fitted points. To check these, we perform a Monte Carlo simulation with a thousand trials (Press et al. 1986), in which the dispersion of the coefficients gives 1- σ error on A_j . The errors obtained by the Monte Carlo method are then smaller for the first coefficients but higher for the later ones. We consider only errors determined by this method.

5.1. Phase-dependence of facular rotation

Expansion (3) coefficients for faculae and corresponding errors computed with the Monte Carlo method are listed in Table 2. A_0 represents the equatorial rate, A_2 and A_4 the rotation at low and high latitudes respectively, and A_1 and A_3 characterize the north-south asymmetry at low and high latitudes.

Figures 3 and 4 show the variability of the facular rotation rate throughout cycle 19. Let us note that the cycle maximum occurred in 1958 and 1959, and the minimum in 1963. In 1964, we begin to see some activity of cycle 20 starting at high latitudes. The main significant variation is the decrease of A_0 from

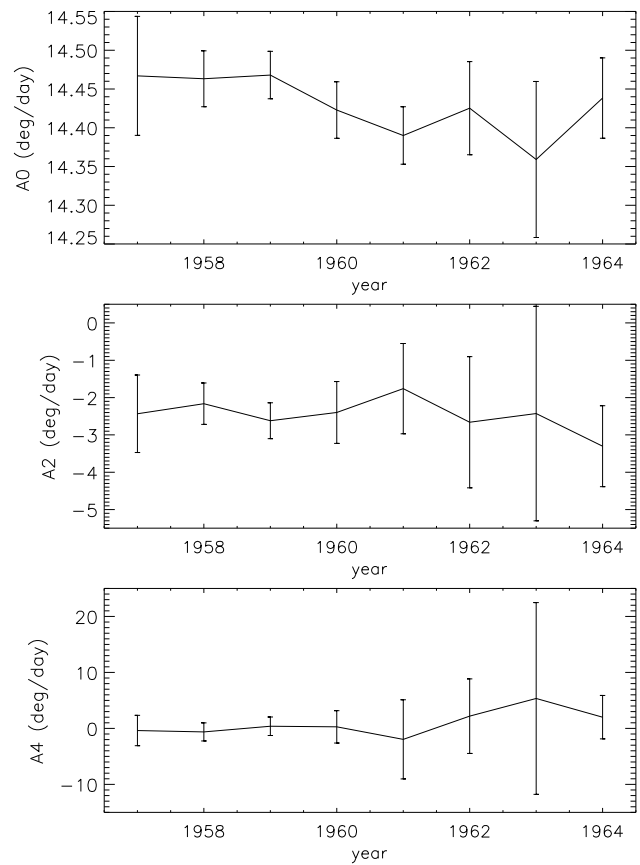


Fig. 3. Variation of the even coefficients of the expansion $\Omega(\theta) = \sum_{j=0}^4 A_j \sin^j \theta$ (θ the latitude) for cycle 19 faculae sidereal rotation rate. From top to bottom: A_0 , A_2 , and A_4 . Errors are at the 1- σ confidence level

the cycle maximum to the minimum by about 0.4%. Comparing the two periods [1957-1960] (strong activity) and [1961-1964] (low activity), a difference of some 0.05°/day can be seen between the active and quiet periods. A_2 and A_4 variations are hardly significant; but we observe that A_2 tends to decrease (which means a more differential rotation at cycle minimum). We also compute the correlation factor between the expansion coefficients obtained from the Monte Carlo simulations, which yields similar values. The coefficients are not completely independent, and the observed variations of A_2 and A_4 are not significant.

A_1 and especially A_3 variations, representing the north-south asymmetry, at low and high latitudes respectively, are hardly significant. The antisymmetric part of the rotation rate, $A_1 \sin \theta + A_3 \sin^3 \theta$, for the periods [1957-1960] and [1961-1964] for $|\theta| < 25^\circ$, is very similar. The amplitude is only slightly smaller for the period [1961-1964] at high latitudes ($|\theta| > 40^\circ$). Our preliminary conclusion is that we cannot detect any variations of the north-south asymmetry through cycle 19.

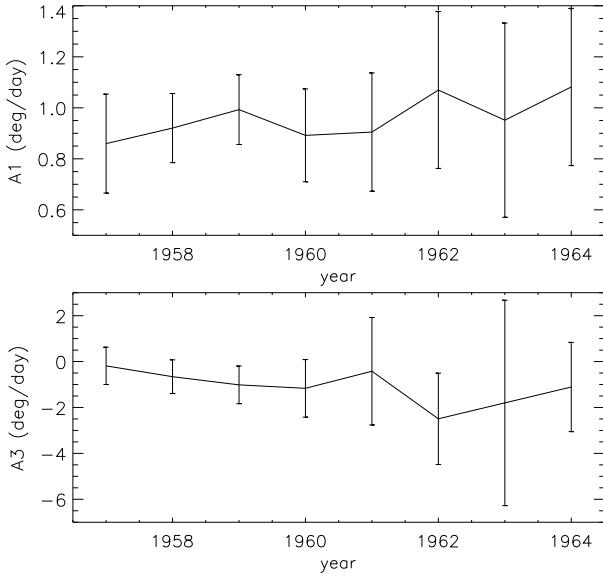


Fig. 4. Variation of the odd coefficients of the expansion $\Omega(\theta) = \sum_{j=0}^4 A_j \sin^j \theta$ (θ the latitude) for cycle 19 faculae sidereal rotation rate. Top: A_1 and bottom: A_3 . Errors are at the 1- σ confidence level

Table 3. Coefficients of the expansion $\Omega(\theta) = \sum_{j=0}^4 A_j \sin^j \theta$ (θ the latitude) for cycle 19 sunspot sidereal rotation rate in degrees/day. Errors are obtained by Monte Carlo simulation, and are at the 1- σ confidence level

year	A_0	σ_0	A_1	σ_1	A_2	σ_2
1957-1962	14.473	0.062	0.086	0.238	-1.89	0.99
year	A_3	σ_3	A_4	σ_4		
1957-1962	-0.71	1.52	-1.47	3.51		

5.2. Comparison with sunspots

We compared these results with sunspot rotation rates obtained for the period [1957-1962] (Table 3). We shall recall that sunspot data have not been corrected for the bias mentioned in Sect. 3, because the small number of sunspots yields to large errors compared to the correction. Sunspot rotation exhibits no significant north-south asymmetry, and is also more rigid (see A_2) than that of faculae, which is consistent with a deeper anchorage of intense magnetic fields (Collin et al. 1995).

6. First detection of another asymmetry

As shown in Fig. 5, rotation rates exhibit a large dispersion about the mean. The rms velocity is 3% of the mean rotation rate, and certain facular points show a deviation of more than 7% from the mean rotation rate. There are a number of reasons of instrumental and solar origin for the dispersion in the angular velocity. Instrumental errors have been discussed in Sect. 3. To address the solar causes, we subtracted the mean differential rotation (i.e. the Legendre polynomial fit) from each individual rotation rate. Then we plotted the corresponding histogram

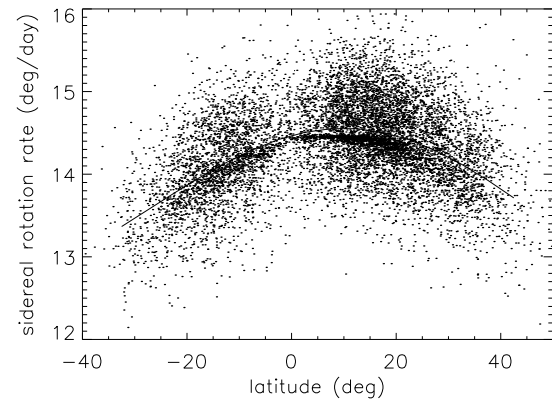


Fig. 5. Selected facular points in 1959, and polynomial fit of the average rotation (Sect. 5)

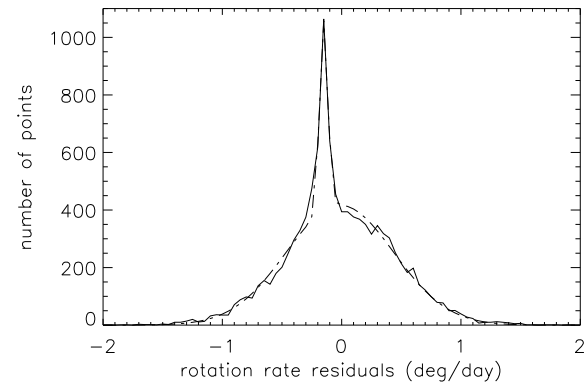


Fig. 6. Histogram for 1959 faculae (solid line) with a $0.05^\circ/\text{day}$ bin, a two-gaussian fit has been applied to the data (dashed line)

distribution in $0.05^\circ/\text{day}$ bins (Fig. 6). One striking result is the existence of a sharp peak in an otherwise roughly gaussian distribution (this phenomenon will be referred to hereafter as a shape-asymmetry). The histogram seems to indicate the existence of two populations: one (denoted hereafter population I) exhibiting rotation close to the mean, and another (population II) that rotates slower than average, with much smaller dispersion. As it may seem difficult at first sight to separate population II from population I, we shall attempt to identify the properties of each.

6.1. Histogram asymmetry

In a first step, we define a parameter r representing the proportion of points below and above the mean as

$$r = \frac{L - R}{T}, \quad (4)$$

where R and L are the number of facular points having a rotation rate higher and lower, respectively, than the fit of Fig. 6, and T is the total number of points. r is of particular interest because the whole population II rotates slower than the average. Considering

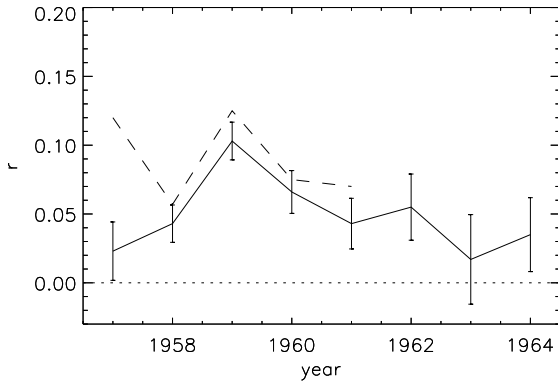


Fig. 7. Variation of the ratio r for faculae (solid lines) between 1957 and 1964 and for sunspots (dashed line) between 1957 and 1961. Error bars are not shown for sunspots to make the graph easier to read: they are slightly smaller than the r values

Table 4. Shape-asymmetry parameter r for faculae during [1957-1964]

selection	r
all	0.058 ± 0.010
young	0.082 ± 0.025
old	0.057 ± 0.011

the uncertainty on a number of points N to be \sqrt{N} , and assuming that r is small ($L \sim R \sim T/2$), the error on r is given by

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{L}}{T} + \frac{\sqrt{R}}{T} + \frac{|L - R|}{T\sqrt{T}} \sim \sqrt{\frac{2}{T}}. \quad (5)$$

The variation of r over the period [1957-1964] is given in Fig. 7. r is maximum at sunspot maximum. As shown in Table 4, no significant difference is found in the shape-asymmetry of young and old faculae.

We also checked to see whether the shape-asymmetry is time dependent. For this purpose, we grouped the image pairs in 14-day periods (approximately half a solar rotation). The number of pairs in each period is of course not constant, because of observation gaps. Then we compute the shape-asymmetry r of the rotation rate histogram in two ways: by subtracting from the individual rotation rates (1) the polynomial fit of the corresponding 14-day period; or (2) the corresponding yearly polynomial fit. The latter means that points of the histogram are at the same position as those for the yearly histogram: zero is the same. The results are very similar, as shown in Fig. 8 for 1959. r oscillates with a period about 1.5 solar rotations throughout the year. The oscillation amplitude is hardly greater than the noise; however, if such an oscillation persisted throughout the cycle, it would hint at the existence of giant cells. This deserves further study.

6.2. Activity-dependence of facula shape-asymmetry

The next question to be addressed is whether the two populations differ by their activity level or size. We know that larger sunspots

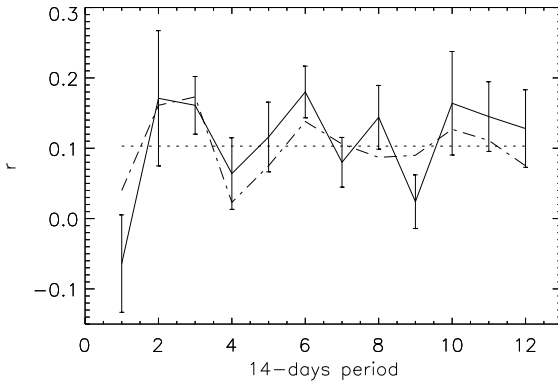


Fig. 8. Variation of r for faculae versus 14-day period number in 1959, using the yearly fit (solid line) and the 14-day period fit (dashed line). Error bars are shown for only one curve, to make the graph easier to read; however, they do not differ from one curve to the other

or sunspot groups rotate more slowly than smaller ones (Maunder & Maunder 1905; Newton & Nunn 1951; Ward 1966). One would thus expect that slowly rotating faculae (population II) would correspond to the larger faculae. The parameter r is higher in the northern hemisphere, which suggests a relation with the solar activity level. So we compare the north-south asymmetry of the shape-asymmetry with that of activity. We calculated the two north-south asymmetry parameters, each year, as follows

$$A_s = \frac{\Delta N - \Delta S}{\Delta N + \Delta S}, \quad (6)$$

where ΔN and ΔS are the differences between the number of points below and above the fit, for the northern and southern hemispheres, respectively, and

$$A_a = \frac{N - S}{N + S}, \quad (7)$$

where N and S are the number of active regions weighted by their activity level X , for the northern and southern hemispheres, respectively. X varies from 1 (quiet) to 10 (very active region), and reflects the size of the facula, the number of sunspots, and its lifetime. The errors on A_s and on A_a are, respectively,

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\Delta N} + \sqrt{\Delta S}}{\Delta N + \Delta S} (1 + |A_s|), \quad (8)$$

$$\sigma_a = \frac{\sqrt{N} + \sqrt{S}}{N + S} (1 + |A_a|). \quad (9)$$

We computed A_a for all X , $X = 1$ and $X \geq 5$. Results are shown in Fig. 9. No conclusion is possible as to whether or not the shape-asymmetry is due to very active regions. However the shape-asymmetry is probably related to the activity level.

6.3. Population I and II splitting

Another approach consists in selecting points from population II as follows. We know that population II facular points exhibit

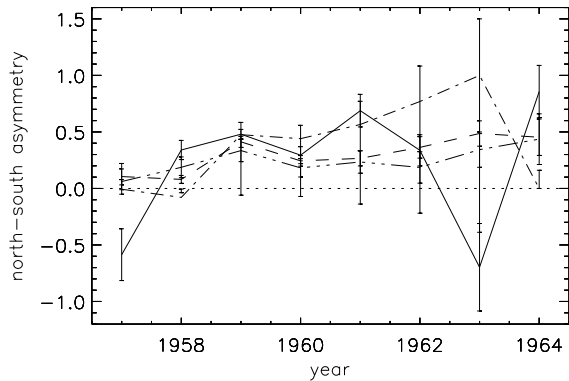


Fig. 9. Variation of A_a for all X (dashed line), $X = 1$ (dot-dot-dot-dashed line), $X \geq 5$ (dot-dashed line), and of A_s (solid line)

small rotation rate dispersion. This is particularly true for the northern hemisphere at low latitudes (see Fig. 5). We investigate the particular case of 1959, for which the shape-asymmetry is the strongest ($r_{1959} = 0.103 \pm 0.014$). We select points corresponding to this concentration within the rotation range $14.25 < \Omega < 14.5$ °/day and the latitude range $0^\circ < \theta < 20^\circ$. This restricted data set still contains points belonging to population I, but we estimate that half the sample belongs to population II (instead of the approximate 10% for the whole set of points). The results are as follows: (i) populations I and II show no significant disk longitude-dependence; (ii) both populations show two preferential longitudes (measured by Carrington longitudes); (iii) the meridional circulation of population II facular points seems negligible, in contrast to that of population I, which is one order of magnitude greater. This point will be investigated in a companion paper (Paper II).

The above procedure is rather arbitrary. However, a two-gaussian fit was also performed in each latitude bin to characterize the rotation rates precisely by two curves associated with two dispersions versus latitude, and this selection showed similar results.

6.4. Comparison with sunspots

Additional information can be obtained from sunspots during the same period. Sunspots also have a shape-asymmetry of the rotation rate distribution (Fig. 10). However, in contrast with faculae, the “peak” is broadened, suggesting that populations I and II are more mixed. The degree of asymmetry r is comparable to that of faculae (Table 5). The sunspot shape-asymmetry seems to be age-dependent, with old sunspots having a larger r than younger ones. But there is no significant difference between leaders and followers, which indicates that the whole active region contains one population or the other. There is no difference either, however complex the group might be.

The comparison between sunspots and faculae is not straightforward. A facula contains many more points than a sunspot group, and its lifetime is longer. Therefore the large

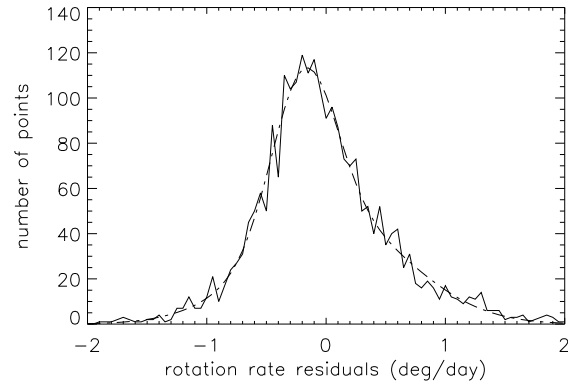


Fig. 10. Sunspots histogram in [1957-1962] (solid line) with a $0.05^\circ/\text{day}$ bin and a two-gaussian fit (dashed line)

Table 5. Shape-asymmetry parameter r for sunspots during [1957-1962]

selection	r
all	0.107 ± 0.028
young	0.063 ± 0.051
old	0.319 ± 0.100
leader	0.125 ± 0.096
follower	0.074 ± 0.106
complex	0.115 ± 0.132

peak present in the facular rotation histogram might be due to a limited number of very large and long-lasting faculae.

The two-gaussian fits mentioned in Sect. 6.3 emphasize the differences between sunspot and facula shape-asymmetries. While the rms velocity of facula population II is one order of magnitude smaller than that of population I, the ratio is only of 2.4 for sunspots. Moreover, the ratio between the number of sunspots belonging to population I and II is close to 1, while it ranges from 8 to 17 for faculae. This fit also quantifies the difference of rotation rate between populations I and II: $0.13^\circ/\text{day}$ for faculae and $0.23^\circ/\text{day}$ for sunspots.

7. Torsional oscillation patterns

A system of alternating high and low-rotation zones migrating toward the equator has first been observed by Howard & La Bonte (1980), using Mount Wilson velocity data. This pattern, referred to as torsional oscillations, is marginally significant, and the velocity amplitude is of the order of 3 m/s. The latitude of greatest activity was found to be associated with the transition zone between high and low rotation rates (maximum shear zones). More recently, Snodgrass (1991) observed a magnetic torsional oscillation pattern of larger amplitude at high latitudes (20 m/s) from Mount Wilson full disk ($\lambda 5250.2$ FeI) magnetograms. The small amplitude in the $\pm 40^\circ$ latitude belt might be the reason why such a magnetic pattern has never been observed with sunspots, exclusively present within this zone. The magnetic pattern found by Snodgrass is shifted from the veloc-

Table 6. Gamma function (Γ) for fitting faculae sidereal rotation rates of Table 2

year	Gamma
1957	0.077
1958	0.015
1959	0.045
1960	0.002
1961	0.013
1962	0.005
1963	$9 \cdot 10^{-5}$
1964	0.124

ity pattern of Howard & Labonte, and slow zones correspond to latitudes of strong activity. Schüssler (1981) and Yoshimura (1981) proposed that these torsional oscillations were related to the variations of the mean azimuthal Lorentz force through the solar cycle.

We are now investigating whether the Meudon faculae exhibit a torsional oscillation pattern through the solar cycle. For this purpose, we first tried to subtract the Legendre polynomial fit corresponding to the time-interval 1957-1964 from the yearly averaged data in each latitude bin, as done by the authors mentioned previously. The main finding is that we observe no torsional pattern. This is not surprising if we consider the amplitude of the pattern (a few meters per second) compared to the decrease of A_0 (~ 10 m/s) through the cycle. Any torsional effects, if real, would be smoothed out. So the usual procedure of subtracting the whole cycle fit yields no pattern with our data.

We then computed the Gamma function (Γ) corresponding to the polynomial fit performed in Sect. 5 (Table 6), which is an indication of the reliability of the fit. A value of $\Gamma=1$ indicates an excellent fit, and Γ close to zero reflects a very poor fit. The Γ values we found are in the intermediate range (0.05 to 0.15). There are two possible explanations for this: either the Γ values are low because errors have been underestimated, or the polynomial fit deviates significantly from real data. If the latter is true, we can overcome the difficulty by plotting the difference between the observed yearly-averaged rotation of each latitude bin and the polynomial fit of the corresponding year (Fig. 11). With this new method, we observe some latitudinal bands that rotate faster and others more slowly than average. This pattern of narrow bands (about 10° wide) is significant at the $1-\sigma$ level only. The equatorward displacement of this pattern through the solar cycle is hardly significant. Fig. 11 also displays the distribution of the facular points (a “facula butterfly diagram”). In the northern hemisphere, the region of strong activity seems to lie within the band of slow rotation, as observed by Snodgrass (1991). The opposite seems to be true of the southern hemisphere; but since there is less activity, the signal is less significant. So our torsional oscillation pattern does offer some similarities with Snodgrass’ magnetic pattern, but the north-south asymmetry present in our data was not observed by this author.

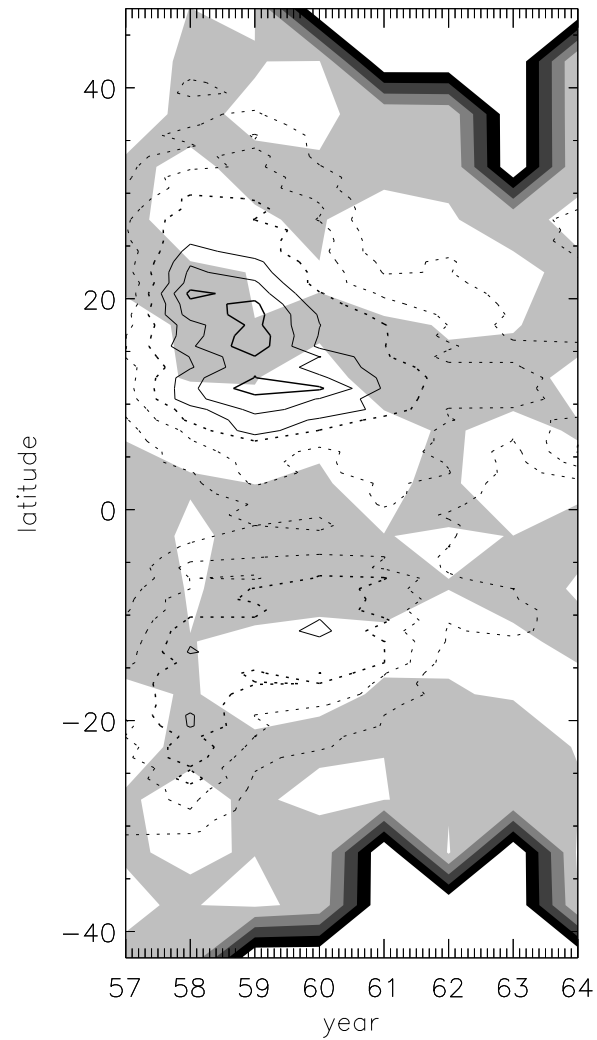


Fig. 11. Torsional oscillation pattern obtained by subtracting the polynomial fit of each year from a yearly averaged values (grey: slower than average, white: rotation faster than average). The amplitude of the pattern is of the order of a few meters per second. The dashed and solid lines represent the “faculae butterfly diagram”

8. Conclusion

Using the Meudon spectroheliograms, we studied photospheric facula angular velocity properties throughout cycle 19. We detected a bias, mainly due to the spectroheliograph slits, which has been corrected.

The main new finding is the detection of two populations of faculae. The facula rms angular velocity distribution is not fully gaussian, but rather presents a strong and narrow peak. This population II (10% of the whole data set) rotates more slowly than the mean (about 1% less), exhibits less meridional circulation, and has a rms velocity ten times smaller than that of population I. This peak is seen mostly for the northern hemisphere in the $[0-20^\circ]$ latitude range and at the cycle maximum (1959). We observe no difference by age, activity level, size, disk longitude or Carrington longitude, and the peak is present during

the whole period. Sunspots show a similar shape-asymmetry, though with different characteristics: the two populations have similar rms velocities and number of points. So sunspot and facula shape-asymmetries may be of different origin.

The shape-asymmetry is maximum at sunspot maximum and is stronger in the northern hemisphere (which rotates faster and more rigidly, and which is also the most active). So the shape-asymmetry may be due to the behavior of the dynamo wave: for example, fluctuations in the dynamo (despite the long lifetime of our shape-asymmetry), as discussed by Hoyng (1993), may be involved. The question is still open. The facula shape-asymmetry is probably related to some surface phenomena. We also note that, because the rotation rate distribution is far from a gaussian, the computed standard errors must be considered with caution.

The second essential finding is the strong, and persistent north-south asymmetry. We did not observe this for sunspots of the same period. This north-south asymmetry imposes constraints on dynamo action, surface velocities, and the transfers between the two hemispheres. In particular, the constant north-south asymmetry observed over the eight years of our data set shows that this phenomenon is not stochastic, since it ranges beyond the three-year time-scale typical of the transition between stochastic and non stochastic processes (Kremlevskii et al. 1992; Lawrence et al. 1995). We recall that our rotation rate decreases by about 0.4% from cycle maximum to cycle minimum.

This north-south asymmetry is associated with an asymmetry in activity level with respect to the equator: the most active hemisphere is associated with faster and more rigid rotation. The northern hemisphere also exhibits a wider latitudinal range of activity: both sunspots and faculae extend 10° higher in latitude than in the southern hemisphere. North-south asymmetry in activity might be explained by the dynamo mechanism (for example by the superposition of a dipolar and a quadrupolar modes, see Sokoloff & Nesme-Ribes 1994). However, although a causal relationship of strong rotation asymmetry to strong activity asymmetry is straightforward, the reciprocal is less direct: the faster rotation of the more active hemisphere is not yet explained, nor is the faster rotation of young sunspots compared to plasma rotation. A number of attempts have been made to model the backreaction of the magnetic field on the velocity, and predict small amplitudes of the waves (Schüssler 1981; Yoshimura 1981), in disagreement with our observation of a strong north-south asymmetry.

Modeling of the north-south asymmetry is beyond the scope of the present paper. But it is of interest to mention the possible nonlinearities originating at the equator interface, since these play an important role. First, the dynamo waves of each hemisphere probably interact near the equator during the decreasing part of the cycle, and the two hemispheres are linked via the mainly dipolar poloidal field. Secondly, the presence of distinct meridional circulations near the equator suggests some interaction between the two hemispheres via diffusion processes. Such an interaction is also corroborated by the following observation: the average rotation rate of the folded hemispheres is close to the one observed for sunspots or magnetograms, which suggests

an energy exchange between the two hemispheres. The kinetic energy associated with each hemisphere is 0.08% (North) and 0.03% (South) of the total kinetic energy of the layer showing this north-south asymmetry. Such an excess is not considerable if the phenomenon is restricted to shallow layers.

Lastly, we observed no torsional patterns when subtracting the cycle 19 mean rotation from the yearly data, as was done by previous authors. But the subtraction of the yearly polynomial fit from the corresponding yearly rotation rates averaged over latitude bins exhibits bands of faster and slower rotation rates with an amplitude of a few meters per second and a very small equatorward motion. The correspondence between this pattern and active regions is similar to that found by Snodgrass (1991) in the northern hemisphere. However, our pattern exhibits a strong north-south asymmetry that is not detected by Snodgrass.

Throughout this paper, we have stressed the differences between faculae and sunspots observed during the same period. Differences in anchorage depths and magnetic fields may provide explanations for this. This leads to important constraints on the dynamo model, especially the presence of a strong north-south asymmetry and its duration, and the shape-asymmetry of the rotation rates for both sunspots and faculae. The detection of a magnetic pattern similar to the oscillation patterns found by Snodgrass (1991) proves the validity of our method.

Acknowledgements. One of us (E. Nesme) is grateful to the Ministry of Defense, for having encouraged and funded the long-term spectroheliogram research program, through military contracts (no. 010481/ETCA, no. 012736/DRET-ETCA, and no. 92-2011.A/DRET-ETCA). The extensive work of the spectroheliogram observations team has been crucial for almost a century. We thank the present team for maintaining and improving the observational program over the years. Spectroheliograms were digitized with the *Machine à Mesurer pour l'Astronomie* (MAMA) of the Institut National des Sciences de l'Univers, at the Paris Observatory. Our thanks also go to P. Micheneau, R. Chesnel, P. Toupet, and M. Savinelli for their assistance in the data acquisition and processing. We used the Meudon *Cartes synoptiques de la chromosphère solaire et catalogue des filaments et des centres d'activité*.

References

- Antonucci E., Hoeksema J.T. & Scherrer P.H., 1990, ApJ 360, 296
- Belvedere G., Godoli G., Motta S., Paternò L. & Zappalà R.A., 1977, ApJ 214, L91
- Collin B., Nesme-Ribes E., Leroy B., Meunier N. & Sokoloff D., 1995, C. R. Acad. Sci., Paris, t.321, Série IIB, 111
- Howard R. & La Bonte B.J., 1980, ApJ 239, L33
- Hoyng P., 1993, A&A 272, 321
- Hoyng P., 1994, in: Solar Surface Magnetism, R.J. Rutten & C.J. Schrijver eds., 387
- Komm R.W., Howard R.F. & Harvey J.W., 1993, Sol. Phys. 145, 1
- Kremlevskii M.N., Blinov A.V. & Chervyakov T.B., 1992, Sov. Astron. Lett. 18(6), 423
- Lawrence J.K., Cadavid A.C. & Ruzmaikin A.A., 1995, ApJ 455, 366
- Mein P. & Ribes E., 1990, A&A 227, 577
- Meunier N., Nesme-Ribes E. & Collin B., 1996, accepted in A&A (Paper II)
- Maunder E.W. & Maunder A.S.D., 1905, M.N.R.A.S. 65, 813

- Nesme-Ribes E., Ferreira E.N. & Mein P., 1993, A&A 274, 563
Nesme-Ribes E., Meunier N. & Collin B., 1996a, A&A 308, 213
Nesme-Ribes E., Meunier N & Vince I., 1996b, accepted in A&A
Newton H.W. & Nunn H.L., 1951, M.N.R.A.S. 111, 413
Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. & Vetterling W.T., 1986,
Numerical Recipes, Cambridge University Press
Roberts P.H., 1994, in: NATO ASI Series I, Vol. 25, E. Nesme-Ribes
(ed.), 1
Schüssler M., 1981, A&A 94, L17
Snodgrass H.B., 1991, ApJ 383, L85
Sokoloff D. & Nesme-Ribes E., 1994, A&A 288, 293
Ternullo M., 1986, Sol. Phys. 105, 197
Vernazza J.E., Avrett E.H. & Loeser R., 1981, ApJ suppl. 45, 635
Ward F., 1966, ApJ 145, 416
Yoshimura H., 1981, ApJ 247, 1102

2.5.2 La dynamique des facules du cycle 19 : circulation méridienne, écarts types des vitesses et contraintes de Reynolds

Ce même travail a permis d'obtenir des résultats concernant la circulation méridienne des facules photosphériques au cours du cycle 19. L'analyse des écarts types de vitesse ainsi qu'une estimation du transport de moment cinétique est également décrite. Les principaux résultats sont les suivants :

(1) Tout comme la rotation, la circulation méridienne présente une **forte dissymétrie entre les deux hémisphères**. Dans l'hémisphère nord (celui qui tourne le plus vite), on observe une circulation vers le pôle significative d'environ 7 m/s, alors que dans l'hémisphère sud, elle n'est pas significativement différente de zéro.

(2) L'étude de la **variation au cours du cycle solaire** est effectuée en calculant la circulation moyenne par hémisphère. On observe alors que la circulation de 7 m/s dans le nord n'est présente qu'au maximum du cycle et devient très faible au minimum du cycle. Ceci est opposé aux observations précédentes de Komm (1994a). Ces résultats sont probablement liés au rôle de la circulation méridienne dans la dynamo. Il semblerait en tout cas que la circulation méridienne soit plus sensible que la rotation à la phase du cycle. Par ailleurs, le transport de moment cinétique par circulation à grande échelle (circulation méridienne annuelle multipliée par la rotation différentielle) est anticorrélé dans les deux hémisphères, avec un coefficient de corrélation de -0,5.

(3) L'analyse des écarts types des vitesses (rotation et circulation méridienne) a permis d'obtenir des informations sur **l'anisotropie entre les deux directions**, ainsi que sur l'évolution au cours du cycle solaire des écarts types des vitesses. Celles-ci sont probablement liées à l'évolution des propriétés de la granulation, voire de la supergranulation, en fonction de l'activité magnétique. Il est également possible d'estimer l'énergie cinétique turbulente contenue dans les facules et de la comparer à divers modèles. La dépendance en latitude prédite par Canuto et al. (1994) n'est pas observée à partir de nos données.

(4) La **“covariance”** (corrélation entre la rotation et la circulation méridienne) permet d'estimer le transport de moment cinétique par viscosité (ou “contrainte de Reynolds”). Cette composante du transport est très faible, ce qui est comparable aux résultats trouvés par Komm et al. (1994b) à partir de magnétogrammes. Une limitation de ces estimations est cependant la suivante : dans le meilleur des cas, elles vont renseigner sur le transport à une profondeur donnée seulement. Or un schéma global est nécessaire pour contraindre fortement les modèles.

Article : Meunier N., Nesme-Ribes E. & Collin B., Cycle 19 facula dynamics II. Meridional circulation, rms velocity and Reynolds stresses, 1997, Astron. Astrophys. 319, 683-693

Cycle 19 facula dynamics

II. Meridional circulation, rms velocity, and Reynolds stresses

N. Meunier¹, E. Nesme-Ribes¹, and B. Collin²

¹ URA 2080 CNRS, Département d’Astronomie Solaire et Planétaire, Observatoire de Paris, 5 Place Janssen, F-92195 Meudon, France

² CREA/SP, Etablissement Technique Central de l’Armement, F-94114 Arcueil, France

Received 20 May 1996 / Accepted 14 August 1996

Abstract. We investigated the meridional circulation of photospheric faculae throughout cycle 19. Together with the rotation observed in a companion paper (Meunier et al. 1996), we were able to address the problem of the existence of the observed differential rotation. The meridional circulation is characterized by a strong north-south asymmetry. The distribution of meridional circulation around the mean value confirms the existence of two populations detected in Meunier et al. (1996). An investigation of the rms velocities yields information on the variation of the anisotropy between the two horizontal motions and the latitudinal dependence of the small-scale kinetic energy. Lastly, a very small facula covariance has been measured, and its variation during the cycle has been established.

Key words: Sun: faculae – Sun: magnetic fields – Sun: rotation – sunspots – Turbulence

1. Introduction

The only systematic analysis of facula dynamics to date was developed by Belvedere et al. (1976). Faculae observed by Belvedere et al. were obtained in a rather broad bandwidth around the Ca II K line, and thus are formed at the chromospheric level (Godoli 1969). These authors measured east-west motions of facula barycenters as well as their meridional drifts, and from this calculated the correlation between horizontal motions, i.e. the covariance, which is a measure of the Reynolds forces at work. They found a covariance ranging from 10^7 to $4 \cdot 10^7$ cm²/s², which was consistent with an angular momentum transport via Reynolds stresses, contributing to maintaining the differential rotation. Schröter & Wöhl (1976) observed the proper motion component of Ca⁺-network fine mottles, also formed in the chromosphere. They found a significant positive covariance ($4 \cdot 10^7$ cm²/s²) close to the one measured by Belvedere et al. (1976).

Send offprint requests to: N. Meunier

Cycle 21 small-scale magnetic fields (corresponding to the photospheric level) have also been studied, by Komm et al. (1993; 1994). They obtained a poleward meridional flow of the order of 10 m/s, with a maximum at mid-latitudes. At latitudes between 15° and 45°, the amplitude was about 25% higher at cycle minimum than at the maximum. They observed no strong north-south asymmetry. Komm et al. (1984) calculated a very small covariance.

In this paper, we will address certain aspects of photospheric facular point dynamics, on the basis of the Meudon K_{1v} spectroheliograms, revealing the photospheric level about 500 km above the solar surface. These Meudon faculae are similar to the bright elements seen on Kitt Peak magnetograms, so the comparison should be more straightforward than with the sample of Belvedere et al. (1976). However, the comparison with chromospheric faculae is not entirely irrelevant, because it shows the heightwise spatial variation of the rotation and meridional circulation. In our study, we selected cycle 19 faculae over the time interval 1957 to 1964, as this period was the most active of the last four centuries. We also established comparisons between facula properties with those of sunspots, deduced from the same images, because the two tracers give complementary results: faculae cover a wider surface of the solar disk, whereas sunspots are more deeply anchored so that the two tracers give complementary results. Cycle 19 sunspots have been studied in Nesme-Ribes et al. (1996b).

Observational data and tracking procedures are described in Sect. 2. Various error sources are listed in Sect. 3. In Sect. 4, we investigate facula meridional circulation (denoted “m.c.” hereafter), which is related to the differential rotation (Meunier et al. 1996, referred to hereafter as Paper I) and its origin. The m.c. might even play a direct role in the solar dynamo, as shown by Choudhuri et al. (1995). That is, if dynamo waves progress towards the poles when there is no m.c., a reasonable m.c. could reverse this propagation. We investigate facula m.c. in Sect. 4.

The rms velocities are also quite pertinent. There is a hierarchy of convective motions, which contribute to the rms velocity (for both m.c. and angular rotation). Some of their properties can be induced from variations in rms velocities of magnetic

tracers during cycle 19. Our prime motivation in this study is to find the dependence of the degree of anisotropy (between the two horizontal motions) on cycle phase and latitude. An interpretation in terms of turbulent kinetic energy should also yield important clues to the behavior of the energy contained in the small-scale convective eddies (Canuto et al. 1994). This question is explored in Sect. 5.

One hotly debated issue is the origin of the differential rotation, which is a key ingredient in solar dynamo theory. Theories of differential rotation are built on the angular momentum conservation equation (see Stix 1989, among others). This equation contains two terms: axisymmetric (i.e. turbulent convection) and non-axisymmetric (i.e. global convection).

Certain axisymmetric models require a convective latitude-dependent heat flux, and thereby a pole-equator temperature difference, in order to generate differential rotation. This implies the existence of m.c. Other approaches also require anisotropic viscosity (higher viscosity in the horizontal direction). Both models explicitly calculate the m.c. and angular velocity only.

In non-axisymmetric models, a number of correlations appear between latitudinal and longitudinal motions, due to the interaction between global Coriolis force and non-axisymmetric motions (convective cells). These correlations represent the angular momentum transport by the Reynolds stresses: the smaller the Rossby number $Ro = u/(2\Omega l)$ (where u is a typical velocity in the non-axisymmetric eddies, l a typical cell size, and Ω the angular velocity), the more efficient this interaction. So the process is more efficient with supergranulation than with granulation. The giant meridional cells should also be more efficient than supergranulation. Rüdiger (1977) showed that Reynolds stresses contain a diffusive term (which must be positive in order to transport angular momentum equatorward) and also a non-diffusive term, the Λ -effect, which may be of either sign for equatorward transport. As we observe both terms at the same time, the interpretation of the observed covariance sign is not straightforward. In Sect. 6, we derive facula covariance versus latitude, and also the latitude-averaged covariance over each hemisphere.

2. Observational data and tracking procedure

Our observational data and tracking procedures were described at length in Paper I and in Collin et al. (1995). Briefly, the facular bright point meridional motions are inferred from Meudon K_{1V} spectroheliograms (1.5 Å off the Ca II K line center) reflecting the photospheric level about 500 km above the $\tau = 1$ level (Nesme-Ribes et al. 1996a). The images have been digitized with 1.8 arcsecond resolution. We selected the time interval 1957 to 1964, during which 47434 points were detected (Paper I).

3. Sources of error

Paper I discussed the existence of a small bias in the angular velocity that was detected in the form of an east-west asymmetry (angular velocity versus disk longitude). The slope of the bias

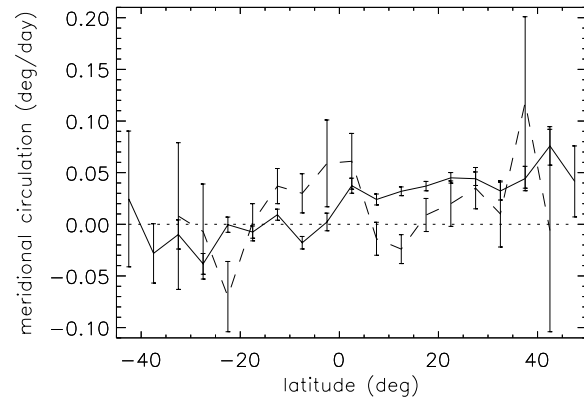


Fig. 1. Meridional circulation for faculae in [1957-1964] (solid line) and sunspots in [1957-1962] (dashed line). Values are given in degrees/day. Error bars are at the 1- σ confidence level

(m. c. versus disk longitude) is very small - an order of magnitude smaller than the rotation bias -, so that we can neglect it in the present paper. Random errors on individual points m.c. are similar to the ones given in Paper I for the angular rotation, i.e. 15 m/s at the disk center.

4. Meridional circulation

4.1. Results

Fig. 1 shows m.c. averaged in 5° latitude bins for the whole data set. We adopt the following convention: a positive m. c. indicates a motion towards the pole in the northern hemisphere and towards the equator in the southern. Error bars are at the 1- σ confidence level. At cycle maximum, faculae reach latitudes of up to 50°. A strong north-south asymmetry of m.c. is observed in Fig. 1. The southern hemisphere shows a negligible motion while a significant northward circulation, of up to about 0.05°/day (7 m/s), occurs in the northern hemisphere. Such a north-south asymmetry was not observed by Komm et al. (1993), in their study of small-scale magnetic field dynamics. This north-south asymmetry of m.c. was present, though, in cycle 19 facula rotation rates (Paper I).

Table 1 and Fig. 2 show the yearly latitude-averaged m.c. computed for each hemisphere. The southern m.c. is small and hardly significant during the whole cycle. But the northern m.c. shows a significant variation: from its maximum at cycle maximum, it decreases to very small values at cycle minimum. This is in clear disagreement with the results of Komm et al. (1993), who found a faster meridional flow at the minimum of the solar cycle, though for an other cycle.

4.2. Comparison with cycle 19 sunspots

Sunspots have been studied in Nesme-Ribes et al. (1996b) for the same time interval from 1957 to 1962. Sunspot m.c. is shown in Fig. 1. They exhibit an equatorward motion at low latitudes and a poleward motion at high latitudes. This sunspot m.c. pattern has already been observed for cycle 21 sunspots (Ribes &

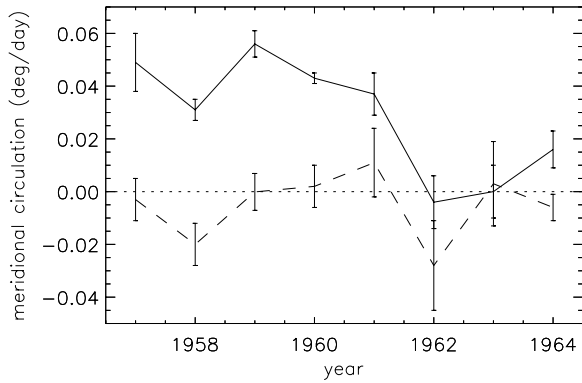


Fig. 2. Variation of facula meridional circulation in [1957-1964] in each hemisphere (solid line: northern hemisphere; dashed line: southern hemisphere). Values are given in degrees/day. Error bars are at the $1-\sigma$ confidence level

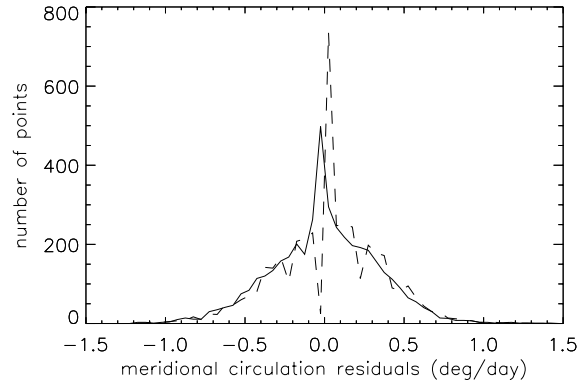


Fig. 3. Histogram showing the distribution of 1959 facula meridional circulation (bin= 0.05° /day) around the mean (solid line) and around zero value (dashed line)

Table 1. Facula meridional circulation averaged in each hemisphere (in degrees/day). Error bars are at the $1-\sigma$ confidence level

year	North m.c.	South m.c.
1957	0.049 ± 0.011	-0.003 ± 0.008
1958	0.031 ± 0.004	-0.020 ± 0.008
1959	0.056 ± 0.005	$-1.10^4 \pm 0.007$
1960	0.043 ± 0.002	0.002 ± 0.008
1961	0.037 ± 0.008	0.011 ± 0.013
1962	-0.004 ± 0.010	-0.028 ± 0.017
1963	$3.10^{-5} \pm 0.010$	-0.013 ± 0.021
1964	0.016 ± 0.007	0.003 ± 0.016
1957-1964	0.036 ± 0.003	-0.006 ± 0.005
1957-1960	0.045 ± 0.002	-0.007 ± 0.004
1961-1964	0.016 ± 0.004	$-5.10^{-4} \pm 0.012$

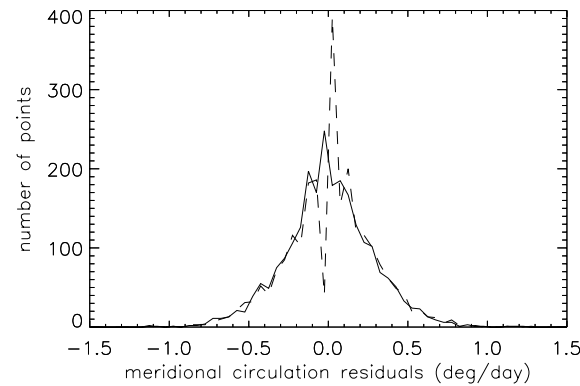


Fig. 4. Histogram showing the distribution for cycle 19 sunspot meridional circulation (bin= 0.05° /day) around the mean (solid line) and around zero value (dashed line)

Bonnefond 1990, Nesme-Ribes et al. 1993b). The differences observed between sunspot and facula dynamics are possibly due to the anchorage depth of the two tracers. This is in agreement with the very different rotational properties of sunspots and faculae already observed in Paper I.

4.3. Faculae meridional circulation distribution

Paper I mentions the presence of a large dispersion around the mean rotation rate, in which we detected a shape-asymmetry of the rotation distribution with respect to the mean. Here, we will now look to see whether the facula m.c. has similar shape-asymmetry.

The m.c. histogram shows a strong and sharp peak close to the m.c. value of zero (Fig. 3). The mean value is close to zero. We observe dips in the histograms, especially for the distribution around zero. These are due to the tracking procedure: considering the spatial resolution, the dips depend on the bin size used to build the histogram. These dips were not observed for angular rotation (Paper I) because the differential rotation mixed them.

However, the shape is far from gaussian, and a sharp and strong peak is observed near the zero value. We recall that Paper I distinguished two populations: one (I) with a high rms velocity and an average rotation rate close to that of the whole set; and another one (II) with a low rms velocity and a lower rotation rate. The present peak is probably associated with population II. So population II rms m.c. appears to be very small.

To determine the m.c. properties of population II, we selected points from this population using a two-gaussian fit on the angular velocity histogram per latitude bin. We investigate the particular case of 1959 in the latitude range $[5^\circ\text{N}-20^\circ\text{N}]$ (Paper I).

We obtain the following result. The restricted set contains a higher percentage (64 %) of points with a zero meridional circulation values than the whole set (29 %). The restricted set m.c. is two times smaller than the whole set m.c., and about 10% of the whole set belongs to population II, compared to 50% in the case of the restricted set. So we estimate population II m.c. to be one order of magnitude smaller than population I m.c.

4.4. Histogram asymmetry of sunspot meridional circulation

A similar histogram for sunspot m.c. shows the same dips but no strong shape-asymmetry (Fig. 4). So if two populations do exist (as detected from their angular velocity in Paper I), their rms velocities as well as their m.c. are very similar. A two-gaussian fit shows that the fastest population (I) has a higher m.c. (by $0.04^\circ/\text{day}$) than population II. The m.c. is positive for population I and negative for population II.

4.5. Polar field reversal

Facula m.c. is stronger towards the north pole in the northern hemisphere. Furthermore, we observe some activity at higher latitudes (Paper I) in the northern hemisphere. So, from the Leighton's model (1969), which assumes that polar reversal is due to the slow poleward migration of magnetic fields, we expect an earlier polar field reversal in the northern hemisphere. Both Babcock (1959) and Sheeley (1976) noted that the south pole reversal occurred before the North (respectively mid-1957 and end of 1958). However, Makarov (1984) found that the situation is more complex, sometimes observing a three-fold inversion of the polar magnetic field in one hemisphere. This was precisely the case for the northern hemisphere during cycle 19: the first reversal occurred at the beginning of 1958 for the latitude $+90^\circ$ and at the end of 1958 for -90° . So our higher meridional circulation in the North, and this observed time reversal, are consistent with the Leighton's picture for the poloidal magnetic field reversal.

5. Small-scale kinetic energy

It is of special importance to estimate the anisotropy between the two horizontal motions (m.c. and angular velocity) and their dependence on the cycle phase. This will allow us to estimate how much energy is contained in small-scale eddies sampled by faculae, and the latitude-variation of this energy. Canuto et al. (1994) argued that large-scale effects (differential rotation, for example) could be generated by turbulence (i.e. small-scale effects) and that the small-scale motions might then contain more energy than the large-scale, contrary to what is usually assumed in most turbulence theories.

The term “turbulent kinetic energy” or “small-scale kinetic energy” leads us to discuss the important question of what the rms velocity represents precisely. We can decompose a velocity u (angular velocity or m.c.) into two components $u = \langle [u] \rangle + u'$, where $\langle [u] \rangle$ represents a large-scale mean (both spatially and temporally) and u' a motion fluctuation with a zero mean. We then define the turbulent kinetic energy as $\frac{1}{2}u'^2$. However, we measure u' at a given scale: in our case, the smallest scale we measure is the granulation scale (or slightly larger, for sunspots). Facula rms velocities contain various scales, from granulation to supergranulation or larger scales, so one has to be cautious when comparing observations to models.

5.1. Facula rms velocities

5.1.1. Contributions of instrumental rms velocities to observed rms velocities

The observed rms velocity V_{rms} (for rotation or m.c.) contains: 1- instrumental and tracking errors; 2- a hierarchy of scale contributions, from large-scale motions between faculae (i.e. analogous to the rms velocity observed for sunspots tracked using their barycenter) to small-scale motions (inside each facula, roughly at the scale of a few pixels). We are interested here in the rms velocity V_{rms} (V_{rms} is equal to $\langle [u'^2] \rangle^{1/2}$) of the angular velocity v and of the m.c. u .

First we insist on the scattering due to measurement errors. A pixel represents a different surface area near the limb than it does at the disk center, and the corresponding scattering varies as

$$\sigma_u(\theta) = \frac{A}{\cos \theta}, \quad (1)$$

$$\sigma_v(\theta) = \frac{A}{\cos \theta \cos \phi} \sim \frac{A'}{\cos \theta}, \quad (2)$$

for u and v , respectively, where θ is the latitude, ϕ the disk longitude, and A and A' are small constant values in degrees/day. A' is pertinent if we are interested in the latitude-dependence with a longitudinal average. A' is a little higher than A by a factor about 1.15 in the $[-50^\circ, 50^\circ]$ in longitude domain. A and A' can be considered constant during the solar cycle, and are approximately of the order of one pixel (15 m/s).

5.1.2. Cycle 19 rms velocities

When subtracting polynomial fit $v(\theta)$ from individual angular velocities v_i , one can compute the angular rms velocities, V_{rms} being denoted as to v_{rms} in this case:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (v_i - v(\theta))^2}{T}}, \quad (3)$$

where T is the total number of points. The polynomial fit is performed using Legendre polynomials, and is described in Paper I. The m.c. rms velocities are computed by subtracting the averaged \bar{u}_j in the latitude bin j from individual m.c. u_i , and is denoted u_{rms} :

$$u_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{N_j} (u_i - \bar{u}_j)^2}{T}}, \quad (4)$$

where N is the number of latitude bins and N_j the number of points in latitude bin j . The $1-\sigma$ error on the rms velocity V_{rms} is $V_{rms}/\sqrt{2T}$ (Parrat 1961).

We obtain for the whole facula data set [1957-1964]: $v_{rms} = 0.491 \pm 0.002^\circ/\text{day}$ and $u_{rms} = 0.352 \pm 0.001^\circ/\text{day}$, or, in meters per second, $v_{rms} = 65.51 \pm 0.21$ m/s and $u_{rms} = 49.46 \pm 0.16$ m/s. Let us note for comparison that a typical horizontal velocity in supergranulation cells at the solar surface is 300 m/s, and, in granulation cells, of the order of 1 km/s. The facula anisotropy ratio v_{rms}/u_{rms} is 1.32 ± 0.01 .

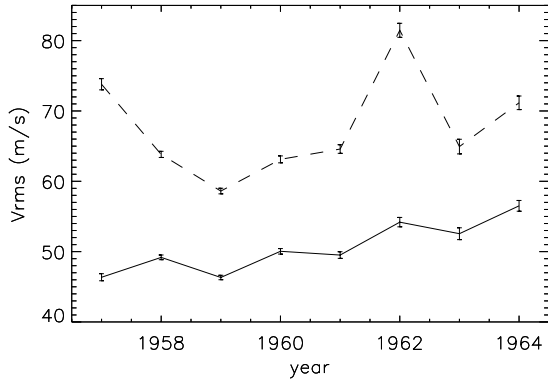


Fig. 5. u_{rms} (solid line) and v_{rms} (dashed line) for faculae in [1957-1964], in m/s

5.1.3. Variation of rms velocities

Fig. 5 shows the variation of facula rms velocities during cycle 19. The rms m.c. u_{rms} increases by a factor of some 1.2 (i.e. $\Delta u_{rms} \sim 10$ m/s) from cycle maximum to minimum. The variation of the rms angular rotation v_{rms} is less clear, but it also seems to be smaller during cycle maximum (1959-1960) than at cycle minimum. The ratio v_{rms}/u_{rms} is maximum in 1957 (1.7) and then decreases from 1958 (1.4) to 1964 (1.3), except for 1962 (about 1.5). So we observe two major properties: the rms velocities increase from cycle maximum to minimum and the degree of anisotropy decreases.

These variations are significant at the level of several σ , especially for the m.c. Instrumental or tracking errors, as noted in Sect. 5.1.1, should be constant with time at a given latitude. However, their latitude-dependence (smaller errors at the equator), together with the equatorward migration of the magnetic activity, should lead to a decline of V_{rms} (for both u and v) when latitude-averaged. So the observed trend is strengthened. These observations are probably related to granulation or supergranulation property variations during the cycle. However, if they are related to angular rotation changes during the cycle, are these variations (-7 m/s) large enough? The decrease in anisotropy from cycle maximum to minimum could be produced by the decrease in the mean angular velocity.

5.2. Comparison with sunspot rms velocities

For the time-interval 1957 to 1962, sunspots exhibit $v_{rms} = 77.52 \pm 1.12$ m/s and $u_{rms} = 38.73 \pm 0.56$ m/s. The rms angular velocity is thus higher for sunspots than for faculae (ratio 1.18) but the rms m.c. is lower (ratio 0.78). Thus the ratio v_{rms}/u_{rms} is higher for sunspots (2.00 ± 0.04) than for faculae (1.32). The difference between these facula and sunspot rms velocities could be due to the anchorage depth of sunspots, faculae being more sensitive to surface effects. Facula rms velocity also contains a greater contribution from small-scale effects than that of sunspots, because we are tracking facular points. These small-scale features probably have more isotropic properties, i.e. they are less sensitive to the preferential direction of an-

gular rotation, because of their higher Rossby number. A large anisotropy present in sunspots could then be due to large-scale effects. Sunspots V_{rms} show no significant variations during the cycle.

Let us recall that we observed in Paper I a shape-asymmetry in the sunspot rotation rate distribution. This shape-asymmetry was interpreted in terms of two populations (of smaller width). So the sunspot v_{rms} due to small-scale effects might be smaller than the one measured.

5.3. Latitude-dependence of the small-scale kinetic energy

The rms velocity computed in the previous subsections can be interpreted as a “turbulent” (or “small-scale”) kinetic energy. If dispersion is mainly of solar origin and due to small-scale motions, this should yield to important information about the latitudinal-dependence of the small-scale kinetic energy and its amplitude.

We compute the “turbulent kinetic energy” (i.e. energy associated with velocity fluctuations) as

$$E_{kin} = \frac{1}{2} V_{rms}^2, \quad (5)$$

for both v and u , where V_{rms} is defined in Eqs. 3 and 4. The error in E_{kin} is derived from the error on the rms velocity, and is

$$\sigma_{Ekin} = E_{kin} \sqrt{\frac{2}{T}}, \quad (6)$$

where T is the number of points. It is pertinent to calculate E_{kin} values versus latitude, in order to compare them with numerical models. Fig. 6 shows these values for both faculae and sunspots.

The turbulent kinetic energy associated with facula m.c. is approximately constant with latitude. The latitude-dependence is stronger for the angular rotation, but is also noisier. We observe in general an increase in E_{kin} with latitude by a factor two. However, this trend nearly disappears when expressed in $(\text{m/s})^2$.

The E_{kin} associated with sunspot angular velocity shows larger amplitude variations than the E_{kin} of the m.c. obtained with the same sunspots. The angular velocity E_{kin} is minimum at the equator and at 40°N . A large peak is present at 15°S in the southern hemisphere. The E_{kin} of m.c. is similar to those for faculae.

5.4. Comparison with models

We found a nearly constant energy contribution of small-scale motions, in qualitative disagreement with the algebraic model of Canuto et al. (1994). These authors predicted a strong latitude-dependence: a peak at a latitude of about 35° with an amplitude roughly twice that of the equator. If we keep in mind that the error measurements in our data increase with latitude, the discrepancy with the prediction of Canuto et al. is even greater.

The amplitude of E_{kin}/e_* , where e_* is a typical turbulent kinetic energy, is smaller than the model of Canuto et al. by a

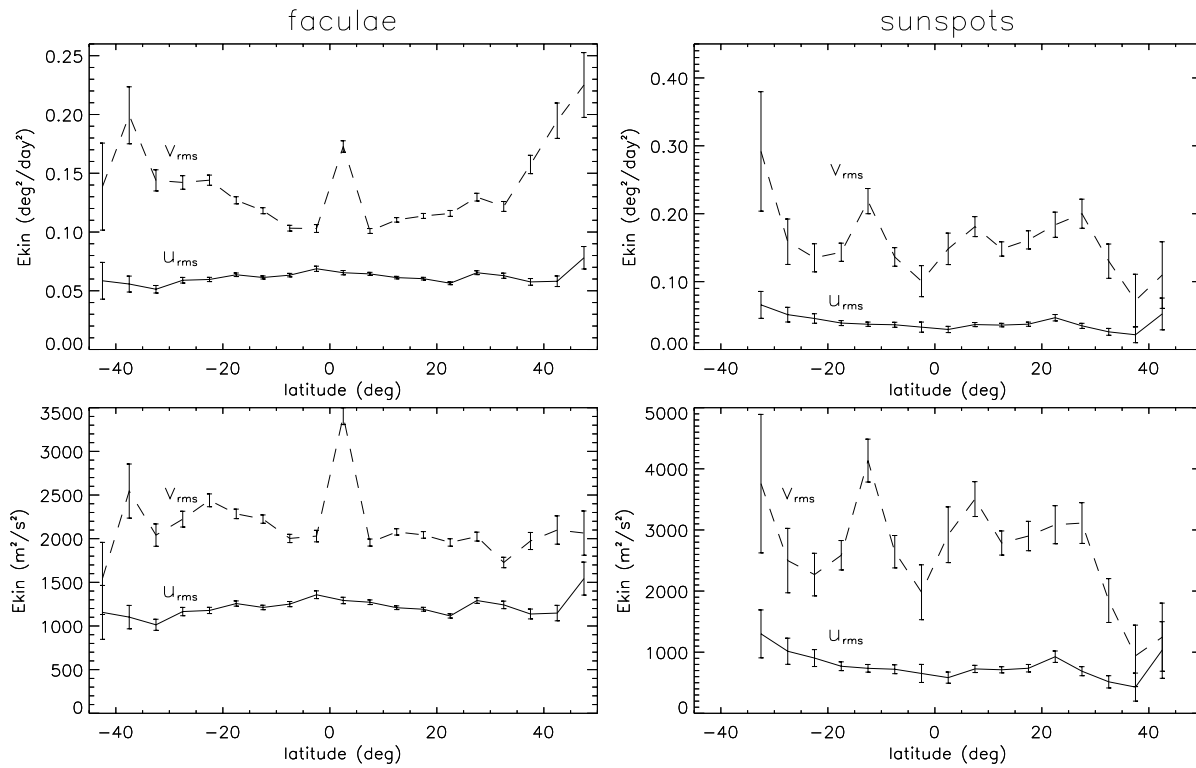


Fig. 6. Turbulent kinetic energy versus latitude for faculae (left) and sunspots (right). The two figures at the top are given in $(^\circ/\text{day})^2$, and the two at the bottom are given in $(\text{m/s})^2$. The solid lines correspond to $u_{rms}(\theta)$ and the dashed lines to $v_{rms}(\theta)$, where θ is the latitude

factor about 2 for faculae, and a little less for sunspots. So we suggest that small-scale eddies may not contain as much energy as assumed by Canuto et al.

However, the discrepancy between our observations and the model is certainly a problem of selected motion scales. In the algebraic model of Canuto et al., the typical scale is smaller than the smallest observed scale here. For example, it is smaller than the granulation size. On the other hand, in numerical models, the velocity fluctuations u' correspond to the mesh size, e.g. 30000 km in the recent model of Pulkkinen et al. (1993).

Therefore, comparison between observations and models are not straightforward. In the case of a Kolmogorov turbulence, the rms velocity varies as $l^{1/3}$, where l is the typical scale. So the fluctuation amplitudes of u' and E_{kin} depend in a complex way on the scale at which they are measured.

Moreover, we observed a hierarchy of scales, from the granule scale (1000 km) to the supergranule scale (30000 km). Each scale possibly depends on latitude and depth. For example, supergranulation cell size are observed to decrease with increasing latitude (Brune & Wöhl 1982; Rimmele & Schröter 1989; Münzer et al. 1989); the model of Pulkkinen et al. exhibits a radial-averaged turbulent kinetic energy, but these authors mentioned that great variations with depth have been observed.

If compared with the radial average, the turbulent kinetic energy we found exhibits a latitude-dependence similar to the model of Pulkkinen et al. (1993), which does not show a strong peak around 30° .

6. Covariance and angular momentum transport

We now address the important question of the angular momentum transport, which is related to the generation of the Sun's differential rotation. We estimate the transport by the m.c. (axisymmetric term) and by Reynolds stresses (non-axisymmetric term), which result from the interaction between non-axisymmetric motions and the Coriolis force. Reynolds stresses are represented by the correlation between motions in the two horizontal directions (i.e. the ‘‘covariance’’). Most current models favor this process.

In this section, meridional motion is positive when towards the equator and negative when towards the pole, in both hemispheres. Previous studies (Ward 1965) showed that the linear angular momentum transport across a complete latitude circle of length L over the time t is

$$\tau \cong tL\rho < [uv] >, \quad (7)$$

where ρ is an average density. Then τ is proportional to

$$< [uv] > = < [u] > < [v] > + < [u]^* [v]^* > + < [u^\bullet v^\bullet] >, \quad (8)$$

where $[]$ indicate spatial averages, $< >$ time averages, u^\bullet and v^\bullet are spatial deviations for each day of the period, and $[u]^*$ and $[v]^*$ are time deviations. The first term, $< [u] > < [v] >$, represents the transport by meridional motion (hereafter ‘‘M.C.T.’’). The two last terms correspond to transports by fluctuating cells (time-variable eddy transport) and horizontal eddies (space-variable eddy transport), respectively. In our analysis, these two

terms cannot be separated because there are not enough points within each latitude bin for each image pair. But the sum of the two terms can be computed, using the space and time-averages of u and v . This sum is referred to as the covariance between the motions in the two horizontal directions, and is expressed by

$$\langle [u'v'] \rangle = \langle [(u - \langle [u] \rangle)(v - \langle [v] \rangle)] \rangle, \quad (9)$$

where u' and v' are the deviations from the respectively time and space means (in each latitude bin) $\langle [u] \rangle$ and $\langle [v] \rangle$ (Nesme-Ribes et al. 1993b). With our sign convention, a positive covariance means that motion faster than average in the direction of rotation is coupled with equatorward motion. The covariance represents the angular momentum transport by Reynolds stresses.

6.1. Latitudinal dependence

The M.C.T. across the latitude circle corresponding to latitude bin i is

$$\text{M.C.T.}_i = \bar{u}_i \bar{v}_i, \quad (10)$$

where \bar{u}_i and \bar{v}_i are the average of u and v in latitude bin i . The $1-\sigma$ error on the M.C.T. includes the standard errors on \bar{u}_i and \bar{v}_i . The covariance in the latitude bin i is

$$\langle [u'v'] \rangle_i = \frac{\sum_{k=1}^{N_i} (u_k - \bar{u}_i)(v_k - \bar{v}_i)}{N_i}, \quad (11)$$

where N_i is the number of points within a given bin i . The $1-\sigma$ error on the covariance has two contributions: the dispersion in the latitude bin and the error on \bar{u}_i and \bar{v}_i . The main contribution comes from the latter for both the M.C.T. and the covariance. This is due to the high uncertainty in m.c., especially in the southern hemisphere.

6.1.1. Latitudinal-dependence of facula covariance

Fig. 7 shows the angular momentum transport by Reynolds stresses (covariance) and by m.c. (M.C.T.). The two hemispheres are folded symmetrically about the equator. We observe no significant covariance, and the error bars provide an upper limit. For faculae, we get covariance values smaller than 0.002 ($^\circ/\text{day}$)² for most latitude bins (remembering that there are fewer points at high latitudes) and an upper limit of 0.01 ($^\circ/\text{day}$)² at the $1-\sigma$ confidence level. Fig. 8 presents the same curves for the two hemispheres, separately. The covariance is still very small (below the $1-\sigma$ error bars).

This is in disagreement with results by Schröter & Wöhl (1976), who studied proper motions of Ca⁺-network fine motes, as shown by Table 2, and by Belvedere et al. (1976). The values given by these authors correspond to latitude-averaged covariance because they were not looking for latitudinal-dependence. However, Komm et al. (1994), observing small-scale photospheric magnetic fields (from magnetograms), did

not detect any significant covariance when considering the latitudinal dependence.

Küker et al. (1993) predicted a covariance which is positive near the surface and negative at the bottom of the convective zone. Their amplitude is probably no greater than a few 0.01 ($^\circ/\text{day}$)², but it is depth-dependent, especially near the surface. So this recent model is consistent with our observations.

6.1.2. Latitudinal-dependence of facula M.C.T.

Facula M.C.T. (defined by Eq. 10) is poleward in the northern hemisphere and less significant in the southern hemisphere; this was already noticed in Fig. 1. We note that a poleward M.C.T. (related to the poleward m.c.) implies that there is some depth at which there should be an equatorward m.c., for continuity. The surface poleward M.C.T. is associated with global transport of angular momentum towards the pole, only if there is enough diffusion to couple the different layers. Otherwise, deep layers would transport the same momentum towards the equator and the balance would be null (Gilman 1980). So it is difficult to estimate the total M.C.T. (i.e. over the whole convective zone) from the surface estimation only. The M.C.T. we measure is only the transport contribution of a layer at a given depth.

6.1.3. Comparison with sunspots

Figs. 7 and 8 also display the covariance and M.C.T. for sunspots versus latitude (Nesme-Ribes et al. 1996b). Sunspot covariance is less than 0.02 ($^\circ/\text{day}$)², with an upper limit at the $1-\sigma$ level of 0.05 ($^\circ/\text{day}$)², which is rather similar to facula covariance. This covariance is much smaller than other observations of sunspot groups (Ward 1965) and sunspots (Gilman & Howard 1984), as shown in Table 2. But our results confirm the small covariance found by Nesme-Ribes et al. (1993b) for cycle 21 sunspots.

Sunspots exhibit an equatorward transport at low latitudes ($< 20^\circ$) and poleward above those latitudes, which is significant at the $1-\sigma$ level only because the errors are large. The difference between sunspot and facula covariance probably lies in the magnetic field strength and anchorage depth of these magnetic features.

6.2. Total contribution for each hemisphere

The above covariance was calculated for each 5° latitude bin: the linear angular momentum was defined across a latitude circle of length L . The covariance obtained was not significantly different from zero for both faculae and sunspots, and we could not obtain their latitudinal-dependence either. In this section we compare each hemisphere. Let us note that the results of Belvedere et al. (1976) are available only for the whole surface. The total M.C.T. is estimated as

$$\text{M.C.T.} = \frac{\sum_{i=1}^N N_i \cos \theta_i \bar{u}_i \bar{v}_i}{\sum_{i=1}^N N_i}, \quad (12)$$

where N_i is the number of points in the latitude bin i , N the number of latitude bins, and θ_i the mean latitude of the bin.

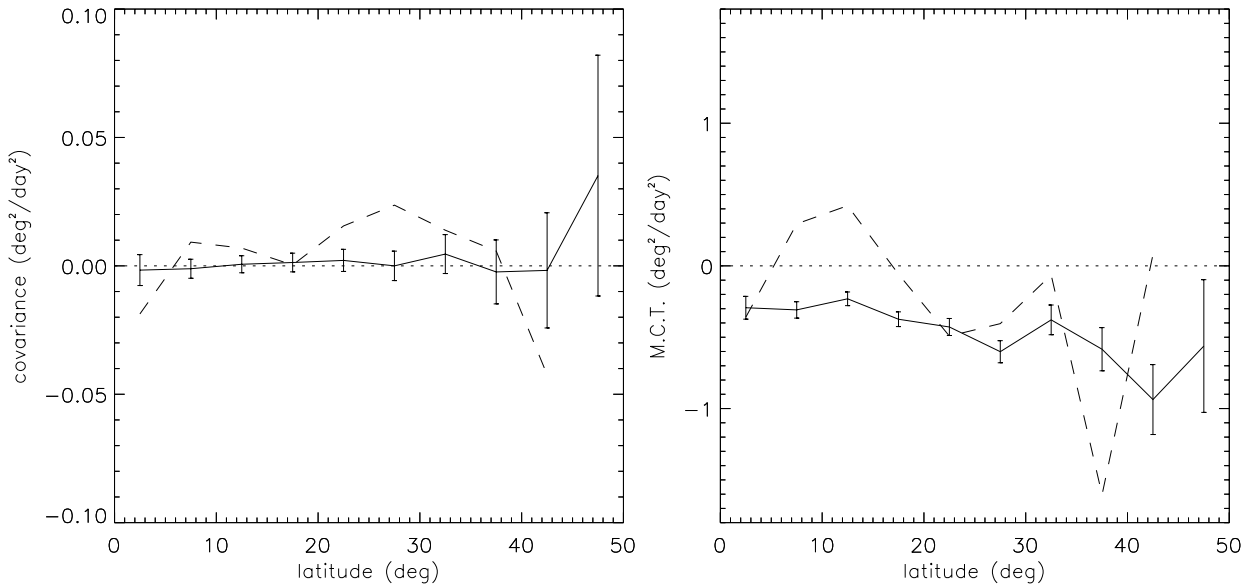


Fig. 7. Angular momentum transport by Reynolds stresses (covariance) are shown on the left and by meridional motions (M.C.T.) on the right. Solid lines represent faculae during [1957-1964] and dashed lines sunspots during [1957-1962]. The two hemispheres have been folded. The values are given in $(^\circ/\text{day})^2$. Error bars for sunspots are not plotted, to make the reading easier. For the covariance the error has the same order of magnitude as the signal. For the M.C.T., the signal is slightly above the error bars

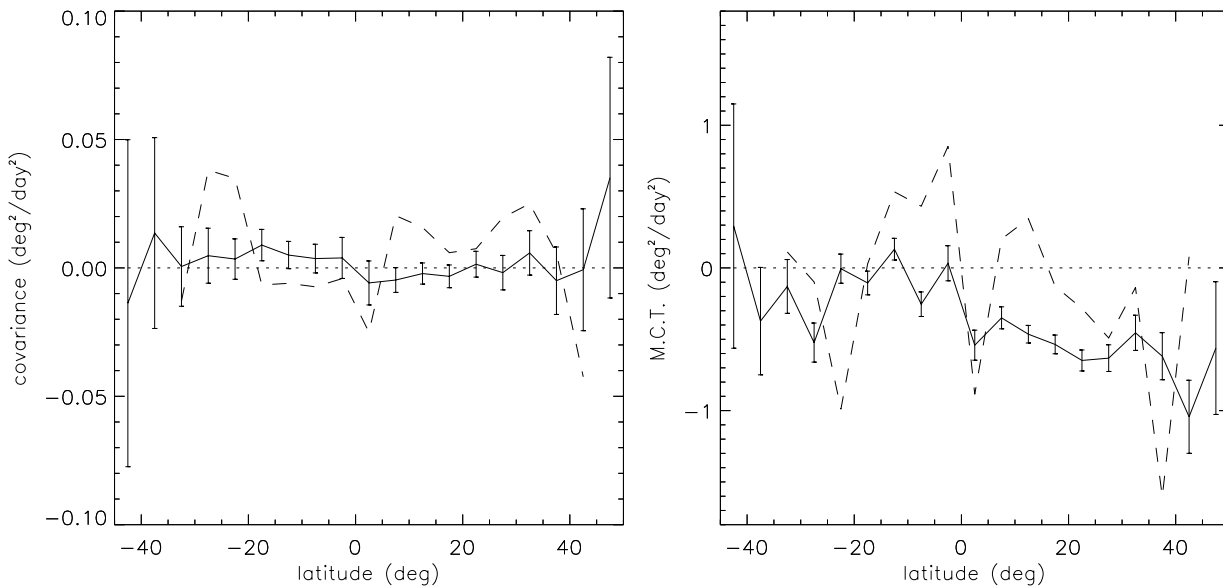


Fig. 8. Same as Fig. 7, except that the two hemispheres are unfolded

Table 2. Covariance values found by various authors using different tracers

authors	tracers	covariance $(^\circ/\text{day})^2$
Schröter & Wöhl 1976	Ca ⁺ -network fine mottles	0.2
Belvedere et al. 1976	K faculae (barycenter)	0.05 to 0.2
Komm et al. 1994	small-scale magnetic fields	0.01 (monthly averaged value)
present paper	photospheric faculae (cycle 19)	0.002 (max. 1- σ : 0.01)
Gilman & Howard 1984	sunspots	0.08 (max., latitude=30°)
Ward 1965	sunspot groups	0.15 (max., latitude=30°)
Nesme-Ribes et al. 1993b	sunspots (cycle 21)	0.02
Nesme-Ribes et al. 1996b	sunspots (cycle 19)	0.02 (max. 1- σ : 0.05)

Table 3. Covariance and M.C.T. for the whole cycle faculae (1957 to 1964) and sunspots (1957 to 1962) averaged on latitudes (North, South, all latitudes), in $(^\circ/\text{day})^2$

	faculae	sunspots
covariance North	-0.0008 ± 0.0017	0.0112 ± 0.0045
covariance South	0.0060 ± 0.0021	-0.0007 ± 0.0053
covariance all	0.0008 ± 0.0011	0.0068 ± 0.0036
M.C.T. North	-0.516 ± 0.076	-0.038 ± 0.128
M.C.T. South	-0.066 ± 0.054	0.208 ± 0.169
M.C.T. all	-0.321 ± 0.048	0.054 ± 0.105

The weighting of the transport in each latitude bin by $\cos \theta_i$ is introduced to take into account the L -dependence of τ , but this does not strongly influence the results. The $1\text{-}\sigma$ error on the M.C.T. includes the dispersion between latitude bins and the standard errors on \bar{u}_i and \bar{v}_i . The covariance is

$$\langle [u'v'] \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N \cos \theta_i \sum_{k=1}^{N_i} (u_k - \bar{u}_i)(v_k - \bar{v}_i)}{\sum_{i=1}^N N_i}. \quad (13)$$

The $1\text{-}\sigma$ error on the covariance now has three contributions: the dispersion between latitude bins, the dispersion in each latitude bin, and the errors on \bar{u}_i and \bar{v}_i .

Table 3 shows the covariance and the M.C.T. when averaged in time (over the cycle) and over the latitudes (for all latitudes, and each hemisphere, separately). The covariance is still very small and not very significant, except for southern faculae (but the corresponding m.c. was not very significant) and for northern sunspots. The covariance for all facular points (averaged in time and latitude) is $6 \cdot 10^4 \pm 2 \cdot 10^5 (\text{cm/s})^2$, i.e. smaller than $6 \cdot 10^5 (\text{cm/s})^2$ at the $3\text{-}\sigma$ confidence level. This is one to two orders of magnitude smaller than those given by Belvedere et al. (1976): they found covariance values ranging from 10^7 to $4 \cdot 10^7 (\text{cm/s})^2$ depending on facula size and compactness. However, they did not give any error bar on their values. Schröter & Wöhl (1976) also found a value of $4 \cdot 10^7 (\text{cm/s})^2$ for Ca^+ -network fine motes.

The transport by the m.c. is much higher (several orders of magnitude) and always negative (i.e. poleward) for faculae. Results for sunspots are less significant, but there is an equatorward M.C.T. in the southern hemisphere.

6.3. Time dependence of the angular momentum transport

In the previous section, we showed that the cycle- and latitude-averaged covariance was not significant. So we now study the time-variation of the latitude-averaged covariance when averaged yearly. The covariance could become significant over times shorter than the solar cycle. Fig. 9 shows the variation of the covariance and the M.C.T. for faculae during cycle 19, computed for the northern and the southern hemispheres separately. We observe a roughly positive covariance in the South, and negative in the North. This confirms Table 3. So covariance is more significant on shorter periods (1 year). This has been observed by Komm et al. (1994), but at a different scale: they found their

most significant covariance at a 1 month-scale, while yearly covariance was insignificant. They obtained a covariance smaller than $0.01 (\text{cm/s})^2$, i.e. similar to ours. This is not surprising if we recall that facular points can be associated with small-scale magnetic fields.

In the northern hemisphere, M.C.T. is negative and $|\text{M.C.T.}|$ is higher at cycle maximum: M.C.T. would reinforce the rigidity of the rotation at cycle maximum.

Covariances in each hemisphere also seem to be in antiphase. The correlation factor between the two hemispheres is -0.25 . This is also true for the M.C.T., with a correlation factor of -0.50 . Even though the signal in the southern hemisphere is close to zero, the two hemispheres are strongly anticorrelated, with variations having a typical time-scale of the order of a few years. This could characterize exchanges between the two hemispheres, especially via the interactions at the equator, implying an active role of the large-scale motions.

7. Conclusion

We used different approaches to address the question of facula dynamics. We first observed a strong north-south asymmetry of the facula m.c., with poleward motions up to 7 m/s in the northern hemisphere at cycle maximum, and no significant m.c. in the southern hemisphere.

The m.c. histogram confirms and states with greater precision what has been discovered in Paper I: we detected a facula population, containing about 10% of the data set points, that rotated more slowly than average, showing m.c. around ten times smaller than the mean, and with rms velocities in the two directions (east-west and north-south) ten times smaller than the rms velocities for the whole data set. Polar field reversals are consistent with the m.c. north-south asymmetry.

Observations of facula and sunspot rms velocities, and their variation during the cycle, allowed us to detect their anisotropy and the origin of their dispersion more precisely. The action of convective cells on facular points or on sunspots maybe due to the cells' horizontal motions and to the successive emergences and disappearances of cells.

Let us note first that a 50 m/s velocity (typical rms velocity for faculae and sunspots) corresponds to a daily displacement equivalent to the size of three granules, while a granule has a typical lifetime of only five minutes. We found no observation of the dependence of the granular or supergranular horizontal velocities on the cycle-phase. Convective cell sizes have been more widely studied. Granules are smaller at cycle maximum (Muller 1988; Muller et al. 1989) and near active regions, as observed by Macris et al. (1989), who found a factor of some 1.15 between the granule size in active and quiet regions. This is consistent with our observations if the mechanism of granule emergence/disappearance prevails.

On the other hand, Münzer et al. (1989) showed that supergranulation cells were larger near active centers. These last observations are in disagreement with our observations if supergranule emergences/disappearances play a significant role, because at the end of the cycle there are fewer very active regions

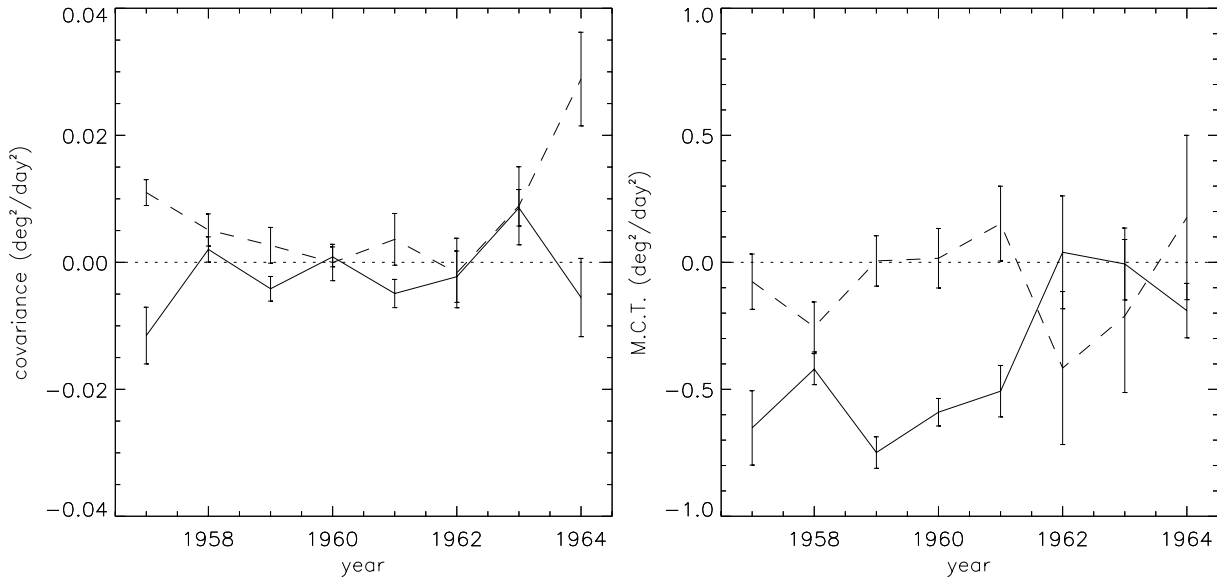


Fig. 9. Variation of the angular momentum transport by Reynolds stresses (covariance) during the cycle is shown on the left and by meridional motions (M.C.T.) on the right, for faculae. The northern hemisphere is shown in solid lines and the southern in dashed lines. Values are given in $(^\circ/\text{day})^2$

than at its maximum, so a larger proportion of points belongs to regions of small activity (i.e. larger granules but smaller supergranules).

This suggests that granulation plays a preponderant role in the rms velocities of facular points via their emergence/disappearance, while supergranulations probably influences motions via their horizontal velocities. The observed discrepancies may be due to the radial structures of the cells.

At a larger scale (about 20°), Nesme-Ribes & Mangeney (1992) found that kinetic energy associated with m.c. bands was higher at cycle minimum than at maximum. This is also consistent with our observations. However, faculae did not show any well-defined m.c. pattern, in contrast with sunspots. This is an important point to stress, because faculae rms velocities should also contain a large-scale contribution.

The crude turbulent kinetic energy calculated in the present paper does not reveal any strong latitudinal-dependence, though this dependence is difficult to determine. Our estimate is probably smaller (by a factor of at least two) than the value predicted by Canuto et al. (1994). The discrepancy between observations and model might be due to a scaling effect.

Facula covariances averaged over the whole cycle are hardly significant, while yearly values are negative for the North. Their amplitude is smaller than $0.01 (^\circ/\text{day})^2$, which is consistent with the results of Komm et al. (1994) for small-scale magnetic fields. Sunspots also exhibit a small covariance, in agreement with cycle 21 Meudon sunspots (Nesme-Ribes et al. 1993b).

Most theoretical studies seem to favor large covariance rates (Canuto et al. 1994; Pulkkinen et al. 1993). However, the small facula covariance does not bring into question the role of Reynolds stresses in the equatorial acceleration. Covariance is likely to be depth-dependent, as shown by Küker et al. (1993).

A precise knowledge of the anchorage depth of magnetic tracers is crucial to settling the issue of the origin of solar differential rotation.

Acknowledgements. One of us (E. Nesme) is grateful to the Ministry of Defense, for having encouraged and funded the long-term spectroheliogram research program, through military contracts (no. 010481/ETCA, no. 012736/DRET-ETCA, and no. 92-2011.A/DRET-ETCA). The extensive work of the spectroheliogram observations team has been crucial for almost a century. We thank the present team for maintaining and improving the observational program over the years. Spectroheliograms were digitized with the *Machine à Mesurer pour l'Astronomie* (MAMA) of the Institut National des Sciences de l'Univers, at the Paris Observatory. Our thanks also go to P. Micheneau, R. Chesnel, P. Toupet, and M. Savinelli for their assistance in the data acquisition and processing.

References

- Babcock H.D., 1959, ApJ 130, 364
- Belvedere G., Godoli G., Motta S., Paternò L. & Zappalà R.A., 1976, Sol. Phys. 46, 23
- Brune R. & Wöhl H., 1982, Sol. Phys. 75, 75
- Canuto V.M., Minotti F.O. & Schilling O., 1994, ApJ 425, 303
- Choudhuri A.R., Schüssler M. & Dikpati M., 1995, A&A 303, L29
- Collin B., Nesme-Ribes E., Leroy B., Meunier N. & Sokoloff D., 1995, C. R. Acad. Sci., Paris, t.321, Série IIB, 111
- Gilman P.A. & Howard R.F., 1984, Sol. Phys. 93, 171
- Gilman P.A., 1980, in: Stellar Turbulence, Lecture Notes in Physics 114, D.F. Gray & J.L. Linsky eds., 19
- Godoli G., 1969, Sol. Phys. 9, 246
- Komm R.W., Howard R.F. & Harvey J.W., 1993, Sol. Phys. 147, 207
- Komm R.W., Howard R.F. & Harvey J.W., 1994, Sol. Phys. 151, 15
- Küker M., Rüdiger G. & Kitchatinov L.L., 1993, A&A 279, L1

- Leighton R.B., 1969, *ApJ* 156, 1
- Macris C., Prokakis Th., Dialetis D. & Muller R., 1989, *Sol. Phys.* 122, 209
- Makarov V.I., 1984, *Sol. Phys.* 93, 393
- Meunier N., Nesme-Ribes E. & Grosso N., 1996, accepted in *A&A* (Paper I)
- Muller R., 1988, *Advances in Space Research* 8 no. 7, 159
- Muller R., Hulot J.C. & Roudier T., 1989, *Sol. Phys.* 119, 220
- Münzer H., Hanslmeier A., Schröter E.H. & Wöhl H., 1989, *A&A* 213, 431
- Nesme-Ribes E. & Mangeney A., 1992, *Radiocarbon* 34 n° 2, 263
- Nesme-Ribes E., Ferreira E.N. & Mein P., 1993a, *A&A* 274, 563
- Nesme-Ribes E., Ferreira E.N. & Vince I., 1993b, *A&A* 276, 211
- Nesme-Ribes E., Meunier N. & Collin B., 1996a, *A&A* 308, 213
- Nesme-Ribes E., Meunier N. & Vince I., 1996b, accepted in *A&A*
- Parrat L.G., *Probability and experimental errors in science*, eds. Dover, 1961
- Pulkkinen P., Tuominen I., Brandenburg A., Nordlund A. & Stein R., 1993, *A&A* 267, 265
- Ribes E. & Bonnefond F., 1990, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics* 55, 241
- Rimmele T. & Schröter E.H., 1989, *A&A* 221, 137
- Rüdiger G., 1977, *Astron. Nachr.* 298, 245
- Rüdiger G. & Kitchatinov L.L., 1994, in: *NATO ASI Series I*, vol 25, E. Nesme-Ribes ed., 27
- Schröter E.H. & Wöhl H., 1976, *Sol. Phys.* 49, 19
- Sheeley N.R.Jr., 1976, *J. Geophys. Res.* 81(19), 3462
- Stix M., 1989, *Reviews in Modern Astronomy* 2, 248
- Ward F., 1965, *ApJ* 141, 534

2.5.3 Les contraintes sur la distribution de vitesse

La **distribution de vitesse** (rotation et circulation méridienne) des facules photosphériques a été étudiée dans les deux articles précédents, à partir de l'histogramme de répartition des vitesses (autour de la moyenne ou d'un ajustement par un polynôme de la vitesse moyenne). Elle a montré l'existence d'une population particulière. J'ai alors effectué un certain nombre de tests pour chercher à caractériser au maximum les propriétés de cette seconde population (que j'appelle **population II** pour simplifier, les autres points faculaires étant appelés **population I**), de manière à en comprendre l'origine. Je résume ici les contraintes déjà obtenues (elles sont présentées dans Meunier et al. 1997a, 1997b) :

- la rotation de cette population II est plus faible et légèrement plus rigide, et présente un écart type plus petit que la population I.
- la circulation méridienne de la population II est plus faible que celle de la population I, typiquement d'un ordre de grandeur, avec également un écart type très faible.
- la présence de la population II est plus importante dans l'hémisphère nord (qui était le plus actif), ainsi que lors du maximum du cycle.
- une dépendance avec l'âge des facules auxquels les points de cette population II appartiennent n'est pas claire.
- les points de la population II sont probablement présents sur toutes les images, et non pas sur quelques-unes.
- aucune dépendance en longitude sur le disque n'a été détectée.
- la distribution en fonction de la longitude de Carrington de la population II est semblable à celle de la population I, comme le montre la figure 2.3 pour le domaine de latitude 5-20 degrés (nord), où se trouve l'essentiel de la population II.

Je cherche dans cette section à **caractériser davantage cette population II**, en étudiant les propriétés de dissymétrie de la distribution de vitesse en fonction de l'environnement des points faculaires sélectionnés (nombre de points dans le voisinage et intensité de l'image).

Partition des points faculaires sur chaque image

S'il semble y avoir une dépendance avec l'activité solaire, il n'est pas évident que ces points soient attachés à une classe particulière de facules. Afin de vérifier cet aspect, j'ai mené l'analyse suivante :

- je regroupe les points faculaires par facule,
- je sélectionne ensuite ces facules selon un certain critère (leur taille par exemple),
- finalement, je regarde si la dissymétrie de la distribution en rotation varie significativement selon les différentes valeurs de ce critère.

Je rappelle la définition de cette dissymétrie r :

$$r = \frac{L - R}{L + R},$$

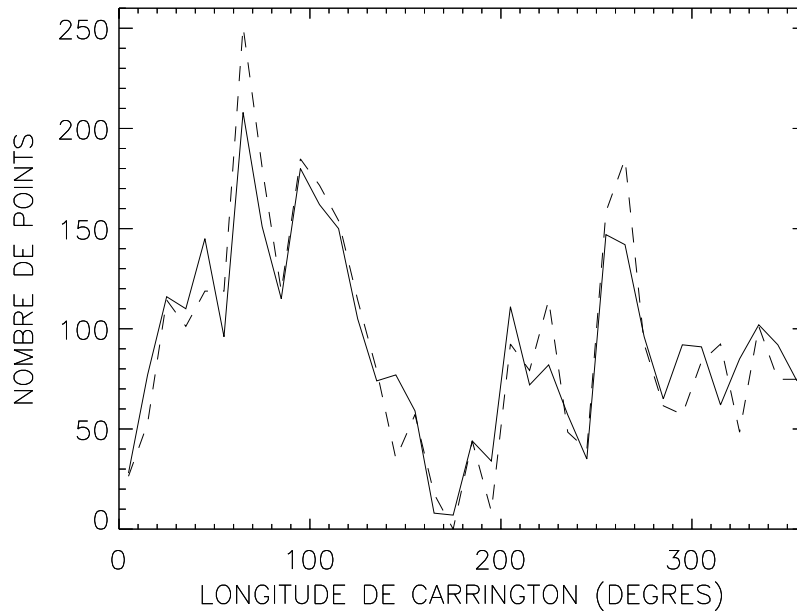


Figure 2.3 : Distribution en fonction de la longitude de Carrington de deux sélections de points : l’une contient 10% de points de la population II (trait plein) et l’autre 50% (trait pointillé), pour les facules de 1959 entre 5 et 20 degrés de latitude nord. Le nombre total de points de la deuxième sélection a été normalisé à celui de la première.

avec L le nombre de points tournant moins vite que la moyenne (ou que l’ajustement par un polynôme : r tient compte de la rotation différentielle), et R le nombre de points tournant plus vite que la moyenne. L’inconvénient de la méthode de sélection des points présentée en section 2.4.3 est en effet de ne pas garder en mémoire pour chacun la facule à laquelle ils appartiennent. Il faut donc faire cette analyse a posteriori. C’est ce que je présente maintenant.

Méthode

La méthode utilisée est une technique d’analyse des données qui réalise une classification par partition en utilisant un algorithme de “nuées dynamiques”. Elle est appliquée à chaque première image des couples étudiés. Si l’on connaît le nombre de groupes à trouver, alors il faut optimiser une certaine grandeur qui dépend des différents regroupements possibles des points. J’utilise l’inertie interclasse (une classe est un groupe, ou plus précisément une facule ici), qui dépend de la distance de chacun des points au “noyau” (ou centre) du groupe auquel il appartient. La distance choisie ici est la distance physique entre les points considérés à la surface solaire. En pratique, pour tous les points sélectionnés d’un couple d’images, il faut minimiser :

$$W_{int} = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{M_n} \text{dist}(P_i, N_n)^2$$

où N est le nombre de facules sur le disque solaire ce jour là, M_n est le nombre de points faculaires dans la facule n , et dist représente la distance d'un point faculaire P_i du groupe n au noyau N_n du groupe n .

Le point délicat est le choix du nombre de facules N , inconnu a priori et bien sûr variable d'une image à l'autre. Un choix classique est d'étudier la variation de l'inertie interclasse totale W_{int} minimale obtenue pour chaque valeur de N , et d'identifier la valeur de N pour laquelle on observe un palier. En pratique, un tel critère est très difficile à appliquer car la diminution de l'inertie interclasse totale avec N est "très régulière" : il n'est alors pas possible d'identifier un palier. J'applique ici le critère suivant :

- la valeur de l'inertie interclasse totale W_{int} pour un très grand nombre de groupes ($N=40$) est calculée,
- je choisis N égale à la plus petite valeur N' telle que :

$$W_{int}(N = N') > kW_{int}(N = 40)$$

J'ai testé les valeurs de $k = 3$ et $k = 4$. Elles donnent des résultats similaires.

A chaque point sélectionné, j'associe donc le nombre de points sélectionnés dans "sa" facule, ainsi que la valeur de l'inertie interclasse individuelle de cette facule. L'étude de la dissymétrie de la distribution de vitesse se fait ensuite sur ces deux critères.

Résultats

L'étude a été réalisée pour les facules de l'année 1959, car l'existence de la population II y est la plus significative. Je l'ai également restreinte aux facules vieilles (les plus nombreuses, critère essentiel pour pouvoir faire une partition valable). Les résultats sont les suivants :

(i) Le nombre de points par facule varie de 1 à 15 (pour $k = 3$) et de 1 à 18 (pour $k = 4$). L'échantillon a été découpé en 5 et 6 groupes respectivement : les points appartenant aux facules de 1 à 3 points, de 4 à 6 points, etc. Pour chacun de ces groupes de points, la rotation différentielle moyenne est calculée, la distribution de rotation autour du polynôme ajusté sur cette moyenne établie, et la dissymétrie r de l'histogramme calculée selon la méthode décrite dans Meunier et al. (1997a). Aucune variation significative n'est observée avec le nombre de points sélectionnés par facule, comme le montre la figure 2.4.

(ii) L'inertie interclasse individuelle varie de 0 à $1,05 \cdot 10^8$ (pour $k = 3$) et de 0 à $1,8 \cdot 10^8$ (pour $k = 4$). Des intervalles de longueurs inégales ont été choisis car la distribution des points en fonction de W_{int} décroît à peu près comme $1/W_{int}$. Là encore, je n'observe aucune tendance nette. La dissymétrie r semble indépendante de la valeur de l'inertie interclasse de la facule à laquelle appartiennent les points (figure 2.4).

Dans les deux cas, le nombre de point de population II dans une facule ne semble pas dépendre du nombre total de points sélectionnés, ni de l'inertie interclasse individuelle de

la facule à laquelle ils appartiennent. Remarquons ici une difficulté de l'interprétation de la valeur du nombre de points dans chaque facule. Une facule âgée et étendue ("diluée") peut en effet fournir autant de points qu'une facule très active. N et W_{int} dépendent donc de la façon dont les points sont sélectionnés et ne sont donc qu'indirectement liés à la taille de la facule et à son degré d'activité.

Dissymétrie en fonction de l'intensité moyenne autour des points faculaires

J'ai utilisé un deuxième critère pour caractériser la population II. Il s'agit d'étudier la relation entre les points de la population II et l'intensité moyenne au voisinage de ces points. Les images sont normalisées entre elles (la technique est décrite au chapitre 4). L'intensité moyenne est divisée par l'intensité du Soleil calme.

La figure 2.5 montre la variation de la rotation différentielle avec l'intensité moyenne autour du point. La surface considérée pour calculer cette moyenne est ici de l'ordre de l'échelle de la supergranulation. On observe que les points de la population II (qui sont caractérisés sur cette figure par une "surdensité" de points, ayant pratiquement la même vitesse de rotation) sont présents à toutes les intensités.

Conclusion

De l'analyse de la partition des points faculaires ainsi que de l'intensité dans leur environnement, je conclus que les points de la population II, à rotation plus faible que la moyenne et assez rigide, semblent être présents dans pratiquement toutes les facules. **Ces points sont donc assez largement répartis.** Il est possible qu'ils soient liés aux points-pivots observés dans certains filaments : ce sont des parties du filament ayant une rotation rigide. Mouradian et al. (1987) ont en effet observé que la plupart des régions actives apparaissent tout près d'un point-pivot (alors qu'elles sont absentes près des filaments ayant une rotation différentielle "normale"). Remarquons également que 10% des points représentent un ordre de grandeur équivalent à un point pivot par région active. Cette interprétation serait également cohérente avec le fait qu'ils soient davantage présents dans l'hémisphère le plus actif. Dans ce contexte, les points de la population II pourraient être situés sur des sites privilégiés d'émergence du flux magnétique. Cette interprétation spéculative expliquerait la très faible dispersion en vitesse. Comme on les observe également dans les facules vieilles, ceci impliquerait une émergence continue de flux dans les régions actives.

La population II est-elle un artefact ?

La dispersion des vitesses de la population II est très faible comparée aux erreurs de mesures. En outre, la procédure de choix des points utilisée est telle que le programme propose un point sur l'image du deuxième jour. Cette proposition provient d'une rotation différentielle standard, mais elle présente en réalité un décalage de 7,5 degrés environ vers le nord : la population II semble alors coïncider avec cette courbe. Une possibilité

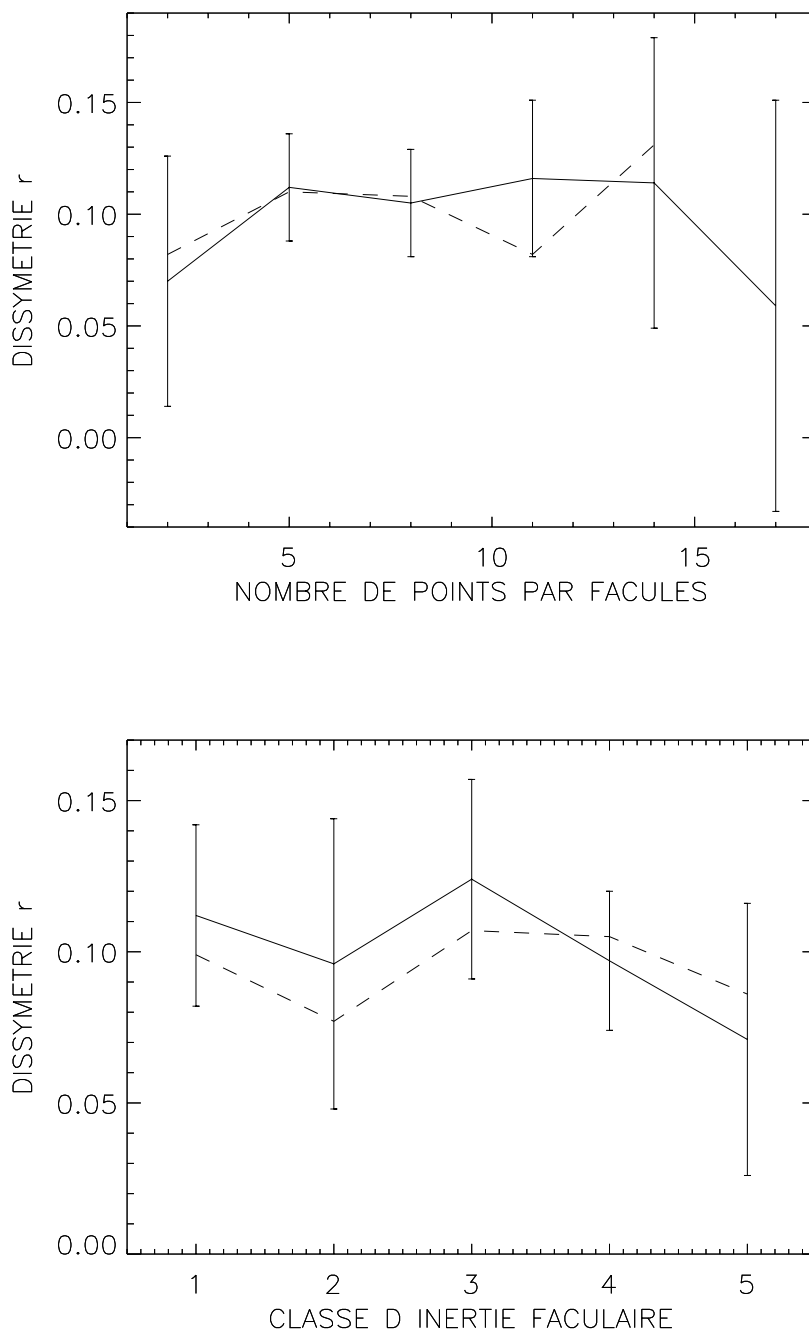


Figure 2.4 : Dissymétrie r pour les facules vieilles de 1959. La courbe en trait plein représente la variation pour $k = 4$, en tirets pour $k = 3$. Les barres d'erreur ne sont montrées que pour $k = 4$ pour faciliter la lecture. En haut : dissymétrie r en fonction du nombre de points par facule. En bas : dissymétrie r en fonction de la classe d'inertie de la facule (voir texte : l'inertie augmente avec le numéro de la classe) ; les classes sont définies comme suit pour $k = 3$ (en fraction de 10^8) : (1) $[0 - 0,02]$, (2) $[0,02 - 0,03]$, (3) $[0,03 - 0,05]$, (4) $[0,05 - 0,2]$, et (5) $[0,2 - 1,05]$. La partition pour $k = 4$ est similaire.

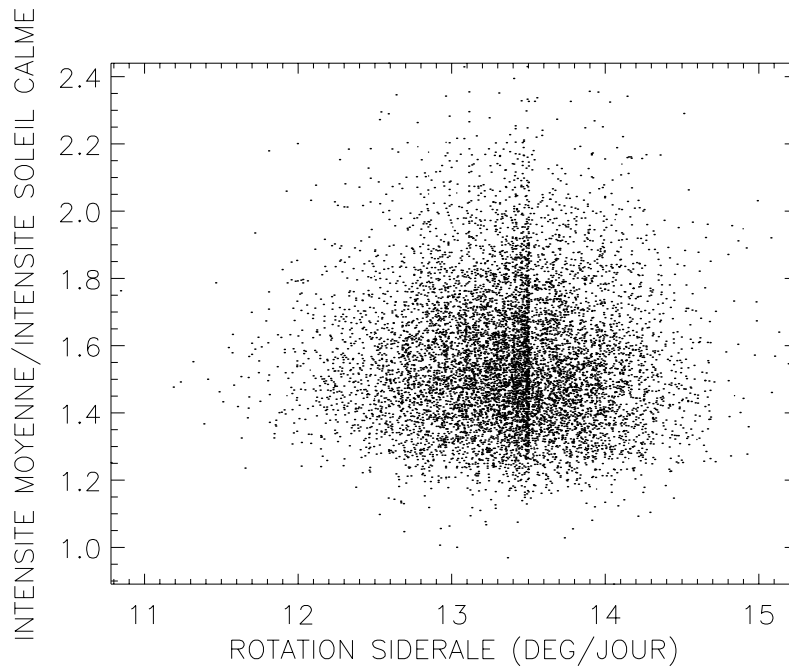


Figure 2.5 : Intensité moyenne autour des points faculaires en fonction de leur rotation sidérale (facules vieilles de 1959). La surdensité de points orientée verticalement vers $13.5^\circ/\text{jour}$ correspond à la population II.

d'explication de la population II pourrait donc être la suivante : lors de la sélection des points sur la deuxième image, certains sont laissés à la valeur fournie par le programme, car ils sont estimés être corrects. Ceci entraînerait une dispersion plus faible pour ces points (par rapport à s'ils avaient été sélectionnés directement à l'oeil), d'où une concentration de points telle celle observée. Par ailleurs, la rotation proposée est constante dans chaque zoom, et une dispersion de la rotation de ces points augmentant avec la latitude est donc attendue : elle est bien observée, et avec une amplitude plausible. Cette explication apparaît donc très plausible. Il faut cependant rappeler qu'une variation du nombre de points de la population II avec l'année est observée.

2.5.4 Ecart type des vitesses de la population I corrigées de l'effet de la présence de la population II

Les écarts types de vitesse des points faculaires photosphériques calculés précédemment (article II) présentent une dépendance avec la phase du cycle, surtout pour la circulation méridienne. L'écart type de celle-ci est plus grand au minimum du cycle. Or les calculs ont été fait sans tenir compte de la difficulté suivante. La distribution de vitesse n'est pas gaussienne, mais présente un pic de faible largeur (la population II) superposé à une large gaussienne représentant l'essentiel des points. La présence de la population II va donc diminuer la dispersion calculée, et son influence va être maximale lors du maximum du

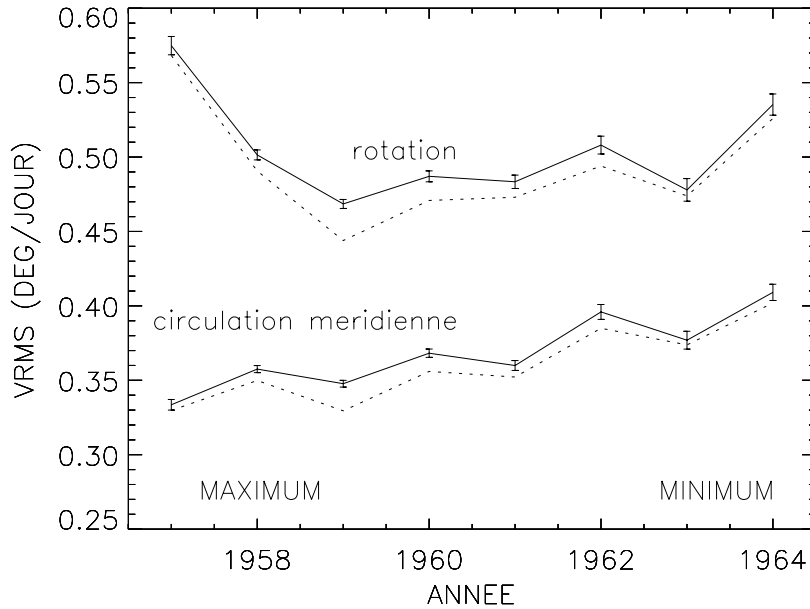


Figure 2.6 : Variation de l'écart type de la rotation et de la circulation méridienne au cours du cycle, après correction (trait plein) et avant correction (trait pointillé), en degrés/jour.

cycle. Comme il est plus correct de s'intéresser à l'écart type des populations séparément (surtout si la population II est un artefact), on voit que la tendance observée risque d'être annulée par cet effet.

Je calcule donc ici l'écart type en vitesse de la population I en corrigeant de la présence de la population II. Je considère d'abord que l'écart type de la population II est dix fois plus faible que celui de la population I (cette valeur provient de l'analyse de l'histogramme des vitesses). Ensuite, la proportion de points dans la population II est prise égal à $100r$ (où r est le coefficient de dissymétrie de la distribution en rotation défini précédemment). L'écart type V'_{rms} est défini à partir de l'ancienne valeur V_{rms} , pour chaque année étudiée :

$$V'^2_{rms} = \frac{1 - 0.01r}{1 - r} V^2_{rms}$$

Les résultats sont présentés sur la figure 2.6. La correction est effectivement maximale lors du maximum du cycle. Cependant, elle ne remet pas en cause les résultats précédents : les écarts types sont toujours plus grands lors du minimum du cycle, surtout dans le cas de la circulation méridienne. Cette tendance est moins claire pour la rotation : l'écart type de la rotation prend sa plus petite valeur en 1959 ; cependant, les valeurs obtenues pour 1957-1958 (années assez actives) et 1963-1964 (minimum du cycle) sont similaires.

Table 2.2 : Coefficients de la décomposition de la circulation méridienne en $A_0 + A_1 \sin \theta + A_2 \sin^2 \theta$, où θ est la latitude, pour différentes périodes. Les barres d'erreur ont été calculées par une simulation Monte Carlo.

période	A_0	A_1	A_2
1957-1960 (MAXI)	$0,022 \pm 0,012$	$0,078 \pm 0,030$	$-0,037 \pm 0,094$
1961-1964 (MINI)	$0,010 \pm 0,017$	$0,030 \pm 0,075$	$-0,039 \pm 0,024$
1957-1964	$0,016 \pm 0,010$	$0,069 \pm 0,029$	$-0,017 \pm 0,083$

2.5.5 La variation de la circulation méridienne au cours du cycle

Une analyse de la circulation méridienne des facules photosphériques par l'ajustement d'une série de polynômes de Legendre est effectuée afin de mettre en évidence d'éventuelles variations au cours du cycle solaire. Dans l'article précédent (Meunier et al. 1997b), j'ai utilisé la circulation méridienne moyenne par hémisphère dans ce but : celle de l'hémisphère nord est importante (7 m/s vers le pôle) au maximum du cycle puis décroît vers des valeurs très faibles, tandis qu'elle reste faible dans l'hémisphère sud durant tout le cycle 19. Le but est ici de compléter ces résultats.

J'utilise ici des polynômes de Legendre du second degré, avec un terme impair pour tenir compte de la dissymétrie entre les deux hémisphères. Les coefficients sont transformés en A_0 , A_1 et A_2 , tels que l'expression $A_0 + A_1 \sin \theta + A_2 \sin^2 \theta$ modélise la circulation méridienne. La table 2.2 présente les valeurs de A_0 , A_1 et A_2 . Le coefficient de plus grande amplitude est celui reflétant la dissymétrie par rapport à l'équateur, qui confirme la plus grande symétrie au minimum du cycle. A_0 est également deux fois plus faible au minimum du cycle qu'au maximum : il représente la circulation méridienne à l'équateur. A_0 et A_2 ne présentent pas de variations significatives au cours du cycle.

2.5.6 Les dépendances en longitude

Je présente dans cette section une analyse de la rotation et de la circulation méridienne en fonction de la longitude de Carrington. Cette approche peut permettre la mise en évidence de l'existence de cellules de convections géantes grâce à la détection de variations de la dynamique avec la longitude. Les difficultés d'une telle étude sont, d'une part la faible amplitude du signal recherché, et d'autre part les limitations de l'utilisation de la longitude de Carrington. Celle-ci est en effet calculée en considérant une rotation rigide, de période 27,3 jours (soit une rotation sidérale de $13,2^\circ/\text{jour}$). Il faut remarquer que la définition d'une longitude à la surface solaire présuppose en effet une rotation rigide (i.e. indépendant de la latitude au moins). Comme la rotation solaire est différentielle, le choix d'une rotation rigide pour calculer les longitudes est a priori arbitraire et conventionnel. La valeur choisie par Carrington au siècle dernier correspondait à la rotation des taches à la latitude de 23 degrés environ. Si une rotation rigide existe, rien ne dit que cette période soit la bonne ni exactement constante. J'effectue tout d'abord une analyse de la rotation et

de la circulation méridienne des facules en fonction de la longitude de Carrington. Puis, j'examine la question de la pertinence de la définition d'une telle longitude en utilisant les points faculaires sélectionnés.

Rotation et circulation méridienne en fonction de la longitude

La distribution des points faculaires sélectionnés avec la latitude n'est pas exactement la même dans toutes les bandes de longitude. Afin d'étudier les variations de la dynamique avec la longitude, il faut donc corriger de cet effet pour éviter l'influence de la rotation différentielle. En effet, supposons que tous les points faculaires tournent à la rotation différentielle moyenne. Si leur distribution est inhomogène sur le disque, on observera une variation de la rotation moyenne par bande de longitude due à la rotation différentielle en latitude. Pour en tenir compte, je calcule pour chaque point faculaire sélectionné la différence entre sa rotation et celle qu'il aurait s'il suivait la rotation différentielle moyenne (j'utilise l'ajustement par un polynôme) : je définis le résidu de rotation comme la différence entre ces deux valeurs. La figure 2.7 montre le résidu de rotation et la circulation méridienne en fonction de la longitude de Carrington pour les facules de 1959. La rotation présente essentiellement une zone de 40 degrés de large environ avec une rotation moins rapide que la moyenne, ainsi que quelques zones plus étroites avec une rotation plus lente ou plus rapide. Cependant, pour la plupart des longitudes, aucun signal significatif n'est visible. La conclusion est la même pour la circulation méridienne. Aucune trace claire de cellule géante n'est donc détectée.

Rappelons qu'il s'agit ici d'une moyenne sur l'année 1959 (en réalité environ 6 mois). Cette analyse permet donc la recherche de cellules qui sont stables sur une durée d'au moins 6 mois. L'étude sur de plus courts intervalles de temps est difficile avec nos données : le signal ne serait pas assez significatif.

Les longitudes actives existent-elles ?

Le problème posé par la longitude de Carrington a été mentionné ci-dessus. Il est dû au choix arbitraire d'une rotation rigide pour le calcul des longitudes, alors la rotation observée est différentielle. D'autres vitesses de rotation ont été utilisées dans la littérature pour approcher le problème des **longitudes actives** : existe-t-il des longitudes où il y a plus d'activité, et ce sur une période assez grande devant la période de rotation ? Si oui, ces longitudes particulières sont appelées "longitudes actives". La réponse à cette question va apporter des contraintes très fortes sur les processus de génération de champs magnétiques. Mikhailutsa & Makarova (1994) ont effectué une analyse des nombres de taches et de facules sur plusieurs cycles solaires. Ils ont utilisé une autre période de rotation (fixe également) et ont trouvé des variations d'un cycle à l'autre et une anticorrélation entre les deux hémisphères. Il était donc intéressant d'étudier la distribution des points faculaires sélectionnés en fonction d'une longitude définie à partir d'une rotation rigide variable : l'objectif est de voir si, en ajustant la vitesse de rotation rigide utilisée pour calculer la longitude, on peut obtenir une distribution effectivement très modulée d'une bande de longitude à l'autre sur une échelle de temps assez longue.

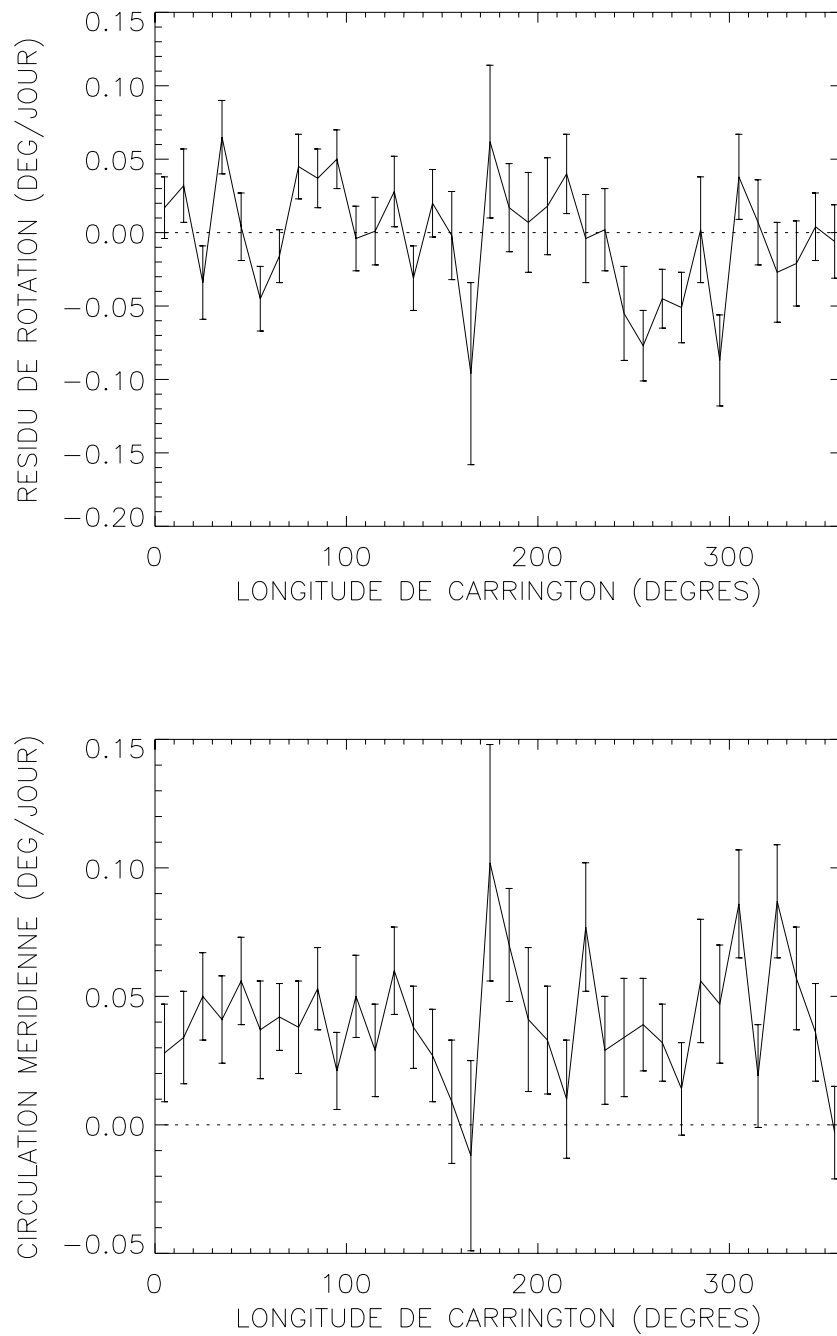


Figure 2.7 : Dynamique en fonction de la longitude de Carrington, pour les facules de 1959. En haut : résidu de la rotation différentielle. En bas : circulation méridienne.

J'adopte la méthode de calcul de la longitude suivante. Pour chaque point faculaire sélectionné i , à la longitude l_i , la date en temps julien t_i est calculée. Soit A une vitesse de rotation synodique. Pour chaque point i , je calcule :

$$l'_i = l_i + A(t_i - t_0) - 360E((l_i + A(t_i - t_0))/360),$$

où A est variable, t_0 est un temps de référence arbitraire (les phases ne seront donc pas comparables à d'autres travaux), et $E(X)$ est la partie entière de X . On utilise un certain nombre de **critères "automatiques" sur la distribution des points en longitude** pour déterminer la valeur de A qui correspond à une distribution avec longitudes actives (entre parenthèses figure un choix du critère à faire) :

- le minimum (le plus petit),
- le maximum (le plus grand),
- le contraste (le plus grand),
- l'amplitude (la plus grande),
- le rapport entre le minimum et le maximum (le plus grand).

Ces cinq critères se sont avérés être très similaires, en particulier les trois derniers. La figure 2.8 montre un exemple du contraste pour l'année 1959 et l'ensemble des années 1957-1960. Il est facile de voir que pour une seule année il est possible de choisir une valeur de A (autour de $12,1^\circ/\text{jour}$ dans l'exemple de 1959), alors que lorsque plusieurs années sont regroupées, c'est impossible. Par ailleurs, si la distribution était uniforme, alors le faible échantillon impliquerait qu'un nombre variable de points doit être observé avec la longitude. Lorsque la distribution en fonction de la longitude est corrigée de cette fonction de probabilité, les résultats sont similaires (les critères sont encore moins nets).

Regardons maintenant la **distribution des points faculaires en fonction de la longitude** pour les valeurs du critère choisies. Cette distribution est présentée sur la figure 2.9 pour quatre années. Dans chacun des cas, une vitesse A différente a donc été utilisée. La distribution est très variable d'une année à l'autre. Par ailleurs, dans tous les cas, on note l'existence d'une seule "longitude active", c'est-à-dire une seule bande de longitude avec beaucoup de points (avec une distribution très large autour d'elle), et non pas deux. Il est cependant possible que les valeurs du critère retenues ne permette pas de déterminer pour quelle valeur de A on aurait deux "longitudes actives" (i.e. deux bandes de longitudes avec beaucoup de points).

Par ailleurs, contrairement à Mikhailutsa & Makarova (1994), je n'observe aucune différence significative entre les hémisphères (ils sont en phase plutôt qu'en opposition de phase).

Finalement, le résidu de rotation et la circulation méridienne dépend peu de la longitude calculée avec les valeurs optimales de A .

Conclusions

La première conclusion est donc la suivante : si les longitudes actives existent, la période associée à la définition de la longitude varie avec le temps, typiquement sur une échelle de temps d'un an. Autrement dit, s'il existe une rotation rigide, elle varie sur

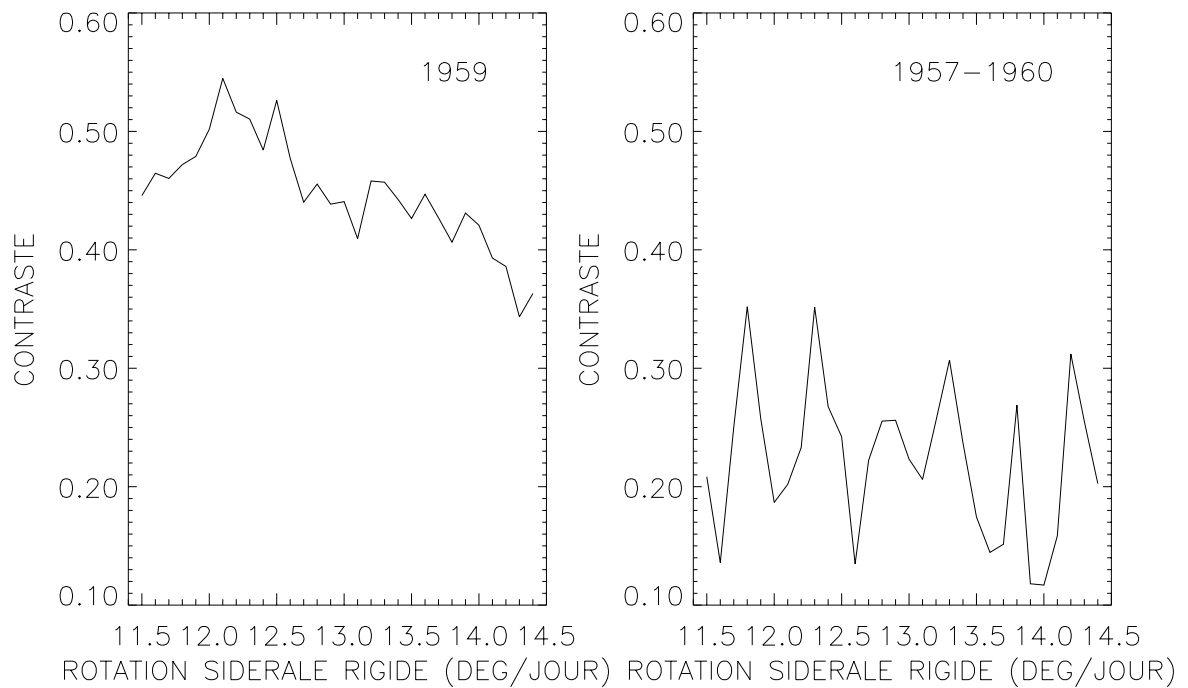


Figure 2.8 : Contraste obtenu pour différentes valeurs d’une rotation synodique A , pour l’année 1959 (à gauche) et pour les 4 années 1957-1960 (à droite).

l’échelle d’un an environ. Il apparaît également que la détermination de A est loin d’être précise et donc on s’attend à une distribution en longitude assez large.

La deuxième conclusion est que, même en considérant les données d’une seule année, la distribution en longitude est très large et avec un seul “pic”. En outre, comparons d’une part la figure 2.3, qui correspond à une distribution en fonction de la longitude de Carrington pour une bande de latitude très restreinte (et dans laquelle la rotation est presque rigide), et d’autre part la distribution la plus contrastée possible pour la même année, mais cette fois-ci pour l’ensemble des points faculaires. Il apparaît clairement que les points provenant de latitudes très différentes ne correspondent pas à une même longitude.

Les distributions très larges avec une variation de la “rotation rigide” correspondante sur des échelles de temps d’un an montrent que la détermination n’est pas robuste. Par ailleurs, le nombre de points faculaires sélectionnés reflète le degré d’activité. En effet, il avait été constaté depuis longtemps que durant le cycle 19, l’hémisphère nord était le plus actif, via le nombre de taches, le nombre d’éruptions, etc. Or j’ai pu sélectionner deux fois plus de points dans cet hémisphère, en accord avec ces observations précédentes. Si les longitudes existaient, on devrait donc les observer en utilisant ces nombres de points ; elles ne semblent donc pas exister.

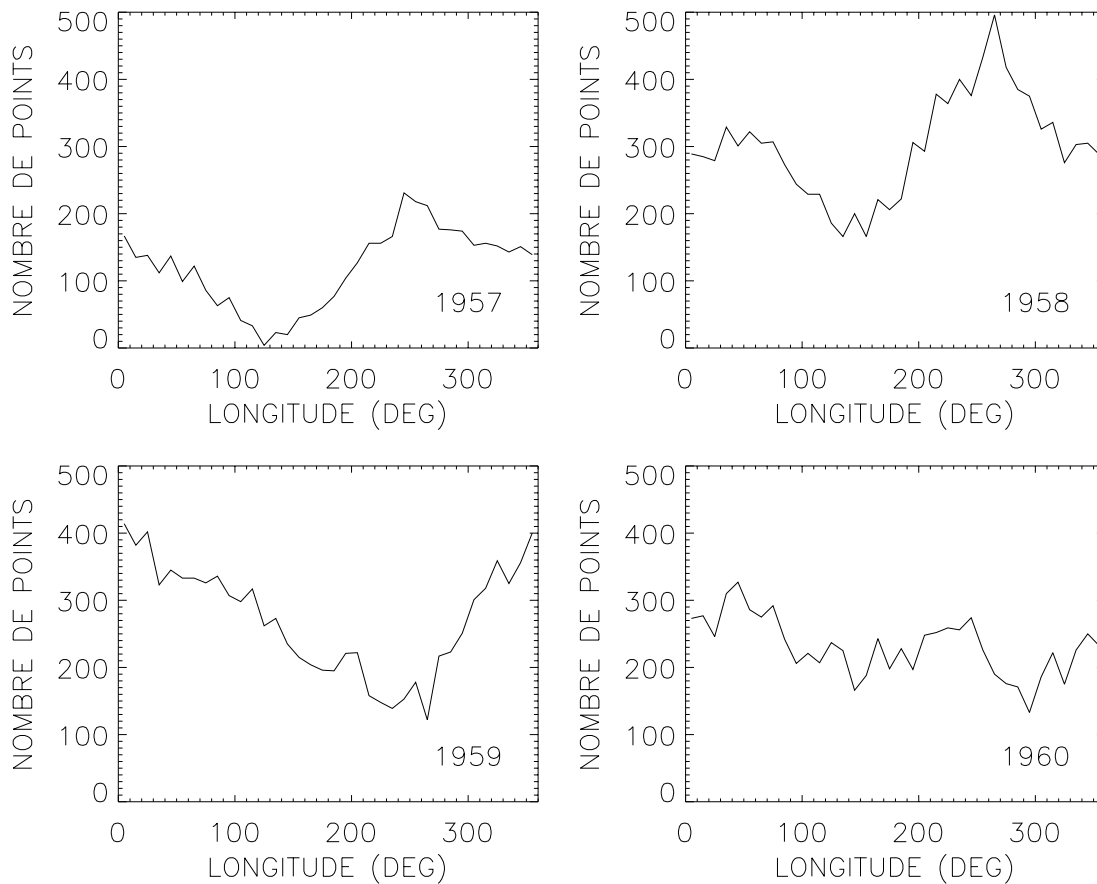


Figure 2.9 : Distributions des points sélectionnés en longitude obtenues pour 4 années : 1957 ($A = 12.0^\circ/j$), 1958 ($A = 12.7^\circ/j$), 1959 ($A = 12.1^\circ/j$), 1960 ($A = 12.7^\circ/j$).

2.6 Analyse de la dynamique des facules chromosphériques

Dans la section précédente, j'ai étudié la dynamique des facules photosphériques, à grande et petite échelles spatiales, ainsi que les variations au cours du cycle solaire. Je m'attache maintenant à regarder si les propriétés des facules observées au niveau photosphérique étaient spécifiques de ce niveau, ou bien si elles se manifestaient également au niveau chromosphérique. Les facules observées sur les spectrohélogrammes K_3 se situent dans la haute chromosphère, vers 4000 km d'altitude. J'établis la comparaison de la dissymétrie nord-sud de la rotation différentielle et de la circulation méridienne, la distribution en vitesse des points faculaires et les écarts types des vitesses.

Une comparaison est également établie avec les points brillants du réseau, situés à la même altitude que les plages visibles sur les clichés K_3 , mais en dehors des régions actives. La question de leur nature n'est pas complètement résolue (ces structures sont-elles analogues aux points brillants des facules ?).

2.6.1 Biais en fonction de la longitude

Avant de présenter ces résultats, je reviens sur un point présenté dans le premier article (Meunier et al. 1997a). Il s'agit d'un biais observé sur la rotation. La moyenne de la rotation différentielle par bande de longitude (la longitude étant ici celle mesurée sur le disque solaire) n'est en effet pas constante : l'hémisphère ouest tourne moins rapidement que l'hémisphère est. Ce phénomène n'est probablement pas d'origine solaire. Une possibilité serait en effet que la profondeur à laquelle on observe les facules soient située environ 1000 km en dessous du niveau du Soleil calme (à partir duquel on mesure le rayon du disque), mais ceci est bien supérieur à la dépression de Wilson (de l'ordre de la centaine de kilomètre). Il s'agit donc d'un biais. L'origine possible de ce biais observationnel est discuté dans Meunier et al. (1997a).

Je corrige d'abord cette rotation moyenne pour tenir compte de la rotation différentielle en latitude : la rotation moyenne par bande de longitude est également calculée, mais en ayant remplacé la rotation de chaque point par la valeur du polynôme (ajusté sur la rotation moyenne) à sa latitude ; puis elle est soustraite de la première. La figure 2.10 montre le **biais** résultant. Je calcule la correction de la rotation de la manière suivante :

$$\text{Correction} = \left(\frac{\sum_{i=1}^N N_i x_i}{\sum_{i=1}^N N_i} - \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right) a,$$

avec a la pente de la droite ajustée sur le biais de la figure 2.10 ($a=0,0026 \text{ jour}^{-1}$ pour les K_3), x_i la longitude de la bande, N_i le nombre de points dans cette bande de longitude, et N le nombre de bandes de longitude.

Cette correction repose sur l'hypothèse que le biais est nul au centre du disque. Par ailleurs, aucune variation significative avec la latitude n'avait été trouvée dans Meunier et al. (1997b). Pour l'ensemble du cycle 19, j'obtiens des corrections de $0,0067^\circ/\text{jour}$ et $0,0040^\circ/\text{jour}$ pour les facules chromosphériques et le réseau respectivement. Notons qu'une erreur de calcul concernant les K_{1v} (article I) a conduit à des valeurs de correction trop grandes : elles sont en réalité comprises entre $-0,0078^\circ/\text{jour}$ et $+0,0072^\circ/\text{jour}$ selon l'année, c'est-à-dire qu'elles sont un ordre de grandeur plus faibles que celles données

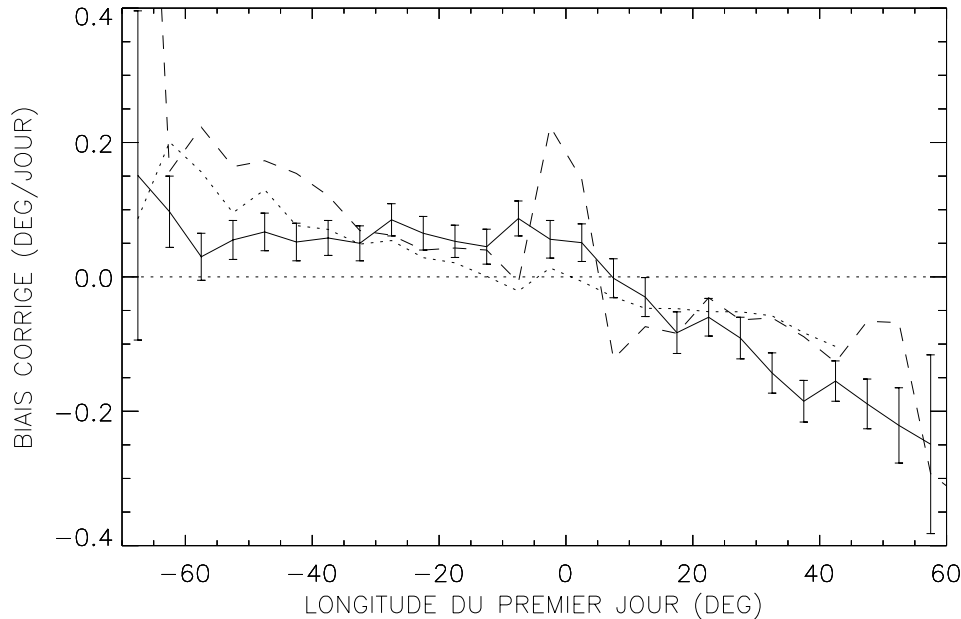


Figure 2.10 : Biais corrigé (en degrés par jour) en fonction de la longitude (du premier jour) des points sélectionnés, pour l'ensemble du cycle : facules chromosphériques (trait plein), réseau chromosphérique (tirets) et facules photosphériques (trait pointillé). Ce biais est obtenu en soustrayant un biais synthétique (rotation en fonction de la longitude pour la distribution réelle de points sur le disque mais une rotation ayant une dépendance en latitude seulement) de la rotation observée en fonction de la longitude.

dans l'article I. Toutes ces corrections sont donc négligeables, de même que le biais. L'erreur de calcul ne remet pas en cause les résultats obtenus. En particulier, les évolutions au cours du cycle sont similaires. Les distributions de vitesse, les écarts types et les ondes de torsions ne sont évidemment pas affectés.

2.6.2 La dynamique à grande échelle

La rotation

La figure 2.11 montre la rotation sidérale pour les facules chromosphériques du cycle 19, comparée à celle des facules photosphériques de la même période. La dissymétrie nord-sud est présente : l'hémisphère nord tourne également plus vite. Par contre, je trouve une rotation légèrement plus lente qu'au niveau de la photosphère, de l'ordre de $0,1^\circ/\text{jour}$.

Figure aussi sur ce graphe la rotation des points brillants du réseau chromosphérique (c'est-à-dire en dehors des régions actives). Ces points brillants ont une couverture en latitude plus grande que les points faculaires, jusqu'à 70 degrés. Ils présentent également

Table 2.3 : Coefficients de la décomposition de la rotation en $\sum_{i=0}^4 A_i \sin^i \theta$, où θ est la latitude, pour différents traceurs (cycle 19). Les barres d'erreur ont été calculées par une simulation de type Monte Carlo.

traceur	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4
facules K1	14,45±0,02	0,90±0,07	-2,19±0,30	-0,58±0,38	-0,66±0,89
facules K3	14,39±0,04	1,00±0,16	-2,40±0,80	-1,20±0,97	-0,37±2,26
réseau K3	14,40±0,06	1,06±0,17	-3,45±0,49	-0,69±0,39	0,32±0,73

la dissymétrie nord-sud : aux hautes latitudes, il y a encore 1° /jour de différence. Ils tournent plus lentement que les facules de la même altitude, d'environ $0,1^\circ$ /jour. Leur rotation est légèrement plus différentielle. La table 2.3 présente les résultats de l'ajustement par un polynôme de la rotation des trois types de traceurs magnétiques étudiés dans ce chapitre.

Ces résultats sont très différents de ceux obtenus à partir de quelques images de juin 1982 (Collin et al. 1995, voir annexe I), pour lesquelles la rotation du réseau était plus rapide (et proche de la rotation rapide de la supergranulation observée par Snodgrass & Ulrich 1990) et plus rigide que celle des facules.

La dissymétrie nord-sud importante des facules photosphériques est confirmée par la rotation des facules chromosphériques, avec une amplitude similaire et la même constance au cours du cycle. Rappelons que les taches observées avec les mêmes images (Nesme-Ribes et al. 1997, voir annexe II) durant la même période ont une rotation sensiblement symétrique par rapport à l'équateur. La rotation des taches était également plus rigide.

La circulation méridienne

La circulation méridienne des différents traceurs étudiés est présentée sur la figure 2.11. Celle des facules chromosphériques est similaire à celle des facules photosphériques, avec cependant un mouvement vers les pôles dans l'hémisphère nord de plus grande amplitude (presque d'un facteur 2, soit environ 15 m/s) jusqu'à 30 degrés de latitude, puis plus faible au-delà.

Par contre, la circulation méridienne du réseau est très différente. Elle est significativement positive partout, ce qui signifie un mouvement vers le pôle dans l'hémisphère nord et vers l'équateur dans l'hémisphère sud. La dissymétrie entre les deux hémisphères est donc extrêmement marquée.

2.6.3 La dynamique à petite échelle

Les écarts types de vitesses

L'écart type de la rotation des facules chromosphériques est très proche de celui des facules photosphériques, tant pour la rotation que pour la circulation méridienne (table 2.4). Par contre, ceux du réseau chromosphérique sont supérieurs, d'un facteur 1,4

environ. Il est difficile de dire si cette propriété leur est intrinsèque, ou bien si elle signifie seulement que la détermination de ces points est moins précise (ce qui entraînerait une plus grande dispersion).

A partir des résidus de rotation et de circulation méridienne pour chaque point, je calcule également le module des résidus de la vitesse. La figure 2.12 montre la distribution de ce module. Si la distribution des dispersions de la rotation et de la circulation méridienne sont gaussiennes, alors la distribution du module de la vitesse v suit la loi :

$$f(v) = A \frac{v}{\sigma} \exp^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}},$$

où σ caractérise la dispersion de vitesse, et A est une constante de normalisation. Les valeurs de σ obtenues ainsi que les valeurs moyennes de v sont présentées dans la table 2.5.

Je compare ces résultats avec ceux obtenus par Schrijver & Martin (1990) et Schrijver et al. (1996). Ils ont effectué une étude de la dispersion des points brillants, dans les facules essentiellement, afin d'estimer leur coefficient de diffusion. Schrijver & Martin (1990) ont utilisé des magnétogrammes Schrijver et al. (1996) des images dans la raie Ca II K à large bande. Leur analyse a porté sur la dynamique à petite échelle des points brillants (dispersion), et non sur celle à grande échelle. C'est là l'un des avantages de la méthode que j'ai utilisée, car j'observe les deux simultanément. Les dispersions de vitesse que j'ai obtenue à partir des spectrohéliogrammes de Meudon sont compatibles avec celles de Schrijver & Martin (1990) et Schrijver et al. (1996). Ainsi, la variation de la dispersion en fonction de l'intervalle entre images analysée par Schrijver & Martin (1990) (leur figure 8) fournit, pour un intervalle entre images de 24 heures, une dispersion moyenne $\langle v \rangle$ de :

- (i) 100 m/s environ pour les points proches des bords des facules
- (ii) 75 m/s environ pour ceux proches du coeur.

Cet accord montre également que les erreurs aléatoires commises lors de l'identification des points dans le travail présenté dans ce chapitre sont relativement faibles (sinon les dispersions de vitesse seraient beaucoup plus importantes).

Par contre, contrairement aux résultats de Schrijver & Martin (1990) et Schrijver et al. (1996), j'observe une queue de la distribution (vers les grandes valeurs de v) proche de celle de la distribution provenant de 2 distributions parentes gaussiennes (fonction f ci-dessus).

Existence de la population II

La population II de points faculaires découverte au niveau photosphérique, surtout au maximum du cycle, est moins clairement observée ici : la distribution de rotation (figure 2.13) montre en effet un pic de plus faible amplitude, et surtout peu décalé en vitesse (les deux composantes ont pratiquement la même rotation moyenne). Ce pic correspond peut-être aux points de la population II découverts au niveau photosphérique. La différence plus faible entre leur rotation et la rotation moyenne à altitude plus élevée

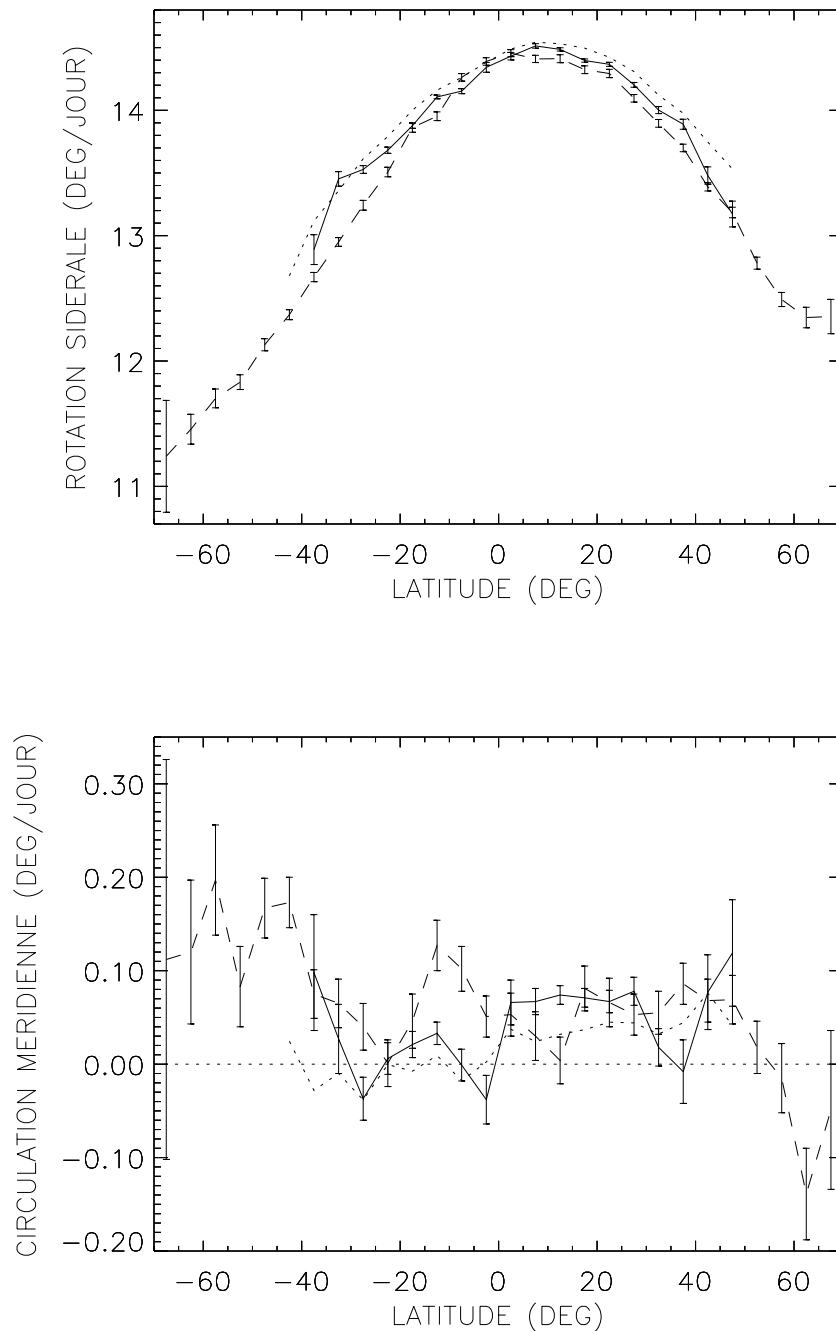


Figure 2.11 : Dynamique des facules chromosphériques (trait plein), du réseau chromosphérique (tirets) et des facules photosphériques (trait pointillé), pour l'ensemble du cycle 19. Les barres d'erreur pour les facules photosphériques ne figurent pas sur ce graphe pour en faciliter la lecture (elle sont plus faibles que celles des facules chromosphériques d'un facteur 2 ou 3 environ). En haut : rotation sidérale. En bas : circulation méridienne (positive quand le mouvement est vers le nord).

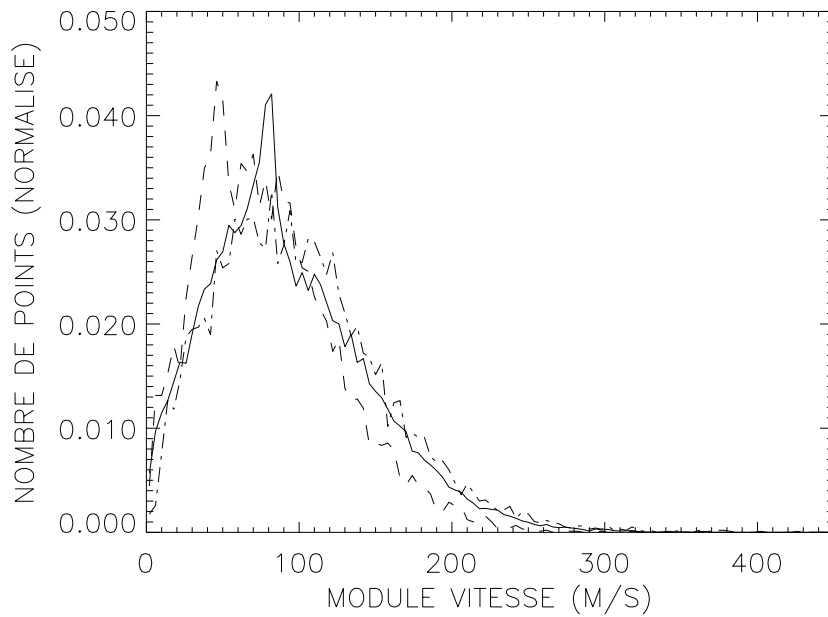


Figure 2.12 : Distribution du module de la dispersion de vitesse, pour les facules chromosphériques (tirets), le réseau chromosphérique (trait mixte) et les facules photosphériques (trait plein), pour l'ensemble du cycle 19. Les histogrammes sont normalisés à 1. La taille des boîtes est de 4 m/s.

Table 2.4 : Ecart types de la rotation (V_{rms}) et de la circulation méridienne (U_{rms}), pour différentes périodes et traceurs, en degrés/jour.

période	traceur	V_{rms}	U_{rms}
1959	facules photosphériques	0,444±0,003	0,329±0,002
	facules chromosphériques	0,479±0,005	0,374±0,004
	réseau chromosphérique	0,670±0,012	0,526±0,009
1957-1963	facules photosphériques	0,491±0,002	0,352±0,001
	facules chromosphériques	0,487±0,004	0,370±0,003
	réseau chromosphérique	0,723±0,005	0,565±0,004

Table 2.5 : Paramètre σ de la fonction de distribution correspondant à deux distribution gaussienne parentes indépendante, et moyenne du module de la dispersion de vitesse $\langle v \rangle$, pour l'ensemble du cycle 19 (en m/s).

traceur	σ	$\langle v \rangle$
facules photosphériques	73,91±0,01	93,2±0,2
facules chromosphériques	63,20±0,03	80,0±0,3
réseau chromosphérique	78,77±0,04	100,3±0,4

est un argument en faveur d'une origine de ces points au niveau de la photosphère ou en-dessous. Le phénomène est complètement absent du réseau chromosphérique.

Les conclusions sont similaires pour la distribution de la circulation méridienne autour de la moyenne. Il est donc probable que l'existence de la population II soit localisée au niveau photosphérique ou en dessous. Dans le cas où la population II serait un artefact, la dynamique du réseau devrait présenter un phénomène très atténué (car les incertitudes sont plus grandes), ce qui est effectivement observé.

2.7 Conclusion

Les études observationnelles de la dynamique des facules sont beaucoup plus récentes et restreintes que celles des taches. Elles ont été jusqu'à présent essentiellement limitées à des observations très locales, ou au contraire uniquement globales. Le travail que j'ai présenté ici repose sur une analyse à la fois globale et locale des facules. La base de données des spectrohéliogrammes de Meudon m'a permis d'aborder cette étude avec un grand nombre de données, couvrant un cycle solaire. Les outils développés pourront cependant facilement s'appliquer de la même manière à d'autres périodes.

Cette approche a été conçue pour tirer parti de la spécificité des données de Meudon (qualité des images, Soleil entier, suivi des observations), et obtenir des informations nouvelles avec deux objectifs en vue :

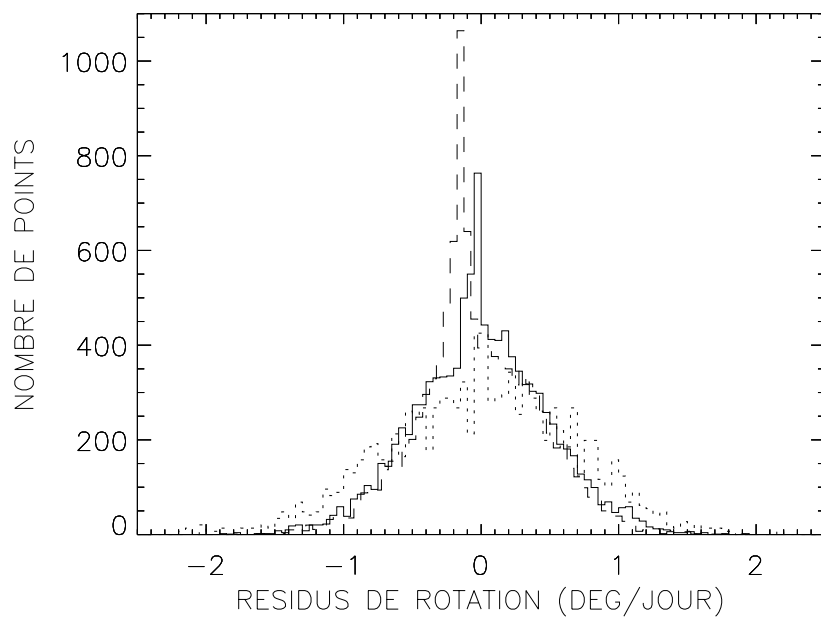


Figure 2.13 : Distribution en rotation des facules chromosphériques (trait plein), du réseau chromosphérique (tirets) et des facules photosphériques (trait pointillé), pour 1959. Les histogrammes sont normalisés à celui des facules photosphériques.

- L'étude du couplage entre la dynamique (globale) des traceurs et le champ magnétique au cours du cycle, à partir des facules au lieu des taches comme dans la plupart des travaux précédents ;
- L'analyse de la dynamique à petite échelle spatiale et non pas seulement globale. Des résultats nouveaux ont été obtenus sur ces deux points principaux.

2.7.1 Couplage entre la dynamique des facules et champ magnétique

Les facules apportent en effet des informations originales concernant l'activité solaire, car elles ont un comportement complètement différent de celui des taches par exemple (dissymétrie nord-sud, distribution de vitesse). La dissymétrie nord-sud de la rotation est de grande amplitude (contrairement à celle des taches) et semble être constante au cours du cycle, alors que la circulation méridienne présente des variations importantes sur les 8 années de données. Cette étude a également permis d'apporter des éléments nouveaux concernant la physique des facules grâce à l'analyse de la dynamique à petite échelle. En particulier, la dispersion des vitesses autour de la moyenne a été étudiée, ainsi que ses variations au cours du cycle. Deux populations différentes de points faculaires pourraient également avoir été découvertes au cours de ce travail. Leur dynamique et leur distribution spatiale ont pu être caractérisées. Ces résultats doivent être confirmés par l'étude d'autres cycles.

2.7.2 Dynamique à différentes échelles spatiales

Les méthodes habituellement utilisées pour observer la dynamique des traceurs magnétiques sont des techniques globales, qui ne donnent accès qu'à la dynamique à grande échelle. Les taches solaires ne fournissent qu'une information à grande échelle du fait de leur faible nombre et faible durée de vie. J'ai choisi ma méthode d'analyse de la dynamique des facules de manière à conserver la possibilité d'obtenir des informations statistiquement significatives sur de faibles échelles spatiales :

- (i) les petites structures des facules (points brillants) sont traitées individuellement ;
- (ii) des mesures sont effectuées pour deux altitudes différentes dans l'atmosphère solaire ;
- (iii) les procédures automatiques ont été établies pour être appliquées à un grand nombre de données, de manière fiable et reproductible.

A partir de ces résultats, on peut retrouver les résultats d'une analyse globale (comme celles impliquant corrélations ou mesures de barycentre de grandes structures) en regroupant les points par facules. La rotation et la circulation méridienne moyennes des points appartenant à un même groupe sont ainsi analysées. La figure 2.14 montre la rotation et la circulation méridienne en fonction de la latitude qui en résultent (année 1959). Le résultat est semblable à celui obtenu pour l'analyse des points individuels.

En revanche, la distribution des vitesses, obtenue sur les points individuels ou regroupés, est très différente (figure 2.15). Deux caractéristiques importantes sont observées :

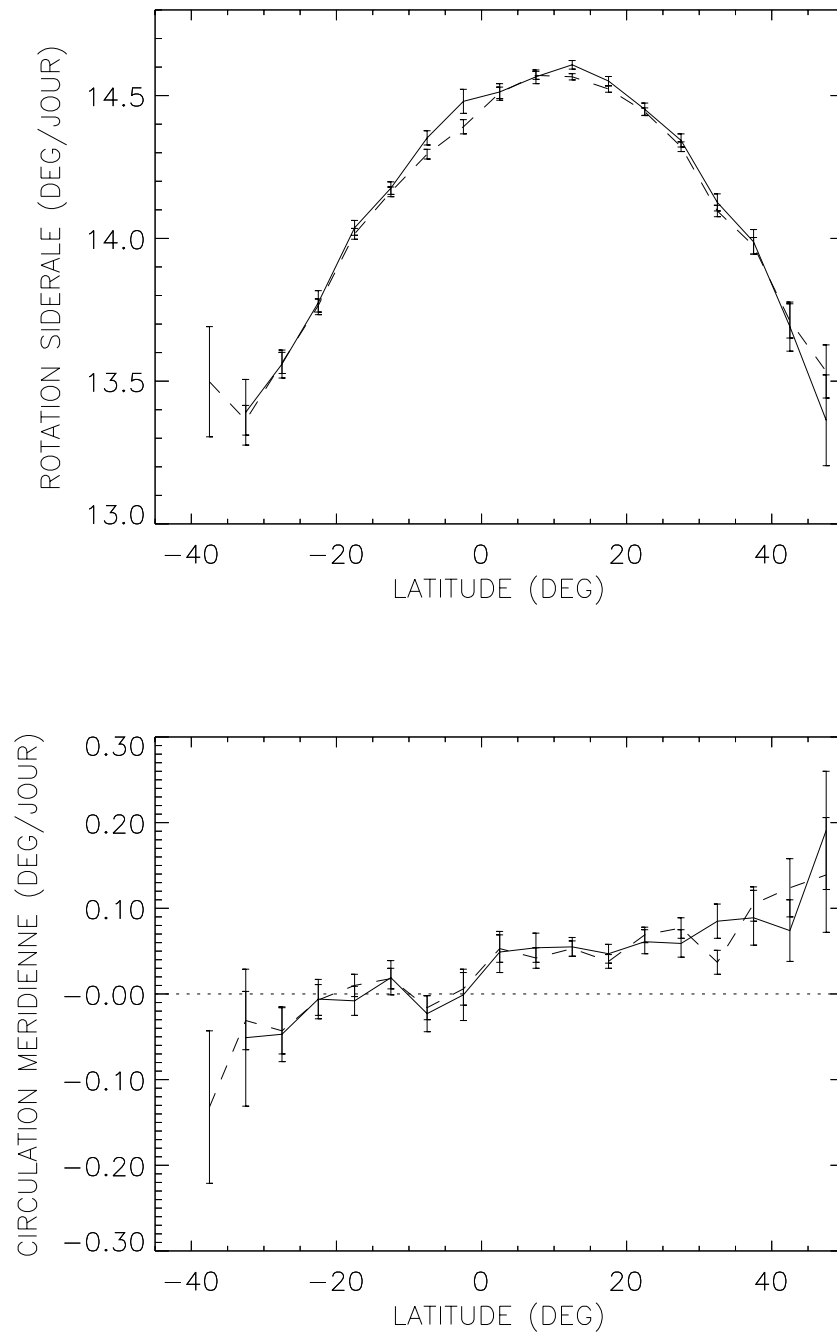


Figure 2.14 : Rotation sidérale (en haut) et circulation méridienne (en bas) en fonction de la latitude, pour les facules de 1959 : la moyenne des groupes de points est en trait plein et celle des points individuels est en tirets. La circulation méridienne est positive quand le mouvement est vers le nord.

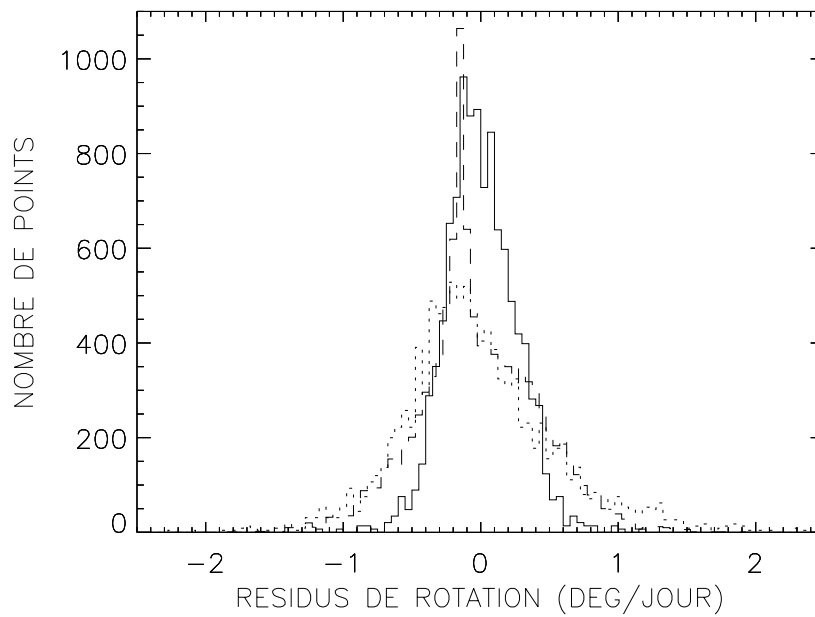


Figure 2.15 : Distribution de la rotation autour de la moyenne pour les facules de 1959 : celui des groupes de points est en trait plein et celui des points individuels en tirets. La ligne pointillés représente la distribution des taches du cycle 19 pour comparaison. Les histogrammes sont normalisés à celui des points individuels.

(i) La population II n'est pas détectée quand on moyenne la dynamique des points par facule : des trois méthodes à notre disposition (barycentre, corrélation et suivi point par point), seule celle choisie dans ce travail peut permettre de détecter la population II de points faculaires. Ce point est important si elle s'avérait être réelle.

(ii) L'écart type de la rotation est beaucoup plus faible quand les points sont regroupés par rapport à celui obtenu à partir de points individuels. En effet, il est de $0,26^\circ/\text{jour}$ dans le premier cas, au lieu de $0,44^\circ/\text{jour}$ dans le deuxième cas (année 1959), soit un facteur 2 environ. Ainsi, l'écart type entre facules contribue pour moitié à peu près à l'écart type de la dynamique des points faculaires, cette dernière comprenant également la dispersion à l'intérieur de chaque facule.

Chapitre 3

Analyse fractale des facules photosphériques

La génération du champ magnétique à grande échelle (présentant un cycle de 22 ans) a été largement étudiée depuis plusieurs décennies dans le cadre de la théorie de la dynamo, dans l'hypothèse du champ moyen (voir par exemple la revue de Roberts 1994, ainsi que les chapitres 1 et 7). Bien que des problèmes subsistent, cette approche permet la compréhension d'un bon nombre de phénomènes observés, en particulier le "diagramme papillon" des taches.

L'hypothèse du champ moyen ne permet cependant pas d'étudier le champ magnétique aux petites échelles spatiales et temporelles. Les régions actives sont intermittentes, spatialement et temporellement, dans le sens où les forts flux magnétiques sont extrêmement localisés dans l'espace et dans le temps, et ces zones très concentrées sont très dispersées. Ces phénomènes ne sont pas encore vraiment bien compris. Ils pourraient être interprétés dans le cadre de la dynamo "rapide", avec un très grand nombre de Reynolds (10^8), mais les simulations sont difficiles à réaliser. Dans ce contexte, il est donc intéressant d'étudier la distribution spatiale du champ magnétique.

Je présente ici **une analyse fractale des facules photosphériques, qui permet de quantifier la complexité de la distribution du champ magnétique** dans les facules. Je passe tout d'abord en revue les raisons qui conduisent à une telle approche. Je présente ensuite quelques généralités sur les objets fractals, en illustrant mon propos d'exemples rencontrés dans la nature. J'insiste sur les difficultés de calculer la dimension fractale d'un objet observé avec une résolution spatiale limitée. Puis je décris les mesures que j'ai effectuées sur les spectrohéliogrammes de Meudon. La section suivante présente des possibilités d'interprétation physique de la distribution de flux observée qui ont été proposées dans la littérature : la théorie de la percolation, ainsi que des approches plus récentes qui y sont affiliées, puis une interprétation en terme de dynamo. Après cette comparaison avec les modèles préexistants, je fais un bilan (non exhaustif) des perspectives en ce qui concerne les observations futures, l'analyse des données et les caractéristiques que devrait posséder une modélisation réaliste dans ce domaine.

3.1 Pourquoi une analyse fractale ?

Un certain nombre d'observations suggèrent l'utilisation d'une approche fractale des régions actives :

- Les observations montrent que la **structure des régions actives est auto-similaire** : ceci apparaît par exemple sur des magnétogrammes effectué au niveau photosphérique, ou bien sur des spectrohéliogrammes K_{1V} . Une auto-similarité signifie que les structures (ou la distribution du champ magnétique à la surface) présentent le même degré de complexité, quelle que soit l'échelle à laquelle on les observe. Je reviendrai plus en détail sur ces définitions dans la section suivante.

- La **distribution en taille des régions actives suit une loi de puissance** (Harvey & Zwaan 1993), caractéristique d'une structure fractale.

- Les mesures des coefficients de diffusion des tubes de flux à la surface solaire montrent de larges différences selon les auteurs (Lawrence & Schrijver 1993). Ceci pourrait être dû à une **diffusion "anormale"**, différente de la diffusion de Fick classique.

Dans ce travail, j'examine le premier point plus en détail. En effet, une analyse fractale permet d'étudier la façon dont le flux est distribué à la surface, et donc de **quantifier le degré de complexité des structures**. Les diverses interprétations de la structure fractale reposent sur la distribution spatiale des *tubes de flux* (notons qu'ils ont une échelle inférieure à la résolution spatiale actuelle, donc on n'a pas accès à toute la dynamique disponible). La distribution de flux à la surface est intimement liée au mécanisme de génération du champ magnétique en profondeur d'une part, et aux phénomènes de diffusion en surface d'autre part. L'analyse fractale fournit donc des indices pour comprendre le processus de formation des régions actives. La magnétohydrodynamique joue un rôle extrêmement important en astrophysique mais elle souffre du manque d'observations détaillées de champs magnétiques turbulents en fonction de la position. Il est donc important de regarder en détail les quelques exemples dont on dispose qui fournissent une résolution spatiale intéressante, et parmi eux le champ magnétique dans les couches proches de la surface solaire.

3.2 Détermination d'une dimension fractale

Dans cette section, je décris succinctement ce qu'est une structure fractale. Après une définition mathématique de la dimension fractale, je donne quelques exemples de structures fractales et j'examine les principales difficultés rencontrées lors du calcul des dimensions fractales.

3.2.1 Définition mathématique

La nature est remplie d'exemples de structures irrégulières et très fragmentées, telles que certaines côtes terrestres, ou les nuages... Il est impossible de décrire de telles structures complexes à l'aide de figures simples (ligne droite ou cercle par exemple). Ces

structures très variées correspondent en effet à un niveau de complexité différent (Mandelbrot 1977). Pour quantifier la complexité de ces structures, un nombre, la dimension fractale, a été introduit. Une définition mathématique rigoureuse de la dimension fractale d de l'ensemble X est :

$$d(X) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(N_\varepsilon(X))}{\ln(\varepsilon^{-1})}$$

avec $N_\varepsilon(X)$ le nombre minimal de boules de rayon ε couvrant X . En effet, il s'agit de paver une surface ou un volume par d'autres surfaces ou volumes plus petits.

3.2.2 Des exemples

Deux exemples simples permettent d'illustrer le comportement d'un objet fractal : le mouvement Brownien et les côtes terrestres.

Le mouvement brownien

Une structure fractale bien connue provient du mouvement Brownien. La figure 3.1 en présente un exemple, observé par Perrin (1909). Des particules se déplacent dans un fluide et sont observées sous un microscope. Leur position est enregistrée toutes les 30 secondes. Entre deux positions successives, une ligne droite est tracée. Cependant, si l'intervalle de temps entre deux mesures était beaucoup plus petit, la trajectoire ne serait évidemment pas cette ligne droite, mais une courbe très similaire à l'ensemble de la figure, en plus petit. C'est ce qu'on appelle l'auto-similarité. Si l'on fait tendre vers 0 cet intervalle de temps, alors la trajectoire d'une particule va remplir l'espace complet, si bien que sa dimension ne sera pas 1 (comme pour une ligne droite), mais 2.

Les côtes terrestres

Chaque petite portion d'une côte terrestre ressemble à l'ensemble de la côte. Là encore, la similarité n'est pas exacte, mais seulement statistique (à la différence des objets fractals construits mathématiquement, qui sont exactement auto-similaires). Une telle courbe auto-similaire peut être caractérisée par un nombre D , qui a les propriétés d'une dimension mais est fractionnaire. La détermination de ce nombre peut être effectuée en mesurant la longueur $L(G)$ de la courbe à différentes résolutions spatiales G (c'est-à-dire en utilisant une "règle" de longueur variable G) (Richardson 1961) :

$$L(G) = MG^{1-D},$$

D étant la dimension fractale de la courbe. Bien entendu, si la courbe est une ligne droite par exemple, alors $D = 1$. Remarquons dès à présent la différence avec la définition mathématique. Il n'est pas possible de faire tendre la résolution spatiale vers 0, il s'agit plutôt d'une estimation dans l'intervalle d'échelles disponibles.

L'analyse fractale d'un objet consiste à calculer sa dimension fractale. Dans le domaine astrophysique, les nuages du milieu interstellaire ont ainsi été étudiés (Falgarone

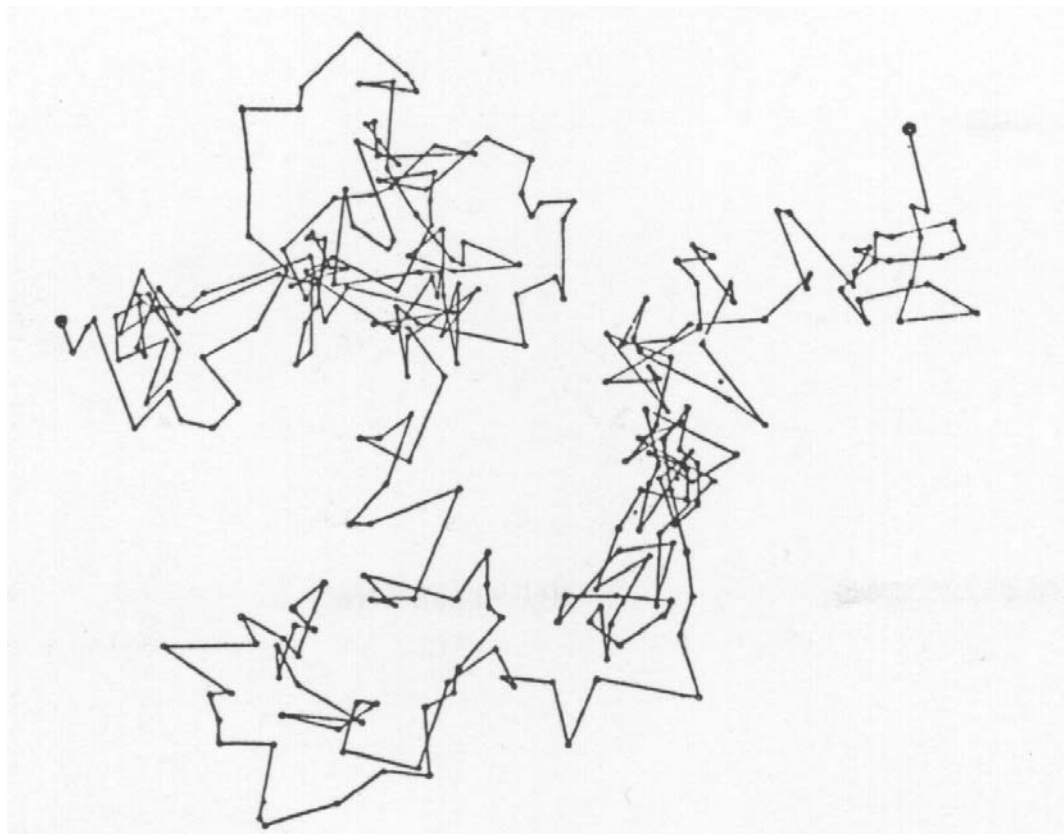


Figure 3.1 : Mouvement brownien d'une particule observée à l'aide d'un microscope par Perrin (1909). L'intervalle de temps entre deux positions successives est de 30 secondes. (tiré de Mandelbrot, 1977)

et al. 1991; de Vega et al. 1995), ainsi que la distribution des galaxies par exemple (Di Nella et al. 1996; Deng et al. 1996). Plus spécifiquement dans le domaine solaire, la structure fractale des granules (Roudier & Muller 1987; Brandt et al. 1991; Nesis et al. 1995), des taches (Zelenyi & Milovanov 1991) et des régions actives à partir de magnétogrammes (Schrijver et al. 1992; Balke et al. 1993) ont été effectuées.

3.2.3 Difficultés rencontrées lors de l'estimation de la dimension fractale à partir des observations

Lorsque l'on veut calculer la dimension fractale d'une structure, à l'aide d'une méthode analogue à celle décrite précédemment par exemple, d'importantes difficultés sont rencontrées :

- Premièrement, l'auto-similarité n'est en pratique que **statistique**, ce qui introduit un bruit dans toute mesure de la dimension fractale.
- Une autre difficulté provient du fait que l'auto-similarité n'est probablement **pas valable sur des échelles spatiales s'étendant de zéro à l'infini !** En effet, dans le meilleur des cas, l'échelle supérieure est égale à la taille du système; l'échelle inférieure sera égale à l'échelle de dissipation dans le cas d'un fluide turbulent par exemple, ou bien encore à l'échelle atomique dans le cas d'un état de surface d'un matériau. De manière générale, le processus responsable de l'auto-similarité n'est efficace que dans un domaine restreint ; en dehors de ce domaine, un autre processus peut prendre le relais avec des caractéristiques différentes, par exemple une dimension fractale différente. Ces considérations sont évidemment importantes dans le cadre de l'interprétation des dimensions fractales obtenues par divers processus physiques.
- Finalement, une troisième difficulté essentielle provient de la **limitation en résolution spatiale** de toutes données. Diverses méthodes peuvent être utilisées pour estimer la dimension fractale. Mais si elles sont équivalentes sur des données "parfaites" (c'est-à-dire lorsque la résolution spatiale tend vers zéro), ce n'est pas le cas pour des données réelles : elles fournissent alors des estimations différentes. Avec toute dimension fractale, il faut donc fournir la méthode de calcul, faute de quoi la comparaison entre diverses observations provenant de sources différentes est illusoire. La comparaison avec des modèles, résultant soit de simulations numériques avec une résolution spatiale finie, soit de calculs exacts, doit aussi être considérée avec précaution.

En pratique, la dynamique est donc limitée, d'une part par la taille du système, et d'autre part par la résolution spatiale. De plus, à cause de la trop grande incertitude sur la dimension fractale pour des tailles de structures très proches de la résolution spatiale, ce domaine est encore réduit.

3.3 Analyse fractale des spectrohéliogrammes de Meudon

Je présente dans cette section l'analyse des spectrohéliogrammes de Meudon. Après avoir décrit succinctement les données que j'ai utilisées, je décris les traitements qu'elles ont nécessités, puis les méthodes de calcul de la dimension fractale des facules utilisées. Je présente ensuite les résultats obtenus.

3.3.1 Les données utilisées

J'ai sélectionné des spectrohéliogrammes K_{1V} de Meudon lors d'une année de grande activité (1958). L'objectif est d'avoir un nombre suffisant de facules pour que l'analyse soit valide du point de vue statistique. Les critères de sélection sont :

- des images homogènes (pas de passages de brumes ni de nuages) ;
- un bon *seeing*.

Cette sélection parmi les images numérisées de 1958 m'a fourni un jeu de 28 images. La résolution est de $1,8''$ par pixel (soit environ 1300 km au centre du disque), ce qui fournit une dynamique théorique de 4 ordres de grandeur en aire.

3.3.2 Traitement des images

Traitements préliminaires

Les images ont été corrigées des distorsions (voir chapitre 2). Avant de détecter automatiquement les facules (à l'aide d'un seuil en intensité), il faut résoudre deux problèmes supplémentaires (qui ne se posaient pas pour l'analyse visuelle de la dynamique du chapitre 2) :

- des inhomogénéités en intensité sont pratiquement toujours présentes, à cause de la variation de la transparence atmosphérique lors du défilement de la fente durant la pose. J'effectue une correction linéaire dans les deux directions spatiales, après avoir estimé la correction en ayant éliminé grossièrement les régions actives.

- l'assombrissement centre-bord. Je le détermine en utilisant des anneaux concentriques de 10 pixels de large (ce qui fournit une cinquantaine d'anneaux), puis le profil obtenu est lissé et l'image corrigée.

Le choix du seuil

Il faut ensuite choisir un seuil en intensité pour déterminer les contours des facules. Le choix de ce seuil est un processus délicat. Un histogramme des intensités d'un spectrohéliogramme (figure 3.2) montre en effet qu'il n'y a pas de séparation nette entre la distribution des points appartenant au Soleil calme et celle des points faculaires. J'ai élaboré une méthode permettant de choisir un seuil fiable, c'est-à-dire stable d'une image à l'autre. Les détails sont donnés dans l'article ci-dessous (Nesme-Ribes et al. 1996). En

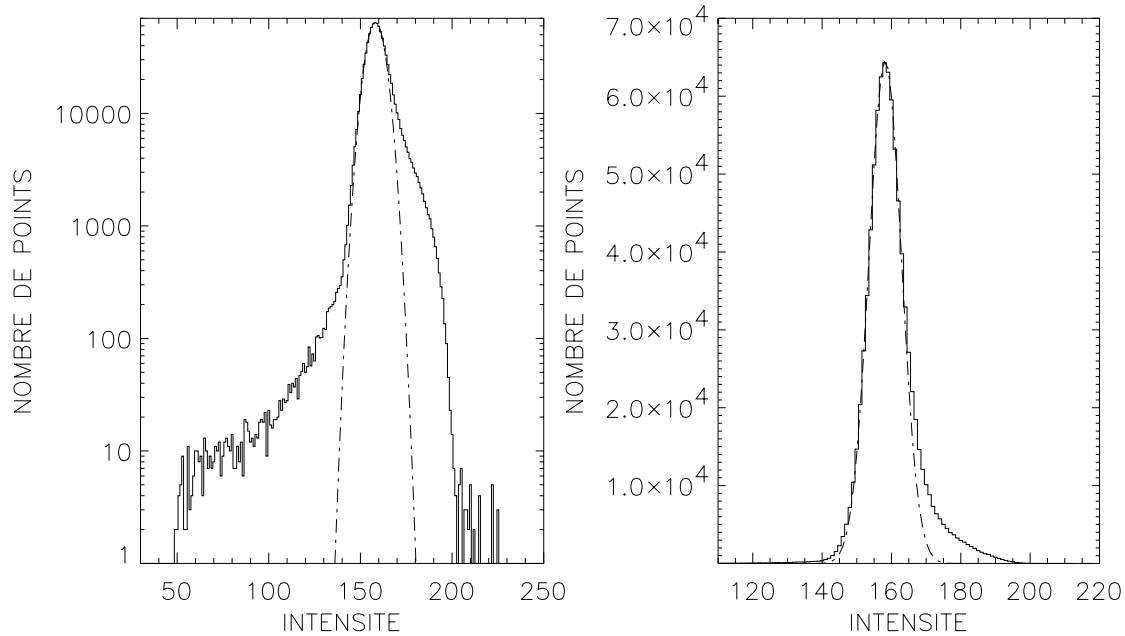


Figure 3.2 : Histogramme des intensités du spectrohéliogrammes du 24 Avril 1958 (trait continu) : à gauche, échelle logarithmique ; à droite : échelle linéaire. La ligne pointillée représente une gaussienne ajustée sur la partie gauche du pic, de manière à visualiser la distribution des points appartenant au Soleil calme.

outre, l'intensité des images n'a pas été corrigée par la réponse du film photographique, et on ne dispose donc pas des intensités réelles. Ceci serait peut-être important si l'on voulait étudier la dimension fractale en fonction de l'intensité du seuil.

Le choix d'un seuil stable est essentiel pour comparer des résultats provenant de plusieurs images, celles-ci n'étant pas calibrées photométriquement.

Outre la fiabilité du choix du seuil (stabilité d'une image à l'autre), le niveau du seuil pour une image donnée est un problème différent et est lié à l'interprétation que l'on veut en faire. Il est en effet possible que la dimension fractale ne soit pas la même selon le seuil choisi, car celui-ci va sélectionner des structures petites et compactes, avec un fort champ magnétique (au centre des régions actives), ou au contraire toutes les petites structures très diluées. Le seuil choisi dans notre cas est relativement faible, c'est-à-dire qu'il sélectionne les facules dans un sens assez large et non pas la partie la plus concentrée près des taches (figure 3.3).

3.3.3 Calcul des dimensions fractales

J'ai utilisé trois méthodes différentes pour calculer la dimension fractale des facules. Ceci a permis de comparer de manière fiable nos résultats avec ceux obtenus précédemment par diverses méthodes. Les trois méthodes sont fondées sur le calcul de l'aire et éventuellement du périmètre des facules :

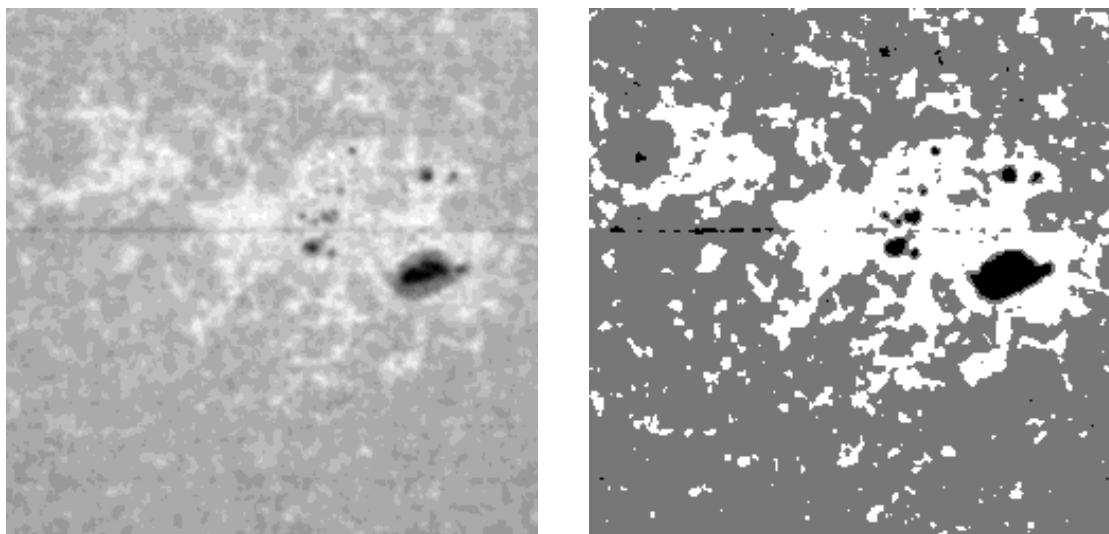


Figure 3.3 : Exemple de région active. A gauche, image originale. A droite, image après application du seuil. Les structures étudiées sont en blanc sur cette nouvelle image.

- La première s'intéresse à la pente de la droite représentant le périmètre des facules en fonction de leur aire, en échelle \log/\log (on retrouve bien l'idée d'une loi de puissance si les objets sont fractals).

- Dans la deuxième méthode, le périmètre est remplacé par la "taille linéaire", qui est le périmètre du rectangle le plus petit englobant la facule (en pratique, c'est un rectangle déformé car il suit les méridiens et cercles de latitude).

- Dans la troisième méthode, qui suit de près l'estimation mathématique classique, l'aire est mesurée en utilisant différentes tailles de pixels (taille ε) et est tracée en fonction de ε , toujours en échelle \log/\log .

Dans les trois cas, la dimension fractale est liée directement à la pente de la droite en échelle \log/\log . Avec la première définition, la dimension fractale d'un cercle par exemple serait 1, avec une dimension supérieure à 1 pour une structure fractale. Par contre, dans le cas des deux dernières définitions, elle serait de 2 pour un cercle par exemple, et inférieure à 2 pour une structure fractale. Le détail des définitions est donné dans la table 3.1.

Deux points sont importants à mentionner :

- Le premier concerne la déformation des images à cause de l'effet de projection. Dans ce travail, seules les facules situées à moins de 60 degrés du centre du disque ont été conservées. De plus, chaque pixel de la structure doit être corrigé, tant pour le calcul de

l'aire que du périmètre. Cette sélection est également nécessaire pour la raison suivante. Sur les bords du disque, la correction de l'assombrissement centre-bord est moins fiable, à cause de l'action conjuguée de deux effets : (i) sur les bords, la pente en est plus abrupte ; (ii) les inhomogénéités à grande échelle ne sont pas complètement corrigées.

- Ensuite, à cause de la résolution spatiale limitée, les structures trop petites doivent également être éliminées. En effet, elles ne fournissent pas de dimension fiable, et comme elles sont très nombreuses, elles vont fortement influencer la pente globale des droites obtenues. L'accent est mis sur ce point par Brandt et al. (1991) : pour une structure définie avec une résolution spatiale limitée, et pour une aire donnée A , le périmètre P ne peut être compris qu'entre les deux valeurs extrêmes :

$$P_{max} = 2A + 2, \quad P_{min} \sim 4E(\sqrt{A}),$$

avec $E(X)$ la partie entière de X . Il faut donc choisir l'aire A dans un domaine $[A_1, A_2]$ dans lequel le calcul de la dimension fractale est fiable. A cette fin, je calcule la dimension fractale (à partir de la première définition) en utilisant différents domaines $[A_1, A_2]$ (figure 3.4). On constate alors que cette dimension n'est pas constante, c'est-à-dire qu'elle n'est pas complètement indépendante de l'échelle. Au-delà d'une taille de 300 pixels (ceci correspond approximativement à l'aire d'une cellule de la supergranulation), la dimension est à peu près constante, alors qu'elle croît avec l'aire en dessous de 300 pixels. Il est probable que cette dépendance soit réelle, au moins dans le domaine situé juste en dessous de 300 pixels, peut-être jusqu'à 50 pixels. Mais ceci pourrait aussi être encore un biais dû à la petite taille de ces structures. De manière à ce que ce type de variation n'interfère pas avec le résultat (une dimension fractale doit être calculée dans un domaine où elle est effectivement constante), j'ai limité les calculs aux facules ayant une aire supérieure à 300 pixels (remarquons que cette aire est celle après correction des effets de projection). Ceci représente un échantillon d'environ 1000 facules. La dynamique n'est plus alors que de 2 ordres de grandeur en aire (au lieu de 4 théoriquement). Remarquons que la taille des grains du film est négligeable devant la résolution spatiale accessible, et elle n'influence donc pas les résultats.

3.3.4 Résultats

La dimension fractales des facules de 1958

La table 3.1 résume les dimensions fractales obtenues en utilisant différentes définitions, et présente une comparaison avec les principaux résultats publiés dans la littérature. J'ai comparé ici la dimension fractale obtenue à partir d'une définition donnée avec un modèle différent à chaque fois. L'association d'une définition avec un modèle n'est évidemment pas intrinsèque à ce modèle : dans les différents modèles, la dimension fractale est calculée avec une certaine méthode, mais bien entendu une autre méthode aurait pu être utilisée. Les comparaisons entre les résultats observationnels et les modèles présentées dans la table 3.1 sont effectuées pour des définitions semblables de la dimension fractale.

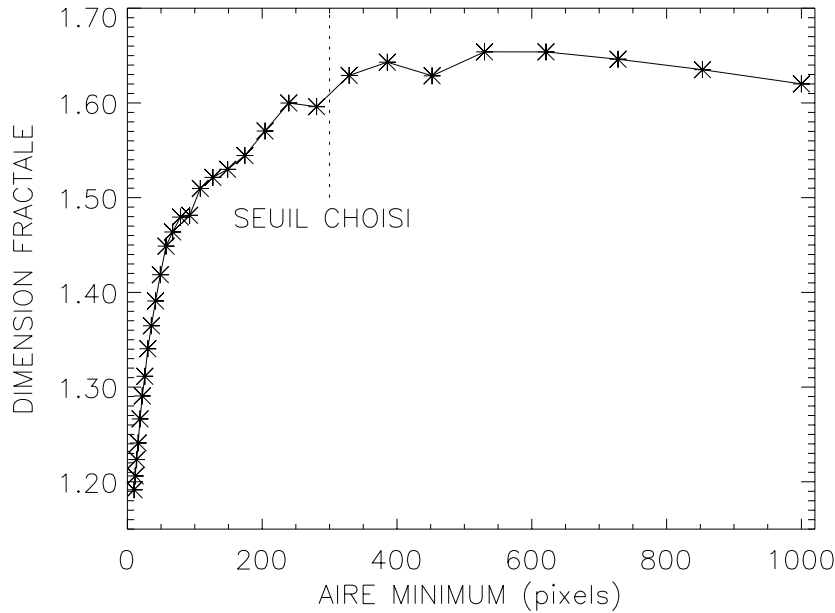


Figure 3.4 : Dimension fractale (définition à partir des aires et périmètres) calculée sur des domaines en aires différents, en fonction de la borne inférieure du domaine.

Les principales raisons pouvant expliquer la différence entre nos résultats et ceux de Schrijver et al. (1992) ou Balke et al. (1993) sont (sans être exhaustives) :

- La résolution spatiale des spectrohéliogrammes numérisés utilisés ici est moins bonne que la leur (1,8'' au lieu de 0,5''). Cependant, comme je me suis limitée aux grandes facules, cet effet ne devrait pas être trop important. Sur des spectrohéliogrammes dont la résolution spatiale a été dégradée d'un facteur 2, la variation de la dimension fractale d est en effet très faible (de l'ordre de l'erreur sur d).

- Schrijver et al. (1992) et Balke et al. (1993) n'ont étudié qu'un très petit nombre de régions actives, et leur statistique est peut-être insuffisante pour pouvoir établir une comparaison avec un modèle très général. En effet, j'ai constaté une très grande variation de la dimension fractale quand elle est calculée jour par jour (par exemple de 1,45 à 1,75 dans l'exemple de la première définition). Il est possible que cette variation soit intrinsèque aux facules, ce qui complique évidemment la comparaison avec les modèles.

- L'effet d'échelle peut être important : nous avons considéré essentiellement les grandes facules, tandis qu'ils ont considéré de plus petites structures. Or j'ai détecté une variation non négligeable de la dimension fractale avec l'échelle pour des aires inférieures à $7 \cdot 10^8 \text{ km}^2$ (300 pixels).

- Le seuil choisi peut influencer la dimension fractale observée. Une petite variation autour de notre seuil n'a pas entraîné de décalages systématiques de la dimension frac-

Table 3.1 : Résumé des dimensions fractales d obtenues pour l'échantillon de 28 images en 1958 (soit 1000 facules ayant une aire supérieure à 300 pixels), comparées à des valeurs trouvées précédemment sur des magnétogrammes récents. La dernière colonne présente brièvement les prédictions théoriques. Le grand domaine de valeur de 1,25 à 1,75 correspond à une dépendance de d en fonction des données et du choix du seuil. A représente l'aire, P le périmètre, et L la taille linéaire des structures ; $A(\varepsilon)$ signifie que l'aire est calculée en fonction de la taille des pixels ε .

d	d (ce travail)	d (précédents résultats)	modèles
$d_1 = 2 \frac{\Delta \text{Log} P}{\Delta \text{Log} A}$	$1,642 \pm 0,017$		Coupe isotherme dans une turbulence de Kolmogorov Mandelbrot (1975) : $d=5/3$
$d_2 = \frac{\Delta \text{Log} A}{\Delta \text{Log} L}$	$1,719 \pm 0,017$	$1,540 \pm 0,05$ Schrijver et al. (1992) Balke et al. (1993)	percolation, réseau carré, $p < p_c$: $d=1,56$
$d_3 = -\frac{\Delta \text{Log} A(\varepsilon)}{\Delta \text{Log} \varepsilon}$	$1,593 \pm 0,003$	1,25 à 1,75 environ Ruzmaikin et al. (1991)	$d = f(\alpha)$

tale. Mais un seuil très différent (ne sélectionnant par exemple que le centre des régions actives) pourrait donner un résultat sensiblement différent.

Article : Nesme-Ribes E., Meunier N. & Collin B., “*Fractal analysis of magnetic patterns from Meudon spectroheliograms*”, 1996, *Astron. Astrophys.* **308**, 213-218

Fractal analysis of magnetic patterns from Meudon spectroheliograms

E. Nesme-Ribes¹, N. Meunier¹, and B. Collin²

¹URA 326 CNRS, Département d'Astronomie Solaire et Planétaire, Observatoire de Paris, 5 Place Janssen, F-92195 Meudon France

²Département CREA/SP, Etablissement Technique Central de l'Armement, F-94511 Arcueil, France

Received 11 May 1995 / Accepted 3 August 1995

Abstract. In this paper, we investigate the properties of turbulence by a fractal analysis of the Meudon spectroheliograms. In the first phase of study, we considered photospheric faculae as best representatives of photospheric magnetic fields. We selected images at a period of high solar activity (1958), in order to have a significant number of faculae. Preliminary results show that Kolmogorov's turbulence describes the properties of faculae well, at the supergranulation scale. The distribution of photospheric faculae can be due to a random filling process. On the other hand, their fractal dimension does support the twisting and folding properties of helicity predicted in the framework of the α - ω dynamo theory.

Key words: Sun – solar faculae – turbulence

1. Introduction

Solar magnetic fields are generated in the highly turbulent convective layers. So when they emerge at the sun's surface and form active regions and networks, it is clear that the underlying turbulence leaves its trace on the magnetic patterns. The link between turbulence and fractals proposed by Mandelbrot (1975) is applicable to many fields of physics, including astrophysics. Its application to the sun's intermittent magnetic fields is particularly enticing.

At the Observatoire de Paris, we have a long time-series of spectroheliograms exhibiting features that are all controlled by magnetic fields. To have a fairly complete representation of the photosphere and the chromosphere, pioneers in the spectroheliographic observations in the early 1900's (Janssen and Deslandres) chose three wavelengths: the center of CaIIK line (K_3) as representative of the high chromosphere, the H_α line center for the mid-photosphere and the violet wing of the CaIIK line, so-called K_{1v} , for the photosphere. It was well-known for these experienced solar observers that the CaIIK line was complex

and the true continuum lays at 10 Å from the line center. The choice of K_{1v} (at 1.5 Å off the line center) was motivated by the necessity for Deslandres to observe sunspots at the same time as photospheric faculae. He knew that continuum photospheric faculae were hardly visible at disc center, and were observed distinctly near the limb only, where the optical depth is lower, thereby the height in the solar atmosphere higher. So, when looking at the best place to observe photospheric faculae together with sunspots, the compromise adopted by Deslandres was K_{1v} , at 1.5 Å from the line center, with a 0.14 Å passband. For memory, let us recall that the CaIIK continuum is affected by the bright K_2 component together with other small spectral lines. The selection of the K_{1v} was made accordingly. In this paper, we adopt the original definition of K_{1v} as given by Deslandres. The height formation of K_{1v} is approximately 500 Km (Vernazza et al., 1981). Therefore, the term of photospheric faculae for K_{1v} faculae is appropriate.

Now the question arises of whether the K_{1v} spectroheliograms, which show faculae in the high photosphere, can be compared to observations of photospheric magnetic fields. The height of formation of spectral lines sensitive to both magnetic fields and temperature is not known with accuracy and is model-dependent. For example, the response of the 8688.6 FeI line used for the Kitt Peak magnetograms is maximum at a height of 525 Km in the core, of 400 Km at 45 mÅ from the center of the line and of 50 Km at 0.2 Å from the center of the line (G. Elste and J. Harvey, private communication). This leads to a height above the $\tau = 1$ level of about 425 Km for a 1000 gauss field and of 300 Km for a 2000 gauss field, these last value being the most commonly used. The true continuum faculae visible at solar limb also forms at a height of 2 to 300 Km. On the other hand, K_{1v} faculae show a very close similarity with magnetograms, thereby suggesting that the topology of magnetic fields has not changed significantly within 200 Km. So a comparison between the photospheric magnetic fields and the K_{1v} faculae is relevant, keeping in mind that the difference, if any, could be due to the small difference in height formation (smaller than or of the order of 200 Km).

Send offprint requests to: E. Nesme-Ribes

Our K_{1V} spectroheliograms show bright faculae that are the manifestation of azimuthal magnetic field. They consist of bright points (1000 Km wide) clustered in faculae, as observed on magnetograms. The dimension of faculae is variable, but can reach the size of the supergranulation, that is 30 to 50000 Km.

Turbulence is assumed to play an efficient role in random diffusion of magnetic flux tubes (the so-called theory of percolation, e.g. Balke et al., 1991). On the other hand, turbulence modifies the twisting and folding magnetic loop process (Ruzmaikin et al., 1991), in the framework of the α - ω dynamo theory. Through the topology of faculae, we can study the turbulent properties of solar magnetic fields.

2. Observational data and image-processing

We used the K_{1V} spectroheliograms, referred to as K_{1V} . These images display sunspots and faculae, and thereby provide a good mapping of photospheric solar magnetic fields. We chose a year of high magnetic activity -1958, the year of cycle 19 maximum in order to have a significant number of faculae for our analysis. We made a selection of 28 high quality images. We digitized the solar image with a pixel size corresponding to 1.8 arcsecond, that is the current spatial resolution at Meudon.

The center and the radius of the solar disk were first computed and the spectroheliograms corrected for distortions, as in Mein and Nesme-Ribes (1990). Then, an automatic detection method was developed for sunspots and faculae. Two difficulties were encountered: removing the center-to-limb darkening and the brightness low-frequency inhomogeneities. The procedure adopted is the following one. First, we divided the image into three sectors, each characterized by its gravity center and mean intensity, in order to correct the image in such way that each sector has the same mean intensity. To do this, we have calculated the mean intensity and the dispersion within each sector, to eliminate faculae and sunspots. The center-to-limb variation law was then determined using concentric circles 10 pixels wide and smoothing the resulting profiles with a linear interpolation.

Once the background intensity was normalized, we defined three brightness domains to characterize sunspots (dark features), faculae (bright features) and the background. An intensity histogram (Fig. 1) shows that faculae and sunspots cannot be removed easily from the background: this is because the magnetic features do not appear as distinct peaks, but rather broaden the brightness distribution wings. The brightness thresholds can be varied, either to blend pixels of bright faculae (or dark sunspots) with the background, or to eliminate them.

Since there is some uncertainty in the determination of the background level, we made the assumption that the background brightness distribution is gaussian. We adopted a mean intensity level I_1 corresponding to the background, after removing most magnetic features. We further assumed that the brightness threshold depends on the intensity dispersion σ of the spectroheliogram. For a given coefficient k , we computed the mean intensity I_2 of the background by eliminating structures lying beyond $I_1 \pm k\sigma$, and a new dispersion σ_2 value was obtained in the range $I_2 \pm k\sigma$. Then for each k value, a new mean intensity

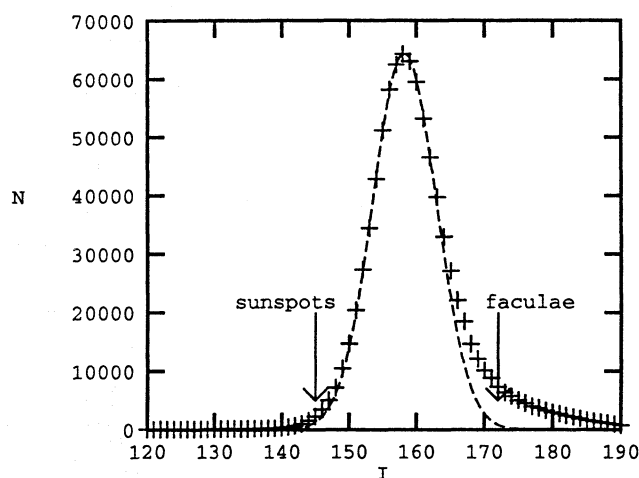


Fig. 1. Brightness histogram of the 24th April 1958 spectroheliogram (line with points). The dashed-line represents a gaussian fit applied to the left part of the histogram, and symbolizes the background intensity distribution. The difference between the gaussian fit and the spectroheliogram histogram represents sunspots in the low intensity part, and faculae in the high intensity part (shown with arrows).

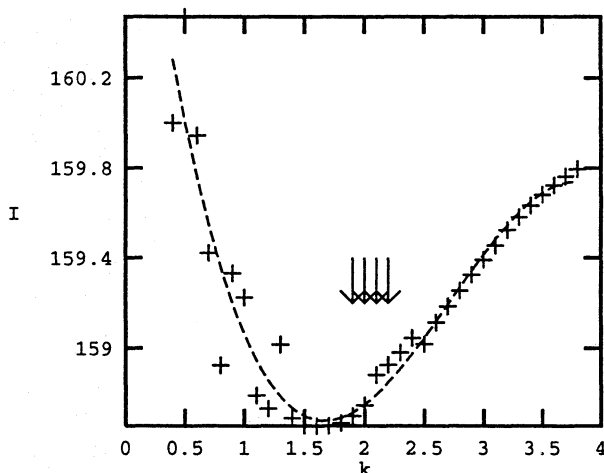


Fig. 2. Mean background intensity I versus threshold k , for a given image. The dashed-line is a 3d degree polynomial fit and is used to determine the choice of the thresholds. The four values of k we have selected are shown with arrows.

I_i of the background was calculated with this new dispersion. When k is small, I_i is influenced by the previous mean I_1 and lies close to the original value. I_i remains higher than the real background mean intensity because there are more faculae than sunspots. Then, as k increases, the number of points with intensity lower than I_i increases, so I_i decreases. When k is large enough, faculae contribute largely to I_i , thereby increasing I_i . We consider that the minimum of I_i is the best approximation of the background mean intensity, so the best brightness threshold corresponds to k_{ref} and σ_{2ref} such as I_{ref} is right after the minimum. Fig. 2 shows the profile of I_i versus k .

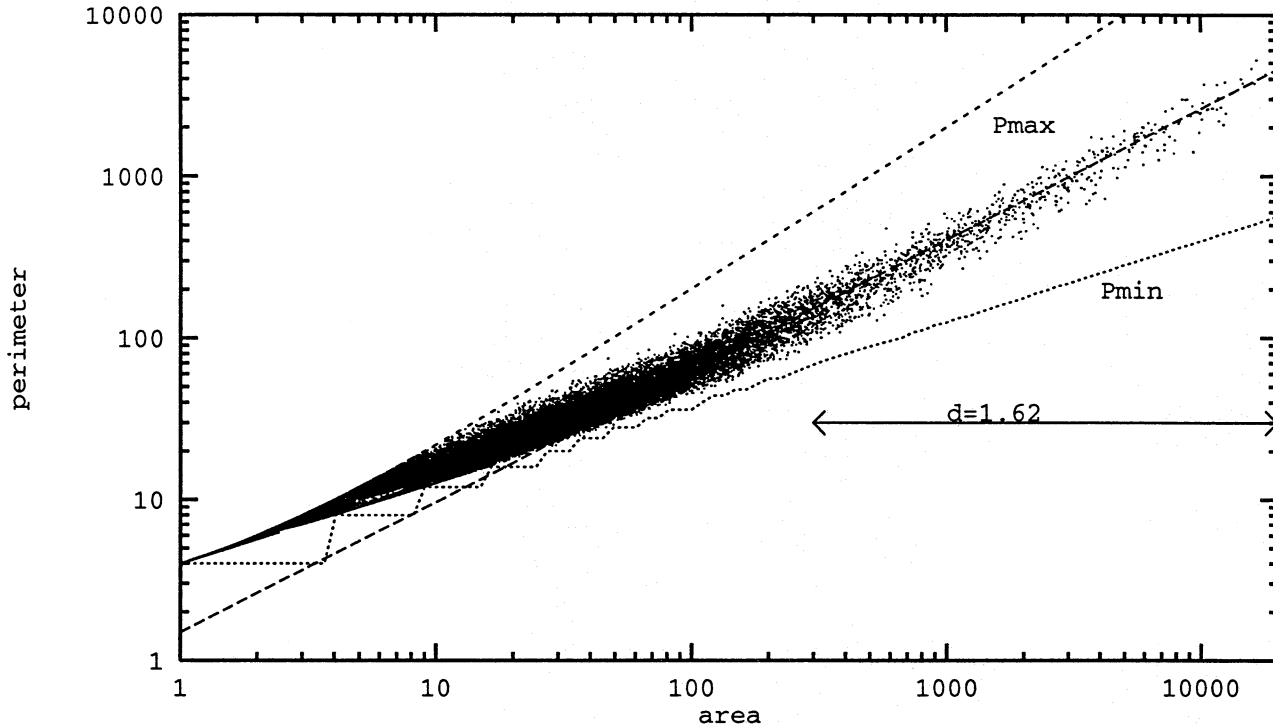


Fig. 3. Perimeter P versus area A (in pixels) for the 28-image set (1958), in a log/log scale. A total of about 70000 faculae were detected, and the number of faculae of areas greater than 300 pixels is about 1000. The long dashed-line represents a linear fit applied to those faculae whose area is greater than 300 pixels. The other two lines are P_{min} and P_{max} (see text).

3. Mandelbrot turbulence

In a series of papers, (see for example Mandelbrot, 1975), Mandelbrot showed the great similarity between turbulent phenomena and fractal objects. However, the link between the properties of turbulence and the fractal dimension is model-dependent. Mandelbrot applied his theory to the case of a homogenous turbulence of Kolmogorov-type. The turbulent fluid described by Kolmogorov (1940) is homogeneous, isotropic, incompressible, and steady. The kinetic energy is assumed to be imparted to fluid eddies of a certain scale. The energy is then transferred down to smaller scale eddies by a direct cascade, until the dissipation is large enough. This means that the kinetic energy is distributed over various scales, and its spectrum is $E(k) \propto k^{-5/3}$. Mandelbrot predicted the fractal dimension of such a turbulent fluid to be $2 - \frac{1}{3}$ for a 2-D isotherm (or iso-concentration cut) and $2 - \frac{2}{3}$ for a 2-D isobar cut.

The fractal dimension d used by Mandelbrot is similar to the fractal analysis of a terrestrial coast, i.e. there is a relationship between its area A and its perimeter P . Similarly, the fractal dimension of photospheric faculae (or that of granules, see Roudier and Muller (1986)) is obtained from the relationship between facular area A and perimeter P as follows:

$$d = 2 \frac{\Delta \log P}{\Delta \log A}$$

If faculae were perfect circles, then d would be equal to unity. The more denticulate the faculae structure, the closer d is to 2.

Since faculae are not usually observed at disc center, correction has to be made on their area and perimeter. Longitude and latitude cutoff were applied in order to retain only faculae within a 60° distance from the disk center.

As pointed out by Brandt et al. (1991), the determination of d is not valid for very small structures, due to the pixel size. This is because, for a given area, P will be included between two extreme values P_{min} and P_{max} , defined as

$$P_{max}(A) = 2A + 2$$

and

$$P_{min} \approx 4 \text{Int}(\sqrt{A})$$

where Int represents the integer part. For small structures, all P values are present in the data set, so no determination of d is possible.

We computed the perimeter/area relation for faculae of various sizes. It is clear from Fig. 3 that there is a lower facula size (10 pixels) below which the analysis does not apply. Above 10 pixels, the slope of the perimeter/area relationship was calculated for various area ranges (Fig. 4). For $A > 300$ pixels, d is approximately constant. The 300 pixel size is roughly the supergranulation size. For $A < 300$, d seems to decrease with decreasing A . Then a change of slope occurs at about ~ 50 pixels. It should be noted that this value of 50 pixels corresponds to the mesogranulation scale (~ 8000 km).

Because of the above limitation and as we are interested mainly in large faculae, such as active regions, we selected those

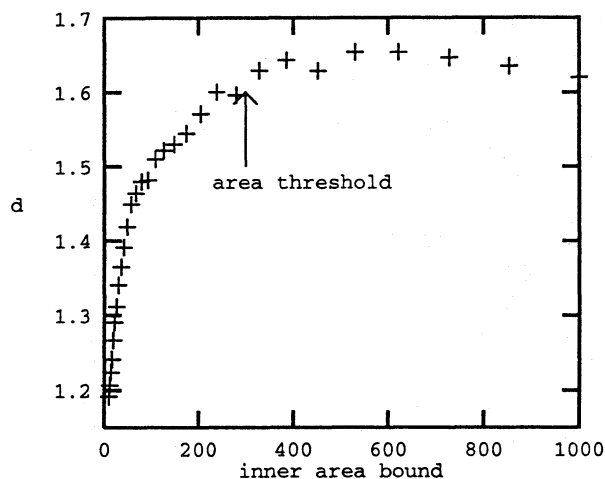


Fig. 4. Fractal dimension computed from Fig. 3 with a variable area window, for A larger than A_{min} 's value. The latter value is shown by an arrow.

larger than 300 pixels, thus eliminating the network elements. The choice of the brightness threshold is somehow questionable, because faculae are not easy to extract. So four different brightness thresholds (shown in Fig. 2) were selected, and their corresponding fractal dimension d calculated. The resulting dispersion of d is 0.01, which means that our brightness threshold choice has a small influence on the results. The mean value of d calculated for the whole image set (28) for the four brightness thresholds is 1.64, with a $3\text{-}\sigma$ error of 0.04. Our sample contains about 1000 faculae. A linear fit of the data gives a χ^2 value of 12, so the probability of finding $d=1.64$ by chance is less than 10^{-6} .

When calculated for a specific solar image, the fractal dimension is in the range 1.45 to 1.75. This large variability may result from the brightness inhomogeneity between images that are not taken with the same atmospheric conditions. To check whether or not the variability is due to the choice of the brightness threshold, we calculated the correlation ρ between d and the threshold defined as $k_{ref}\sigma_{2ref}/I_{ref}$. We found ρ to be about 0.23, which shows that d is not sensitive to the brightness threshold.

Since the fractal dimension was not calculated for an "ideal" spatial resolution, we studied the d -dependence on the spatial resolution. To do so, we degraded the spatial resolution of the spectroheliograms. This is shown in Fig. 5, where d is plotted versus ϵ for the four brightness thresholds and ϵ characterizes the degradation of a given spatial resolution. When ϵ is equal to 1, the spatial resolution is that of the observed spectroheliogram; and when ϵ is greater than 1, the intensity is averaged over an ϵ times ϵ pixel square. P and A are calculated in the same units ("original pixel"). For a degraded image, d becomes smaller. So the real fractal dimension of faculae is probably greater than that obtained with the original spatial resolution. This is because, whenever we increase the spatial resolution, more and more details show up, and faculae appear more denticulate: the d

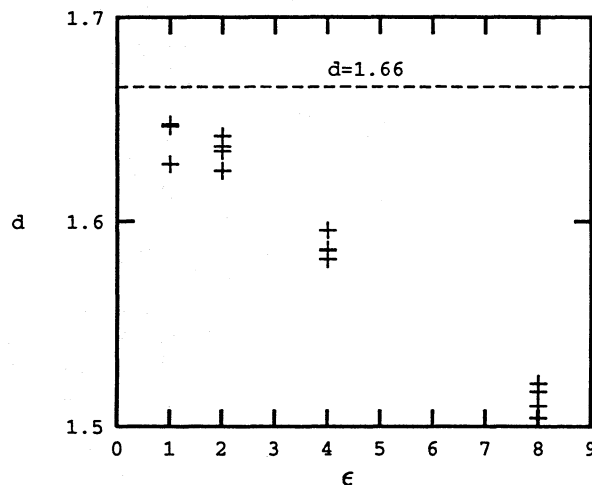


Fig. 5. Fractal dimension d as a function of the spatial resolution ϵ , for the 28-image set (1958). d is derived from the perimeter/area relation. For each ϵ , we computed d corresponding to four brightness thresholds. The dashed line represents an isotherm cut obtained from Kolmogorov turbulence (Mandelbrot, 1975).

value we found for faculae is a lower estimate of the fractal dimension.

The fractal dimension predicted by Mandelbrot (1975) for an isotherm cut in a turbulent fluid is 1.66, while it is 1.33 for an isobar cut. Our value for the fractal dimension of photospheric faculae ($d = 1.64 \pm 0.05$) is close to the predicted value for an isotherm cut. This is not surprising, as the contours of photospheric faculae are iso-intensity contours corresponding to a source function at an optical depth of 1. In local thermodynamic equilibrium, this source function depends on temperature only. The difference between our observations and theoretical predictions is very small. Several factors may account for it: (i) the cuts are perhaps not exactly plane cuts; (ii) there is some deviation from LTE; and (iii) the spatial resolution is not ideal.

4. Percolation theory

The theory of percolation (Stauffer, 1985) predicts the properties of clusters to be formed in a lattice by random filling. p represents the fraction area occupied by clusters, and is called the concentration. In the percolation theory, clusters have a fractal dimension which depends on the lattice and on p . There is a critical value of p , called the percolation threshold p_c , above which some clusters may reach the two opposite borders of the lattice. p_c depends on the lattice. Stauffer's calculations for an infinite square lattice are:

$$\begin{aligned} d &= 1.56 \text{ for } p < p_c \\ d &= 91/48 \approx 1.896 \text{ for } p = p_c \\ d &= 2 \text{ for } p > p_c. \end{aligned}$$

It is possible to draw an analogy between the clustering in a lattice and the magnetic flux tubes concentration within a facula. The diffusion of flux tubes is governed by the fractal structure of clusters: this is an anomalous, isotropic diffusion, thereby

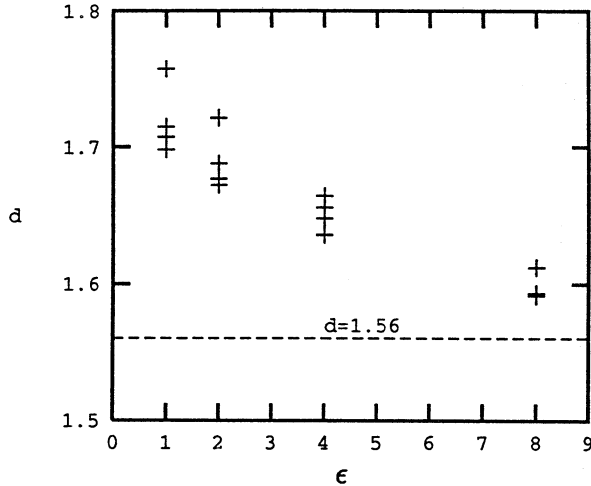


Fig. 6. Fractal dimension d as a function of the spatial resolution ϵ for the 28-image set (1958); d is determined from the area/linear size relationship. For each ϵ value, we computed d for four brightness thresholds. The dashed line corresponds to the value of d estimated from the percolation theory ($p < p_c$).

different from the 2-D Fickian diffusion for which the fractal dimension is 2. A discussion of the percolation theory applied to magnetic flux concentration is given by Schrijver et al. (1992).

A fractal analysis has been already performed on high-resolution magnetograms by Balke et al. (1993). These authors found a fractal dimension of $d = 1.54 \pm 0.05$ consistent with the percolation theory, and a p value of about 0.53. This means that a simple turbulent diffusion process is sufficient to account for the observed distribution of magnetic fields at the surface.

We applied the same technique to the photospheric faculae. The fractal dimension is deduced from the relation between the area A and the linear size L , where L is defined as the perimeter of the facula, using the smallest square box containing the facula, the box sides lie parallel to the grid, i.e. parallels and meridians. d is then defined by:

$$d = \frac{\Delta \log A}{\Delta \log L}$$

In this case, the more denticulate the facula, the smaller d . The definition of ϵ is the same as in the previous section. For $\epsilon = 1$, which corresponds to the initial spatial resolution, we obtain $d \approx 1.72 \pm 0.05$. We then calculated d for four brightness thresholds as a function of the spatial resolution ϵ , with ϵ ranging from 1 to 8 (Fig. 6). The dispersion of d varies from 0.01 to 0.05, depending upon the ϵ value. Again, the linear fit was applied to more than 1000 faculae, and the χ^2 value is about 8, which gives credence to our result. The variability from one image to the next is not due to the brightness threshold.

Our results seem to contradict the findings of Balke et al. (1993). This is surprising, since K_{1v} faculae intensity contours coincide more or less with photospheric magnetic fields. In reality, the Meudon spectroheliograms have a lower spatial resolution than the Lockheed-La Palma magnetograms used by Balke

et al. These authors found that the fractal dimension corresponding to 0.5 arcsecond magnetograms was 1.76 (the same as ours) and dropped to $1.54 (\pm 0.05)$ for an enhanced resolution of 0.3 arcsecond (see also Lawrence and Schrijver, 1993). So the apparent discrepancies in the fractal dimension may be rather due to resolution effects, and the percolation theory remains an attractive explanation for the magnetic fields distribution at the solar surface.

5. Solar dynamo

One of the most important processes of the α - ω dynamo theory is the twisting and the folding of magnetic ropes in a random flow (the so-called α effect due to helicity). The twist is not necessarily symmetrical. For example, one rope will contain a fraction α of the total flux and the other $(1-\alpha)$ times the total flux. The resulting distribution of magnetic fields then depends on α . Ruzmaikin et al. (1991) predicted the relationship between α and the fractal dimension d of magnetic structures:

$$d = 1 + \frac{\ln 2}{\ln(1/\sqrt{\alpha(1-\alpha)})}$$

When the twist is symmetrical, which is the simplest case of Zeldovitch's model (1983), $d=2$ and $\alpha = 0.5$. An asymmetry of the twist leads to a decrease of d ($d < 2$).

To determine the fractal dimension from our observations, we measured the area occupied by faculae with pixels of different sizes. Each pixel size is defined as ϵ times the original pixel size. ϵ varies from 1, which corresponds to the original spatial resolution of our spectroheliograms, to 16. We limited ϵ to 16, because this corresponds approximately to the size limit of the faculae. We selected large faculae only (larger than 300 pixels). For $\epsilon > 1$, the area is obtained by covering faculae with large pixels. Note that this approach is different from the two previous cases (sections 3 and 4) for which we degraded the spatial resolution of the original images and applied a brightness threshold. The definition of the fractal dimension used here is very close to the strict mathematical definition. In a log / log representation of area versus ϵ , the fractal dimension is opposite in sign to the slope of the linear fit. The area obtained for various ϵ values is plotted in Fig. 7. Fig. 8 shows how the fractal dimension d varies with the brightness threshold.

Using the 28 image data set, the fractal dimension d ranges from 1.58 to 1.6, depending on the brightness thresholds. The dispersion of d is 0.009 at the 3σ level. A linear fit of d was applied to the five different ϵ , and a corresponding $\chi^2=0.003411$ value shows the confidence level of the fit: the probability of obtaining this by chance is lower than 10^{-6} .

A fractal dimension of $d = 1.6$ obtained with the photospheric faculae corresponds to a twist, the value of which is $\alpha = 0.11$. This value was also found by Ruzmaikin et al. (1991) on high resolution magnetograms. Faculae and magnetograms show similar characteristics. Although all these results are preliminary, the α - Ω dynamo could explain the observed surface magnetic fields.

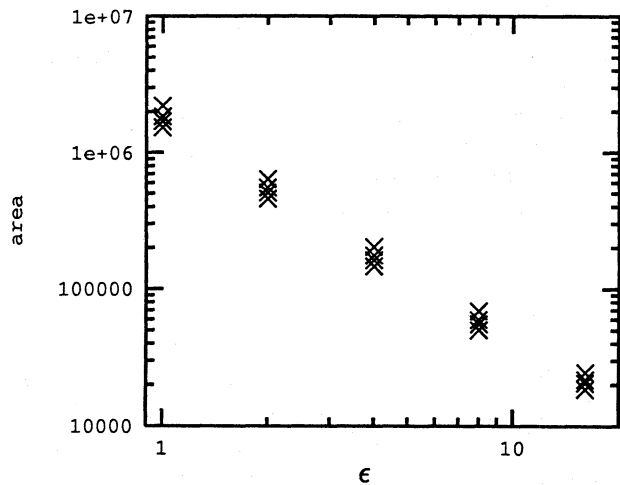


Fig. 7. Total area (measured in units of ϵ pixel size) versus ϵ , for the 28-image set (1958). We selected faculae whose areas were larger than 300 pixels. For each value of ϵ , we considered four different brightness thresholds: the smaller k , the greater the area.

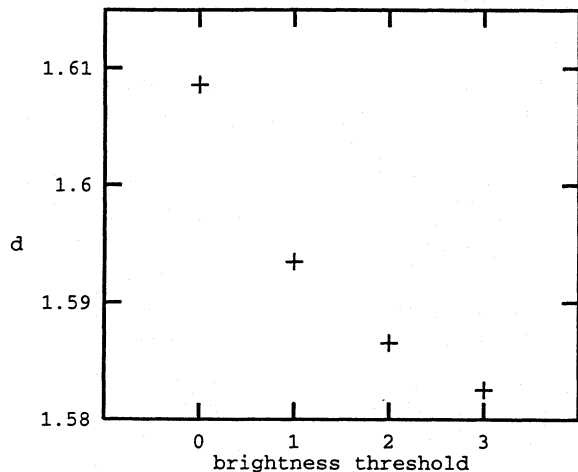


Fig. 8. Fractal dimension d versus the brightness threshold k , for the 28-image set (1958). Area was calculated in pixels of ϵ size as shown in Fig. 7.

6. Conclusion

Because of its turbulent behaviour, the fractal approach is important in understanding the magnetic field configuration at the solar surface. We have shown that the Kolmogorov turbulence describes photospheric faculae well, at the supergranular scale.

On the other hand, we examined different models to explain the observed distribution of magnetic fields. Our results are not inconsistent with the theory of percolation, which describes the effect of turbulent convective diffusion of magnetic flux tubes as a random process. Some discrepancy remains that may rather be due to the limited spatial resolution of Meudon spectroheliograms.

Our fractal analysis of faculae is also in agreement with the mechanism proposed by Ruzmaikin et al. (1991) which de-

scribes the asymmetry in twisting and folding magnetic flux tubes, in the framework of the α - ω dynamo theory.

From synoptic H_α maps, Mouradian et al. (1991) isolated magnetic cells of the same dimension as faculae. They calculated the fractal dimension of these structures at sunspot maximum and minimum, for a complete 22-y cycle. The fractal dimension seems to vary with the phase of the cycle, in the sense that the complexity, thereby d , increases with increasing activity. We intend to confirm such a cycle dependence with higher resolution observations.

Acknowledgements. We are grateful to Dr B. Leroy for stimulating discussions. Our thanks go to Drs. W. Livingston, J. Harvey and G. Elste for useful informations about the formation depth of the Kitt Peak magnetograms. We must recall that nothing would have been possible without the extensive work of the team in charge of spectroheliogram observations (URA 326, CNRS). We thank particularly G. Olivieri for maintaining and improving the observational program over the years. Spectroheliograms were digitized with the *Machine à Mesurer pour l'Astronomie* (MAMA) of the Institut National des Sciences de l'Univers at the Paris Observatory. Our thanks go also to P. Micheneau, R. Chesnel, and P. Toupet for their assistance in the data acquisition. This research program was funded by military contracts (n° 92-20011.A/DRET et n° 20011/ETCA).

References

- Balke A.C., Schrijver C.J., Zwaan C., and Tarbell T.D., 1993, *Sol. Phys.* **143**, 215-227
- Brandt P.N., Greimel R., Guenther E. and Mattig W., 1991, in *Applying Fractals in Astronomy*, A. Heck, J.M. Perdang (Eds.), Springer Verlag, p 77-96
- Kolmogorov A.N., 1940, *C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS (N.S.)* **26**, 115-118
- Lawrence, C.J., and Schrijver, J.K., 1993, *Astrophys. J.*, **411**, 402
- Mandelbrot B.B., 1975, *J. Fluid Mechanics*, **42**, 401-416
- Mein P. and Nesme-Ribes E., 1990, *Astronom. Astrophys.*, **227**, 577-582
- Mouradian Z., Soru-Escout I., 1991, *A&A* **251**, 649
- Roudier Th., and Muller, R., 1986, *Solar Phys.*, **107**, 11-26
- Ruzmaikin A., Sokoloff D. and Tarbell T., 1991, in I. Tuominen, D. Moss and G. Rüdiger (eds.), *The Sun and Cool Stars: Activity, Magnetism, Dynamos*, Springer-Verlag, Berlin, p140-146
- Schrijver, C.J., Zwann, C., Balke, A.C., Tarbell, T.D., and Lawrence, J.K., 1992 *Astronom. Astrophys.*, **253**, L1
- Stauffer D., 1985, *Introduction to percolation theory*, Taylor and Frances Ltd., London
- Vernazza J.E., Avrett E.H., and Loeser, R., 1981, *Astrophys. J. suppl.*, **45**, 635-725
- Zeldovitch Ya.B., Ruzmaikin A.A. and Sokoloff D.D., 1983, in *Magnetic fields in Astrophysics*, Gordon and Breach Publishers

This article was processed by the author using Springer-Verlag L^AT_EX A&A style file version 3.

Table 3.2 : Dimensions fractales obtenues entre 1957 et 1961, en utilisant trois définitions (voir expressions dans la table 3.1).

année	d_1	d_2	d_3	nombre d'images
1957	1,630	1,754	1,646	16
1958	1,642	1,719	1,593	28
1959	1,604	1,731	1,603	18
1960	1,608	1,722	1,583	19
1961	1,556	1,619	1,594	5

Variation de la dimension fractale durant le cycle solaire

J'ai mesuré la dimension fractale de facules observées entre 1957 et 1961 pour une petite série de clichés. La table 3.2 présente les résultats obtenus à l'aide des trois définitions. Un plus petit nombre d'images de bonne qualité étaient disponibles pour les années autres que 1958. Les barres d'erreur sur ces dimensions fractales sont donc nettement plus grandes, en particulier pour 1961. En conséquence de quoi, il n'est pas possible ici de conclure sur une variation significative de la dimension fractale au cours du cycle.

3.4 Interprétations physiques d'une dimension fractale

Il est possible d'interpréter les dimensions fractales obtenues dans le cadre de différents processus physiques. De nombreux facteurs compliquent cependant la comparaison directe avec les modèles. Nous avons vu que différentes méthodes de calcul ne donnaient pas les mêmes résultats. Plusieurs processus physiques peuvent également intervenir. La difficulté majeure provient du fait que ces modèles sont encore très simples et ont peu de fondements physiques.

Je présente dans cette section des modèles décrits dans la littérature visant à expliquer la dimension fractale des régions actives. Cet état des lieux est nécessaire pour permettre l'élaboration de perspectives (qui seront présentées dans la section suivante). Je présente tout d'abord la théorie de la percolation, qui est une théorie très générale, ainsi que des approches plus récentes qui sont complémentaires (il s'agit essentiellement du même phénomène physique). Puis je présente une approche complètement différente, proposée par Finn & Ott (1988) et Ruzmaikin et al. (1991) : elle se situe dans le cadre de la théorie de la dynamo, qui fournit une explication concurrente de la distribution observée du champ magnétique solaire à la surface.

3.4.1 La théorie de la percolation

Stauffer (1985) donne la définition de la théorie de la percolation suivante :

“Chaque site d'un réseau très large est occupé aléatoirement avec une probabilité p , indépendamment de ses voisins. La théorie de la percolation traite des amas ainsi formés,

en d'autres termes, des groupes de sites voisins occupés."

Un exemple pour mieux comprendre

Un exemple simple donné par Stauffer (1985) permet de comprendre facilement ce qu'étudie cette théorie : c'est l'exemple de l'étude des feux de forêt. Une surface (ou un réseau), carré par exemple, est remplie de manière aléatoire avec une certaine concentration. La figure 3.5 en montre un échantillon de taille 60 par 60 pixels, engendré numériquement, pour différentes concentrations p . Chaque point représente un arbre de la forêt. Dans chaque exemple, les arbres peuvent être regroupés en amas, à partir de la définition d'une distance maximale entre deux arbres pour qu'ils appartiennent au même amas. Dans cet exemple, à la concentration $p = 0,60$, le *plus grand amas* possède la particularité d'aller d'un bord à l'autre du réseau, ce qui n'est pas le cas à $p = 0,50$. Un tel amas (qui joint deux bords du domaine) s'appelle l'amas de percolation, et il n'est présent que lorsque $p > p_c$, où p_c est appelée la concentration de percolation (associé au type de réseau considéré, 0,5928 dans cet exemple particulier).

Si un arbre est en feu, celui-ci ne pourra se propager qu'aux arbres du même amas. Donc, dans cet exemple particulier, il est important de connaître les propriétés des amas afin de prévoir le comportement du feu (sa vitesse de diffusion par exemple). Il y a a priori deux points de vue : celui des arbres en feu, et celui de l'ensemble des arbres. En réalité, il s'agit du même problème : **étudier les propriétés des amas en fonction de la concentration**. Dans la théorie la plus simple, les sites "actifs" (les arbres) sont remplis aléatoirement, c'est-à-dire que chaque arbre est placé sur le réseau indépendamment des autres arbres. On peut bien sûr imaginer des raffinements, par exemple l'existence d'une direction privilégiée, des contraintes lors du remplissage, etc.

Parmi les propriétés de ces amas, on peut calculer leur **dimension fractale** pour les caractériser. Certaines sont ainsi connues analytiquement, d'autres par contre seulement numériquement, d'où une certaine imprécision (les difficultés sont alors semblables à celles décrites en section 3.2.3). Dans le cas d'un réseau carré, pour $p < p_c$ (cas qui nous intéresse ici), la **dimension fractale des amas est de 1,56**. Elle est de $91/48$ pour $p = p_c$ et de 2 pour $p > p_c$.

Une autre approche concerne les **propriétés de diffusion** dans ces amas. Les caractéristiques de diffusion dépendent fortement de la concentration p . Considérons par exemple la durée de vie de l'incendie. Pour une concentration très faible, elle est très petite car il n'y pratiquement pas d'arbres. Pour p proche de 1, il y a des arbres partout, par conséquent le feu se propage en ligne droite dans toutes les directions et atteint rapidement les limites du domaine : dans ce cas, il s'agit d'une diffusion classique de Fick (la dimension fractale est de 2, voir l'exemple du mouvement brownien). Par contre, quand la concentration est proche de p_c , la durée de vie du feu est la plus grande car l'amas de percolation est très grand et l'incendie doit suivre un parcours compliqué pour aller d'un bout à l'autre (voir figure 3.5). La diffusion n'est plus alors de type classique, elle est appelée "anormale" : le libre parcours moyen n'est plus proportionnel au temps, mais augmente plus lentement.

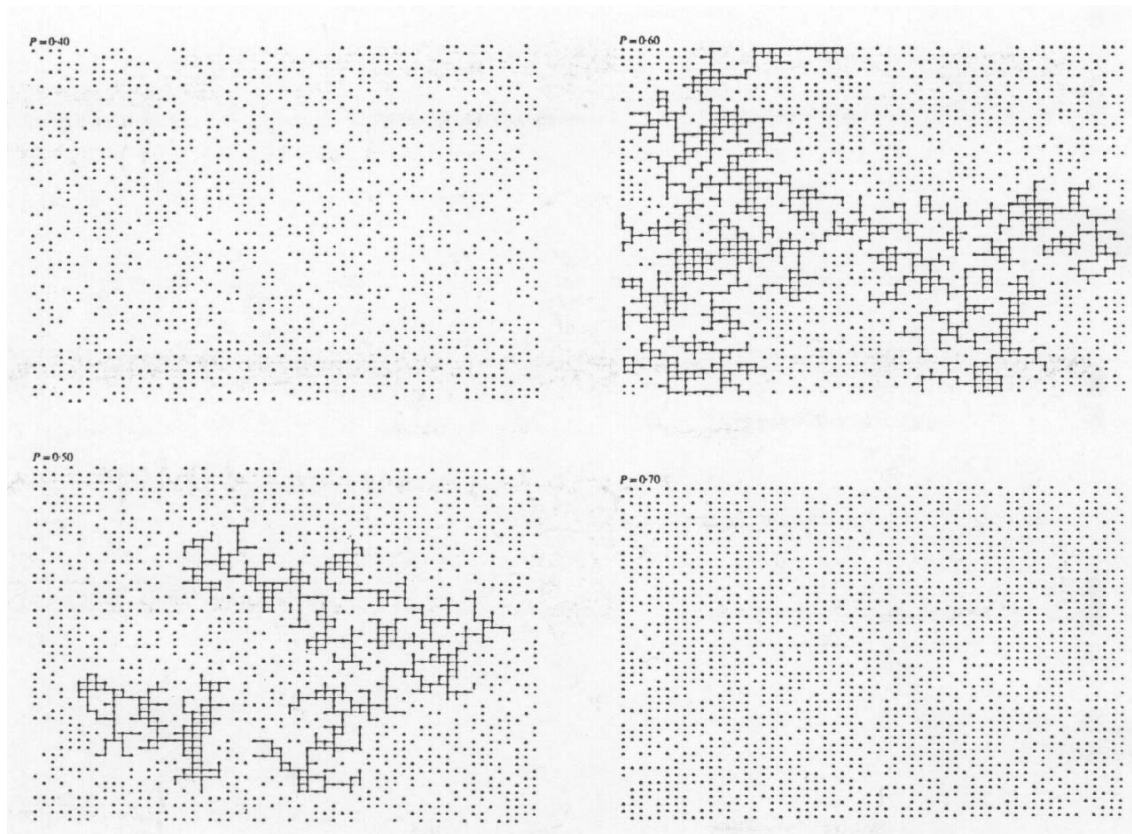


Figure 3.5 : Echantillon représentant un réseau carré rempli aléatoirement, avec différentes concentrations p : 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7. Les étoiles représentent des sites occupés ; les sites non occupés sont laissés blancs (tiré de Stauffer 1985).

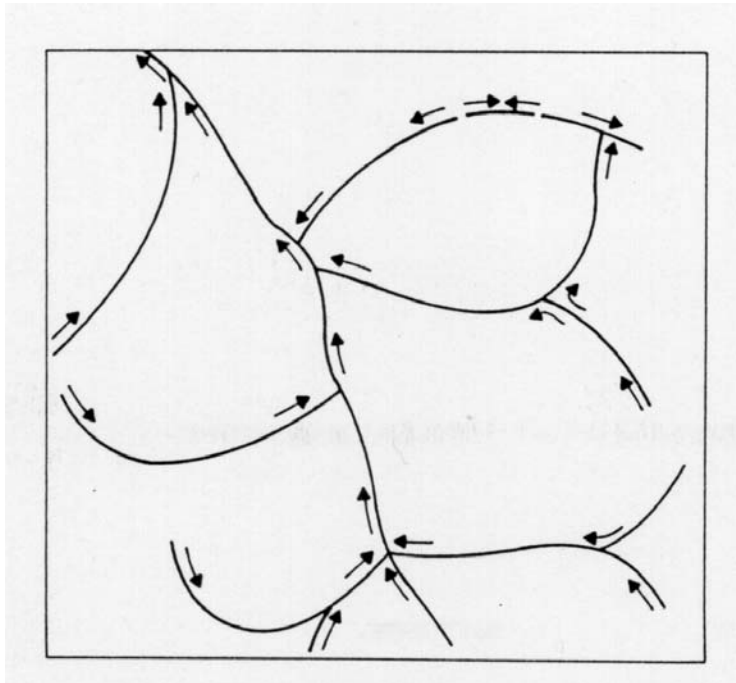


Figure 3.6 : Illustration des chemins disponibles pour les tubes de flux magnétiques à la surface solaire, entre les cellules convectives (tiré de Schrijver et al. 1993).

Tentative d'application au cas solaire

Revenons maintenant au cas solaire. Schrijver et al. (1992) ont proposé que la dimension fractale des régions actives pouvait s'interpréter dans le cadre de la théorie de la percolation générale décrite précédemment. L'existence d'un réseau "fractal" serait due à l'interaction entre les tubes de flux magnétiques et les mouvements convectifs (cellules de granulation). En effet, les tubes de flux ne peuvent se déplacer que selon certains trajets : ils suivent les frontières intergranulaires (figure 3.6). Ce type de comportement a été observé par Muller (1990). Une diffusion anormale des tubes de flux en découle directement, puisqu'ils n'ont pas accès à l'ensemble de la surface bidimensionnelle. Schrijver et al. (1992) n'ont cependant pas développé de modèle numérique correspondant à cette interprétation. La principale difficulté réside dans la modélisation de la convection.

Il faut noter que le modèle général décrit ci-dessus prédit la dimension fractale des structures dans le cas d'un réseau carré. En réalité, le réseau est irrégulier, d'où les problèmes suivants :

- La dimension fractale obtenue à partir du modèle doit être comparée avec précaution aux dimensions fractales observées.
- Lors des observations, les positions des tubes de flux sont rééchantillonnées sur un réseau carré par l'intermédiaire du détecteur. L'information est donc déformée.

Je présente maintenant des tentatives qui ont été effectuées par d'autres auteurs pour réaliser un modèle plus réaliste qui se place dans ce contexte.

3.4.2 Modèles récents affiliés à la percolation

La théorie de la percolation exposée ci-dessus est très générale. Un certain nombre de modèles réalisés par différentes équipes s'inspirent de ce type d'approche. Ils sont plus directement appliqués au Soleil. Ils sont encore très simples et complémentaires, et ne sont donc pas vraiment en compétition. Voici une brève description de chacun d'entre eux :

- L'approche de Wentzel & Seiden (1992) et Seiden & Wentzel (1996). Ils considèrent un réseau triangulaire, dans lequel un nombre donné de "graines" correspondent à des sites actifs (i.e. avec un flux magnétique non nul ; c'est l'analogue d'un arbre en feu). Ensuite, ces sites peuvent stimuler leurs voisins avec une certaine probabilité (avec des propriétés proches de celles de la diffusion), l'émergence d'un tube de flux provoquant celle d'un tube voisin. La durée de vie d'un site actif est limitée, ce qui restreint le nombre de grandes régions actives pouvant être formées. Ils considèrent deux types de sites actifs, qui reflètent les deux polarités possibles pour les tubes de flux ; de petites structures bipolaires sont ainsi créées en surface (par reconnexion). Ils étudient la transition entre la génération aléatoire (par exemple à la base de la zone convective) et la distribution en surface. Ils se sont intéressés jusqu'à maintenant à la distribution en taille des régions actives et ne prédisent pas encore les dimensions fractales de ces régions. Un travail proche assez été effectué indépendamment par Mylonas et al. (1995).

- L'approche de Tao et al. (1995). Ils considèrent une distribution de flux aléatoire donnée (ils ne traitent pas le mécanisme de génération). Ensuite ils établissent la connexion entre cette distribution et celle en surface par l'intermédiaire des mouvements du fluide. Ces mouvements n'ont pour l'instant aucun rapport avec ceux de l'intérieur du Soleil. Ils sont empiriques et leur rôle est simplement d'advecier les tubes de flux en surface. Les tubes de flux sont verticaux (ils remplacent les scalaires des approches précédentes). Le champ de vitesse, aléatoire et chaotique, est bidimensionnel, donc compressible : le flux est donc amené à se concentrer en certains points. Il s'agit d'une théorie cinématique donc encore partielle. Elle repose cependant sur un processus davantage physique que les deux approches précédentes, car elle étudie des tubes de flux verticaux et un champ de vitesse physique (même s'il est empirique).

Un peu à part de ces modèles concernant exclusivement les régions actives, il est intéressant de mentionner ici une analyse fractale des taches effectuée par Zelenyi & Milovanov (1991). Le mode de formation des taches fournit des indications précises pour tout modèle de type percolation. D'après Priest (1984), le flux magnétique émerge d'abord au centre d'un "supergranule", puis il migre en quelques heures vers les bords. La densité de flux est maximale à la jonction entre trois cellules. Il y a alors formation de pores, petites structures plus sombres que la photosphère, sans pénombre, et avec un champ pouvant déjà atteindre 1500 G. Ces pores se rassemblent et le flux augmente. Ce mode de formation est assez proche d'agrégats de matériaux ayant une structure fractale (Zelenyi & Milovanov 1991). Ils déduisent une dimension fractale de la proportion de zones sombres et brillantes dans la pénombre (il s'agit en fait d'une dimension fractale de

la pénombre). Leur modèle prévoit une relation entre celle-ci et la vitesse de décroissance de la tache.

3.4.3 Interprétation directement liée à la dynamo solaire

Par ailleurs, un phénomène complètement différent a été invoqué pour expliquer l'aspect fractal des régions actives. Il ne s'agirait plus d'un processus se produisant après la génération des tubes de flux, mais au contraire d'une propriété intrinsèque de ces tubes de flux. Ce processus serait directement en concurrence avec l'approche précédente.

L'un des processus les plus importants de la théorie de la dynamo est l'élongation, la torsion (une boucle ayant la forme d'un "0" devient un "8") et le repliement des boucles de champ magnétique nouvellement formées. Ce processus se produit un grand nombre de fois. Le champ magnétique est ainsi amplifié, et les structures magnétiques sont de plus en plus petites (d'où leur intermittence). Il y a donc un effet d'échelle important, lié aux propriétés de la turbulence du fluide (la convection turbulente serait responsable de ce processus). Une analyse fractale en est donc naturelle. Si la torsion n'est pas symétrique, c'est-à-dire s'il y a plus de flux dans l'une des boucles du "8" que dans l'autre, alors la *distribution de flux dans une section du tube de flux* ne sera pas homogène. Finn & Ott (1988) prédisent alors une dimension fractale d de cette distribution :

$$d = 1 + \frac{\ln 2}{\ln \frac{1}{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}},$$

avec α caractérisant la proportion de flux dans l'une des boucles ($\alpha = 0.5$ correspond au cas symétrique classique, qui donne $d = 2$). Le coefficient α est lié à la façon dont les cellules convectives turbulentes sont structurées. Remarquons que cette dimension est également liée à un facteur de remplissage dans le tube de flux, mais n'a a priori rien à voir avec le facteur de remplissage "macroscopique" en surface (la surface occupée par les tubes de flux divisée par la surface totale).

Ruzmaikin et al. (1991) associent cette dimension fractale *dans* une section du tube de flux à une dimension fractale de la distribution *des* tubes de flux (en surface). Ce passage n'est pas trivial et est très controversé. En outre, il est probable que α ne prenne pas qu'une seule valeur, si bien que toute observation de d n'en fournira au mieux qu'une valeur moyenne.

3.5 Conclusion et perspectives

Les différences observées entre nos résultats et ceux obtenus précédemment, ainsi que les difficultés rencontrées, conduisent à des perspectives selon les trois axes suivants :

- Quelles doivent être les caractéristiques des futures observations de structures magnétiques (résolution spatiale, quantité de données, variations intrinsèques de la dimension fractale) ?

- Comment analyser les données de la manière la plus performante ?
- Comment améliorer les modèles ?

J'aborde maintenant successivement ces trois thèmes.

3.5.1 Observations futures

Pour améliorer les mesures des dimensions fractales des facules, il est essentiel d'avoir :

(i) un grand nombre d'images (spectrohéliogrammes ou magnétogrammes), afin d'avoir une bonne statistique et ainsi pouvoir tester les modèles, car nous avons montré que des variations très grandes de la dimension fractale était observée si elle était calculée sur chaque image quotidienne séparément,

(ii) des images ayant une haute résolution spatiale, pour avoir une grande dynamique en aire. Une résolution meilleure que $0,5''$ serait souhaitable, de manière à résoudre les granules.

Les problèmes rencontrés lors de l'estimation de la variation de la dimension fractale au cours du cycle montrent que ce travail est à poursuivre avec davantage de données de bonne qualité, et si possible avec une statistique équivalente pour toutes les années et une homogénéité des images.

Les observations futures pourraient s'orienter selon les quatre axes suivants :

- **Etude statistique et modèles généraux.** Une longue série de données avec une résolution spatiale raisonnable doit permettre d'apporter de meilleures contraintes aux différents modèles et d'étudier la variation de la dimension fractale au cours du cycle solaire. Une particularité de ce type de mesure est la suivante : la dimension fractale ne peut être comprise qu'entre 1 et 2. Les précédents travaux concernant le calcul de dimension fractale des régions actives n'ont obtenu une précision que de ± 0.05 sur celle-ci, ce qui est grand comparé à l'intervalle des valeurs possibles de la dimension fractale. On voit donc ici l'importance qu'il y a à diminuer significativement cette erreur pour pouvoir tester les modèles de manière fiable. Les résultats obtenus au cours du travail présenté ici présentent un gain d'un facteur 3 environ sur les barres d'erreurs données dans la littérature.

- **Etudes locales.** Si une très bonne résolution est accessible durant des périodes suffisamment longues (1 ou 2 semaines typiquement, c'est-à-dire le temps de passage d'une région active à travers le disque), alors il doit être possible d'étudier plus précisément les variations intrinsèques de la dimension fractale d'une région active à l'autre, et d'une même facule au cours du temps. En effet, il a été proposé que la complexité de la région active soit différente avant et après une éruption. Ambastha et al. (1993) proposent que les éruptions se produisent lorsque le champ magnétique dans la région active est non potentiel (un grand cisaillement est présent) ; après l'éruption, l'énergie contenue dans cette configuration contrainte a été libérée et la région active retrouve une configuration moins

complexe. Cependant, leurs observations polarimétriques de la torsion des régions actives présentent encore de grandes incertitudes. Il serait donc intéressant d'étudier ce problème en effectuant une analyse fractale des régions actives, et en comparant différentes approches (voir paragraphe suivant) de manière à tester leur sensibilité. Si une évolution de la dimension fractale lors des éruptions se confirmaient, alors ce type d'étude effectuée de manière systématique pourrait être intéressante pour la prévision des éruptions solaires.

- **Comparaison des propriétés fractales des facules et des autres structures résolues**, en particulier des granules. La théorie de la percolation fait intervenir la granulation. Des études comparatives entre la dimension fractale des facules, celle des taches solaires et de la granulation devraient donc fournir des informations complémentaires très utiles. L'étude des facules individuelles (quotidiennement par exemple) pourrait être associée à celle de leur dynamique, et en particulier à la dispersion de vitesse telle que celle étudiée au chapitre 2. L'étude des taches devrait permettre de mieux cerner l'interprétation de la structure fractale des régions magnétiques en terme de dynamo.

- **Analyse des biais**. Dans le cadre de cette étude des variations quotidiennes de la dimension fractale, il est important d'examiner quelle variation peut être induite par des changements de qualité atmosphérique (et donc de résolution spatiale), et éventuellement établir des corrections. Il faudrait également étudier quelle part de cette variation quotidienne est intrinsèque (i.e. significative d'un changement physique) et quelle part est due à du bruit.

3.5.2 Vers une analyse différente des données

Deux types d'analyses complémentaires des calculs de dimension fractale précédents peuvent également être effectués. Tout d'abord, il est possible d'étudier la **complexité d'une image sans réaliser de choix du seuil**. Certaines de ces méthodes sont décrites et testées par Stark et al. (1997). Elles semblent cependant souffrir d'un manque de sensibilité aux petites variations, ce qui constitue un problème pour l'analyse de variations quotidiennes.

Une approche plus complète et très prometteuse est l'**analyse multifractale** (Lawrence et al. 1996). En effet, l'analyse fractale classique ne fournit qu'une seule valeur (la dimension fractale) pour décrire toute la complexité d'une image. Cette dimension est en effet calculée sur une image possédant seulement deux niveaux de gris (d'après le choix du seuil). L'image est donc considérablement simplifiée. En outre, le choix du seuil est un problème délicat. La dimension fractale classique est donc analogue à un moment d'ordre zéro, qui ne tient pas compte de l'intensité en chaque point. Mais on peut également estimer d'autres moments, calculés à partir de l'intensité, de l'intensité au carré, etc. en chaque point. On peut alors définir une dimension générale D_q :

$$D_q = \frac{1}{1-q} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_i \mu_i^q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon},$$

où q est un entier, μ_i est l'intensité moyennée sur une boîte de taille L/ε (L taille du

domaine). Si D_q est identique pour tout q alors la structure est une fractale simple. Sinon, la structure est multifractale. L'étude des variations de D_q avec q fournit alors davantage d'informations pour contraindre les modèles. Lawrence et al. (1996) ont réalisé une analyse multifractale préliminaire, essentiellement sur des données simulées pour tester la méthode. Ils ne l'ont appliquée pour l'instant qu'à deux magnétogrammes.

L'utilisation des intensités implique un étalonnage photométrique des images entre elles. Cette contrainte est difficilement vérifiée pour nos spectrohéliogrammes (voir le chapitre suivant) et une telle analyse en serait donc délicate. Par contre, ce type d'approche est tout à fait adapté à des magnétogrammes.

3.5.3 Modélisation plus réaliste

Parmi les modèles actuels prédisant une dimension fractale (ou une loi de puissance de la distribution en tailles des régions actives), aucun ne considère les propriétés de la convection (en particulier de la granulation) de manière réaliste. Il est important de faire évoluer les modèles dans cette direction pour faire des prédictions précises et tester les processus en jeu. Ceci est lié à la particularité de la dimension fractale : comme elle est comprise entre 1 et 2 seulement, **il n'est pas possible de se contenter d'un modèle donnant un "ordre de grandeur"**.

Par ailleurs, les modèles doivent être adaptés, d'une part à la géométrie solaire (c'est-à-dire que si l'on prend un maillage carré par exemple, celui-ci doit être de taille sensiblement inférieure à la taille d'un granule), d'autre part, à la déformation impliquée par le détecteur. Il doit donc y avoir adéquation entre le modèle et les observations.

La dimension fractale obtenue semble varier avec la taille des structures (pour les facules de taille inférieure aux cellules de supergranulation). Si cette variation est réelle, cela signifie qu'il n'y a pas vraiment auto-similarité. Un certain nombre de questions sont soulevées par cette observation. Des processus différents opèrent-ils selon la taille des facules ? Un même processus avec des caractéristiques différentes selon l'échelle serait-il responsable de l'"auto-similarité" ? Est-ce que les différences de processus et d'échelle expliqueraient les variations trouvées entre les différents auteurs ? Ces problèmes nécessitent davantage d'investigations, à la fois observationnellement et théoriquement.

Une autre question concerne la variation de la dimension fractale au cours du cycle. Si la dimension fractale des facules est directement liée au mécanisme dynamo classique, on peut s'attendre à une variation lors du cycle solaire. Par ailleurs, si le modèle de type percolation est favorisé, alors la dimension fractale pourrait être liée aux propriétés des granules. Or celles-ci varient avec le cycle solaire (leur taille est plus petite au maximum du cycle : Muller 1988; Muller et al. 1989). L'interprétation d'une éventuelle variation de la dimension fractale au cours du cycle solaire n'est donc pas simple.

Chapitre 4

Champs magnétiques faibles du Soleil calme

Dans ce chapitre, je m'intéresse aux **champs magnétiques faibles**. Par champs faibles, j'entends ici des champs inférieurs à 1 kG (Keller et al. 1994). Dans le domaine de la mesure du champ magnétique, les efforts effectués jusqu'à aujourd'hui se sont en effet surtout portés sur l'observation des forts champs magnétiques, tels que dans les taches, facules et points brillants chromosphériques, car ils sont plus faciles à mesurer que les champs faibles. Ces structures ont des propriétés variées (taille, durée de vie, distribution en surface...), mais l'intensité du champ magnétique y est assez semblable, entre 1 et 3 kG environ.

Cependant, il existe également à la surface solaire des champs magnétiques faibles, à petite échelle et diffus. Ces champs magnétiques, omniprésents à la surface du Soleil calme, ont été observés pour la première fois par Livingston & Harvey (1971, 1975). D'autres observations de ces champs ont été effectuées par la suite (voir par exemple Martin 1988; Lin 1995), et très récemment à l'aide de la sonde SOHO (Title et al. 1996). L'intensité de ces champs est controversée. Par exemple, Martin (1988) trouve un champ entre 60 et 160 G, et Keller et al. (1994) un champ inférieur à 500 G avec une probabilité de 68%. Lin (1995) a également mesuré un champ typique de 500 G. Ces champs faibles sont situés à **l'intérieur des cellules** de supergranulation (ils sont appelés champ magnétique *intranetwork*). Zirin (1987) a montré qu'ils pourraient contribuer pour une part importante au flux magnétique solaire total. Les propriétés spatiales de ces champs faibles ont été étudiées par Wang et al. (1995). Ils obtiennent une dimension moyenne des structures de $3,3''$ (soit 2400 km). L'histogramme des flux présente une pente de -1,68 pour le champ *intranetwork*, alors qu'elle n'est que de -1,27 pour le réseau.

Un certain nombre de travaux théoriques ont été effectués dans ce domaine. Par exemple, Spruit et al. (1987) montrent qu'un champ très faible (de quelques gauss seulement) devrait couvrir une large partie de la surface solaire. Ce champ présenterait des polarités mélangées, depuis les échelles caractéristiques de la supergranulation jusqu'à des échelles inférieures à celle de la granulation. La durée de vie des structures magnétiques serait du même ordre de grandeur que celle des cellules convectives de même taille qu'elles. Les propriétés d'un champ turbulent décorrélié du champ moyen à grande échelle (et donc ne

présentant pas de variations avec le cycle solaire) ont été étudiées par divers auteurs (voir par exemple Durney et al. 1993). Ils concluent qu'une plus grande quantité d'énergie est stockée dans les petites échelles que dans les grandes régions actives.

Dans le domaine des champs forts, les composantes Zeeman sont complètement séparées. Par contre, quand le champ est faible, elles se superposent et la mesure du champ est alors beaucoup plus délicate. L'objectif de ce travail est d'**étudier observationnellement les propriétés de ce champ magnétique faible** omniprésent à la surface solaire, afin de contraindre le mécanisme dynamo. Il est en effet important d'obtenir des informations sur ces champs, telles que le flux contenu dans ces structures, ou bien encore son caractère turbulent ou non. L'observation de ces champs faibles peut également contraindre les processus de formation des tubes de flux et les mécanismes de chauffage. Lors de ce travail, j'ai exploité deux types d'observations **sur le Soleil calme** :

- (i) **dans le visible** (deux raies de Fe I à 5250 Å et 5247 Å).
- (ii) **dans l'infrarouge** (deux raies du fer Fe I à 1,5648 μm et 1,5652 μm).

Trois campagnes d'observations ont été effectuées en 1995 et 1996, au télescope McMath-Pierce à Kitt Peak. J'ai participé à la première et à la troisième. Dans la première section, je présente tout d'abord les observations réalisées dans le visible, ainsi que les procédures d'étalonnage. Je décris ensuite les observations dans l'infrarouge et leur réduction. Puis j'examine le rapport des champs magnétiques mesurés dans les deux raies du visible, afin de tenter de déterminer l'intensité du champ dans les structures non résolues. J'étudie ensuite la proportion de flux magnétique contenu dans les champs faibles (inférieurs à 1 kG). Je finis par une analyse des propriétés spatiales des structures magnétiques observées et je conclus.

4.1 Les observations dans le visible

4.1.1 Dispositif instrumental

Le dispositif instrumental est celui de Babcock (1953). Il est placé au foyer du miroir principal du télescope McMath-Pierce à Kitt Peak (l'image du Soleil y fait 81.5 cm de diamètre). Cet instrument étant classique, je n'entre pas dans les détails. Je signale seulement deux points essentiels pour la suite :

- à l'entrée du dispositif, un modulateur $\pm\lambda/4$ (i.e. polarisation circulaire droite et gauche) oscille à 50 kHz ;
- en sortie du dispositif, et pour chaque raie étudiée, le signal est analysé par deux fentes symétriques par rapport au centre de la raie. Derrière chaque fente, un tube photomultiplicateur mesure l'amplitude du signal, avec une fréquence de 50 kHz similaire à celle du modulateur d'entrée. La différence entre les deux donne un signal proportionnel au champ magnétique, tandis que la somme des deux fournit l'intensité. Les deux raies à 5250 Å et 5247 Å sont observées simultanément.

Le montage est muni d'un asservissement Doppler situé juste avant les tubes photomultiplicateurs. Il permet d'assurer une bonne position des raies, en compensant les

décalages des raies dus à des champs de vitesse sur le disque solaire. Davantage de détails sur ce montage peuvent être trouvés dans Babcock (1953).

L'intérêt de nos observations réside dans la grande fréquence du modulateur (50 kHz), qui permet de s'affranchir du *seeing* (la plupart des observations précédentes ne fonctionnait qu'à une fréquence de l'ordre de 10 Hz) et donc de réduire le bruit sur les données.

4.1.2 Campagnes d'observations

Les observations ont été effectuées sous forme de balayages. Ils sont orientés principalement nord-sud (du centre du disque jusqu'au limbe nord). La vitesse de défilement est de $0,2''/\text{sec}$. Comme la résolution spatiale est de $2,39''$, il y a suréchantillonnage. L'enregistrement se fait sur deux pistes : soit les deux champs magnétiques dans les 2 raies, soit le champ magnétique et l'intensité dans l'une des raies. Ces observations ont été réalisées lors de périodes de faible activité. J'ai participé à la première de ces campagnes d'observations :

- en septembre 1995 : 3 jours (3 balayages nord-sud et 2 est-ouest) ; on dispose également de 2 balayages nord-sud avec champ magnétique et intensité simultanés (raie à 5250 \AA).
- en novembre 1995 : 1 jour (4 balayages nord-sud).

La figure 4.1 montre un exemple de deux balayages simultanés. Les balayages présentent en général quelques structures de grande amplitude, à associer probablement aux points brillants du réseau. Partout ailleurs, des structures de faible amplitude (mais significativement au dessus du bruit) sont observés.

4.1.3 Les étalonnages

La procédure d'étalonnage (passage du signal en unité arbitraire en un champ magnétique en gauss) suit celle de Babcock (1953). Elle repose sur le décalage Doppler produit par la rotation solaire. Autrement dit, cet étalonnage permet de déduire :

- (i) la relation entre l'amplitude du signal mesuré et un décalage en longueur d'onde ;
- (ii) puis la relation entre l'amplitude du signal et le champ magnétique moyen $\langle B \rangle$ en gauss, sachant que le décalage en longueur d'onde en fonction de B est connu.

Pour l'étape (i), on se fonde sur la rotation solaire, signal d'amplitude connue.

L'asservissement Doppler qui maintenait les raies à une même longueur d'onde est supprimé. Un filtre polariseur circulaire est placé à l'avant du modulateur. L'étalonnage consiste alors en un balayage est-ouest, permettant d'obtenir une grande dynamique en vitesse.

Le résultat est une courbe en S (figure 4.2). Ce signal n'a pas été divisé par l'intensité lors du balayage. Cette forme est due au fait que, aux abords du limbe, l'intensité chute à zéro. Or le signal dépend non seulement de la vitesse le long de la ligne de visée mais également de la quantité de lumière arrivant sur le détecteur. Il s'agit ensuite de réaliser un ajustement par une droite dans la partie linéaire : les deux points où elle intercepte le limbe fournissent une amplitude totale qui dépend de plusieurs paramètres connus :

- la rotation solaire équatoriale (synodique) en km/s,

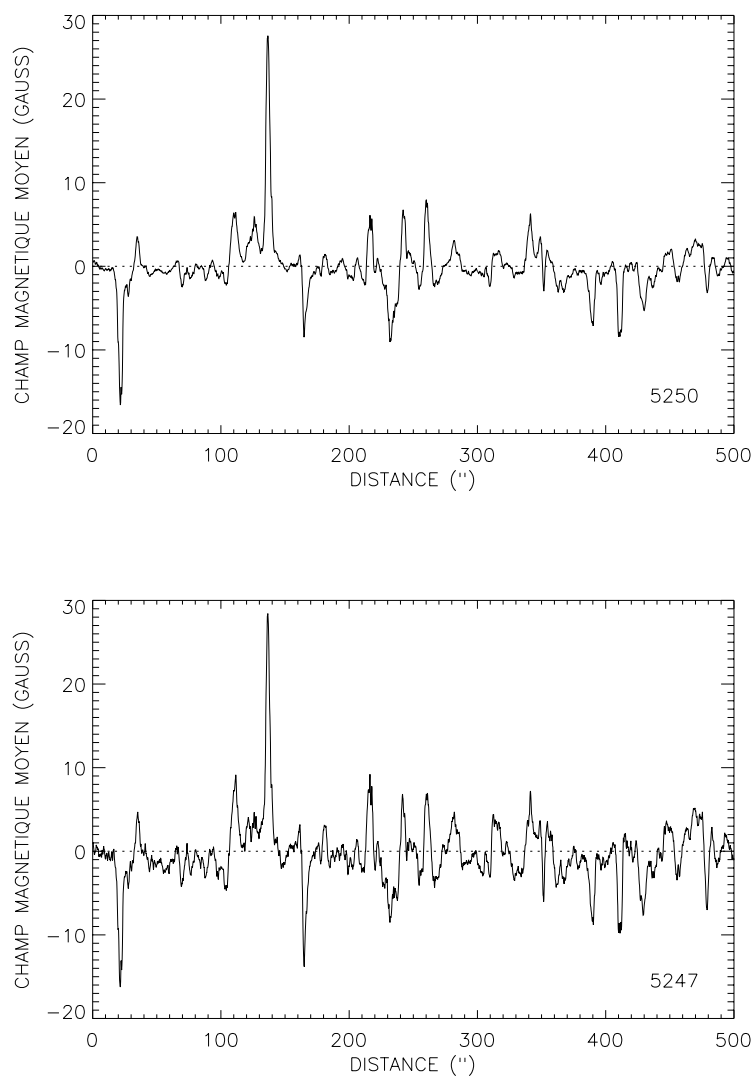


Figure 4.1 : Champ magnétique moyen (en gauss) en fonction de la position sur le disque. Les deux balayages sont effectués simultanément. En haut : raie à 5250 Å. En bas : raie à 5247 Å.

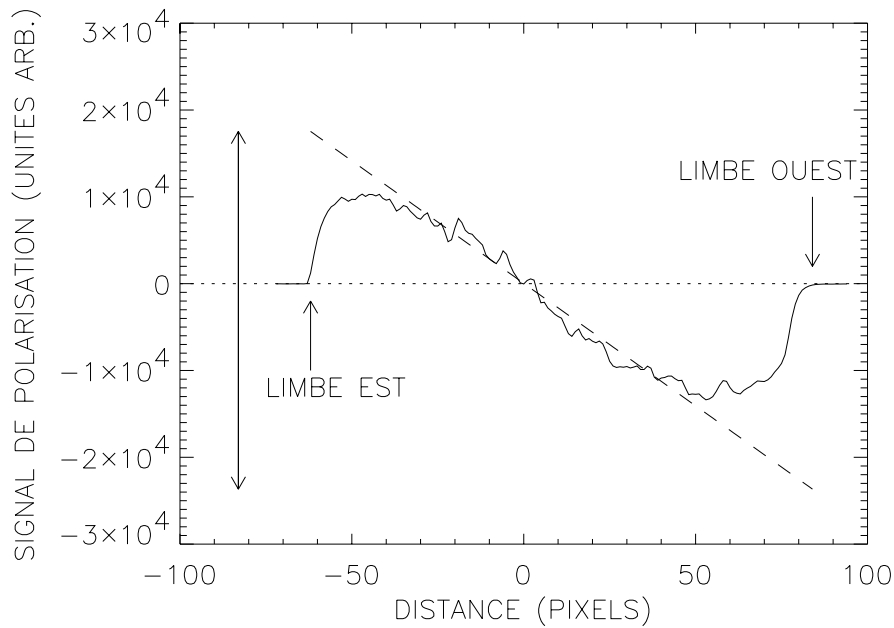


Figure 4.2 : Exemple de courbe d'étalonnage (5250 Å), en fonction de la position sur le disque (les unités correspondent aux données brutes). La courbe n'a pas été divisée par l'intensité. La droite en tiret représente un ajustement linéaire sur les 80 points centraux. L'utilisation de 40 points donnerait une pente un peu plus raide. La flèche à gauche indique l'amplitude de l'étalonnage déduite de cette courbe.

- l'angle de position P du pôle solaire,
- un facteur tenant compte des imperfections du polariseur circulaire.

Puis la relation entre l'amplitude du signal et le champ magnétique dépend :

- du facteur effectif de Landé,
- de la longueur d'onde.

Cette procédure permet alors d'obtenir l'amplitude du signal obtenu dans chaque raie en fonction de la position sur le disque en gauss (soit le champ magnétique moyen $\langle B \rangle$).

L'une des difficultés de cet étalonnage est de choisir la zone linéaire. J'ai effectué deux calculs, en utilisant respectivement 40 et 80 points pour réaliser l'ajustement linéaire ci-dessus. Les étalonnages obtenus sont différents. Cependant, le rapport des étalonnages entre les deux raies reste le même à mieux que 1% près. Or c'est le rapport du champ qui nous intéresse ici, donc une calibration relative est suffisante. Cette erreur de 1% n'est pas dominante dans les résultats présentés plus loin.

4.2 Les observations dans l'infrarouge

Les observations dans l'infrarouge ont également été effectuées au télescope McMath-Pierce à Kitt Peak. Je présente les avantages de ces observations et le dispositif expérimental, puis les étalonnages et les calculs d'erreurs.

4.2.1 Avantages des observations dans l'infrarouge

L'observation des champs magnétiques dans l'infrarouge présente deux avantages par rapport au domaine visible :

(i) l'effet Zeeman augmente avec la longueur d'onde (la séparation des composantes varie comme λ^2) ;

(ii) les raies du fer utilisées sont formées plus profondément dans l'atmosphère solaire que ne le sont les raies du visible. Le champ magnétique dans les tubes de flux y est donc plus fort.

Jusqu'à maintenant, les raies dans l'infrarouge ont surtout été utilisées pour observer les champs magnétiques élevés (taches, plages, réseau). L'expérience NIM (Near Infrared Magnetograph) a cependant permis d'étudier les champs faibles dans l'infrarouge (Rabin 1992). Ce dispositif instrumental permet de faire de l'imagerie, mais le modulateur utilisé n'a qu'une faible fréquence (inférieure à 10 Hz), d'où un bruit important dû au *seeing*.

Les observations présentées dans cette section ont pour but d'étudier les champs magnétiques faibles *intranetwork* à l'aide de raies dans l'infrarouge, afin de mesurer la proportion de flux contenue dans ces champs faibles. Les observations sous forme de balayages permettent également une étude des propriétés spatiales des structures magnétiques, en complémentarité avec les observations effectuées dans le visible. L'avantage de nos observations est une fréquence de modulation élevée (300 Hz) permettant de s'affranchir en grande partie du bruit dû au *seeing*.

4.2.2 Dispositif instrumental

Le dispositif instrumental est placé au foyer du miroir principal du télescope McMath-Pierce. Il est composé des éléments suivants :

- un dépolariseur, dont le but est d'annuler la polarisation linéaire du télescope. Ceci est nécessaire car, contrairement au modulateur visible précédent, le modulateur infrarouge est sensible à la polarisation linéaire. Il est ajusté au tout début de chaque balayage (une dérive lors des balayages est alors possible) ;
- un modulateur (à cristaux liquides ferro-électriques, qui constitue une lame quart d'onde, dont l'axe principal est tourné de 45° entre les deux positions) oscillant à 300 Hz ;
- un polariseur linéaire (analysant la lumière provenant du modulateur) ;
- un dispositif transformant une image 1×1 mm (soit $2,39 \times 2,39''$) en une image $0,1 \times 10$ mm ;
- le spectrographe vertical ;
- le détecteur "Baboquivari" (Livingston 1968), avec, à l'entrée, un filtre rouge (de transmission $1,0$ à $1 \mu\text{m}$ et $0,97$ à $1,6 \mu\text{m}$). Le détecteur est refroidi à l'azote liquide. Il

enregistre simultanément l'intensité et la polarisation à la position pointée sur le disque solaire, pour une certaine position de la fente dans la raie étudiée.

Davantage de détails sur l'instrument peuvent être trouvés dans Livingston (1991).

4.2.3 Campagnes d'observations

Les observations sont effectuées sous forme de balayages orientés nord-sud, soit centrés sur le centre du disque, soit comprenant le limbe. La vitesse de défilement est de $0,2''/\text{sec}$ en septembre 1995 et novembre 1995, et de $0,4''/\text{sec}$ en juin 1996. Il y a donc suréchantillonnage. Chaque balayage correspond à une position différente de la fente dans la raie. On n'obtient donc pas des profils de Stokes pour chaque point du disque, mais uniquement des **propriétés statistiques** pour l'ensemble des points observés. On mesure **simultanément l'intensité et la polarisation**. La **haute fréquence du modulateur** (300 Hz) constitue l'avantage majeur de cette expérience par rapport aux observations précédentes, car les effets de la turbulence atmosphérique sont ainsi évités.

Les observations ont été réalisées lors de périodes de très faible activité solaire. J'ai participé à 2 des campagnes d'observations :

- en septembre 1995 : 1 jour (3 balayages dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$).
- en novembre-décembre 1995 : 2 jours (6 balayages dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$).
- en juin 1996 : 2 jours (15 balayages dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$ et 9 balayages dans la raie à $1,5652 \mu\text{m}$, tous centrés au centre du disque).

Rappelons que le modulateur utilisé dans l'infrarouge est sensible à la fois à la polarisation circulaire et linéaire, au lieu de ne donner que la polarisation circulaire comme c'est le cas habituellement. Ce modulateur présente donc deux inconvénients : (i) les différentes composantes de Stokes sont mélangées ; (ii) la polarisation linéaire du télescope va contribuer à la polarisation observée, car elle est de grande amplitude et très variable au cours de la journée. Les étalonnages ont été insuffisants lors des deux premières campagnes d'observations. Lors de la troisième, les étalonnages réalisés sont fiables, d'une part pour la polarisation, et d'autre part pour la longueur d'onde. Ce sont ces dernières données qui sont analysées de manière plus approfondie dans la suite de ce chapitre.

La figure 4.3 présente trois exemples de balayages après étalonnage, obtenus pour différentes positions de la fente dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$.

4.2.4 Les étalonnages

Deux types d'étalonnage ont été effectués, en particulier pour les observations de juin 1996 :

- *Étalonnage de la polarisation*. Il s'agit de convertir le signal brut en un pourcentage de polarisation. L'étalonnage de la polarisation linéaire est réalisée en introduisant polariseur linéaire à l'entrée du dispositif. Deux positions opposées de ce polariseur fournissent l'amplitude du signal correspondant à 100% de polarisation linéaire. Un proces-

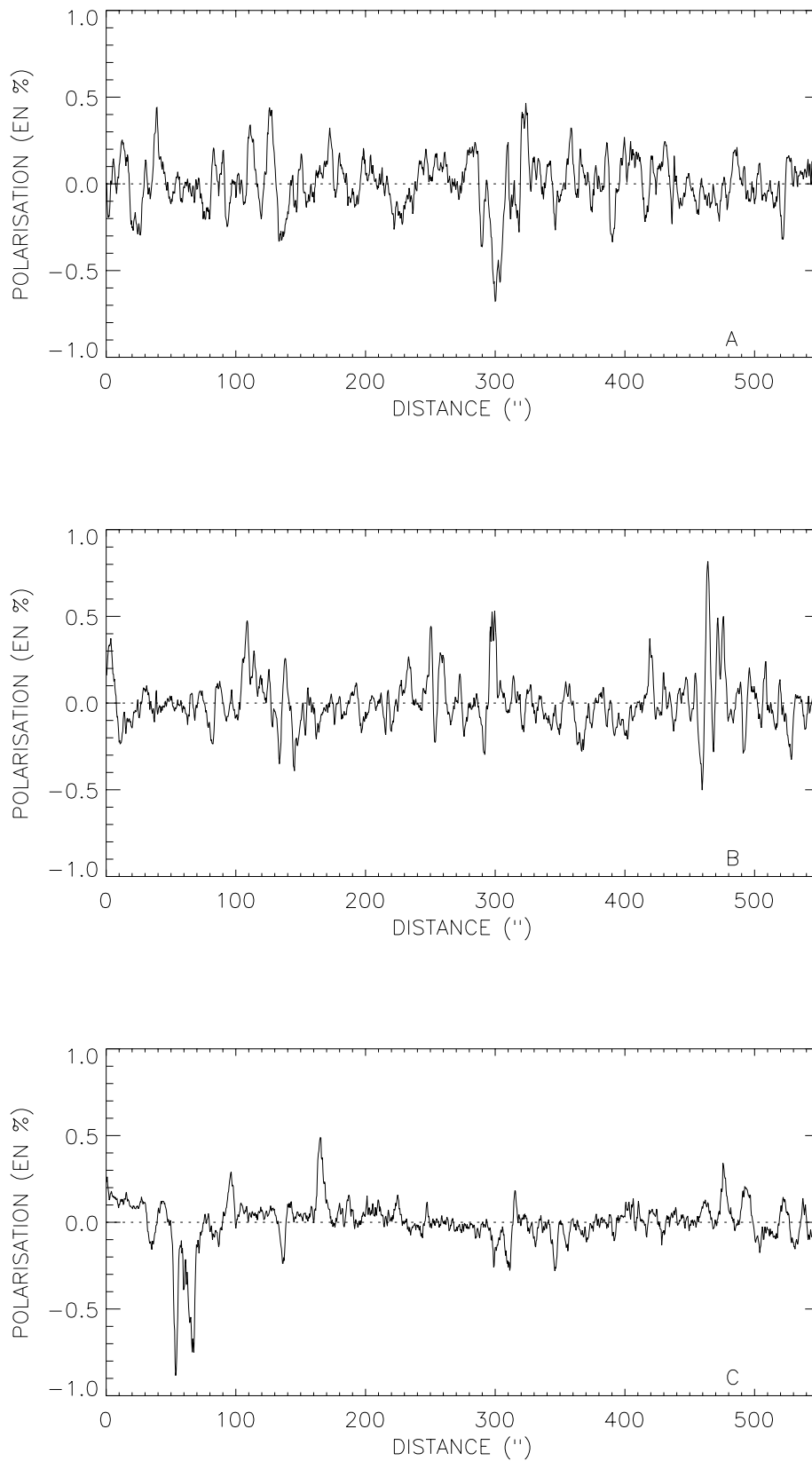


Figure 4.3 : Exemples de balayages obtenus pour différentes positions de la fente dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$. Le pourcentage de polarisation correspond à l'étalonnage "linéaire". Les positions sont en secondes d'arc. A : centre de la raie. B : à $0,35 \text{ \AA}$ du centre de la raie. C : à $0,71 \text{ \AA}$ du centre de la raie.

sus similaire est suivi pour étalonner la polarisation circulaire. L'étalonnage dépend de l'intensité au moment de la mesure : l'intensité moyenne durant le balayage considéré a été utilisée. L'utilisation de l'intensité en chaque point n'entraîne aucune différence significative sur les résultats. On obtient deux polarisations différentes : le pourcentage de polarisation si le signal ne présentait que de la polarisation linéaire, et le pourcentage de polarisation si le signal ne présentait que de la polarisation circulaire. Le pourcentage de polarisation réel est donc compris entre les deux valeurs obtenues ci-dessus (et dépend du pourcentage de polarisation linéaire par rapport à la polarisation circulaire dans le signal).

- *Etalonnage de la longueur d'onde.* La position de la fente pour un balayage donné est connu par l'intermédiaire d'un nombre de pas à partir du centre de la raie, la taille de ce pas en Å étant connue (0,053 Å). Cependant, d'une part, le centre réel de la raie ne coïncide a priori pas exactement avec la position "0", et d'autre part, une dérive se produit au cours des observations. Pour connaître la position en longueur d'onde avec davantage de précision, un profil de la raie est enregistré avec une faible résolution spectrale, et une correction à la position de la fente est déduite de la dissymétrie de ce profil.

4.2.5 Le calcul des erreurs

Pour chaque balayage, la moyenne des polarisations est calculée. L'erreur sur cette polarisation moyenne obtenue pour chaque balayage comprend 3 composantes qui s'ajoutent quadratiquement :

- le bruit de détecteur (signal additif obtenu lorsqu'aucune lumière ne rentre dans l'instrument) ;
- la moyenne du signal obtenu en un point fixé du Soleil calme ;
- l'erreur statistique due au nombre limité de point de chaque balayage.

La principale contribution provient de (ii) et correspond à un bruit dû au *seeing* (malgré la modulation haute fréquence) et au bruit de photons. La contribution (iii) n'intervient que lorsque l'on s'intéresse à la polarisation moyenne d'un balayage donné. L'ordre de grandeur typique est de 0,05%, soit 5 fois plus important que la limite à 10^{-4} préconisée pour ce type d'étude. Le bruit sur nos observations reste donc un facteur limitatif important. Il est cependant réduit si la polarisation moyenne est estimée à partir de plusieurs balayages.

4.3 Etude du rapport des champs magnétiques mesurés dans les raies du visible

4.3.1 Objectif

Le champ magnétique mesuré dans le visible à l'aide du dispositif décrit en section 4.1.1 est automatiquement déduit de la différence de signal entre les deux ailes de la raie après passage par un modulateur circulaire. Le champ magnétique fourni est le **champ longitudinal moyen** sur la surface couverte par un pixel (je le note $\langle B \rangle$). Par exemple,

si une fraction α de la surface présente un champ magnétique B , et l'autre fraction un champ nul, la mesure directe ci-dessus donnera un champ magnétique égal à $\langle B \rangle = \alpha B$. Autrement dit, on mesure plutôt le flux magnétique¹ $\Phi (\approx S \langle B \rangle$, avec S la surface observée, connue) que le champ magnétique B dans la structure non résolue. Comme le coefficient de remplissage α n'est pas connu, une autre technique doit être utilisée afin d'obtenir la valeur de B . Ce problème ne se pose bien sûr que pour des champs magnétiques faibles : quand le champ est fort, il est déduit directement de la différence de position en longueur d'onde entre les composantes Zeeman, et le champ mesuré est alors le champ réel dans les structures magnétiques concentrées.

Les observations entreprises lors de ce travail avaient deux enjeux : (i) éliminer cette indétermination entre α et B ; (ii) étudier les propriétés spatiales des structures magnétiques observée. Des observations sous forme de **balayages à travers le disque solaire** ont permis de s'intéresser au point (ii) (section 4.5). En ce qui concerne le point (i), le principe est le suivant. Le champ magnétique est mesuré simultanément dans deux raies du fer, à 5250 Å et 5247 Å. Ces deux raies ont des facteurs de Landé différents (respectivement 3 et 2), mais elles sont par ailleurs très semblables. Or, pour les champs importants, il y a saturation du champ moyen $\langle B \rangle$ mesuré, à partir d'un champ critique qui dépend du facteur de Landé. Quand le champ magnétique augmente, la raie à 5250 Å sature donc avant la raie à 5247 Å (i.e. le signal n'augmente plus linéairement avec B , mais plus lentement) et le rapport

$$r = \frac{\langle B_{5250} \rangle}{\langle B_{5247} \rangle}$$

diminue. Par contre, pour un champ faible, ce rapport est proche de 1.

La valeur de r permet donc d'évaluer la valeur de B . Le rapport r attendu (avec notre configuration) pour un champ réel de 1 kG est de 0,89, et de 0,995 pour 1 G, d'après Keller (1995, communication privée). On s'attend à des champs plus faibles que 1 kG : r devrait donc être proche de 1. Si on observe $r \pm \sigma$ (avec r proche de 1), alors on peut dire que le champ magnétique B est inférieur au champ B' à 1σ près, avec B' le champ correspondant à un rapport valant $r - \sigma$.

Cette méthode a précédemment été utilisée pour estimer les champs faibles par Keller et al. (1994). La fréquence du modulateur était également très élevée, contrairement à la plupart des observations précédentes. Cependant, ils n'ont pu analyser que quelques structures *intranetwork* seulement. Il était donc important de poursuivre cette étude pour confirmer leurs résultats. Nos observations, sous forme de balayages, ont l'avantage de permettre d'observer rapidement beaucoup de structures, sans avoir à mesurer le profil de Stokes en chaque point.

4.3.2 Calcul du rapport des champs

Pour chaque balayage, j'ai calculé le rapport r du champ moyen $\langle B \rangle$ mesuré dans les deux raies (à 5250 Å et 5247 Å). J'ai utilisé trois méthodes différentes :

¹Ceci n'est en fait pas tout à fait exact, car le champ mesuré n'est que la composante longitudinale. Mais c'est une bonne approximation pour un champ essentiellement longitudinal.

Table 4.1 : Rapport entre les champs moyens $\langle B_{5250} \rangle$ et $\langle B_{5247} \rangle$, pour les observations de septembre 1995. Les différents types de calcul (A, B et C) sont définis dans le texte. Le nombre entre parenthèses indique le nombre de points utilisés pour calculer r .

calcul	sélection	3 balayages N-S	1 balayage E-O
A	tout	$r = 0,70 \pm 0,06$ (13832)	$r = 0,52 \pm 0,07$ (3991)
B	$\langle B_{5250} \rangle < 5 G$	$r = 0,64 \pm 0,07$ (295)	$r = 0,36 \pm 0,16$ (92)
B	$\langle B_{5250} \rangle > 5 G$	$r = 0,90 \pm 0,04$ (20)	$r = 0,75 \pm 0,72$ (4)
C	tout	$r = 0,82 \pm 0,007$ (13832)	$r = 0,62 \pm 0,012$ (3991)

• (A) : le rapport est calculé pour chaque point i du balayage, puis moyenné sur les N points du balayage :

$$r_A = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\langle B_{5250} \rangle_i}{\langle B_{5247} \rangle_i}.$$

• (B) : le rapport est effectué entre chaque pic du balayage, puis moyenné. Pour cela, les pics sont localisés entre deux passages du signal à zéro. Pour chaque pic, on calcule la moyenne du champ sur 11 points autour du maximum (cette valeur correspond à la résolution spatiale de $2,39''$). Le rapport est ensuite calculé pour chaque pic j , puis les différentes valeurs obtenues sont moyennées. Plusieurs sélections de pics ont été considérées. Le rapport pour chaque balayage vaut donc :

$$r_B = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\langle B_{5250} \rangle_j}{\langle B_{5247} \rangle_j},$$

où j représente un pic du balayage, et M le nombre de pics dans le balayage.

• (C) : le rapport entre les dispersions :

$$r_C = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N \langle B_{5250} \rangle_i^2}{\sum_{i=1}^N \langle B_{5247} \rangle_i^2},$$

où i est un point d'un balayage et N le nombre de points dans le balayage.

4.3.3 Résultats

Les résultats sont présentés dans la table 4.1 pour les observations de septembre 1995, et dans la table 4.2 pour celles de novembre 1995. Les barres d'erreurs indiquées sont déduites de la dispersion des points.

La valeur du rapport r est proche de 0,9 pour les champs moyens $\langle B \rangle$ supérieurs à 5 G. Elle est compatible avec un champ de l'ordre de 1 kG dans ces structures à champ fort, que l'on peut identifier au réseau. Par contre, dans tous les autres cas, et quelle que

Table 4.2 : Comme la table 4.1, mais pour les observations de novembre 1995.

calcul	sélection	4 balayages N-S
A	tout	$r = 0,74 \pm 0,07$ (10266)
B	$ \langle B_{5250} \rangle < 5 G$	$r = 0,57 \pm 0,37$ (284)
B	$ \langle B_{5250} \rangle > 5 G$	$r = 0,90 \pm 0,02$ (40)
B	$2 G < \langle B_{5250} \rangle < 5 G$	$r = 1,23 \pm 0,15$ (79)
B	tout	$r = 0,61 \pm 0,32$ (324)

soit la méthode, on trouve des rapports bien plus faibles. Or la valeur de r attendue est proche de 1. En outre, le rapport ne peut pas être inférieur à g_{5247}/g_{5250} (où g est le facteur de Landé), soit 0,66. La valeur du rapport r très faible pour $B < 5 G$ n'est donc pas très raisonnable.

Par ailleurs, trois remarques sur les erreurs indiquées s'imposent :

(i) la dispersion des rapports (ceux-ci étant calculés sur plusieurs points) est plus grande lors des observations de novembre 1995 que celle dérivée des observations de septembre 1995.

(ii) la dispersion des rapports est également plus importante pour les pics ayant un champ moyen inférieur à 5 G que pour les autres.

(iii) les barres d'erreurs ne proviennent que des dispersions obtenues sur les rapports estimés en chaque point. Il faudrait également tenir compte de l'erreur provenant du bruit en chaque point. Plusieurs mesures effectuées durant les observations de septembre 1995 (en guidant sur un point du disque) ont montré qu'il était de l'ordre de 0,37 G pour $\langle B_{5250} \rangle$ et 0,50 G pour $\langle B_{5247} \rangle$. Pour un champ $\langle B_{5250} \rangle = 3 G$ et $\langle B_{5247} \rangle = 4,3$ par exemple, l'erreur commise (à 1σ) sur le rapport 0,7 est de 0,11 : ceci n'est donc pas négligeable et vient augmenter les erreurs calculées précédemment. Pour des champs plus forts, cette contribution diminue.

4.3.4 Conclusion

Compte tenu des valeurs du rapport r très faibles que j'ai obtenues, il est difficile de conclure sur la valeur du champ magnétique faible. Les raisons de cette petite valeur de r pourraient être les suivantes :

- Lors des observations de septembre 1995, les fentes sur la raie à 5250 Å étaient légèrement plus proches du centre de la raie que dans le cas de la raie à 5247 Å. Il est possible que ce petit décalage entre la position des fentes crée un biais sur le rapport (par contre, la dispersion devrait être similaire).

- La mise au point lors de ces observations n'était pas parfaite, en particulier en novembre 1995. On ne sait pas quelle est son influence sur le rapport r , mais il est probable qu'elle soit importante si la mise au point est différente pour les deux raies. Il n'a malheureusement pas été possible de vérifier cette mise au point lors d'une visite ultérieure au télescope. Il est possible que ce problème de mise au point soit également

responsable de la plus grande dispersion des rapports en novembre par rapport à septembre.

- L'étalonnage n'est peut-être pas fiable. La présence de champs de vitesse pourrait être importante, et il serait plus raisonnable de réaliser plusieurs balayages d'étalonnage à différentes latitudes. Par ailleurs, dans le cas du balayage dans la direction est-ouest, l'asservissement Doppler doit corriger de la rotation différentielle, qui est de très grande amplitude (ce n'est pas le cas pour les balayages nord-sud). Peut-être la valeur encore plus faible de r trouvée dans ce cas est-elle due à une mauvaise correction de l'effet Doppler.

- Un problème de zéro pourrait-il être à l'origine d'un biais ? Si c'est le cas, les pics de plus grande amplitude (i.e. le *network*, à fort champ magnétique) doivent y être beaucoup moins sensibles (d'où un résultat plausible en ce qui les concerne). La présence de rapports négatifs ou très grands (-10 ou 10 par exemple) montre qu'un problème de zéro est tout à fait plausible. Ce décalage du zéro pourrait être lié à la présence de champs de vitesse par exemple, et alors il est probable que les 2 raies subissent le même décalage Doppler. J'ai effectué des simulations pour tester cette hypothèse. Elles ont montré que si l'erreur de zéro était la même dans les deux cas, alors le biais nécessaire pour expliquer un passage de r de ~ 1 à $\sim 0,7$ n'était pas raisonnable (i.e. largement supérieur aux barres d'erreur sur le champ magnétique). Par contre, si l'erreur de zéro est différente dans les deux raies (ce qui est cependant moins probable), alors il suffit d'une très faible erreur pour expliquer les faibles valeurs de r observées pour les champs moyens faibles.

4.4 Le flux magnétique des champs faibles et forts du Soleil calme

Les observations effectuées dans l'infrarouge sous forme de balayages ont permis de reconstituer un profil de Stokes "statistique", c'est-à-dire que chaque balayage fournit un point dans le profil. Chaque point correspond au pourcentage de polarisation moyen du balayage considéré. Les résultats sont présentés dans l'article ci-joint :

(1) Une **analyse qualitative des balayages** est réalisée pour différentes positions dans les deux raies à $1,5648 \mu\text{m}$ et $1,5652 \mu\text{m}$.

(2) Le **profil de polarisation** en fonction de la longueur d'onde dans la raie à $1,5648 \mu\text{m}$ est analysé quantitativement. Les résultats obtenus dans la raie à $1,5652 \mu\text{m}$ sont trop bruités, à cause du trop faible nombre d'observations. Le profil de polarisation de la raie à $1,5648 \mu\text{m}$ a permis d'estimer le pourcentage de flux contenu dans les structures à faible champ magnétique (i.e. inférieur à 1 kG), comparé au flux contenu dans le réseau. Une correction du profil observé est effectuée pour tenir compte des effets *seeing*. Cette correction, fondée sur la dispersion des balayages en intensité, est probablement surestimée, car on suppose que la dispersion ne dépend pas de la position dans la raie. Le pourcentage obtenu est compris entre 25% et 85%, avec la valeur la plus probable à 65%. Autrement dit, le flux contenu dans les champs faibles est important comparé à celui contenu dans le réseau.

(3) La **dissymétrie du profil** de polarisation est étudiée. Elle est surtout présente pour les balayages proche du centre de la raie, c'est-à-dire pour ceux dans lesquels la contribution des champs faibles est la plus importante.

(4) Les **propriétés spatiales** du champ magnétique faible sont abordées (transformée de Fourier, distance moyenne entre structures), ainsi que la **distribution de flux**.

Article : Meunier N., Solanki S.K. & Livingston W.C., “Infrared Lines as Probes of Solar Magnetic Features. XIII. The Magnetic Flux in Weak and Strong Quiet-Sun Fields”, 1997, soumis à Astron. Astrophys.

Infrared lines as probes of solar magnetic features

XIII. The relative flux in weak and strong quiet-sun magnetic fields

N. Meunier¹, S.K. Solanki², and W.C. Livingston³

¹ URA 2080 CNRS, DASOP, Observatoire de Paris, 5 Place Janssen, F-92195 Meudon, France

² Institute of Astronomy, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich, Switzerland

³ National Solar Observatory, NOAO, P.O. Box 26732, Tucson, AZ 85726, USA

Received 29 May 1997 / Accepted 11 August 1997

Abstract. An estimate of the fraction of magnetic flux in intrinsically weak-field form, i.e. fields with less than 1 kG intrinsic strength, in the quiet Sun is presented. We find that on average approximately 2/3 of the flux is in weak-field form, although our data allow a range of values between 25% and 85%. These estimates have been derived with the help of radiative transfer model calculations from low-noise scans through the quiet Sun at fixed wavelengths within a Zeeman sensitive spectral line at 1.56 μm . They represent the first rapidly modulated polarimetric observations of solar 1.56 μm radiation. These scans show that the polarimetric signature near the core of the line exhibits a very different spatial structure than in the outer line wings. Since the outer part of the line profile is only sensitive to intrinsically strong magnetic fields, while the central part reacts also to intrinsically weak fields, this implies that intrinsically weak fields are distributed differently on the surface than strong fields are (weak-field features lie closer together). The spatial distribution suggests that the strong fields we are observing are network elements, whereas the weak fields are intranetwork features.

Further results, such as the average distance between weak and strong field features, flux distribution, spatial power spectra and the Stokes asymmetry of intrinsically weak fields are also presented. In particular, we find that the flux per magnetic feature is distributed lognormally, in agreement with a similar finding for sunspot umbral areas by Bogdan et al. (1988).

Key words: Sun: magnetic fields – Sun: infrared – polarization

1. Introduction

The magnetic field of the Sun underlies a whole range of phenomena, from sunspots to the heating and structuring of the solar corona. In the last two decades, the study of solar magnetism has concentrated on the strong-field component, described by

Send offprint requests to: N. Meunier

flux tubes with field strengths of 1–3 kG in their photospheric layers (see Spruit & Roberts 1983; Stenflo 1989; Thomas & Weiss 1992; Solanki 1993 for reviews). In the photosphere the magnetic energy density in these fields, $B^2/8\pi$, is on the order of the gas pressure and an order of magnitude larger than the kinetic energy density of convection. Such fields are also referred to as kG or intrinsically strong fields. They dominate within active regions and in the network.

There is, however, increasing evidence for a component of the field that is intrinsically weak, i.e. whose field strength is well below 1 kG in the mid-photospheric layers (Tarbell et al. 1979; Stenflo 1982; Rüedi et al. 1992; Faurobert-Scholl 1993; Keller et al. 1994; Lin 1995; Faurobert-Scholl et al. 1995; Solanki et al. 1996; Lites et al. 1996). The best studied candidate for at least a part of this component is the so-called intranetwork field (abbreviated as IN field), composed of elements whose field strength, when averaged over a few arc seconds is on the order of 1–20 G (Livingston & Harvey 1971, 1975; Harvey 1977; Martin 1984; Livi et al. 1985; Zirin 1987; Martin 1988). IN fields are found everywhere on the quiet Sun and are seen only in particularly sensitive magnetograms. Although the physical structure of IN fields has recently been clarified to a large extent (they are either in equipartition with convection or have undergone partial convective collapse, Solanki et al. 1996, Paper XII of the present series), one important question has remained unanswered: What is the relative amount of solar surface magnetic flux in the form of intrinsically weak and strong fields?

One reason why this question is still unanswered is that high polarimetric sensitivity, i.e. very low noise in Stokes V – the difference between the two circular polarizations – and high Zeeman sensitivity, i.e. the ability to measure small intrinsic field strengths, are required simultaneously to measure the IN field strengths. In addition, a sufficiently large number of features needs to be detected in order to set meaningful limits.

Low noise observations in the Zeeman sensitive Fe I 1.5648 μm , Landé $g = 3$ line are ideal for resolving this question (with the caveat that small-scale turbulent fields cannot be detected in

this manner, since opposite magnetic polarities lying close together lead to a cancellation of the Stokes V signal). We present and discuss such observations here. They are a first attempt at using high frequency polarization modulation in the infrared in order to reduce the noise level to values below $10^{-3}I_c$. Such low noise levels are required to analyze the bulk of the IN magnetic signal reliably.

2. Observations and reduction

2.1. Observations

The quiet Sun was observed in Fe I 1.5648 μm and Fe I 1.5652 μm with the McMath-Pierce telescope, the vertical spectrograph with the new infrared grating and the Baboquivari detector (Hall 1974; Livingston 1991). The observations we analyse were mainly carried out on 11th, 15th and 16th of June 1996, although we briefly discuss some observations obtained earlier, in June 1994 and in September and November 1995. To obtain sufficiently low noise levels, we modulated the polarization at a frequency of 300 Hz using a Displaytech ferro-electric modulator. This frequency is over an order of magnitude higher than is traditionally achieved in the infrared. It is sufficiently large, so that seeing-induced noise is kept at a minimum and the high polarimetric accuracy necessary to detect IN elements is achieved. False “polarimetric” signals introduced by changes in the seeing between the 2 phases of the polarization measurement are a major source of noise in most slower modulation schemes of polarization measurement.

As detector we have used a single InSb diode, since with current technology this high modulation frequency precludes the use of an IR array detector. With this setup we have scanned the Sun at a fixed wavelength in one of the selected lines, before moving to another wavelength and scanning again. Hence we sacrifice near simultaneity of spectral information in order to cover large regions on the Sun. The main price we pay for the rapid modulation, however, is that the retardation is far from ideal. Thus, instead of measuring pure Stokes $I \pm V$ signals we obtain roughly $I \pm (V + Q)$. Consequently we need to calibrate carefully and to take this feature into account when analysing and interpreting the data.

The scans are oriented north-south, and most are approximately centred on disc centre. Six scans (those from 1995) reached from close to disc centre right up to the limb. No active region was present on the disc during the observations. A scan typically consists of 1375 samples, each corresponding to a spatial resolution of 2.38", this being the input scale from a 1×1 mm (10 elements) Bowen-type image slicer. The scanning speed was 0.4"/sec and we sampled a data point every second, so that the data are oversampled and the total length of a scan is 550". Around disc centre we obtained 15 scans for the 1.5648 μm line and 9 scans for the 1.5652 μm line, each of them corresponding to a different position in the line. The recorded wavelength position is expressed by the number of steps from an approximate determination of the line centre, which is deter-

mined with a precision of the order of the step size only (i.e., 0.053 Å).

Earlier, in 1994, we recorded scans using Beam Gate liquid crystals modulated at 10 Hz. This slow modulation has the disadvantage that seeing can introduce false signals. Therefore, we do not quantitatively analyse these data. They do have the advantage, however, that the modulation is from -90° to $+90^\circ$, so that these data are composed of pure Stokes V (except for any cross-talk from the other Stokes parameters introduced by the telescope). Therefore, by comparing qualitative properties of these data with those of the rapidly modulated measurements we can distinguish roughly between the Stokes V and Q contributions to the latter data.

2.2. Calibrations

Every two or three scans we recorded data required to calibrate for the efficiency of the polarization modulation, the dark current and the recorded wavelength. In simplified form: we obtained the difference between maximum and minimum linear Δ_l and circular Δ_c polarization signals using linear and circular polarizers. These calibration values are found to be extremely stable in time. The measured polarization values are divided by Δ_l or Δ_c . This calibration provides the polarization we would have if the signal was only circularly or only linearly polarized. We find that the actually measured signal is

$$P = \frac{1}{I} \left(\frac{Q}{\Delta_l} + \frac{V}{\Delta_c} \right) = \frac{1}{I} \left(\frac{Q}{8676} + \frac{V}{12000} \right),$$

where I is the intensity. Due to the unknown solar contribution of Q and V to the measured P , it is unclear by which factor (i.e. Δ_l or Δ_c) P should be multiplied. We have usually applied both to judge the uncertainty in the signal due to this problem.

In order to calibrate for drifts in wavelength during the observations, we record a profile of the line at wavelength steps corresponding to those at which we usually scan. This profile is used to calculate the true position of the slit for scans made just before or soon after the calibration. The wavelength turns out to be stable to within approximately 1 step (0.053 Å). This is small compared with the magnetically unbroadened line width of 0.3 Å and a Zeeman splitting of 0.7 Å produced by a 1000 G field in the $g = 3$ line (Solanki et al. 1992, Paper II of the present series). These wavelength calibration profiles also provide us with the instrumental smearing (3.6 km s^{-1}), obtained by numerically broadening profiles recorded with a narrower slit and the spectrograph in double-pass mode until they match the calibration profiles.

The September and November 1995 scans suffer from the fact that during these observing runs, the calibrations were not very reliable (only a single calibration for the line profile per run, less accurate calibrations of the polarization signal). Therefore, we restrict ourselves to a more qualitative discussion of these data.

2.3. Data reduction

We treat each scan of the data set as follows. First we remove the dark current (the signal obtained when no light enters the instrument) and then divide the Stokes polarization by the intensity (I) to obtain the fractional polarization (P). Due to the problem with the modulator pointed out in Sect. 2.1 we denote the measured polarization by P and not by V/I or Q/I . A fourth degree polynomial fit is subtracted from each scan to correct for drifts in the zero level of both P and I . Polynomials of different degrees have been tested but no significant difference in the residual rms signal is seen above the fourth degree. Since the correction of the zero level may be influenced by strong polarization peaks (or anomalous brightenings or darkenings in the case of V) we redo the correction, but this time fit only points with P or I values that differ by less than twice the rms around the first-time corrected zero level. Because the zero level we obtain after the second correction step is very similar to the first one, we stop the iteration here. We took particular care with the determination of the zero level because the value of the average or rms of the P signal is very sensitive to the zero position.

The mean brightness $\langle I \rangle$ during the scan is also calculated for the calibration of the fractional polarization. We then calibrate the slit position (given in steps from the estimated line centre).

Finally, we calculate the average of the unsigned polarization $\langle |P| \rangle$ of each scan. We calibrate the polarization using the average brightness during the scan instead of the brightness in each point of the scan. The calibration using the latter quantity provide very similar results. The center-to-limb darkening has been taken into account during the calibrations, however. The rms brightness $\langle I^2 \rangle^{1/2}$ is also calculated. It provides information on the quality of the seeing.

2.4. Sources of error in the polarization signal

The error in $\langle |P| \rangle$ contains four contributions :

- (i) The residual dark current, which should give a negligible contribution to the final signal.
- (ii) The rms signal one would obtain when observing at a fixed location on the solar disc. This noise source corresponds to photon noise and any seeing-induced noise that may not have been suppressed by the rapid modulation. We have estimated it by observing the quiet Sun at a fixed spatial location. Practically only noise contributes to the signal obtained in this way (after correcting for the zero level). This error is denoted in the following by σ_γ . We find that σ_γ is relatively independent of position in the line, suggesting that the estimate is relatively accurate.
- (iii) The statistical error due to the finite number of sampled spatial positions.
- (iv) Seeing. Although seeing is not expected to introduce any spurious polarization into the signal, it does smear out the signal and can lead to it being diluted to the extent that it is no longer detectable. Seeing can also lead to the seeming cancellation of neighbouring opposite polarities.

The most important source of *noise* is (ii), although the dominant contributors to the uncertainty in the results (Sect. 4.3) are the error sources (iii) and (iv). They must therefore be taken into account in the analysis. We estimate that σ_γ is 0.05% per pixel (linear polarization calibration). We find that this noise level does not depend on the quality of the seeing, suggesting that our modulation rate is sufficiently large to almost completely suppress seeing-induced noise. The noise can be reduced by combining the data from 4 consecutive pixels, which lie $1.6''$ apart, i.e. considerably less than the pixel size of $2.38''$. In this way the noise is reduced to $2.5 \times 10^{-4} I_c$, which is sufficient to allow us to detect average IN features.

3. Qualitative results

Reduced and calibrated scans are shown in Figs. 1 and 2. In Fig. 1 we plot full polarization scans around disc centre at 2 wavelengths in Fe I 1.5648 μm , the upper scan being close to the line core (the wavelength lies in the inner flanks of the I profile), the lower in the outer wings. The polarization near the line core obviously behaves differently from the polarization in the wings. Near the core there is significant polarization almost everywhere on the solar surface. 48% of the points have $|P| > 2\sigma_\gamma$. Far from the line core the signal is much “quieter”. There are some more or less isolated peaks separated by regions with a relatively small signal. Here only 14% of the data points show signals larger than $2\sigma_\gamma$.

Due to the large Zeeman sensitivity of this line, P in the outer wings of the I profile is produced by a sufficiently strong field ($B \gtrsim 1000$ G). Fields significantly below 1000 G give only a negligible contribution to P in the outer wings. The signal near the core obtains contributions from both weak and strong fields, however. Weak fields produce Stokes Q and V peaks in the line flanks, with significant signals in the core. The strong fields contribute to the polarization signal near the line core through two mechanisms: Firstly, due to the strong vertical gradient of the field strength in strong-field magnetic elements, these also contribute to signals near the line core (cf. Zayer et al. 1989 and Paper II). Secondly, if the strong fields are inclined relative to the line-of-sight, then we detect the π -component of their Stokes Q .

That the near-core signal is not exclusively due to strong fields is quite clear from the spatial distribution of the core and wing signals (Fig. 1), since a strong field cannot produce a core signal without a corresponding wing signal. Hence a large fraction must be due to weak fields.

An open question is whether the signal observed at the centre of the solar disc is mainly due to Stokes V or Q . We can at least qualitatively address this question using the data obtained in 1994 and 1995.

We find that scans made at different wavelengths in 1994 (with slow modulation, but measuring pure Stokes V) look very similar to those plotted in Fig. 1. This suggests that the signal in Fig. 1a (near line core) is not (or at least not dominantly) due to the Stokes Q π -component, of either strong or weak fields. This means that the strong fields are nearly vertical, since the Q

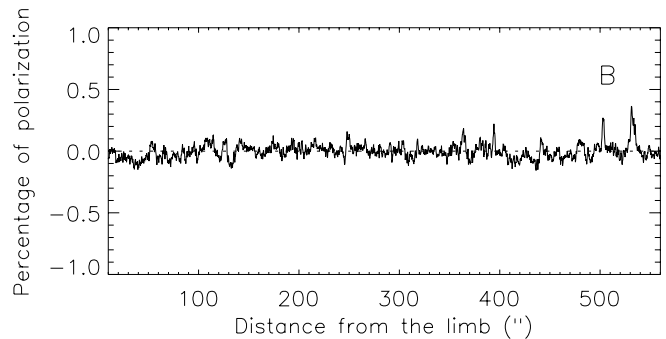
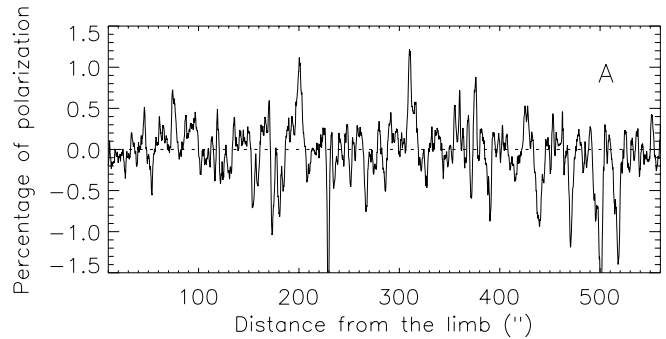
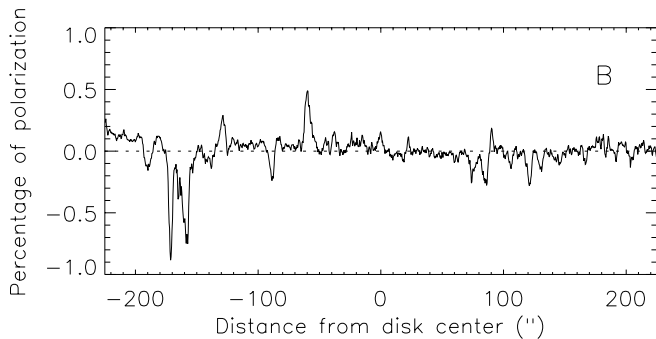
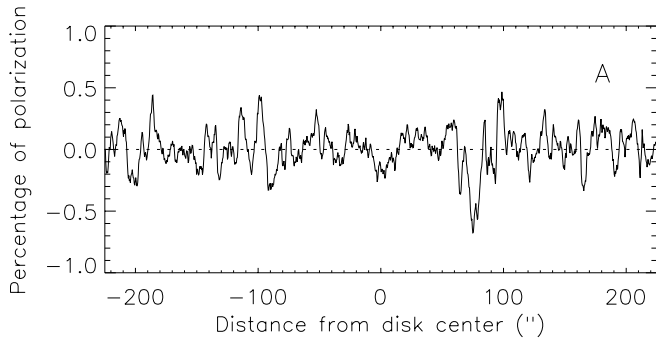


Fig. 1a and b. Two polarization scans in Fe I 1.5648 μm , one **a** close to line centre ($\Delta\lambda = 0.093 \text{ \AA}$), and the other **b** far from it ($\Delta\lambda = 0.713 \text{ \AA}$). The first scan shows mainly the signal of the ubiquitous weak fields, while the latter is only sensitive to strong kG fields, concentrated in the network. Note that almost all the structure visible in this figure is solar. The polarization scale corresponds to the linear calibration, i.e. the plotted scale is correct if the solar source is completely linearly polarized. The polarization values should be divided by 1.4 to get the correct scale in case the solar signal is mainly circularly polarized. For mixed circular and linear solar polarization, intermediate polarization levels are expected

profile of a highly inclined strong field is of the same magnitude as the V profile of a nearly vertical strong field (e.g. Paper II, Rüedi et al. 1995). The weak fields need not be vertical, however, since for them even at relatively large inclinations the Q profiles are weaker than the V (see Fig. 7 in Paper II). Lites et al. (1996) have seen a number of horizontal weak-field features in the quiet Sun, and a part of our core signal may be due to the contribution from the π -component of Q profiles. But even they cannot be the dominant source of P near the line core since the observations of Paper XII suggest that at disc centre in the quiet Sun the Stokes V amplitude is on average over 2.5 times larger than the Q amplitude.

In Fig. 2 we plot the same quantities as in Fig. 1, but now close to the limb (which lies at the left edge of the frames). Once again, the core and wing signals display a very different behaviour. Whereas P in the wing scarcely reaches values above the noise close to the limb, the core signal decreases only within less than $30''$ to the limb, if at all (in agreement with the behaviour of intranetwork fields as observed by Martin 1988). The former behaviour is typical of a field that is mainly vertical

Fig. 2a and b. Same as Fig. 1, but for scans close to the limb, which is located at the left edge of the figure. Scan **a** is at line centre, while scan **b** is at $\Delta\lambda = 0.636 \text{ \AA}$, i.e. in the outer line wings. Note that scan **a** was made during the period of best seeing of all our observations

(in agreement with Stokes vector measurements of magnetic inclination in the network, Bernasconi 1997), whereas the latter is consistent with a weak field having a distribution of inclinations, being vertical in places (giving large signals near disc centre) and nearly horizontal in others (large signals near the limb). Even for such a field we expect the signal to disappear exactly at the limb due to the combination of mixed polarities, foreshortening and our finite spatial resolution.¹

A part of the P signal near the limb may be due to Q/I near the limb produced by vertical weak fields. The small Q for even strongly inclined weak fields implies that this cannot be the main cause of P_w . However, vertical strong fields may in principle contribute significantly. Note, however, that the Q/I signal near the line core (π -component) cannot be much more than 2 times larger than in the wings (σ -components), and should slowly disappear, like the wing signal (if they were to have the same origin). Since this is not the case we conclude that at least some of the weak field features are significantly inclined (cf. Lites et al. 1996).

Note the difference in scale between Figs. 1 and 2a. The scan plotted in Fig. 2a was obtained under the conditions of the best seeing of all our observations, and also has the largest polarization. This greatly supports the idea that the weak-field

¹ The generally small signals seen in Fig. 2b are due to the comparatively poor seeing present during the recording of the plotted scan.

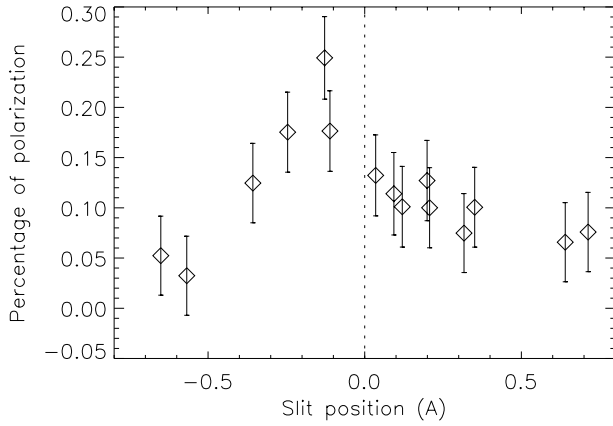


Fig. 3. Polarization “profile” $\langle |P| \rangle (\lambda)$ of the $1.5648 \mu\text{m}$ line, where $\langle |P| \rangle$ is the unsigned polarization averaged over a whole scan. Error bars are at the $1\text{-}\sigma$ level and take into account both photon noise and statistical errors due to the finite number of points

magnetic features are spatially unresolved, in agreement with Paper XII.

4. The relative flux in weak and strong fields

4.1. The observational input

In this section, we present an analysis aimed at determining the ratio of flux contained in weak fields relative to strong fields. To this end we use the average of the unsigned polarization $\langle |P| \rangle$ at each wavelength in the lines $1.5648 \mu\text{m}$ and $1.5652 \mu\text{m}$. An example of the resulting statistical “line profile” is shown in Fig. 3. To increase the signal-to-noise ratio for the further analysis, we calculate the average of $\langle |P| \rangle$ for wavelengths far from line centre, i.e. $|\Delta\lambda|$ in the range $0.5\text{--}0.7 \text{ \AA}$ (we call this averaged signal P_s , since it provides information mainly on strong fields; Sect. 3) and close to line centre, i.e. for $|\Delta\lambda|$ in the range $0.1\text{--}0.5 \text{ \AA}$ (P_w , significant information on weak fields). $|\Delta\lambda|$ is the wavelength difference from line centre. Then we compute the ratio between the polarization close to the line core and far from it (P_w/P_s).

More precisely, the polarization far from the line core really is mainly due to strong fields, while close to the core it is due to both weak and strong fields (Sect. 3). Nevertheless, our observations and our knowledge of magnetic elements allow us to constrain the contribution of strong fields to the polarization signal near the line core. A model fitting the ratio P_w/P_s can thus provide an estimate of the relative amounts of flux in weak and strong fields, respectively.

The following sources contribute to the relative uncertainty of the observed P_w/P_s .

(i) The relative uncertainties in P_w and P_s are respectively $\sigma_w = 0.017\%$ and $\sigma_s = 0.025\%$ (for the linear calibration, $1.5648 \mu\text{m}$ line). Note that σ_w and σ_s include the statistical error due to the finite length of our scans.

(ii) The strong field also contributes to P_w . This effect is taken fully into account in the modelling, and need not be considered here further.

(iii) Any changes in the spatial resolution between the different scans can also influence the P_w/P_s ratio.

While we can easily estimate or compensate for the influence of points (i) and (ii), that of point (iii) is more difficult to judge. By modulating quickly we have been able to remove the first order influence of seeing on our observations, but the second order influence, namely that different scans may have been made under situations with different seeing, cannot be so easily dealt with. If, for example, the scans made closer to line centre had better seeing, then we would overestimate the fraction of flux in weak-field form. In the opposite case we would underestimate this quantity.

Neglecting the influence of point (iii) for the moment, the minimum and maximum of the ratio P_w/P_s is

$$\left(\frac{P_w}{P_s} \right)_{\text{max,min}} = \frac{P_w}{P_s} \left(1 \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_w}{P_w} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_s}{P_s} \right)^2} \right).$$

P_w and P_s are the fractional polarizations defined above (close to line centre and far from it), while σ_w and σ_s are the respective uncertainties in these average polarizations (point (i) above). Our observations give us $(P_w/P_s)_{\text{min}} = 1.5$ and $(P_w/P_s)_{\text{max}} = 3.5$, with an average ratio of approximately 2.5. Both, the ratio itself and the error bars, i.e. the quantity in the large brackets on the RHS, are independent of whether we use the linear or the circular calibration.

Let us now return to uncertainty (iii). One way of estimating the seeing is to consider the rms of Stokes I , which is measured simultaneously. We plot this as a function of relative wavelength in Fig. 4. As one can see, the rms is larger at the centre of the line. This could be because the seeing was indeed better during the periods at which the wavelengths near the centre of the line were observed. On the other hand, fluctuations in I probably are larger in the core of this spectral line, since it weakens when the temperature is raised (cf. Paper II), so that the intensity enhancement in the core is due to both the continuum enhancement and the line weakening. In addition, velocity shifts (due to granulation) lead to spatial intensity fluctuations, particularly in the line flanks. Finally, we expect a slightly higher relative rms in the line core simply due to the lower signal there (noise).

In order to obtain a strict lower limit on the amount of weak-field flux we take the conservative stance that the whole increase in $I_{\text{rms}}/\langle I \rangle$ towards line centre is entirely due to changes in seeing. We then smear the I and P scans having larger rms of I until the I_{rms} values are the same for all the scans. After this procedure, we repeat our whole analysis. The resulting ratios between the inner and outer parts of the $\langle |P| \rangle$ profile are: $(P_w/P_s)_{\text{min}} = 1.3$, $(P_w/P_s)_{\text{max}} = 2.5$, with an average ratio of 1.9.

For the $1.5652 \mu\text{m}$ line, the error bars on the ratio, 4.85, are unfortunately too large, so that the constraints cannot be

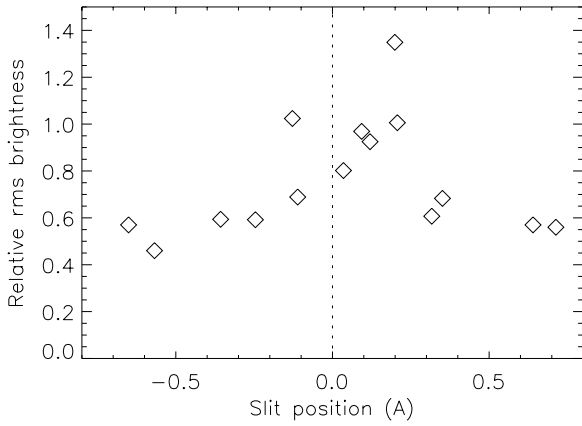


Fig. 4. Relative rms, $I_{\text{rms}}/\langle I \rangle$, of the intensity versus slit position in the 1.5648 μm line

sharpened by using this line in addition to the 1.5648 μm line. We find in the following that the observed P_w/P_s of this line is consistent with that of $\lambda 1.5648 \mu\text{m}$, in the sense that the model reproducing the latter also reproduces the former.

4.2. The model

We compare the observational data with synthetic profiles. These are calculated using flux-tube models similar to those used in Paper XII. A single magnetic component with a field strength typical of network fields ($B(z=0) = 1500 \text{ G}$) cannot reproduce the observations, as expected already by considering Fig. 1, which shows that the magnetic signal near the line core is distributed in elements that are separated by much smaller distances than the signal far from line centre.

We need a combination of two magnetic components, an intrinsically strong (subscript s) and a weak field (subscript w):

(i) *The strong field.* The properties of the strong-field component representing the network are well known: $B_s(z=0) = 1500 \text{ G}$, the inclination $\langle \gamma_s \rangle \approx 10^\circ$ (this takes into account the average inclination to the vertical of network elements found by Bernasconi 1997, as well as the average inclination to the line-of-sight introduced by the length of the scan and the curvature of the Sun). The thermal model corresponds to the network flux-tube model of Solanki & Brigljević (1992).

(ii) *The weak field.* The parameters of the weak field are less reliably known. Of the three magnetic parameters, the intrinsic strength of the weak field B_w , the mean inclination of weak fields $\langle \gamma_w \rangle$ and the fraction of flux contained in weak-field structures

$$F_w = \frac{\Phi_w}{\Phi_{\text{tot}}} = \frac{\Phi_w}{\Phi_w + \Phi_s},$$

we find estimates for the first two and treat the third as the free parameter of the model. For the temperature of the weak-field features, we take the quiet-sun stratification. Due to the low temperature sensitivity of the infrared lines, this choice is relatively uncritical. We estimate that the relative error introduced into

the analysis by possibly incorrect choices of the temperatures of both strong- and weak-field elements is less than 20%.

The F_w we obtain depends on the choice of B_w , since V_w and Q_w scale with B_w , respectively B_w^2 , so that in order to reproduce the observations a larger F_w is required if a smaller B_w is chosen. The results of Paper XII suggest that $200 \text{ G} \leq B_w(z=0) \leq 800 \text{ G}$. Our observations do not allow us to distinguish between these B_w values. In the following we shall therefore derive F_w for both $B_w = 200 \text{ G}$ and 800 G .

Unfortunately, the constraints on γ_w are even weaker. Its choice also affects the resulting $F_w = \Phi_w/\Phi_{\text{tot}}$, since at $B_w \leq 800 \text{ G}$ the synthetic signal is larger for $\gamma_w \approx 0$ (basically V_w/Δ_c in this case) than for $\gamma_w \approx 90^\circ$ (basically Q_w/Δ_l). This is because at low field strengths the intrinsic strength of $V(\gamma=0) \gg Q(\gamma=90^\circ)$, outweighing the lower modulator efficiency for V .

As pointed out in Sect. 3, the inclination of weak-field flux tubes is necessary to explain the large signal near the line core at small μ . The P_w/P_s ratio is sensitive to this inclination, so we have to take it into account. We estimate that the *average* inclination to the vertical of weak fields is smaller than 70° . This limit is set by the observation described in Paper XII that at disc centre on average $V > 2.5Q$.

Note that we weight the synthetic V and Q profiles in exactly the same manner as the observed circular and linear polarizations are weighted by the modulator; i.e. we multiply the synthetic Q profile by the ratio $\Delta_l/\Delta_c = 1.38$ before adding the profiles together. We also take the instrumental spectral smearing into account by convolving the calculated profiles with the corresponding Gaussian.

We now search for models that reproduce the minimum, maximum and average ratios. We use models with different B_w and γ_w . By considering these parameters in a reasonable range of values we can set upper and lower limits on the relative amounts of flux in weak and strong field form.

4.3. Results

The results of a selected sample of fits are given in Table 1. These fits correspond to P_w/P_s values that have not been changed to correct for possible seeing differences between scans. We have listed those fits with extreme values of B_w and γ_w , since these delineate the smallest and largest fractions of weak-field flux that we obtain.² We also present in the last line of Table 1 the results of a model with a mixture of weak and strong, vertical and inclined fields. It has an equal amount of flux in each of the four types of weak fields: a vertical 200 G, a horizontal 200 G, a vertical 800 G and a horizontal 800 G field. The observations described in Sect. 3 suggest that the weak field has a range of inclinations, with almost the same amount of flux in vertical as in horizontal fields. Such a range of orientations is also suggested by the good visibility of intranetwork fields at all limb distances

² Note that what we call the flux is actually the spatially averaged field strength. For a given spatially averaged field strength the flux perpendicular to the solar surface is, of course, smaller in the case of an inclined field compared to a vertical field.

Table 1. Relative flux in weak-field form. Original P_w/P_s

B_w G	γ_w °	$F_{w,\min}$ %	$F_{w,\max}$ %	$F_{w,\text{avge}}$ %
200	0	30	71	56
200	70	40	84	70
800	0	37	80	64
800	70	42	86	71
mixed	mixed	38	83	70

Table 2. Relative flux in weak-field form. P_w/P_s changed to take into account possible seeing variations

B_w G	γ_w °	$F_{w,\min}$ %	$F_{w,\max}$ %	$F_{w,\text{avge}}$ %
mixed	mixed	25	70	55

in the magnetograms of Martin (1988). In addition, the observations of Lin (1995) and in particular those of Solanki et al. (1996, Paper XII) indicate that all field strengths between 200 and 800 G are represented in typical intranetwork fields.

Table 1 tells us that the main uncertainty (approximately a factor of 2) in the fraction of the weak-field flux (F_w) comes from the uncertainty in the observations, and not from any uncertainty in the parameters of the weak field entering the model (i.e. mainly B_w and γ_w), which together provide only approximately 20% uncertainty. Note that this uncertainty is actually even smaller, since the observations plotted in Fig. 2a clearly show that the weak field cannot be purely vertical, but must have a highly inclined component as well. Hence, the models with $\gamma_w = 0$ listed in Table 1 are not realistic. They only serve to illustrate the influence of γ_w on the relative flux.

In Table 2 those F_w values are given, which satisfy the P_w/P_s ratios after the scans have been smeared in such a way that the rms of I is the same for all. Only the F_w obtained with the most realistic model are listed. As expected, the fraction of flux in weak-field form is now considerably lower. Note, however, that in this manner we have probably overestimated the influence of seeing (see Sect. 4.1).

The average value of F_w we find is somewhat smaller than in Paper XII, although the two values agree within the error bars. Since a part of the difference may have to do with the way that flux is determined, we have investigated the possible influence of an assumption which is different in the two investigations. Whereas in Paper XII we assumed that the area covered by a magnetic feature is circular, here we have taken it to be rectangular, with the width of the rectangle being the pixel size. If we redo our analysis under the same conditions as that underlying Paper XII we find an average F_w of 76%, with minimum and maximum values of 60% and 86%, respectively (no correction was made for differential seeing). Except for the lower limit on F_w the values are not excessively influenced by the way an apparent area is assigned to each magnetic feature. For comparison, the value F_w in Paper XII was roughly 80%.

In summary, we can say that between 25 and 85% of the total magnetic flux in the quiet solar photosphere is in weak-

field form (i.e. lower than 1000 G), with the most likely value being around 65%. To some extent these estimates are affected by the limited sampling (which gives rise to the major part of the uncertainty).

5. Further results

5.1. Typical distance between magnetic features

In this section we calculate the average distance between magnetic features. We only consider polarization peaks whose *average* polarization is above 0.05%, where a peak is defined as the region between two zero-crossings.

The average distance between such peaks is calculated for scans with $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$. We obtain an average distance between peaks of $9.4 \pm 0.5''$. This distance also supports the identification of the weak-field features with intranetwork elements. We find no obvious correlations with brightness fluctuations.

We also measured the average distance between the strong-field features, i.e. the distance between the significant peaks on scans far from the line core. We find a typical distance of $50''$. These strong-field features are probably network elements. Note that since our observations consist of 1-D scans, we do not expect the scan to cross a network magnetic element each time it crosses a supergranular cell boundary (i.e. every 20–30''). A correlation between these features and bright structures in the I scans is observed.

5.2. Spatial power spectra

The scans also makes possible the study of the turbulence properties of the weak-field features, as revealed by their distribution on the Sun. For this purpose, we have calculated the power spectra of the polarization scans at three positions in the $1.5648 \mu\text{m}$ line. An example of such a power spectrum is shown in Fig. 5. The plot of these power spectra on a logarithmic scale exhibits two slopes, a flatter slope at scales larger than 10–20'' and a steeper slope at smaller scales down to 2.4'' (i.e. the size of the entrance aperture). Close to line centre (i.e. where most of the observed features are weak-field features), we obtain slopes of -0.41 ± 0.01 at large scales and -1.74 ± 0.02 at small scales. For scans further from line centre (where the weak-field component gives a smaller contribution), the absolute value of the slope at small scales is significantly smaller (-1.43 ± 0.02 at 0.318 \AA and -1.37 ± 0.02 at 0.632 \AA), as well as at large scales (-0.25).

The absolute values of these slopes are larger than those found by Lee et al. (1997) at similar scales. This may have to do with the fact that they spatially deconvolved their data and thus had better spatial resolution (and smaller pixel size). Lower spatial resolution tends to give steeper drops in the power towards higher spatial frequencies. The difference between the slopes found for weak and strong fields should, however, not be an artifact of any differences in spatial resolution during measurements close to or far from line centre. As Fig. 4 shows the spatial resolution was certainly not worse during the observa-

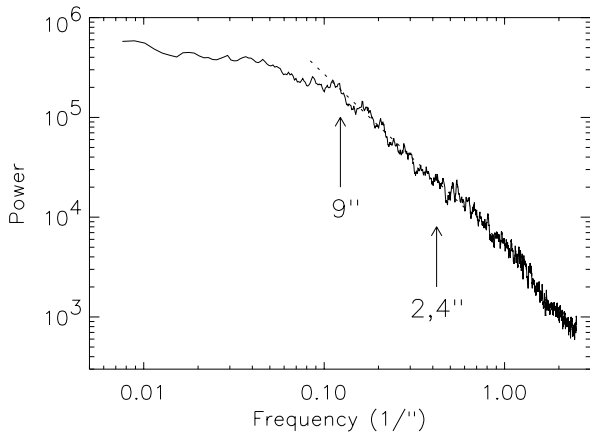


Fig. 5. Average of the spatial power spectra of two polarization scans close to line centre ($1.5648 \mu\text{m}$), plotted on a logarithmic scale

tions near line centre than during the observations carried out in the line wings. If anything, it was better.

5.3. Distribution of flux

We have also determined the flux distribution of the magnetic features. The flux of each feature is determined using our radiative transfer calculations to convert from P into average field strength, under the two following assumptions: (i) the dimension of the features in the direction perpendicular to the scan is given by the pixel size; (ii) the distance between two zero crossings of the signal represents the diameter of a magnetic feature (whereby the overlap between pixels is taken into account).

We have also repeated our analysis assuming circular features, and have obtained very similar results. Hence the results depend only slightly on assumption (i). Assumption (ii) is more severe. In the original scans there often is more than a single peak between 2 zero crossings, suggesting that due to our assumption (ii) many “features” are composites of individual solar magnetic features. Also, what appears as a single magnetic feature in our scans may well be composed of numerous unresolved “flux tubes”. Therefore, we are overestimating the flux per feature. Finally, the conversion factors from fractional polarization into Gauss also suffer from some uncertainty. For $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ we find for intrinsically weak fields that on average 1 G corresponds to $P = 2.5\text{--}5 \times 10^{-4}$, although this value depends on the wavelength, the temperature, and the strength and inclination of the field. For network fields a similar P corresponds to approximately 5 G, mainly due to the larger field strength (note that due to the large Zeeman sensitivity of the $g = 3$ line, its P amplitude saturates already at relatively low field strengths). Another uncertainty is due to the fact that our calibration for $\Delta\lambda < 0.5 \text{ \AA}$ assumes that all fields are intrinsically weak, although we know from our radiative transfer calculations that intrinsically strong fields also contribute to the signal. For such signals in the $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ scans the chosen calibration results in a too small flux.

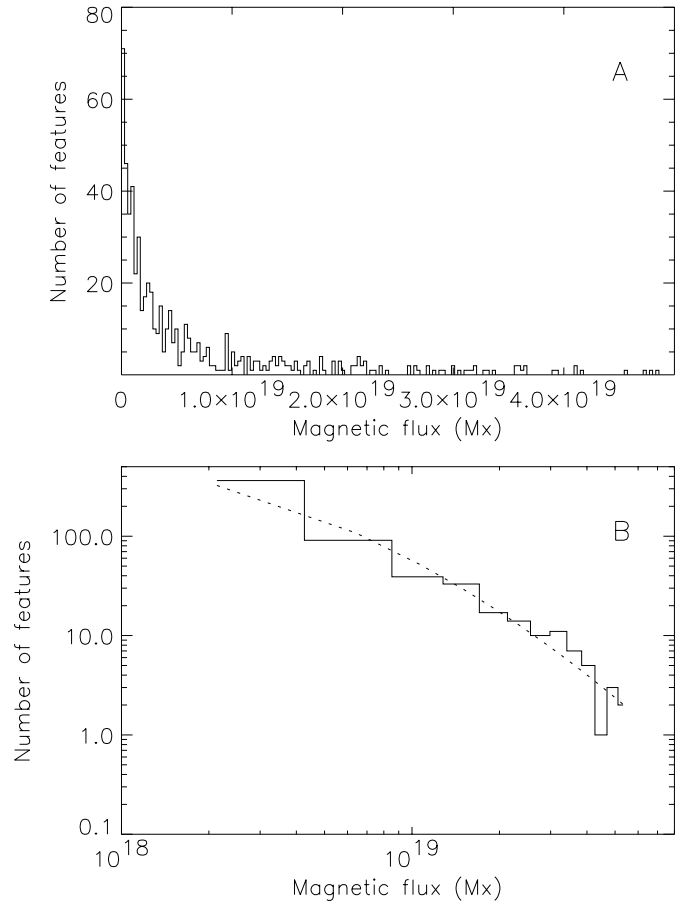


Fig. 6. **a** Histogram of unsigned magnetic flux derived from scans with $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ ($1.5648 \mu\text{m}$ line), i.e. scans preferentially showing the signature of intrinsically weak solar fields. **b** Same as **a**, but as a log-log plot with wider bins. The dotted curve is the best-fit lognormal distribution.

We select features whose polarization averaged over all points between two zero-crossings is above σ_γ . Since each feature consists of a number of pixels, typically 4 or more, its flux is significant at above the 2σ -level. To increase the number of points per bin, we consider in the following the distribution of the absolute value of the flux. The flux distribution resulting from all scans with $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ is shown in Fig. 6. It represents a mixture of weak- and strong-field features. Note the presence of the strong and narrow peak at small fluxes and the long tail of high-flux features.

It is not possible to adequately fit the plotted distribution with one or two Gaussians, due to the prominent tail of high-flux features. However, fits based on a lognormal distribution reproduce the observed flux distribution quite well, as shown in Fig. 6b for $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ and in Fig. 7 for $|\Delta\lambda| > 0.5 \text{ \AA}$.

From the weak-field flux distribution, we determine a median flux per feature of $2.7 \cdot 10^{18} \text{ Mx}$. The lognormal distribution provides a width of approximately $9 \cdot 10^{17} \text{ Mx}$. In the case of the distribution obtained from scans far from line center, i.e. for

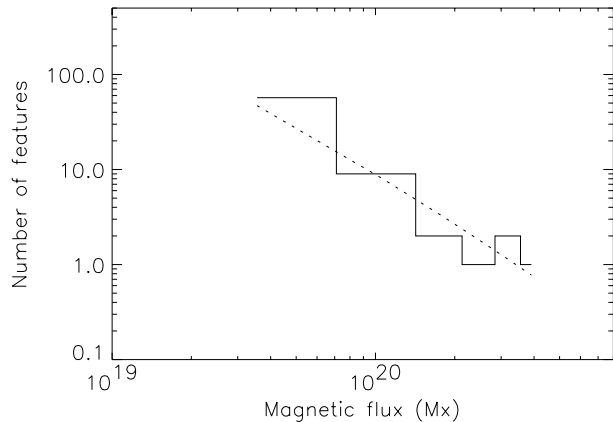


Fig. 7. Histogram of unsigned magnetic flux derived from scans with $|\Delta\lambda| > 0.5 \text{ \AA}$ (1.5648 μm line), as a log-log plot. The dotted curve is a fit involving a lognormal distribution.

purely strong-field features, the parameters of the fit are not very reliable due to the much smaller number of features in these scans. The flux distribution we find implies that the logarithm of the flux per magnetic feature is normally distributed. Note that sunspot umbral areas are also distributed lognormally (Bogdan et al. 1988), while it is not the case for more complex structures such as active regions. A lognormal distribution is often related to fragmentation processes.

The strong-field features (network fields) also contribute to the signal near the line core. To obtain a better estimate of the distribution of weak flux alone we subtract from the histogram in Fig. 6 the scaled lognormal fit to the strong field histogram shown in Fig. 7: the amplitude has been multiplied by a factor of 2.66, which is the ratio of the total length of the scans at small $|\Delta\lambda|$ relative to the total length at large $|\Delta\lambda|$, and the width has been divided by a factor of 5, which comes from the different flux calibration for weak and strong fields. The resulting distribution is plotted in Fig. 8. It is very similar to that shown in Fig. 6. The parameters of the lognormal fit are also almost the same, although the slope is then slightly steeper. We obtain higher magnetic fluxes per features than observed by Wang et al. (1995). This could be explained by the contribution of several individual features to each of our observed features. They also observe a much steeper slope of the distribution.

5.4. Asymmetry of the polarization profile

We now study the asymmetry of the polarization profile. We calculate $\langle |P| \rangle$ for each spectral position in the lines 1.5648 μm and 1.5652 μm , using three selections of points from the scans:

- (A) all the points;
- (B) points with polarization smaller than $2P_{\text{rms}}$;
- (C) points with polarization higher than $2P_{\text{rms}}$.

In order to lower the influence of noise, we average the results over the following wavelength ranges: -0.7 to -0.5 \AA (P_1); -0.5 to -0.1 \AA (P_2); 0.1 to 0.5 \AA (P_3); 0.5 to 0.7 \AA

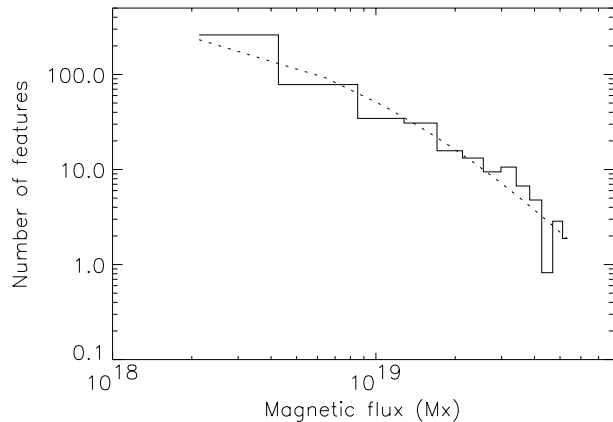


Fig. 8. Flux histogram of intrinsically weak magnetic fields, i.e. a histogram of unsigned magnetic flux derived from scans with $|\Delta\lambda| < 0.5 \text{ \AA}$ (1.5648 μm line), after removal of the intrinsically strong field distribution (see text), as a log-log plot. The dotted curve is a fit involving a lognormal distribution.

(P_4). From this we calculate the asymmetry of the profile far from the line core $A_s = (P_1 - P_4)/(P_4 + P_1)$ and close to it $A_w = (P_2 - P_3)/(P_3 + P_2)$, for the three selections A, B, and C. The results are listed in Table 3. The observed asymmetry of Fe I 1.5648 μm fits in quite well with the picture of how the asymmetry is produced. The inner part of the spectral line, which is associated mainly with weak fields, exhibits a sizable asymmetry of over 20% at the $2-4\sigma$ level, whereas the outer parts of the line show no asymmetry significantly above the noise (in agreement with the theoretical expectations outlined by Grossmann-Doerth et al. 1989).

The value for the 1.5652 μm line are not significant (due to the fewer points) and have consequently not been tabulated.

Since we do not measure all the wavelengths in the line profile simultaneously, it cannot be *a priori* ruled out that the asymmetry is an artifact of different seeing for the different scans. Of importance is only, whether the seeing was similar on the blue and the red sides of the profile, and not how strongly it varied with distance from the line core.

To test this we have also determined the asymmetry after smearing the scans with large I_{rms} as described in Sect. 4.1. Only A_w is affected by this procedure. We denote the asymmetry after smearing by A_w^* and list it in the last column of Table 3. The A_w^* values confirm that the Stokes profiles of weak-field features are on average significantly asymmetric, although the exact relation of A_w to the well-known Stokes V area asymmetry (Solanki & Stenflo 1984) is not entirely clear. We must warn that an average asymmetry in our data does not necessarily imply asymmetric Stokes V or Q profiles of individual magnetic features. For example a correlation between line shift and splitting can produce a seeming asymmetry, when many “spectral profiles” are averaged.

Table 3. Asymmetry of the polarization profile, for different selections of points (see text)

selection	A_s	A_w	A_w^*
15648 (A)	-0.22 ± 0.21	0.29 ± 0.14	0.34 ± 0.14
15648 (B)	-0.31 ± 0.29	0.27 ± 0.16	0.35 ± 0.14
15648 (C)	0.002 ± 0.06	0.25 ± 0.06	0.31 ± 0.06

6. Conclusion

From low noise observations made at $1.56 \mu\text{m}$ in the infrared we find that between 25 and 85% of the flux in the quiet Sun is in the form of intrinsically weak fields (i.e. with intrinsic field strengths below 1000 G in the lower photosphere).

Over the years an ever wider variety of techniques has been used in an attempt to set limits on the flux in weak-field form. Thus Stenflo (1982), Faurobert-Scholl (1993), Faurobert-Scholl et al. (1995) and Stenflo et al. (1997) have determined the average flux in the form of field. They find average field strengths on the order of 10 G. This type of intrinsically weak field that is turbulent on a small scale is not expected to be what we observe.

The features we see have a flux per feature of around 10^{18} Mx. Many (but by far not all) of them are relatively well separated in our observations, properties reminiscent of the intranetwork field. Of course, our field may be simply the large wavelength limit of the turbulent background field. The intrinsic field-strengths measured by Lin (1995) and in Paper XII, however, speak against this interpretation. The intranetwork fields have strengths that are in equipartition with convective motions or are even larger, suggestive of flux tubes that have undergone partial convective collapse. They may, however, be related in origin to a truly turbulent field in that they are created by a small-scale dynamo, as proposed by Petrovay & Szakaly (1993) and Durney et al. (1993). The presence of such a turbulent convection-zone dynamo has also been proposed in connection with the modelling of Maunder-Minimum like states (Schmitt et al. 1996, cf. Nordlund et al. 1992). The typical flux per feature is higher in this study than in previous ones (Wang et al. 1995). One explanation could be that we are less sensitive to the smallest features. In such a case, the actual ratio between weak and strong fields could be higher than the ratio obtained in Sect. 4.

Although the large fraction of flux in the form of intrinsically weak fields is in good agreement with a previous such estimate based on infrared lines (Paper XII), it disagrees with the estimate of Frazier & Stenflo (1972), Howard & Stenflo (1972) and Stenflo (1973) that over 90% of the flux visible in magnetograms is in the form of kG fields, which was based on longitudinal multi-line magnetograms in the visible. The reason for the discrepancy is probably the insufficient sensitivity of their data to small magnetic fluxes.

The relative amounts of flux in weak and strong fields is also similar to the relative amounts of flux in intranetwork and network fields deduced by Wang et al. (1995). They find that at least 20% of the flux at any given time is in the form of intranetwork fields. This again supports the idea that we are

mainly measuring intranetwork fields. The larger amounts of relative flux which we find and was also found in Paper XII, may have to do with the higher sensitivity of the $1.5648 \mu\text{m}$ line to intrinsically weak fields than the visible lines used by Wang et al. (1995). The weak horizontal and transient fields detected and discussed by Lites et al. (1996) may also be contributing to our signal, in particular near the limb.

We also find that the flux distribution of the quiet-sun magnetic features is best described by a lognormal function, in qualitative agreement with the distribution of sunspot umbral areas found by Bogdan et al. (1988). Since the spatially averaged magnetic field strength of sunspots is expected to be roughly independent of their size (Solanki & Schmidt 1993), the result of Bogdan et al. implies that the magnetic flux of sunspots is also lognormally distributed. Hence the flux of both the smallest and largest known magnetic features shows the same type of distribution. Lognormally distributed quantities are often the result of fragmentation processes. The common type of flux distribution may imply a common origin of sunspot and intranetwork magnetic features. However, our result mainly highlights the need for further work on this topic.

Acknowledgements. We are grateful to E. Nesme-Ribes for fruitful discussions and to J.W. Harvey for his helpful comments on the manuscript.

References

- Bernasconi P., 1997, Ph. D. Thesis, ETH Zürich
 Bogdan T.J., Gilman P.A., Lerche I., Howard R., 1997, A&A 327, 451
 Durney B.R., De Young D.S., Roxburgh I.W., 1993, Sol. Phys. 145, 207
 Faurobert-Scholl M., 1993, A&A 268, 765
 Faurobert-Scholl M., Feautrier N., Machefer F., Petrovay K., Spielfiedel A., 1995, A&A 298, 289
 Frazier E.N., Stenflo J.O., 1972, Sol. Phys. 27, 330
 Grossmann-Doerth U., Schüssler M., Solanki S.K., 1989, A&A 221, 338
 Hall D.N.B., 1974, An Atlas of Infrared Spectra of the Solar Photosphere and of Sunspot Umbrae, Kitt Peak National Observatory, Contribution No. 556, Tucson, AZ.
 Harvey J.W., 1977, in Highlights of Astronomy, E.A. Müller (Ed.), Vol. 4, p. 223
 Howard R.F., Stenflo J.O., 1972, Sol. Phys. 22, 402
 Keller C.U., Deubner F.L., Egger U., Fleck B., Povel H.P. 1994, A&A 286, 626
 Lee J., Chae J.-C., Yun H.S., Zirin H., 1997, Sol. Phys. 171, 269
 Lin H., 1995, ApJ 446, 421
 Lites B.W., Leka K.D., Skumanich A., Martínez Pillet V., Shimizu T., 1996, ApJ 460, 1019
 Livi S.H.B., Wang J., Martin S.F., 1985, Australian J. Phys. 38, 855
 Livingston W.C., 1991, in: Solar Polarimetry, L. November ed., NSO, Sunspot, NM, 356
 Livingston W., Harvey J.W., 1971, in Solar Magnetic Fields, R. Howard (Ed.), Reidel, Dordrecht, IAU Symp. 43, 51
 Livingston W., Harvey J.W., 1975, BAAS 7, 346.

- Martin S.F., 1984, in *Small-Scale Dynamical Processes in Quiet Stellar Atmospheres*, S.L. Keil (Ed.), National Solar Obs., Sunspot, NM, p. 30
- Martin S.F., 1988, *Sol Phys* 117, 243
- Nordlund Å., Brandenburg A., Jennings R.L., Rieutord I., 1992, *A&A* 265, 843
- Petrovay K., Szakaly G., 1993, *A&A* 274, 543
- Rüedi I., Solanki S.K., Livingston W., Stenflo, J.O., 1992, *A&A* 263, 323 (Paper III)
- Rüedi I., Solanki S.K., Livingston W., Harvey J.W., 1995, *A&AS* 113, 91
- Schmitt D., Schüssler M., Ferriz Mas A., 1996, *A&A* 311, L1
- Solanki S.K., 1993, *Space Sci. Rev.* 61, 1
- Solanki S.K., Brigljević V., 1992, *A&A* 262, L29
- Solanki S.K., Schmidt H.U., 1993, *A&A* 267, 287
- Solanki S.K., Stenflo J.O., 1984, *A&A* 140, 185
- Solanki S.K., Rüedi I., Livingston W., 1992, *A&A* 263, 312 (Paper II)
- Solanki S.K., Zuffrey D., Lin H., Rüedi I., Kuhn J., 1996, *A&A* 310, L33 (Paper XII)
- Spruit H.C., Roberts, B., 1983, *Nat.* 304, 401
- Stenflo J.O., 1973, *Sol. Phys.* 32, 41
- Stenflo J.O., 1982, *Sol. Phys.* 80, 209
- Stenflo J.O., 1989, *A&A* 210, 403
- Stenflo J.O., 1994, *Solar Magnetic Fields: Polarized Radiation Diagnostics*, Kluwer, Dordrecht
- Stenflo J.O., Keller C.U., Gandorfer A., 1997, *A&A* submitted
- Tarbell T.D., Title A.M., Schoolman S.A., 1979, *ApJ* 229, 387
- Thomas J.H., Weiss N., (Eds.) 1992, *Sunspots: Theory and Observations*, Kluwer, Dordrecht
- Wang J., Wang H., Tang F., Lee J.W., Zirin H., 1995, *Sol. Phys.* 160, 277
- Zayer I., Solanki S.K., Stenflo J.O., 1989, *A&A* 211, 463
- Zirin H., 1987, *Sol. Phys.* 110, 101

4.5 Distribution spatiale

Dans cette section, je m'intéresse aux propriétés spatiales des structures observées dans les deux domaines de longueur d'onde. J'effectue donc une étude des balayages :

- (i) de champs magnétiques obtenus dans le visible ;
- (ii) de pourcentages de polarisation obtenus dans l'infrarouge.

Le but est d'effectuer des comparaisons avec les propriétés de la granulation. J'étudie également les balayages en intensité. L'origine des structures à champ magnétique faible est probablement turbulente (dynamo turbulente), il est donc intéressant d'étudier leurs propriétés turbulentes à partir de leur distribution spatiale. Je passe ainsi en revue un certain nombre de propriétés spatiales des structures magnétiques observées : corrélation avec l'intensité, tailles caractéristiques des structures, distribution de flux et de taille, et enfin spectre de puissance du signal.

4.5.1 Corrélation intensité et champ magnétique

Je calcule la corrélation entre le champ magnétique moyen $\langle B \rangle$ et l'intensité, pour deux balayages de septembre 1995, afin d'établir des liens avec les propriétés de la granulation. Dans le cas de nos observations, celle-ci n'est pas bien résolue². J'ai calculé plusieurs corrélations, car on ne connaît pas a priori la relation entre la polarité et la nature des structures en intensité (sombres ou brillantes) :

- intensité corrigée du zéro, I_{corr} , avec $|B|$;
- valeur absolue de l'intensité corrigée du zéro, $|I_{corr}|$, avec $|B|$;
- intensité corrigée du zéro, I_{corr} , avec B .

Les résultats de la corrélation avec le champ magnétique estimé d'après la raie à 5250 Å sont présentés dans la table 4.3. Dans le cas des observations dans l'infrarouge, j'ai utilisé le pourcentage de polarisation dans la raie à 1,5648 μm (15 balayages obtenus en juin). Ils sont présentés dans la table 4.4. Les résultats sont similaires lorsque l'on divise le signal de polarisation par l'intensité point par point lors de l'étalonnage.

Dans tous les cas, la corrélation est nulle ou très faible : **les structures magnétiques observées sont donc complètement décorrélées des structures en intensité** (typiquement la granulation).

4.5.2 Taille caractéristique des structures

Toujours dans le cadre de la comparaison avec les propriétés des granules, il est intéressant de chercher à estimer une taille typique des structures magnétiques observées. J'ai déterminé la taille typique des structures à l'aide de trois manières différentes :

- La **distance moyenne d_1 entre pics** est calculée. Dans le cas du champ magnétique obtenu dans le *visible* (raie à 5250 Å), je trouve $d_1 = 5,0 \pm 0,2''$ pour l'ensemble des

²Ceci est essentiellement dû à la taille du détecteur de 2,39'', qui ne permet pas de résoudre individuellement la plupart des granules. Cependant, quand le *seeing* est excellent, un signal granulaire est observable dans le signal d'intensité.

Table 4.3 : Coefficient de corrélation entre l'intensité corrigée du zéro (I_{corr}) et le champ magnétique moyen (obtenu dans le visible). La moyenne est effectuée sur deux balayages.

intensité	champ	corrélation
I_{corr}	$ \langle B \rangle $	$0,10 \pm 0,01$
$ I_{corr} $	$ \langle B \rangle $	$0,13 \pm 0,04$
I_{corr}	$\langle B \rangle$	$0,07 \pm 0,07$

Table 4.4 : Coefficient de corrélation entre l'intensité corrigée du zéro (I_{corr}) et le pourcentage de polarisation (obtenu dans l'infrarouge), moyenné sur tous les balayages de juin 1996 (raie à $1,5648 \mu\text{m}$).

intensité	champ	corrélation
I_{corr}	$ pol $	$0,03 \pm 0,02$
$ I_{corr} $	$ pol $	$0,01 \pm 0,02$
I_{corr}	pol	$0,01 \pm 0,03$

pics (l'erreur provient de la dispersion sur les différents balayages). Par contre, si je n'utilise que les structures dont le champ moyen est au-dessus du bruit, alors j'obtiens $d_1 = 9,0 \pm 0,6''$. Cette valeur est significativement plus grande que la résolution de $2,39''$ (taille de la diode). Dans le cas du pourcentage de polarisation obtenu en *infrarouge* (balayages effectués à moins de $0,5 \text{ \AA}$ de la raie à $1,5648 \mu\text{m}$), j'obtiens $d_1 = 5,4 \pm 0,3''$ pour tous les pics, et $d_1 = 9,4 \pm 0,5''$ pour ceux tels que la polarisation moyenne soit au-dessus du bruit $0,05\%$.

- Je calcule ensuite une autocorrélation normalisée de chaque balayage. La figure 4.4 en montre un exemple pour un balayage dans le visible. L'échelle d_2 correspondant à une autocorrélation normalisée de $0,5$ est tout d'abord considérée comme donnant l'ordre de grandeur de la taille des pics. Pour un signal sinusoïdal par exemple, tel que la taille T des structures soit définie par la distance entre deux passages à zéro (valeur proche de d_1), alors l'autocorrélation valant $0,5$ donne une échelle de $T/3$. Dans le cas des observations dans le *visible* (raie à 5250 \AA), je trouve $d_2 = 4,8 \pm 0,5''$. Dans le cas des observations dans l'*infrarouge*, les moyennes sur les différents balayages sont présentées dans la table 4.5 : les valeurs trouvées sont compatibles avec une même taille des structures quelle que soit la raie utilisée (à $1,5648 \mu\text{m}$ ou $1,5652 \mu\text{m}$). Les valeurs trouvées sont également nettement plus faibles que les dimensions mesurées dans le visible (i.e. plus haut dans l'atmosphère). La table 4.5 montre également que les tailles sont similaires pour les structures en intensité ou en polarisation. Il faut cependant rappeler que les structures magnétiques sont complètement décorréliées de l'intensité.

- Une troisième approche est la suivante. La position d_3 du deuxième pic de l'autocorrélation donne également une information sur la taille des structures (figure 4.4). Pour un

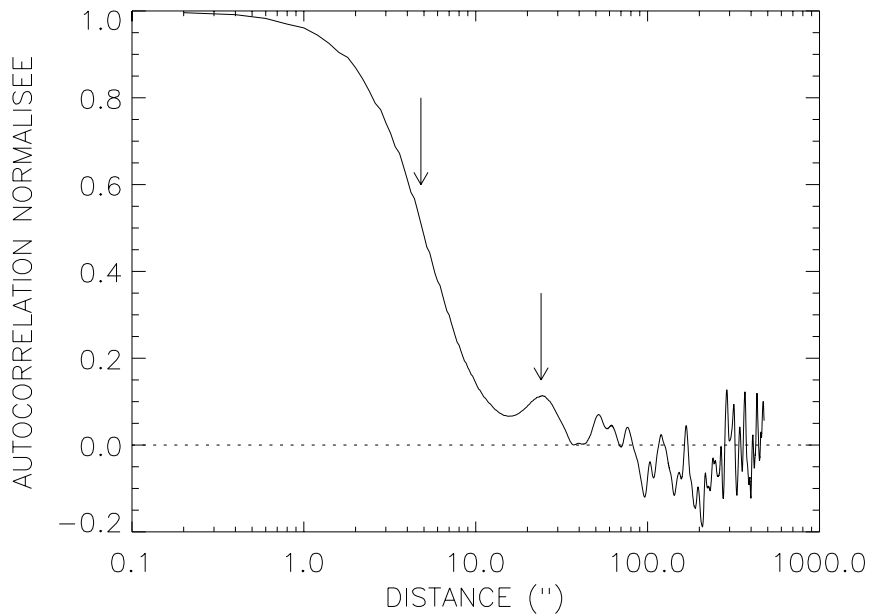


Figure 4.4 : Exemple d'autocorrélation d'un balayage (champ moyen à 5250 Å). La flèche de gauche indique la coupure à 0,5, la flèche de droite le deuxième maximum.

Table 4.5 : Taille typique telle que l'autocorrélation normalisée soit égale à 0,5, pour le pourcentage de polarisation et pour le signal d'intensité.

raie	polarisation	intensité
1,5648 μm	$2,90 \pm 0,44''$	$2,47 \pm 0,67''$
1,5652 μm	$2,37 \pm 0,84''$	$2,23 \pm 0,54''$

signal sinusoïdal par exemple, tel que la taille T des structures soit définie par la distance entre deux passages à zéro, alors le deuxième pic de l'autocorrélation donne une échelle de $2T$. Cette méthode a déjà été utilisée pour les granules par Muller et al. (1990). Dans le cas des observations dans le *visible*, j'obtiens une position de ce deuxième pic autour de $25''$; il est cependant parfois difficile à détecter dans certains cas. Dans la raie *infrarouge* à $1,5648 \mu\text{m}$, j'obtiens $d_3 = 25,1 \pm 2,8''$ pour l'autocorrélation du pourcentage de polarisation, et $d_3 = 17,5 \pm 2,2''$ pour l'intensité. On observe ici une échelle plus grande pour le champ magnétique que pour l'intensité, ce qui n'était pas le cas en regardant l'échelle correspondant à une autocorrélation de 0,5. Par ailleurs, d_3 devrait correspondre à deux fois la distance moyenne entre pics d_1 . On observe en réalité une valeur plus grande.

Les différentes méthodes utilisées fournissent donc des estimations différentes de la taille typique des structures. La principale raison est probablement la distribution en taille assez large (voir analyse section 4.5.3). Par exemple, les balayages contiennent à la fois des pics de faible amplitude en grand nombre, ainsi que quelques pics de forte amplitude, dont les caractéristiques sont a priori différentes (voir figure 4.1). Ce point explique peut-être les valeurs élevées fournies par le deuxième pic de l'autocorrélation. En outre, beaucoup de pics ont une amplitude faible et ne contribuent donc que très peu au second maximum alors qu'ils sont davantage pris en compte dans le calcul de d_1 .

4.5.3 Distribution des flux et des tailles

J'examine maintenant la distribution des flux des structures magnétiques observées dans l'infrarouge (raie à $1,5648 \mu\text{m}$), ainsi que la distribution des tailles des structures. Auparavant, j'analyse également la distribution des polarisations obtenues (observations en infrarouge). L'objectif est d'estimer le niveau de bruit d'après cet histogramme. La distribution pour l'ensemble des points des 15 balayages obtenus en juin 1996 est présenté sur la figure 4.5. On observe une rupture de pente vers une polarisation moyenne de 0,05%, ce qui est compatible avec les estimations des erreurs de la section 4.2.5, effectuées indépendamment. Dans la suite, je ne considère que les structures ayant une polarisation moyenne supérieure à 0,05%.

Je calcule maintenant la distribution des flux et des tailles pour les différentes positions dans la raie. Le flux d'une structure magnétique est égal à sa polarisation moyenne multipliée par son aire. Les hypothèses sous-jacentes sont : (i) les structures sont circulaires ; (ii) la distance entre deux passages à zéro dans le balayage correspond au diamètre de la structure.

La figure 4.6 montre une telle distribution des flux, d'une part pour les balayages proches du centre de la raie ($|\Delta\lambda| < 0,5 \text{ \AA}$), et d'autre part pour ceux effectués loin de la raie ($|\Delta\lambda| > 0,5 \text{ \AA}$). Malheureusement, cette dernière distribution n'est pas assez significative (il n'y a pas assez de structures du réseau dans nos observations). Les distributions des tailles (figure 4.6) pour les deux positions (loin et proche du centre) dans la raie sont très similaires, avec une tendance à un décalage vers les plus grandes tailles pour les balayages loin du centre de la raie (i.e. pour les structures à fort champ magnétique). La distribution des tailles dépend du *seeing* lors des observations, ce qui complique l'interprétation

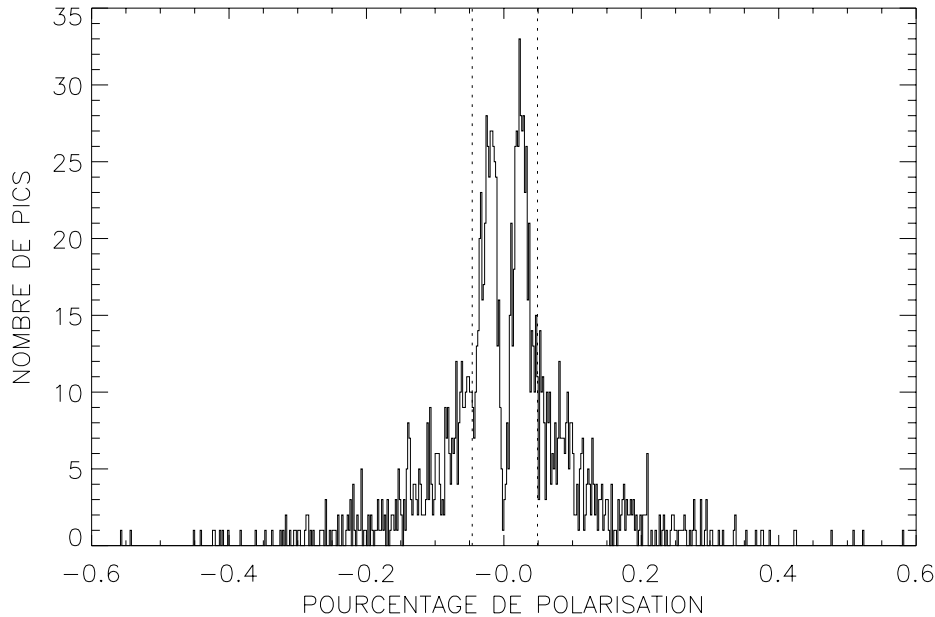


Figure 4.5 : Distribution du pourcentage de polarisation (raie à $1,5648 \mu\text{m}$, 15 balayages). Les deux lignes verticales pointillées montrent la position de la rupture de pente, donnant un bruit de l'ordre de 0.05%, compatible avec les observations de bruit effectuées indépendamment.

de cette distribution. Davantage de détails sur cette distribution du flux peut être trouvés dans Meunier et al. (1997c).

4.5.4 Transformée de Fourier

Je calcule maintenant la transformée de Fourier des balayages, dans le but de déterminer sa pente (en échelle log/log) et de la comparer à celle de la granulation. Cette pente est en effet liée au caractère turbulent des structures. Les balayages sont corrigés des effets de projection et du zéro, puis apodisés. La transformée de Fourier est ensuite calculée (figure 4.7). Je n'utilise pas les points en dessous de $2,4''$ pour le calcul de la pente de la transformée de Fourier, car ils correspondent au fait que les balayages sont suréchantillonnés par rapport à la résolution spatiale.

- Dans le cas des observations dans le *visible* (5250 \AA), j'observe un changement de pente vers $16''$. La pente obtenue chacun des deux domaines ainsi définis est :
 - (i) échelles supérieures à $16''$: pente = $-0,38 \pm 0,02$
 - (ii) de $16''$ à $2,4''$: pente = $-1,56 \pm 0,01$

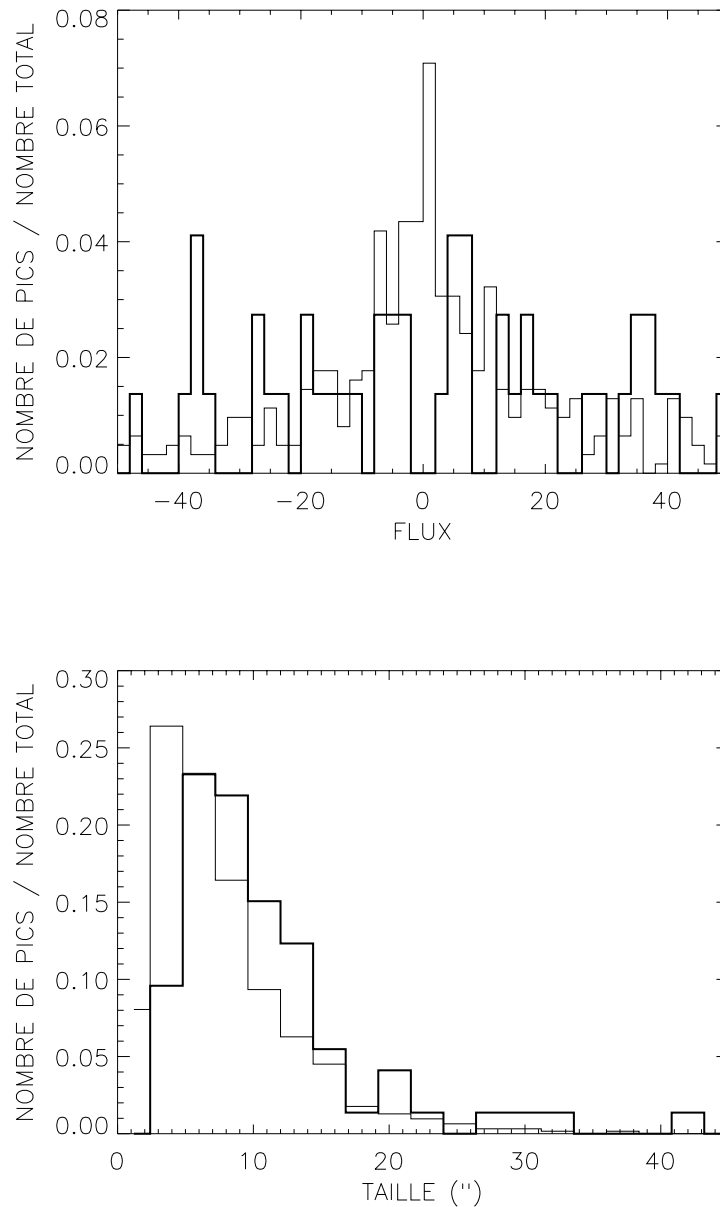


Figure 4.6 : En haut : distribution du flux moyen par structure magnétique (structures ayant une polarisation moyenne supérieure à 0,05%). Le flux est égal au pourcentage de polarisation moyen multiplié par l'aire du pic en $(\text{seconde d'arc})^2$. En bas : distribution des tailles des pics (structures ayant une polarisation moyenne supérieure à 0,05%). La largeur des boîtes de l'histogramme est de $2,4''$. En trait fort : balayages loin du centre de la raie (au-delà de $0,5 \text{ \AA}$), 4 balayages. En trait fin : balayages proches du centre de la raie (à moins de $0,5 \text{ \AA}$), 11 balayages. Les histogrammes sont normalisés à 1.

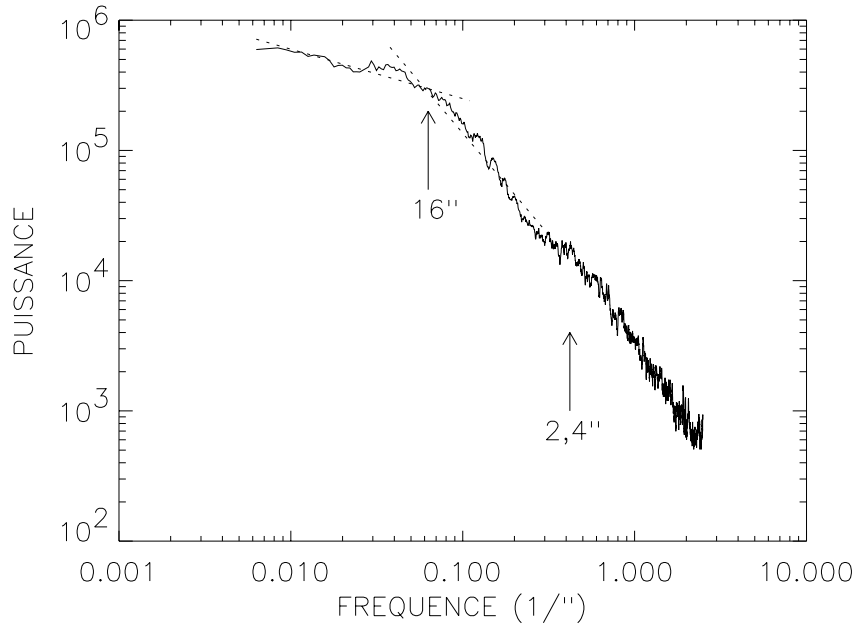


Figure 4.7 : Moyenne des transformées de Fourier de 3 balayages de novembre 1995 (champ magnétique dans le visible). La fréquence est exprimée en $(\text{seconde d'arc})^{-1}$.

- Dans le cas des observations dans l'*infrarouge* (raie à $1,5648 \mu\text{m}$), j'ai calculé la pente pour des balayages correspondant à trois positions de la fente. La pente est également calculée dans deux domaines différents, à cause du changement de pente évident autour de $10\text{-}20''$. Les résultats sont présentés dans la table 4.6.

Dans le domaine des petites structures (taille inférieure à celle correspondant au changement de pente), les pentes de $-1,56$ (visible) et de $-1,74$ (infrarouge, au centre de la raie) sont **proches de la pente $-5/3$ théorique pour des structures d'origine turbulente** (turbulence de Kolmogorov). On remarquera également que le changement de pente se produit pour des échelles de l'ordre de la taille maximale des structures observées. Pour comparaison, une pente proche de $-5/3$ a également été observée dans le spectre de puissance des vitesses de granules, mais pour des tailles inférieures à $3''$ (Espagnet et al. 1993). Dans le cas des observations en infrarouge, la variation de la pente avec la position dans la raie est intéressante : quand on s'éloigne du centre (la contribution des champs forts est alors de plus en plus grande), la pente devient moins raide. Ceci est donc cohérent avec une dynamo turbulente à l'origine de ces champs faibles.

4.6 Conclusion et perspectives

Les observations présentées dans ce chapitre ont montré qu'une proportion importante de flux magnétique du Soleil calme était contenue dans le champ faible *intranetwork*

Table 4.6 : Pente de la transformée de Fourier (en échelle log/log) pour 3 balayages différents. La position est donnée en Å à partir du centre de la raie. Pour chacun, 2 pentes sont données, correspondant à deux domaines différents en échelle spatiale (l'échelle maximale se situe entre 700 et 800'' selon le balayage).

position	échelles	pente
0 Å	$> 9''$	$-0,41 \pm 0,01$
	$[9'' - 2,4'']$	$-1,74 \pm 0,02$
0,318 Å	$> 19''$	$-0,26 \pm 0,05$
	$[19'' - 2,4'']$	$-1,43 \pm 0,02$
0,636 Å	$> 18''$	$-0,25 \pm 0,02$
	$[18'' - 2,4'']$	$-1,37 \pm 0,02$

(entre 25% et 85%, avec une moyenne à 2/3). Ce pourcentage étant donnée par rapport au flux du Soleil calme, le complément provient des points brillants du réseau. La borne inférieure tient compte d'une correction du *seeing*.

Les observations complémentaires dans le visible et l'infrarouge ont également montré

:

- (i) la nature turbulente de ces champs ;
- (ii) la décorrélation entre ces structures magnétiques et les structures en intensité.

Il semble donc que les structures magnétiques ne soient pas directement liées à la granulation (malgré un caractère turbulent similaire). A noter que, dans ce contexte, Nesis et al. (1996) ont montré que le champ magnétique se trouvait de préférence entre les granules, de même que la turbulence : ceci impliquait une corrélation importante entre structures magnétiques à champ faible et cellules de granulation. Ceci n'est pas en accord avec nos observations et ce point nécessite des observations supplémentaires avec une meilleure résolution spatiale.

Par contre, les observations n'ont pas permis d'établir de limite supérieure à la valeur du champ magnétique réel dans ces structures *intranetwork*. Les difficultés rencontrées lors de l'analyse du rapport des raies nécessitent donc d'être approfondies. Il faut cependant rappeler deux points importants : les observations des deux raies du visible sont **simultanées** et le modulateur a une **fréquence supérieure** à celles des variations de la transparence atmosphérique, ce qui permet de réduire considérablement le bruit dû au *seeing*. Par contre, le faible nombre de jours de beau temps sur l'ensemble des observations n'a pas permis de réaliser autant d'observations qu'escompté.

Ces résultats sont encourageants. Il sera intéressant d'étudier davantage l'influence du *seeing* sur le profil de Stokes "reconstitué" et sur la proportion de flux contenue dans les champs faibles. La correction effectuée ici est probablement surestimée (c'est-à-dire que la proportion doit être un peu plus élevée), et il faudrait étudier la dispersion de l'intensité selon la position dans la raie, à *seeing* équivalent.

Les procédures mises en place (observations, étalonnage, réduction) en étaient à un stade expérimental pour la plupart et doivent permettre d'élaborer de nouvelles observa-

tions. Elles ont montré l'importance du réglage du dispositif (par exemple la position des fentes ou la mise au point) et de l'établissement de méthodes d'étalonnage rigoureuses. Des observations supplémentaires sont maintenant nécessaires pour réduire les incertitudes sur la polarisation.

Les amplitudes observées sont importantes, donc nous avons déjà accès à des structures larges, probablement des associations de tubes de même polarité. Pour ce type d'observations, une meilleure résolution spatiale serait un atout. En effet, les tubes de flux individuels ont une taille inférieure à la résolution spatiale et toutes les polarités sont mélangées et s'annulent si les pixels sont trop gros par rapport à la taille caractéristique des structures. Une résolution meilleure serait également la bienvenue pour l'étude des spectre de puissance des balayages, afin d'en calculer la pente sur un domaine plus grand.

Les deux approches utilisées (visible et infrarouge) sont complémentaires, car elles permettent d'observer le champ magnétique à des profondeurs différentes dans la photosphère solaire. Les avantages des observations dans l'infrarouge devraient être cependant continué à être exploités, tout en essayant d'améliorer la résolution spatiale. Par ailleurs, des observations dans le visible en utilisant la méthode du rapport des champs obtenus à partir de deux raies observées simultanément doivent se poursuivre pour obtenir des données plus abondantes et plus valables statistiquement.

Chapitre 5

Variations des modes acoustiques avec l'activité

L'**héliosismologie** constitue une source essentielle d'informations sur l'intérieur du Soleil. Elle consiste à observer et analyser les **oscillations cohérentes** se manifestant sur toute la surface solaire, où de nombreux modes interfèrent pour donner des motifs compliqués : les ondes sont piégées dans une cavité, ce qui entraîne l'existence d'un spectre discret d'oscillations (décrits en particulier par leur fréquence). Ces oscillations ont été découvertes par Leighton (1960) et Noyes & Simon (1962). Cependant, les observations ont surtout été développées durant la dernière décennie. L'héliosismologie a alors apporté bon nombre de résultats très importants, comme l'abondance initiale en hélium du Soleil, la mesure de la vitesse du son sur la plus grande partie de l'intérieur du Soleil avec une précision de 0.1%, ainsi que des informations concernant sa rotation interne, la taille de la zone convective et le problème des neutrinos solaires. Avant l'héliosismologie, les seules contraintes aux modèles de structure interne des étoiles étaient les caractéristiques de surface, telles que la luminosité, le rayon, etc. Ces observations ont donc permis de réaliser des progrès significatifs.

Les paramètres obtenus à partir des différents modes observés, surtout les **fréquences**, varient au cours du cycle solaire. L'héliosismologie fournit des informations essentielles sur la structure interne du Soleil et sa rotation ; les variations observées au cours du cycle permettent également d'obtenir des informations concernant la dynamo solaire. Une revue des variations des fréquences des modes de longueurs d'onde spatiales faibles ou intermédiaires est présentée par Rhodes et al. (1995). Des variations de la rotation interne en ont été déduites, par exemple par Woodard & Libbrecht (1993). Elsworth et al. (1994) présentent des résultats concernant les modes de grandes longueurs d'onde spatiales : ils concluent que les variations ne peuvent être dues que pour une faible part à des variations de la structure des couches très profondes. Par ailleurs, Bachmann & Brown (1993) ont effectué des corrélations entre ces variations de fréquences au cours du cycle et divers indices de l'activité magnétique. Leurs résultats sont cohérents avec une modification de l'amplitude du champ magnétique dans une couche proche de la surface, de quelques centaines de kilomètres d'épaisseur.

Ce chapitre présente la réalisation et les résultats d'une **nouvelle méthode d'ajustement du spectre moyenné sur l'ordre azimutal**, destiné à :

- (i) fournir de meilleurs paramètres (plus précis et moins biaisés) décrivant les modes ;
- (ii) mesurer les “fuites de puissance spatiales” se produisant dans le spectre de puissance des oscillations (de la puissance correspondant à un mode donné est présente à d'autres positions dans le spectre).

Les théoriciens ont en effet **besoin de paramètres fiables** (du point de vue des erreurs systématiques et aléatoires), surtout pour les fréquences. Or des biais, parfois importants (jusqu'à $0,5 \mu\text{Hz}$ en fréquence, ce qui est généralement supérieur aux barres d'erreur) sont présents dans une grande partie du spectre de puissance analysé avec les méthodes actuelles. Ce travail d'ajustement du spectre se situe à l'interface entre, d'une part, l'analyse des images brutes (et les problèmes liés aux observations et au traitement de ces images), et d'autre part, la modélisation des oscillations (par le choix des profils des modes par exemple). J'étudie les variations des fréquences, des largeurs et de la dissymétrie des modes au cours du cycle solaire.

J'introduis tout d'abord des généralités sur ces ondes et leurs propriétés. Puis je présente les objectifs de la nouvelle méthode d'ajustement du spectre de puissance élaborée durant ce travail, ainsi qu'une description de cette méthode. Je dispose de données obtenues au pôle Sud en 1987 et 1994 (minimum d'activité) et en 1988 et 1990 (maximum d'activité). Je travaille plus particulièrement sur les données de 1988 et 1994, car elles présentent un meilleur rapport signal sur bruit. Je présente ensuite les résultats obtenus concernant la réponse spatiale, les variations au cours du cycle et la dissymétrie du profil des modes.

5.1 Qu'est ce que l'héliosismologie ?

Je présente tout d'abord quelques généralités concernant l'héliosismologie, utiles pour comprendre la suite du chapitre, en insistant surtout sur le spectre de puissance des modes acoustiques. Je renvoie aux revues présentées par Hill et al. (1991), Christensen-Dalsgaard & Berthomieu (1991), et Gough & Thompson (1991) par exemple pour plus de détails sur l'origine des oscillations et les modèles de structure interne.

5.1.1 L'origine des oscillations

Les oscillations solaires sont de différents types. Aux hautes fréquences, les ondes sont essentiellement dues à la pression (ondes sonores) : ce sont les “modes p”, ayant des périodes entre trois minutes et une heure et des longueurs d'onde supérieures à quelques milliers de kilomètres. Ces modes sont les plus facilement observables. Par contre, aux basses fréquences, la gravité l'emporte (ondes de gravité) : ce sont les “modes g”, ayant des périodes supérieures à 40 minutes, et dont l'observation n'est pas certaine, car ils sont piégés à très grande profondeur. Je m'intéresse dans ce travail aux modes acoustiques.

Les ondes sont d'abord excitées dans une couche limite turbulente sous la surface solaire, puis se propagent dans la zone convective. Dans certaines conditions, elles subissent

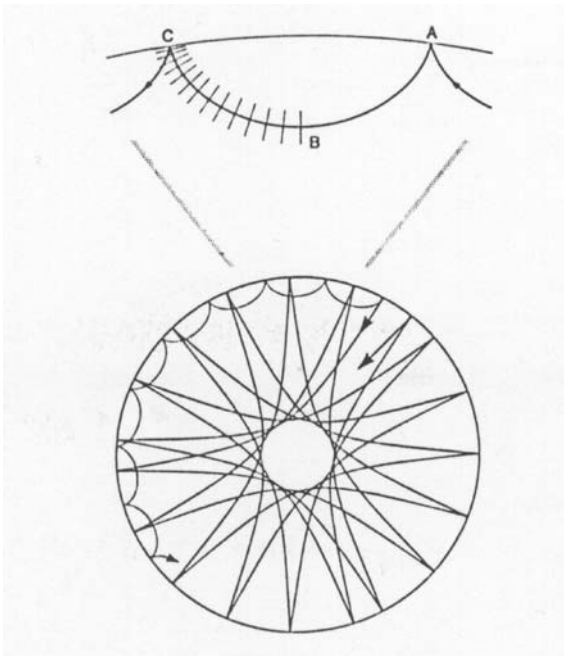


Figure 5.1 : Chemin suivi par les ondes acoustiques dans le Soleil. Celles qui pénètrent le plus profond ont un n/ℓ de 5, les autres de $1/20$. Le cercle représente la surface du Soleil. Sur l'agrandissement (en haut), les lignes interceptant le chemin sont des fronts d'onde également espacés en phase : ils sont plus rapprochés près de la surface, où la vitesse du son est plus grande. (tiré de Christensen-Dalsgaard et al. 1985)

des réflexions (figure 5.1) :

- les ondes se propageant vers l'extérieur se réfléchissent à la surface, à cause du changement rapide des conditions physiques (densité et vitesse du son) ;
- les ondes se propageant vers l'intérieur sont réfractées, à cause de la variation de température, et reviennent donc vers la surface (sauf en cas de propagation exactement verticale). Plus une onde se propage verticalement, plus elle atteint une grande profondeur, et plus sa fréquence temporelle est petite.

Les ondes sont ainsi confinées dans une cavité, ce qui permet l'existence d'un nombre discret de modes résonants. Les oscillations visibles à la surface correspondent à la partie évanescence des ondes résonantes, partie qui n'a pas été réfléchi par la surface mais qui au contraire a pénétré les couches superficielles.

Théoriquement, seules les ondes ayant une fréquence inférieure à la fréquence de coupure ν_c de la photosphère peuvent effectivement se réfléchir et donner naissance à des ondes piégées. Une estimation de cette fréquence de coupure est $\nu_c = \frac{1}{2\pi} \frac{c}{2H}$, où c est la vitesse du son, et H l'échelle de hauteur de la pression. Les divers modèles donnent une fréquence de coupure photosphérique de 5,3 mHz environ (voir par exemple Fossat et al. 1992). En pratique, des modes de fréquences plus élevées sont observés, jusqu'à 8 mHz (Jefferies et al. 1988). (Ronan et al. 1994) ont également observé ces modes jusqu'à

des fréquences supérieures à 10 mHz. D'après Kumar & Lu (1991) et Kumar (1994), ces ondes ne correspondent pas à des modes propres tels que ceux observés aux plus faibles fréquences (et qui existeraient parce que la fréquence de coupure n'est pas nette, les modes à hautes fréquences étant malgré tout partiellement piégés), mais seraient dues à des interférences entre ondes progressives. La fréquence de ces modes est directement liée à la profondeur de la source. Le profil des modes est probablement différent d'un domaine du spectre à l'autre.

5.1.2 Les observations

La détection de ces modes est réalisée à l'aide de deux types d'observations :

- observations des *variations d'intensité lumineuse* dans une raie observée avec une faible bande passante. Ces variations sont de l'ordre de 10^{-6} .
- observations de *décalages Doppler*, qui donnent accès à la vitesse du plasma dans la direction de la ligne de visée ; l'amplitude maximale est de l'ordre de 15 cm/s pour un mode.

Ces amplitudes sont très faibles (surtout pour l'intensité) comparée à celles induites par la granulation par exemple (300 m/s, variations de l'intensité de l'ordre de 15%). Mais les oscillations sont cohérentes sur l'ensemble de la surface solaire, ce qui n'est pas le cas de la granulation. J'ai surtout travaillé sur des données obtenues lors d'observations au pôle Sud durant des périodes d'un mois, effectuées à partir des variations d'intensité de la raie Ca II K.

Le principe de l'analyse des modes repose sur l'analyse de Fourier de la série temporelle de ces images réalisées à une cadence rapide (de l'ordre d'une toutes les dix secondes). Des interruptions dans la série de données (en particulier l'alternance jour/nuit) vont introduire des perturbations dans le spectre déduit de cette série temporelle. Trois stratégies ont été utilisées jusqu'à maintenant pour éviter cette alternance jour/nuit :

(1) observer **au pôle Sud** durant les mois d'été (Grec et al. 1980 ; Jefferies et al. 1988; Jefferies et al. 1990).

(2) observer à l'aide d'un **réseau de petits télescopes** à travers le monde. C'est le cas des réseaux IRIS (Egamberdiev & Fossat 1991) et BiSON (Chaplin et al. 1996), développés dans les années 1980. Ils observent le Soleil sans résolution spatiale et n'ont donc accès qu'aux modes de faible degré (c'est-à-dire dont les longueurs d'onde sont comparables au diamètre solaire). Le réseau GONG (Global Oscillation Network Group), qui a commencé à fonctionner en 1995, donne accès aux degrés élevés et fournit déjà des résultats nouveaux (Harvey et al. 1996).

(3) observer à l'aide d'une **sonde** : plusieurs instruments (MDI, GOLF, VIRGO) embarqués sur la sonde SOHO, qui s'affranchit ainsi également de la turbulence atmosphérique, fournissent des données héliosismologiques depuis le début de l'année 1996 (Scherrer 1992; Scherrer et al. 1996).

5.1.3 Le spectre de puissance

Je décris maintenant la façon dont le spectre de puissance est réalisé à partir de la série temporelle d'images. Je rappelle que les ondes résonantes forment un ensemble discret de **modes**, car elles sont piégées dans une cavité. Chaque mode à 3 dimensions est caractérisé par 3 nombres entiers n , ℓ et m . Dans le cadre d'une approximation sphérique, ces 3 nombres sont déduits de l'analyse des déformations au cours du temps de la surface solaire, représentées par les fonctions propres :

$$E(\ell, m, n) = K_{ln}(r)Y_l^m(\theta, \phi)e^{i\omega_{mn}t}$$

$K_{ln}(r)$ représente la dépendance radiale de la fonction propre, l'**ordre radial** n étant le nombre de nœuds dans la direction radiale. Il y a une correspondance entre cet ordre n et l'axe des fréquences (pour ℓ et m donné, le spectre $f(\nu)$ présente une série de pics indicés par le nombre entier n). La fonction $Y_l^m(\theta, \phi)$ est l'harmonique sphérique :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi},$$

avec :

- le **degré** ℓ égal au nombre total de lignes nodales à la surface solaire ($\ell \geq 0$),
- l'**ordre azimutal** m égal au nombre de lignes nodales coupant l'équateur du système de coordonnées ($-\ell \leq m \leq +\ell$). Il y a donc $2\ell + 1$ valeurs de m pour chaque valeur de (ℓ, n) .

Cette décomposition est pertinente car les modes ont une faible amplitude et peuvent donc être traités comme des perturbations autour d'un état d'équilibre sphérique. Il est cependant possible que ceci pose des problèmes pour les faibles longueurs d'onde (degrés élevés), à cause des inhomogénéités de surface. En outre, ces derniers modes sont localisés près de la surface, donc là où la structure de l'atmosphère est la plus inhomogène. Un exemple de spectre pour un degré ℓ donné est présenté sur la figure 5.2 (on notera l'amplitude maximale autour de 3,5 mHz, soit une période de 5 minutes environ).

5.1.4 Les paramètres décrivant les modes acoustiques

L'étape suivante est d'ajuster des profils théoriques sur le spectre pour en déduire les paramètres (fréquence, largeur, amplitude, etc.) décrivant chaque mode pour chaque couple (n, ℓ, m) . Le but du travail présenté dans ce chapitre est de calculer de manière précise les caractéristiques de ces modes, destinées à être fournies comme paramètres d'entrée aux modèles de structure interne. Ce sont ces paramètres que l'on cherche à **mesurer**.

Une bonne estimation des paramètres décrivant chaque mode permet en effet de fournir des informations sur les conditions physiques et la dynamique à l'intérieur du Soleil :

- Les **fréquences propres** donnent des informations sur la structure et la dynamique des régions où les modes sont localisés. L'étendue croissante du domaine des fréquences observables permet de sonder un domaine radial de plus en plus grand. Par exemple, il est possible d'obtenir la vitesse du son en fonction de la profondeur et de la latitude, cette vitesse étant liée à la température et à la pression. La vitesse de rotation du plasma peut

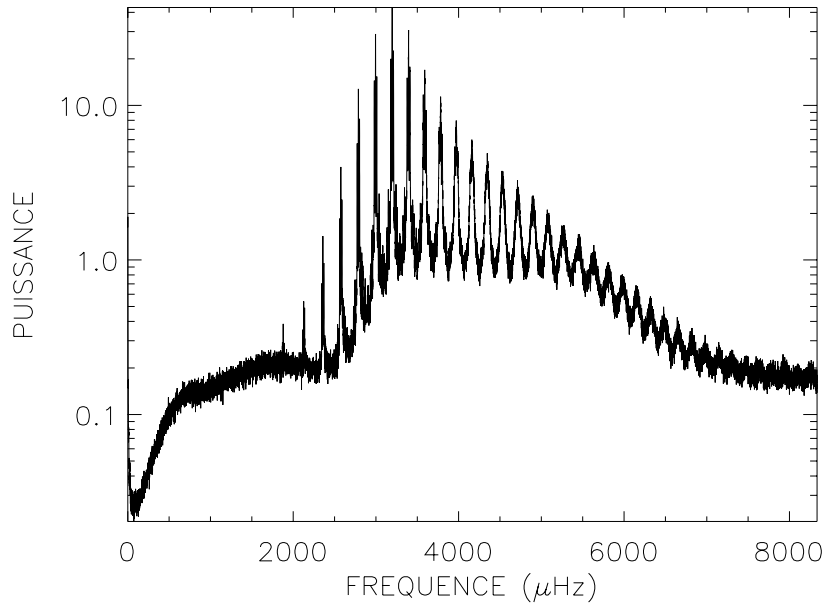


Figure 5.2 : Spectre moyenné en m , en échelle logarithmique, pour $\ell=70$ (pôle Sud, 1988). Chaque pic (correspondant à un mode) est en fait un multiplet. Notons que ce spectre n'a pas été corrigé du bruit basse fréquence.

également en être déduite, deux valeurs opposées de m correspondant à des modes se propageant dans la direction de la rotation ou dans la direction opposée.

- La **largeur des modes** informe sur les processus d'amortissement (convectif ou radiatif) des ondes sonores.
- Les **amplitudes** et le **fond continu** sont liés à l'intensité de la source des ondes.
- La **dissymétrie des profils** pourrait permettre de localiser cette source.

L'obtention des paramètres physiques à partir des caractéristiques de chaque mode se fait soit en ajustant un modèle théorique de structure interne, soit en utilisant une méthode d'inversion. Cette dernière technique est la plus courante, car elle permet d'explorer une plus grande variété de modèles. En pratique, ces modèles n'utilisent que les fréquences propres, les autres paramètres étant généralement étudiés de façon marginale (car directement liés à des processus encore mal connus, tels que la convection ou la turbulence).

5.2 Pourquoi une nouvelle méthode d'ajustement ?

5.2.1 Les "défauts" du spectre de puissance

L'analyse de la série temporelle d'images par des harmoniques sphériques fournit un spectre de puissance en trois dimensions (n, ℓ, m) . Un spectre "parfait" serait donc com-

posé d'un unique pic pour chaque mode (n, ℓ, m) . A cause de la turbulence atmosphérique, des imperfections de l'optique de l'instrument et de la durée finie des observations, les modes du spectre de puissance sont atténués et modulés. De plus, outre les artefacts dus à la réponse temporelle imparfaite mentionnée plus haut (il y a toujours des interruptions, par exemple provoquées par des nuages dans le cas des observations au sol), le spectre de puissance réel présente également les principales déviations suivantes au spectre idéal :

(1) Parce que l'on n'observe pas la surface entière du Soleil à un instant donné, mais seulement un peu moins de la moitié, les harmoniques sphériques ne sont pas orthogonales, ce qui a pour conséquence des "fuites" de puissance d'un mode vers les modes les plus proches. Il y a tout d'abord une fuite "en ℓ " : de la puissance fuit d'un mode (n, ℓ) vers les modes (n, ℓ') ($\ell \neq \ell'$). Les modes sont donc des *multiplets*, c'est-à-dire une superposition de pics provenant de différents modes. La figure 5.3 en montre des exemples. Pour les faibles valeurs de ℓ , il peut arriver que les fuites (n', ℓ') du mode (n', ℓ) soit superposées au multiplet correspondant au mode (n, ℓ) , ce qui en complique l'analyse (figure 5.4). Il y a également des fuites en m : le mode (n, ℓ, m) va contenir de la puissance provenant du mode (n, ℓ, m') .

(2) La rotation solaire lève la **dégénérescence du spectre en m** : pour chaque degré ℓ et ordre radial n , les $2\ell+1$ spectres en m sont centrés sur différentes fréquences. A cause de la rotation différentielle, les décalages en fréquence sont différents pour chaque mode (chaque mode est influencé par des couches différentes, et la rotation différentielle varie avec la profondeur). Or, pour obtenir un meilleur rapport signal sur bruit, nous travaillons ici sur des spectres moyennés en m . Dans ce cas, seul le pic central d'un multiplet peut être corrigé exactement : les autres modes sont élargis durant ce processus.

5.2.2 Le principe d'une méthode bidimensionnelle

Dans la suite de ce chapitre, je m'intéresse au spectre de puissance moyenné en m . L'ajustement des profils de modes sur les multiplets (dont la structure est compliquée du fait des fuites de puissance) est une étape délicate et cruciale pour les modèles de structure interne. Les travaux réalisés jusqu'à maintenant traitent indépendamment chaque multiplet du spectre de puissance. Cependant, *chaque pic du multiplet (à part le pic central) possède la même fréquence que le pic central du mode ayant le même ordre n et le degré ℓ correspondant à sa position dans le multiplet*. La figure 5.5 montre schématiquement le processus de fuite dans le spectre. Un mode (n, ℓ) , d'amplitude A et de fréquence ν_0 , va produire un pic d'amplitude $\alpha(\ell - \ell')A$ à la fréquence ν_0 à côté du mode (n, ℓ') (l'amplitude du mode (n, ℓ) étant diminuée en conséquence). Un ajustement bidimensionnel, qui tiendrait compte de plusieurs multiplets en même temps, doit permettre d'utiliser toute l'information présente concernant un mode. L'hypothèse principale de cette analyse bidimensionnelle est la **constance des fuites spatiales sur le domaine en ℓ considéré** : c'est l'intérêt de la méthode, car cela permet d'utiliser la **convolution du modèle par la réponse spatio-temporelle** et donc de diminuer le nombre de paramètres libres. En réalité, cette hypothèse n'est probablement valable avec une bonne approximation que

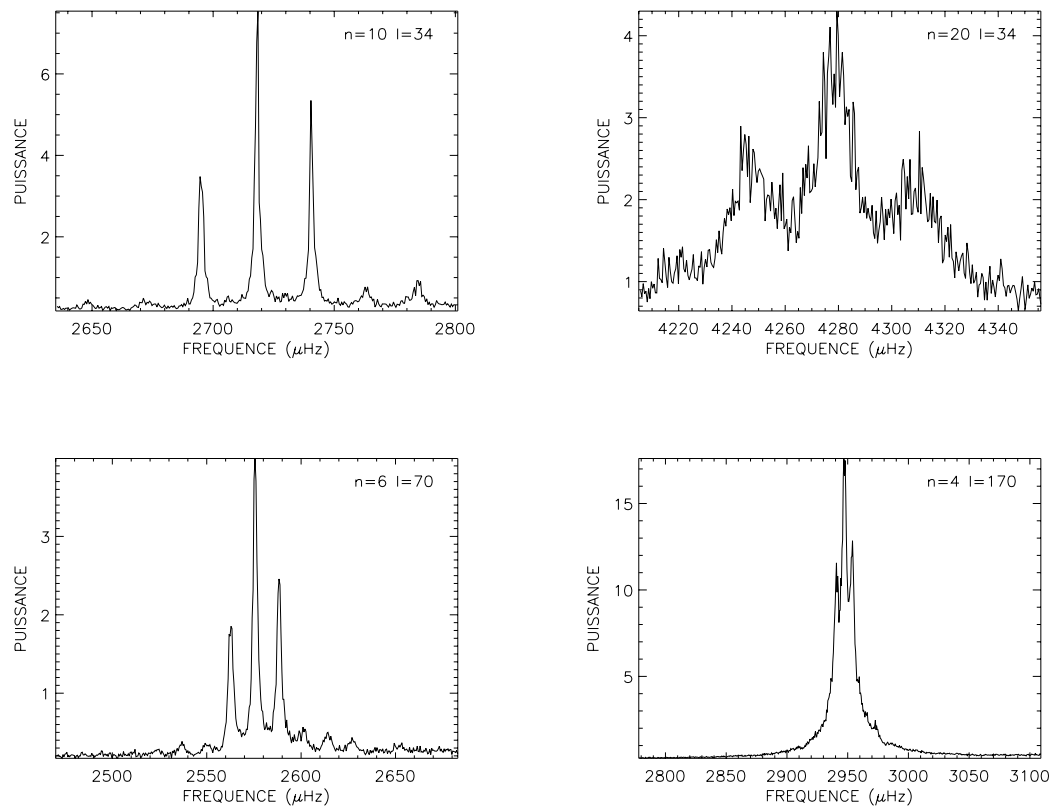


Figure 5.3 : Exemples de modes pour diverses valeurs de l et n (spectre moyenné en m , pôle Sud, 1988). Les multiplets présentent des composantes plus ou moins superposées : pour chaque graphe, tous les pics visibles appartiennent à un même multiplet, mais seul le pic central correspond à la puissance du mode indiqué (les autres pics sont des fuites provenant de modes de degrés l' différents de l).

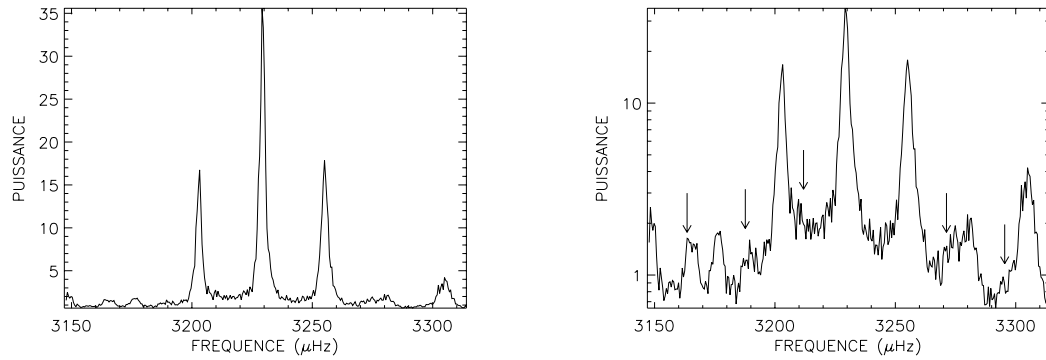


Figure 5.4 : Mode $n=13$, $\ell=35$ (pôle Sud, 1988), donnant des exemples de pics dûs à des fuites spatiales (en ℓ) d'un n adjacent (ceux montrés par des flèches sur le graphe de droite). A gauche : tracé linéaire ; à droite : tracé logarithmique.

pour les degrés $\ell > 40$ (figure 5.6).

5.2.3 Les avantages de cette nouvelle méthode bidimensionnelle

Les avantages d'une telle méthode sont les suivants :

- **Une meilleure contrainte sur les paramètres :** grâce à cet ajustement bidimensionnel, toute l'information est utilisée et moins de paramètres sont nécessaires pour ajuster une même région. Les paramètres obtenus doivent être plus précis, les erreurs devant être plus faibles que celles obtenues en utilisant un ajustement unidimensionnel.

- **L'estimation de la réponse en ℓ .** Les amplitudes des fuites provenant d'un mode donné sont liées par une "réponse" en ℓ (caractérisant la proportion de puissance dans chaque pic du multiplet). D'après des calculs théoriques, elle varie faiblement avec ℓ , de telle manière que nous pouvons la considérer constante sur un certain domaine en ℓ . Notons que dans le cas des spectres en intensité, elle ne varie théoriquement pas avec n , ce qui n'est pas le cas des spectres en vitesse. Elle fournit des informations sur le traitement des données ayant conduit au spectre de puissance :

- la partie antisymétrique de la réponse en ℓ est liée à la géométrie de l'image. Par exemple, un ajustement réalisé en 1995 à l'aide de ce programme sur les premières données de GONG a permis de mettre en évidence une erreur dans leur traitement sur le rayon du disque solaire employé de l'ordre de 0,25 pixels (soit 0,25% du rayon, ou encore 2,3").

- la partie symétrique indique si la restauration¹ des images est bonne (on recherche un spectre avec le maximum de puissance dans le pic central de chaque mode).

¹La restauration comprend toutes les procédures qui rééchantillonnent les images sur la même grille de pixels, dont l'objectif est de limiter au maximum les biais observationnels. Si la restauration est mal faite, les fuites de puissance sont importantes.

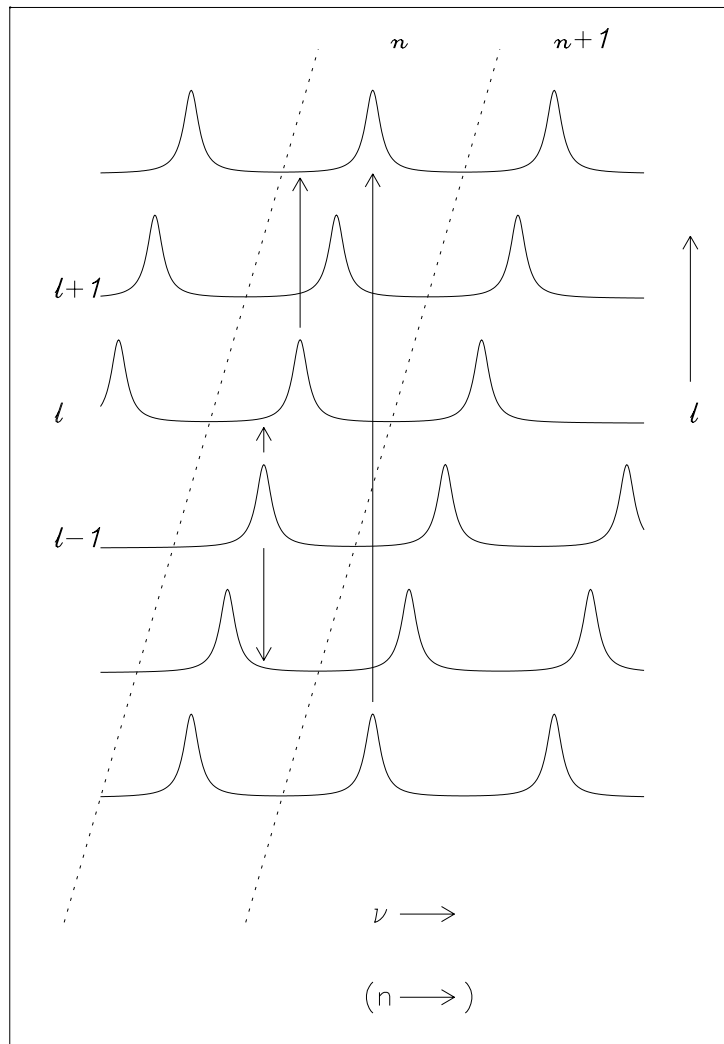


Figure 5.5 : Structure schématique du modèle avant convolution par la réponse spatio-temporelle. Elle correspond à un spectre parfait, celui qui serait observé s'il n'y avait aucune fuite de puissance. Les lignes pointillées représentent les limites en fréquence du modèle, à mi-chemin entre deux pics centraux. Les flèches donnent des exemples de fuites de puissance (sur ce graphe, chaque mode induit des fuites dans tous les autres modes) : une flèche signifie qu'une partie de la puissance du mode va se trouver dans le mode final, à la même fréquence. Notons qu'en réalité, les amplitudes pour chaque mode sont bien sûr différentes les unes des autres.

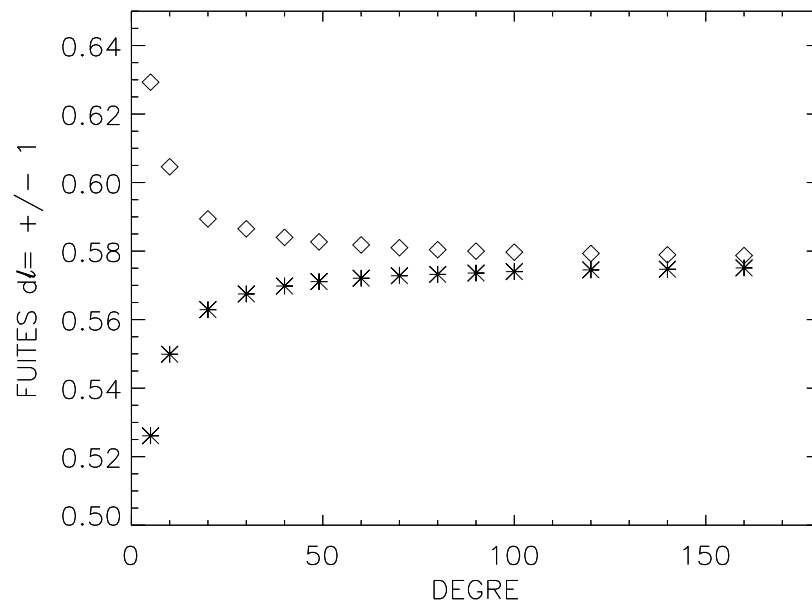


Figure 5.6 : Réponse théorique pour $d\ell = \pm 1$, en fonction de ℓ . Les * représentent les fuites vers des degrés plus élevés ($d\ell = +1$), et les ◇ les fuites vers des degrés plus faibles ($d\ell = -1$). Les amplitudes des fuites sont normalisées par l'amplitude du pic central ($d\ell = 0$).

Il sera utile de vérifier si la réponse obtenue est en accord avec la réponse théorique. Cette dernière n'est que très faiblement dissymétrique puisqu'elle ne tient pas compte d'erreurs inconnues !

• **Une estimation des paramètres des modes dans des domaines mal étudiés du spectre**, i.e. pour des grandes valeurs de n et faibles valeurs de ℓ , ou bien de faibles n mais des ℓ élevés. Dans ces domaines du spectre, les différentes composantes du multiplet se superposent, et un ajustement de plusieurs profils (par exemple de Lorentz) sur un seul pic large est très incertain (figure 5.3). Les deux avantages de la méthode sont les suivants :

(i) Il est possible d'ajuster en même temps plusieurs crêtes en n . Cet ajustement de plusieurs valeurs de n simultanément est particulièrement utile quand les multiplets d'ordres n adjacents se superposent (figure 5.4) et permet d'améliorer la mesure de la réponse en ℓ .

(ii) Si nous pouvons calculer une réponse en ℓ à l'aide de l'ajustement bidimensionnel dans un domaine du spectre où cela est aisé, et ensuite l'extrapoler à un ordre plus élevé, alors il sera possible pour la première fois de calculer des paramètres précis dans ces domaines, par exemple au-delà de 4 mHz.

• **Des biais réduits**. Un autre avantage de cette méthode est de mesurer les paramètres avec un biais plus faible, et ce dans tous les domaines de fréquences et de degrés. En effet, les fuites spatiales s'étendent très loin, jusqu'à ± 12 degrés. Cela signifie que les modes ne se recouvrent pas seulement à haute fréquence (comme sur la figure 5.4), mais sur l'ensemble du spectre (pour $\ell < 100$ environ), bien qu'ils soient alors plus difficiles à détecter. L'inconvénient de toutes ces fuites de puissance est le suivant : pour n'importe quel pic central d'un multiplet, il est probable qu'un petit pic provenant d'une fuite en ℓ d'un mode de n proche soit superposé mais avec une fréquence légèrement différente, ce qui peut produire un décalage systématique de la fréquence mesurée de ce mode. En permettant d'en tenir compte dans l'ajustement, il doit être possible d'éviter ce biais.

• **Vers une déconvolution du spectre ?** L'obtention d'une bonne réponse en ℓ pourrait ensuite permettre de déconvoluer les multiplets. Ceci n'a jamais été fait puisqu'il faut connaître précisément la réponse spatio-temporelle, et en particulier la réponse en ℓ . Cette déconvolution peut permettre d'obtenir l'allure du "vrai" profil des modes (ce qui est surtout utile à degré ℓ élevé), c'est-à-dire affranchie des perturbations causées par les multiplets : la comparaison avec les modèles théoriques pourra alors indiquer quel est celui décrivant le mieux les observations, surtout dans les domaines du spectre où la dissymétrie est importante.

5.3 Ajustement bidimensionnel du spectre de puissance solaire

Je décris maintenant les caractéristiques du programme d’ajustement bidimensionnel du spectre que j’ai réalisé. Je décris tout d’abord les grandes lignes de l’ajustement (domaine, paramètres de départ). Ensuite, je décris les modèles paramétriques (profil des modes, fond continu) et enfin la méthode d’ajustement.

5.3.1 Caractéristiques générales de l’ajustement

Le domaine de l’ajustement

Le domaine $([\ell_1, \ell_2], [v_1, v_2])$ où est réalisé l’ajustement est bidimensionnel et irrégulier : v_1 et v_2 sont les fréquences limites inférieures et supérieures du domaine, et dépendent de la valeur de ℓ . La figure 5.5 permet de visualiser ce modèle. Le modèle “parfait” est convolué par une réponse spatio-temporelle (figure 5.7) qui contient les fuites spatiales en ℓ et m , ainsi que la réponse temporelle (connue et fixée). Pour pouvoir prendre en compte ces fuites, le modèle avant convolution est calculé sur un domaine plus grand $([\ell_1 - N/2, \ell_2 + N/2], [v_1 - v_{wf}, v_2 + v_{wf}])$, où N est le nombre de fuites considérées (en comptant le pic central) et v_{wf} la moitié de la taille typique de la réponse temporelle.

Les paramètres libres

Les détails du modèle (profil, fond, réponse) seront présentés dans la section suivante. Les paramètres à ajuster sont :

- (i) les paramètres des modes (fréquence, largeur, amplitude, et éventuellement dissymétrie) ;
- (ii) le fond ;
- (iii) les fuites spatiales en ℓ (et éventuellement en m).

Point de départ de l’ajustement

Du fait de la complexité de l’ajustement (beaucoup de paramètres sont ajustés à la fois), le choix des paramètres de départ est important pour permettre la convergence. Les fréquences sont celles obtenues lors d’analyses précédentes. Les largeurs des modes sont calculées à l’aide d’une formule déduite de résultats précédents. Les amplitudes sont déduites du maximum du spectre mesuré pour le mode correspondant et de la largeur des modes. Lorsqu’une dissymétrie des profils est considérée, le point de départ est zéro. En ce qui concerne le fond, l’amplitude du spectre sur les frontières du domaine considéré est utilisée pour réaliser un ajustement préliminaire du fond seul sur ces points. Les fuites spatiales en ℓ de départ sont soit des valeurs théoriques, soit des valeurs résultants d’ajustements précédents.

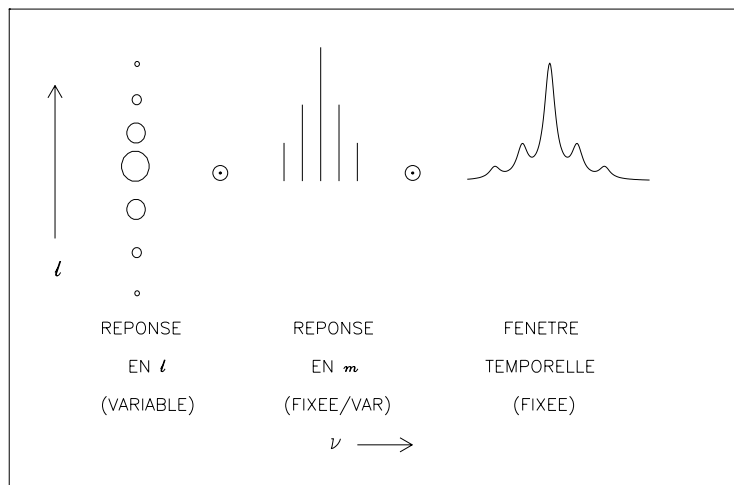


Figure 5.7 : Représentation schématique de la réponse spatio-temporelle. La direction horizontale représente les fréquences, et la direction verticale les degrés ℓ . Le signe \odot représente une convolution. La taille des ronds de la réponse en ℓ indique l'amplitude de la fuite. A noter qu'en réalité, la structure de la réponse en m est plus complexe et dépend de $d\ell$ (différence entre le degré du mode étudié et le degré du mode produisant la fuite considérée). Les réponses en ℓ et m sont liées à des fuites spatiales (i.e. à la surface du Soleil), tandis que la réponse temporelle est la transformée de Fourier de la fenêtre temporelle correspondant aux observations.

5.3.2 Les modèles : descriptions paramétriques utilisées

Le profil des modes

Le profil d'un mode dépend de la source des modes, ainsi que des conditions de propagation des ondes et du type d'amortissement. Le profil le plus couramment utilisé correspond à un oscillateur harmonique excité par une source stochastique et amorti. La largeur Γ du mode est proportionnelle à l'inverse de sa durée de vie. C'est un profil de Lorentz, auquel s'ajoute un fond B (voir plus loin pour ce fond) :

$$P(\nu, l) = \frac{1}{\pi} A^2 \frac{\Gamma}{\frac{\Gamma^2}{4} + (\nu - \nu_0)^2} + B$$

La puissance totale intégrée sur les fréquences est $2A^2$. Les paramètres d'un tel profil sont : la fréquence propre ν_0 , la largeur Γ et l'amplitude A des modes. Il n'est probablement pas valable pour les fréquences au-dessus de la fréquence de coupure à 5,3 mHz, ni même peut-être pour les modes de degrés très élevés.

Les observations montrent que le profil des modes est **dissymétrique** dans certains domaines du spectre de puissance (Duvall et al. 1993b). L'utilisation d'un profil dissymétrique permet :

- (i) d'estimer cette dissymétrie pour en retirer des informations physiques ;
- (ii) d'éviter des décalages systématiques des fréquences mesurées quand on ajuste un modèle symétrique sur un profil dissymétrique.

D'après Abrams & Kumar (1996), ce décalage est proportionnel à la dissymétrie et à la largeur du mode. Elle peut atteindre 0,5 μ Hz. Le choix du bon profil est essentiel pour établir la bonne "correction" (par rapport à la fréquence mesurée avec un profil de Lorentz). Le calcul théorique du profil est difficile, car les propriétés de la source et de l'amortissement des ondes par la convection sont mal connues. Différents profils ont été proposés dans la littérature pour modéliser la dissymétrie observée. Je présente ici le "profil d'Osaki" (Duvall et al. 1993b), le profil de Kumar (Abrams & Kumar 1996) et celui de Appourchaux et al. (1995).

(i) *Profils d'Osaki*. Duvall et al. (1993b) proposent un profil des modes pour une source située au dessus du point de rebroussement supérieur des ondes (i.e. le point proche de la surface solaire où les ondes se réfléchissent, voir figure 5.1). Deux types d'ondes peuvent alors parvenir jusqu'à l'observateur : celle qui a été émise vers le haut et n'est jamais réfléchié ; et celle qui est émise vers le bas et pénètre dans la cavité, où elle subit de multiples réflexions. Le spectre résulte de ces deux contributions. Leur analyse est faite dans le cadre d'un modèle de Fabry-Pérot des ondes sonores. Une dissymétrie du profil apparaît quand il y a un déphasage entre les deux contributions dû à un effet non adiabatique entre la source et le point de rebroussement supérieur.

Deux modèles sont proposés, l'un avec 4 paramètres pour chaque mode, et l'autre avec 5 paramètres. Un paramètre supplémentaire β (le même pour tous les modes) modélise le fond. Le premier modèle est :

$$P(\nu, l) = A^2 \left(\frac{\nu}{\nu_m} \right)^\beta \frac{1 + \cos(2\theta - 2\delta\theta)}{1 + R^2 - 2R \cos 2\theta}$$

où ν_m est la fréquence centrale du domaine étudié, $2\theta = 2\pi(\nu - \nu_0)/\Delta\nu$ est la différence de phase après un tour complet de la cavité, $\Delta\nu$ est la différence entre les fréquences des deux bords du domaine (à un l donné). Le terme à la puissance β caractérise le fond. Le paramètre R est le coefficient de réflexion à chaque frontière et est lié à l'amortissement. Il est reparamétrisé par $R' = \arcsin \sqrt{R}$ pour imposer des valeurs entre 0 et 1. La dissymétrie est caractérisée par le paramètre $\delta\theta$ (c'est un déphasage).

Le deuxième modèle fait intervenir un paramètre supplémentaire D . Ce paramètre représente l'amplitude réelle de l'onde qui se propage vers le bas (à partir de la source) après une réflexion vers l'observateur, relativement à l'amplitude de l'onde qui s'est propagée de la source directement vers le haut. Les autres notations sont similaires :

$$P(\ell, \nu) = A^2 \left(\frac{\nu}{\nu_m} \right)^\beta \frac{1 + D^2 - 2D \cos(2\theta - 2\delta\theta)}{1 + R^2 - 2R \cos 2\theta}.$$

Le paramètre D est reparamétrisé par $D' = \arcsin \sqrt{D}$.

J'ai utilisé ces deux profils en ajoutant un fond constant. Par ailleurs, ces modèles correspondent à une source des oscillations au-dessus de la cavité, et il est probable qu'un modèle légèrement différent doit être utilisé pour des fréquences supérieures à la fréquence de coupure.

(ii) *Profil de Abrams & Kumar (1996)*. Le profil proposé par Abrams & Kumar (1996) n'est pas déduit de l'analogie avec un interféromètre de Fabry-Pérot comme précédemment, mais provient de solutions de modèles de puits de potentiel. En effet, les ondes sont piégées dans une cavité. L'équation à résoudre comprend également un terme d'amortissement et surtout un terme source, celui-ci étant (spatialement) localisé. En effet, la dissymétrie des profils des modes est directement liée à une source relativement ponctuelle et non pas diffuse (de même que dans le modèle précédent). Nous avons testé le modèle suivant, qu'ils proposent pour une source dans la cavité, qui dépend de 5 paramètres :

$$P(\nu, l) = \frac{A^2 \sin^2[2\pi(r_s \nu - r_0 \nu_0)]}{4\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} + B.$$

r_s indique la profondeur de la source. r_0 n'est en fait pas un paramètre indépendant et est défini comme étant le nombre le plus proche de r_s satisfaisant $\sin 2\pi r_0 \nu_0 = 0$, c'est-à-dire que r_0 est égal à :

$$\begin{cases} E(2r_s \nu_0) \frac{1}{2\nu_0} & \text{si } (2r_s \nu_0 - E(2r_s \nu_0)) < 0.5 \\ (1 + E(2r_s \nu_0)) \frac{1}{2\nu_0} & \text{si } (2r_s \nu_0 - E(2r_s \nu_0)) > 0.5 \end{cases}$$

où $E(X)$ représente la partie entière de X . r_0 peut être un nœud de la fonction propre, mais ce n'est pas obligatoire.

L'amplitude de la dissymétrie δ du profil est liée à la profondeur de la source des oscillations. Elle est donnée par $\delta = 2\pi v_0(r_s - r_0)$. Plus δ est petit, plus la dissymétrie est importante. Abrams & Kumar (1996) trouvent qu'elle dépend également de la fréquence du mode, mais peu du degré ℓ et pratiquement pas de l'amortissement ni de la profondeur à laquelle celui-ci se produit.

(iii) *Profil de Appourchaux et al. (1995)*. Ce modèle est un profil lorentzien auquel s'ajoute une perturbation (impaire) :

$$P(v, l) = \frac{1}{\pi} A^2 \left(\frac{\Gamma}{\frac{\Gamma^2}{4} + (v - v_0)^2} + \alpha \frac{2(v - v_0)^3}{(\frac{\Gamma^2}{4} + (v - v_0)^2)^2} \right) + B.$$

Le fond B est le même que pour le profil lorentzien. La dissymétrie est caractérisée par le paramètre α .

La figure 5.8 montre des exemples de ces différents profils dissymétriques. L'ajustement des paramètres supplémentaires décrivant la dissymétrie ($\delta\theta$, D ou δ) à l'aide des profils fournis par Duvall et al. (1993b) et Abrams & Kumar (1996) est très délicat. La principale difficulté provient du fait que les paramètres ne sont pas complètement indépendants. La concurrence entre paramètres, par exemple entre D et $\delta\theta$ dans le cas du deuxième profil, empêche la convergence. Ces problèmes sont apparus non seulement sur les spectres réels, mais également sur des spectres synthétiques avec ou sans bruit. Ceci rend donc problématique l'utilisation de ces profils réalistes. C'est pourquoi, dans ce qui suit, j'ai utilisé le profil de Appourchaux et al. (1995) pour estimer la dissymétrie des profils.

Le fond

Le fond qui se superpose aux modes a pour origine divers phénomènes solaires (granulation, oscillations de la chromosphère et de la photosphère, oscillations aperiodiques dues aux régions actives et au réseau). Il provient également d'effets atmosphériques et instrumentaux. Nous avons considéré ici un fond de forme polynômiale, quadratique en ℓ et de degré 3 en fréquence :

$$B = (b_1 + b_2\ell)(v - v_m)^3 + (p_1 + p_2\ell)(v - v_m)^2 + (m_1 + m_2\ell)(v - v_m) + (c_1 + c_2\ell)^2,$$

où les paramètres b_1 et b_2 sont fixés à zéro quand le spectre ajusté correspond à une seule valeur de n . Il reste donc en général 6 paramètres pour l'ensemble du domaine considéré (p_1 , p_2 , m_1 , m_2 , c_1 et c_2). La forme polynômiale a été choisie par simplicité, car il n'y a pas de modèles physiques simples (i.e. avec peu de paramètres) du fond. Nous avons choisi les degrés du polynôme de manière empirique d'après les spectres. Remarquons que l'utilisation de l'un des profils de Duvall et al. (1993b) implique un fond multiplicatif (et donc différent de celui-ci). La forme et l'estimation du fond est un point délicat de l'ajustement, quelle que soit la méthode utilisée.

Harvey et al. (1993) ont effectué une estimation des différentes composantes du fond, afin de le modéliser de manière plus réaliste. Ces estimations reposent sur l'ajustement

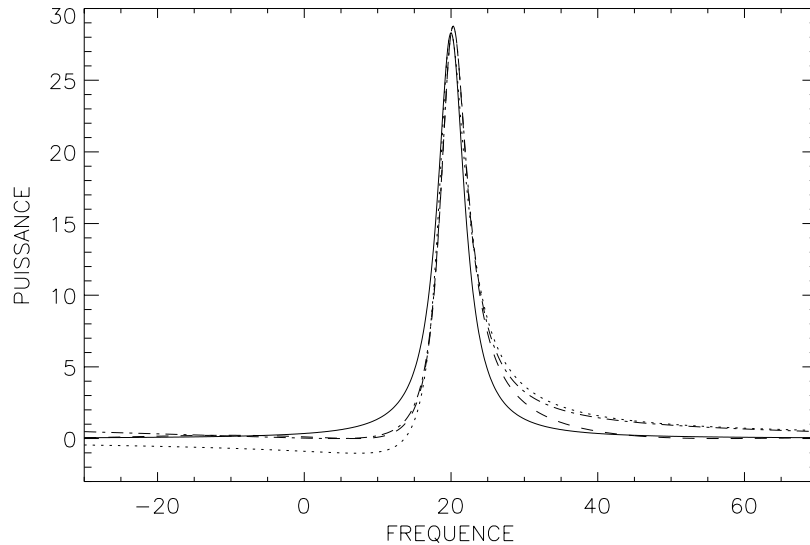


Figure 5.8 : Comparaison de différents profils (unités arbitraires). En trait plein : profil de Lorentz. En trait pointillé : profil dissymétrique d'Appourchaux et al., 1995. En tirets : profil d'Abrams & Kumar, 1996. En trait mixte : profil de Duvall et al. 1993, sans D .

d'une enveloppe de la base de tous les pics du spectre de puissance. Ceci est utile pour étudier les différentes composantes du fond. Par contre, si des fuites spatiales sont présentes un peu partout (avec une amplitude de l'ordre du bruit, donc difficiles à détecter mais ayant une influence non négligeable), ceci conduit à surestimer la valeur du fond. Par ailleurs, leur modèle contient beaucoup de paramètres (plus de 20).

L'estimation du fond est une étape extrêmement importante, car une surestimation du fond conduit à une mauvaise estimation systématique des fuites spatiales (les rapports des pics résultant de fuites au pic central sont sous-estimés). C'est une question difficile car elle est liée aux fuites qui contaminent l'ensemble du spectre, d'où l'importance d'un ajustement global comme celui réalisé ici. Ces problèmes se posent en effet quelle que soit la technique d'ajustement employée. Je reviens sur ce point dans la présentation des résultats concernant la réponse spatiale en ℓ .

Les fuites spatiales

Les fuites de puissance en ℓ sont décrites à l'aide de N paramètres (N étant le nombre impair de pics dans le multiplet). Ce nombre est variable et dépend du rapport signal sur bruit du domaine dans le spectre considéré. Je contrais ces paramètres à être positifs (en utilisant leur carré), et leur somme est normalisée à l'unité. Ceci permet d'obtenir les amplitudes des modes en conservant la puissance intégrée. Par ailleurs, les résultats doivent être rapportés à la valeur pour le pic central du multiplet, car les valeurs absolues dépendent fortement du nombre de pics considérés.

Les fuites en m sont également modélisées. Je repère ici chaque pic d'un multiplet (n, ℓ) par la notation dl (qui prend les valeurs entières de $-N/2$ à $N/2$). A cause des fuites en m , il faut convoluer chaque pic du multiplet par une fonction qui présente plusieurs pics, dont le nombre de pics significatifs et l'amplitude dépendent de la valeur de dl . Il est possible dans ce programme d'ajuster ces paramètres, mais les données du pôle Sud sont trop bruitées et leur résolution en fréquence trop faible pour pouvoir l'effectuer. Ceci devrait être cependant possible sur les données de GONG ou de MDI, car elles présentent une résolution en fréquence 10 fois meilleure que celle obtenue au pôle Sud.

5.3.3 La minimisation

Que faut-il minimiser ?

Le nombre total de paramètres à trouver pour ajuster le modèle dans le domaine $([\ell_1, \ell_2], [v_1, v_2])$ est $M = N_m(\ell_2 - \ell_1 + N)(n_2 - n_1 + 1) + N + 6$, où N_m est le nombre de paramètres par mode (3 pour le profil de Lorentz, 4 ou 5 pour le profil dissymétrique). Deux paramètres supplémentaires sont nécessaires lorsque $n_1 \neq n_2$. Ceci représente un gain important par rapport aux méthodes unidimensionnelles. Par exemple, pour ajuster le domaine $\ell_1=30, \ell_2=38, n = 10$ avec $N=7$, nous avons 60 paramètres au lieu de 153 pour l'ajustement unidimensionnel (pour un profil de Lorentz). En outre, nous avons considéré que seuls les paramètres des modes situés dans le domaine $[\ell_1 + N/2, \ell_2 - N/2]$ étaient suffisamment contraints par les données : ceci nous impose plus de paramètres pour ajuster un domaine, mais avec un tel critère, un ajustement unidimensionnel ne serait jamais bon !

La distribution des valeurs autour de la valeur du spectre limite n'est pas gaussienne. Pour un spectre individuel, elle suit une loi du χ^2_2 (2 degrés de liberté). Si k spectres (incohérents) sont superposés, alors la distribution est celle d'un χ^2_{2k} ($2k$ degrés de liberté). Cette distribution tend effectivement vers une loi normale quand le nombre de spectres tend vers l'infini. Pour un degré ℓ , $k = 2\ell + 1$ spectres sont moyennés. En conséquence, pour les modes de faibles degrés, une minimisation du χ^2 n'est pas recommandée, et il vaut mieux utiliser la méthode du maximum de vraisemblance. On cherche alors à minimiser l'opposé du logarithme de la densité de probabilité correspondant aux observations, soit :

$$S = \sum_{i=1}^{ndata} N_{spec}(\ell) \left(\ln m_i(\mathbf{a}) + \frac{y_i}{m_i(\mathbf{a})} \right),$$

où $N_{spec}(\ell)$ est le nombre de spectres moyennés pour le point i (qui est de degré ℓ). Le spectre est normalisé : la plus petite valeur dans le spectre est alors 1. Ceci sert à éviter des valeurs négatives lors de l'ajustement à l'aide du maximum de vraisemblance. Le modèle obtenu par cette minimisation donne un spectre d'intensité plus faible au voisinage des fréquences propres que celle obtenue par une minimisation du χ^2 et plus élevée entre les pics.

La procédure de minimisation

La première étape de la minimisation est de réaliser quelques itérations d'une routine de minimisation de S à l'aide d'une estimation numérique de son gradient (*gradls*, Press et al. 1986). Cette méthode est efficace quand on est loin du minimum (elle s'en rapproche alors rapidement), puis la convergence ralentit considérablement.

Pour pallier cet inconvénient, j'utilise ensuite la méthode de minimisation non linéaire de Levenberg-Marquardt (la mise en oeuvre est celle de la routine *mrqmin* de Press et al. 1986, p523-528), adaptée au maximum de vraisemblance.

Cette méthode nécessite le calcul des dérivées du modèle par rapport aux différents paramètres $(\partial m_i(\mathbf{a})/\partial a_k)$. Elles sont calculées de manière analytique. Pour les paramètres des modes et du fond, la dérivée analytique du modèle avant convolution est calculée, puis est convoluée par la réponse. Pour la réponse en ℓ , la dérivée analytique de la réponse est convoluée avec le modèle.

La fin de l'ajustement est définie par :

$$|S_n - S_{n-1}| < \varepsilon(|S_n| + |S_{n-1}|)/2,$$

où S_n et S_{n-1} sont les deux valeurs successives de S , et ε a été choisi égal à 0,001. Une valeur légèrement plus grande pourrait également être utilisée : il n'est cependant pas nécessaire de prendre une valeur trop petite, qui ne serait sensible qu'au bruit.

Contraintes imposées sur les paramètres

Les paramètres des modes en dehors du domaine $[\ell_1, \ell_2]$ sont très mal contraints par les données, car ils ne le sont que par leurs fuites de puissance, certaines étant très faibles. Pour éviter leur divergence (qui peut parfois faire échouer l'ajustement), ils sont régulièrement réinitialisés à l'aide d'un ajustement par un polynôme sur les paramètres du domaine $[\ell_1, \ell_2]$.

Les paramètres peuvent être fixés à leur valeur initiale pour toute la durée ou partie de l'ajustement, si besoin est. Ainsi, les paramètres décrivant le fond sont d'abord fixés, puis l'ajustement est à nouveau effectué pour ces paramètres. Cependant, il n'est pas raisonnable de fixer certains paramètres comme la dissymétrie du profil pour l'ajuster ensuite : en effet, le modèle se trouve alors dans un puits de potentiel dont il lui est impossible de sortir (l'influence de la dissymétrie est trop faible), et finalement les paramètres du modèle restent figés à leurs valeurs initiales.

5.4 Résultats

Je présente tout d'abord les résultats d'ajustements réalisés sur des données synthétiques. Ensuite, j'utilise les spectres obtenus à partir d'observations effectuées au pôle Sud en 1988 (activité magnétique élevée) et 1994 (activité faible). Je décris la comparaison des

méthodes unidimensionnelles et bidimensionnelle sur ces spectres réels, puis les variations des paramètres obtenus entre 1988 et 1994.

5.4.1 Ajustement de spectres synthétiques

Des tests ont été réalisés sur des spectres synthétiques, d'une part pour le calcul des erreurs, et d'autre part pour effectuer une première comparaison avec un ajustement unidimensionnel.

Réalisation d'un spectre synthétique

Pour simuler un spectre bruité à un degré ℓ , on réalise $2\ell + 1$ spectres bruités. A cette fin, si le spectre non bruité prend la valeur m_i dans le canal i , on crée alors un spectre avec bruit y_i :

$$y_i = -m_i \log p_i,$$

où p_i est un nombre aléatoire entre 0 et 1 (Anderson et al. 1990). Ces $2\ell + 1$ spectres bruités sont ensuite ajoutés les uns aux autres et le spectre résultant suit une loi de $\chi^2_{4\ell+2}$. Notons qu'en réalité, cette méthode n'est pas tout à fait exacte, à cause de la présence des fuites de puissance provenant des degrés voisins (le nombre de spectres est différent pour chaque degré du domaine dans lequel on fait l'ajustement).

Calcul des erreurs

Les erreurs sur les paramètres peuvent être calculées à l'aide la matrice hessienne (ou covariante) α :

$$\alpha_{kl} \equiv \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_k \partial a_l}.$$

Des simulations par la méthode de Monte-Carlo ont également permis de tester cette méthode de calcul des incertitudes. Cette méthode utilisant la matrice hessienne suppose en effet que la fonction de χ^2 soit localement parabolique au voisinage de la vraie valeur des paramètres. Les résultats montrent que les erreurs ainsi calculées diffèrent approximativement d'un facteur deux (dans un sens ou dans l'autre selon le paramètre) de celles obtenues à partir des simulations Monte-Carlo. De telles simulations sont donc essentielles pour estimer les erreurs sur nos paramètres. L'inconvénient majeur de cette méthode est le temps de calcul nécessaire pour réaliser un nombre suffisant de réalisations dans la simulation, notre méthode d'ajustement étant assez consommatrice de ce point de vue.

Comparaison avec un ajustement unidimensionnel

L'utilisation de ces spectres synthétiques a également permis de réaliser une première comparaison entre cet ajustement bidimensionnel élaboré ici et l'ajustement unidimensionnel. Les spectres synthétiques ont été fournis à l'équipe travaillant sur l'ajustement des spectres de puissance obtenus par GONG et ajustés par E. Anderson en utilisant leur méthode (notons qu'il ne s'agit que d'une méthode unidimensionnelle parmi d'autres).

Les tests ont été réalisés sans modélisation des fuites en m (leur programme ne permettant pas d'en tenir compte dans le profil), sans réponse temporelle (car ils utilisent une méthode différente, qui consiste à déconvoluer le spectre de la réponse temporelle), et avec un profil de Lorentz. L'objectif était en effet de tester les différences de performance entre la méthode bidimensionnelle et une méthode unidimensionnelle uniquement. Plusieurs domaines du spectre ont ainsi été étudiés :

- (1) région "normale" ($n=10$, $\ell \sim 33$) ;
- (2) grandes fréquences ($n=25$, $\ell \sim 33$) ;
- (3) degrés élevés ($n=4$, $\ell \sim 170$).

Dans ces trois domaines, on observe une erreur sur les paramètres (calculée par simulation Monte Carlo) au moins deux fois plus faible lorsque l'on utilise notre ajustement bidimensionnel. Ce facteur 2 était attendu, car la moitié de la puissance totale seulement est contenue dans le pic central du multiplet.

Les simulations montrent que dans le domaine "normal", les paramètres obtenus avec les deux méthodes (unidimensionnelle et bidimensionnelle) sont similaires, avec une erreur deux fois plus petite lors de l'ajustement bidimensionnel.

Dans les cas (2) et (3), l'ajustement unidimensionnel est en fait effectué à l'aide d'un seul profil de Lorentz pour l'ensemble du multiplet, et ne permet pas l'accès aux largeurs des modes. En outre, la détermination de la fréquence par la méthode unidimensionnelle est fortement biaisée à cause de la dissymétrie de la réponse en ℓ . Dans ces domaines du spectre, le biais et les erreurs sont fortement réduits grâce à l'ajustement bidimensionnel, qui permet également *d'estimer la largeur des modes* (ce qui n'était pas possible auparavant).

5.4.2 Comparaison des méthodes unidimensionnelle et bidimensionnelle sur des spectres réels

J'effectue maintenant une comparaison des paramètres des modes obtenus à partir de notre ajustement bidimensionnel et d'un ajustement unidimensionnel sur des **données réelles** (et non plus sur des spectres artificiels comme précédemment). Pour cela, j'utilise la différence de paramètres entre deux années (1988 et 1994), afin de faciliter le calcul des dispersions sur des données réelles. La fonction sous-jacente aux paramètres est en effet difficile à estimer et influe fortement sur les dispersions calculées.

Les données de 1988 ont été "restaurées" (voir note infrapaginale page 147), ce qui n'est pas le cas de celles de 1994. On s'attend donc à des fuites de puissance moindres pour 1988, avec une réponse en ℓ assez proche de la réponse théorique. Par contre, la réponse en ℓ devrait être plus mauvaise pour 1994, ce qui est effectivement observé ici.

Résultats

La comparaison effectuée à grand degré ($\ell = 170$) montre la même amélioration que celle trouvée sur les spectres synthétiques. L'erreur sur la fréquence et la largeur

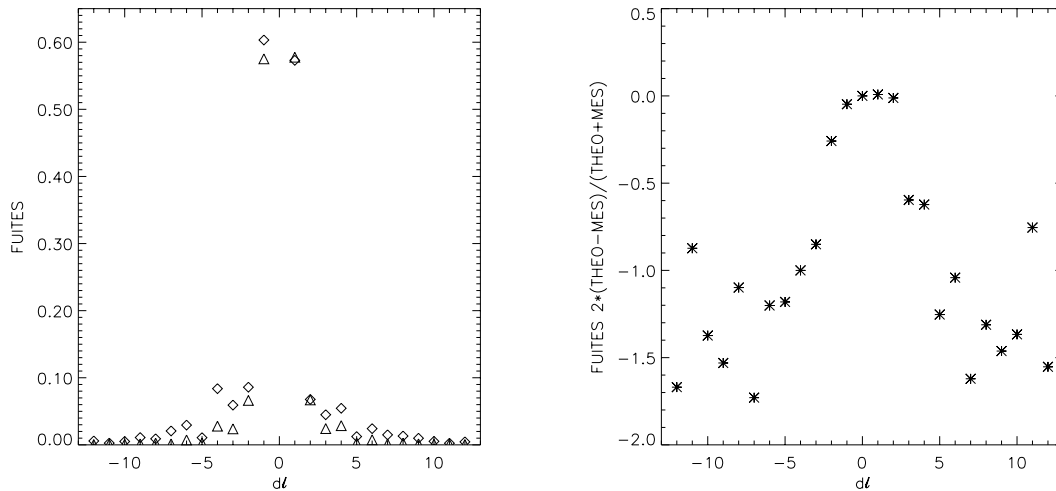


Figure 5.9 : Réponse spatiale en ℓ pour les modes $n=4$, $\ell=151-189$ (pôle Sud, 1988). A gauche : réponse théorique (symboles \triangle) et mesurée (symboles \diamond). A droite : différence entre les deux (valeurs relatives). $dl < 0$ correspond à des fuites vers des degrés plus faibles.

des modes est en effet plus faible d'un facteur 2 avec la méthode bidimensionnelle. Par ailleurs, les ajustements réalisés à $\ell = 170$ avec la réponse théorique sont mauvais, alors que la réponse ajustée grâce à cette méthode fournit des ajustements de bien meilleure qualité. La figure 5.9 montre la différence entre la réponse théorique et celle mesurée. Le résultat de l'ajustement pour l'année 1988 est présenté sur la figure 5.12. Ceci montre donc la supériorité de la méthode bidimensionnelle élaborée lors de ce travail, et justifie la mesure de la réponse spatiale.

Par contre, lorsque la comparaison est effectuée dans le domaine $n = 10$, $\ell = 30 - 68$, la dispersion obtenue ne présente pas le gain attendu (i.e. celui qui avait été obtenu sur des spectres synthétiques). Une interprétation possible est la suivante. Les fuites en ℓ s'étendent probablement très loin du pic central, et la présence de ces nombreux pics parasites provoque des biais sur les fréquences, dans un sens ou dans l'autre, et ceci dans les 2 méthodes d'ajustement (unidimensionnelle et bidimensionnelle). Ce phénomène ne se produisait pas à haut degré ($\ell = 170$) car dans ce domaine, les multiplets sont suffisamment séparés pour ne pas se contaminer les uns les autres (voir figure 5.3).

Des fuites omniprésentes

Je présente ici un certain nombre de résultats, qui confortent l'hypothèse précédente de fuites spatiales très étendues.

J'effectue tout d'abord une comparaison entre la réponse en ℓ théorique et celle mesurée dans différents domaines du spectre de 1988. La figure 5.10 montre la variation des fuites

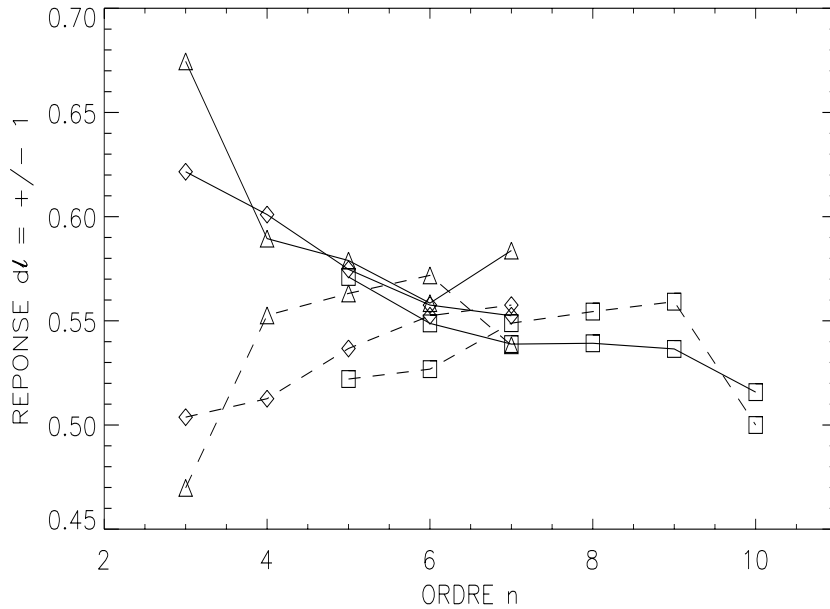


Figure 5.10 : Exemple de fuites mesurées, pour $d\ell=+1$ en trait plein (fuites vers des degrés plus élevés) et pour $d\ell=-1$ en trait pointillé (fuites vers des degrés plus petits). Les symboles \diamond correspondent au domaine $\ell = 100 - 120$, les symboles \triangle au domaine $\ell = 120 - 140$ et les symboles \square au domaine $\ell = 70 - 90$. Les ajustements ont été effectués avec une dissymétrie du profil. Les variations observées sont significatives (les barres d'erreurs sont de l'ordre de 0,01).

$d\ell \pm 1$ en fonction de n , pour un domaine de ℓ donné ($\ell = 70 - 90$). Les fuites ayant une origine spatiale (elles varient avec ℓ et m), on s'attend à une réponse constante avec n (dans le cas des données d'intensité). Notons que dans le cas des spectres en vitesse (telles que celles de GONG), la réponse en ℓ doit varier avec n à cause des effets de projection de la vitesse sur la ligne de visée. Or ce graphe montre que l'on mesure une variation de la réponse avec n . Ce phénomène est également observé dans d'autres domaines (ℓ plus faible). Les fuites ont tendance à être plus dissymétriques à petit n , et les courbes de la figure 5.10 se croisent (la dissymétrie s'annule et se renverse) pour n plus grand. La question soulevée est alors la suivante : cette variation est-elle réelle ? Ceci indiquerait qu'un processus a été oublié dans le calcul de la réponse théorique (qui résulte de la façon dont les images sont traitées). Un biais dans la mesure pourrait également être responsable de ces variations.

Par ailleurs, à cause de la présence de toutes ces fuites, il est également difficile de mesurer le fond avec précision. Or toute surestimation du fond conduit à sous-estimer les fuites. La figure 5.11 montre les modes pour lesquels la détermination du fond ne peut se faire qu'avec 20% des points du domaine ou moins : le calcul est effectué en considérant

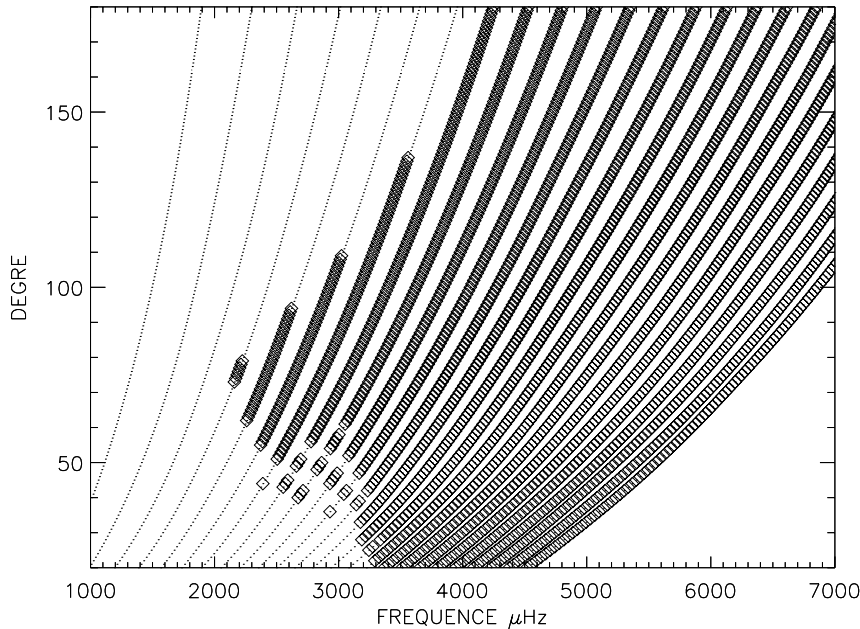


Figure 5.11 : Les modes indiqués par le symbole \diamond sont ceux pour lesquels le fond est déterminé par moins de 20% des points du domaine de fréquence. L'influence des pics est supposée significative sur $\pm 3\Gamma$ (Γ est la largeur des modes). Une proportion plus faible ou une valeur de Γ un peu différente donnent sensiblement le même graphe, à 1 ou 2 n près. Les pointillés indiquent la position de l'ensemble des modes, jusqu'à $n = 25$ (la crête la plus à gauche correspond à $n = 1$).

qu'un pic empêche la mesure du fond sur $\pm 3\Gamma$ (Γ est la largeur du mode). Il apparaît que dans la majeure partie du spectre de puissance, l'estimation du fond est délicate. Par ailleurs, pour les faibles degrés, il n'est généralement pas possible d'observer les modes de petit n à cause du mauvais rapport signal sur bruit, et ces degrés sont donc particulièrement difficiles à analyser. Pour les modes à degrés élevés (au-dessus de 120 typiquement) et à faible n , la mesure du fond ne devrait pas présenter de problème. Ce phénomène pourrait peut-être expliquer la variation de la réponse avec n .

L'omniprésence des fuites spatiales peut d'une part conduire à une mauvaise estimation du fond (qui agit en retour sur une mauvaise estimation des fuites en ℓ), et d'autre part à un biais sur les fréquences, quelle que soit la méthode utilisée, si trop peu de fuites sont prises en compte. Notre méthode d'ajustement bidimensionnel présente l'avantage majeur de pouvoir tenir compte de ces fuites, ce qui n'est pas le cas des méthodes unidimensionnelles. Il est cependant très délicat de mesurer ces fuites très faibles, car elles sont proches du niveau du bruit.

5.4.3 Variations des paramètres des modes entre 1988 et 1994

Les résultats obtenus précédemment sont encourageants, en particulier les tests sur des spectres synthétiques et les ajustements réalisés à grand degré l . Je me suis intéressée dans la section précédente aux dispersions sur les mesures. J'étudie maintenant les paramètres des modes obtenus par l'ajustement bidimensionnel. La figure 5.12 montre quelques exemples d'ajustement obtenus à l'aide la méthode bidimensionnelle. Je présente les variations de fréquences et de largeurs de modes mesurées à l'aide l'ajustement bidimensionnel élaboré au cours de ce travail, entre les spectres des années 1988 (novembre) et 1994 (décembre). Le Soleil était en effet très actif en 1988 et très peu actif en 1994 (Solar Geophysical Data fournit un nombre de taches moyen de 125.1 pour 1988 et 26,7 pour 1994).

La figure 5.13 montre l'échantillonnage en fréquences et en degrés utilisé dans cette section. Je présente brièvement les variations de fréquences, puis j'insiste davantage sur les largeurs des modes et la dissymétrie des profils, car ils ont été très peu étudiés jusqu'à maintenant.

Variations des fréquences

La figure 5.14 présente les variations de fréquence mesurées entre 1988 et 1994. Dans ce domaine de fréquences, une telle variation (augmentation à peu près linéaire avec la fréquence) avait déjà été observée (voir par exemple Woodard & Libbrecht 1991; Libbrecht & Woodard 1991). Cette tendance peut être interprétée comme suit (Libbrecht & Woodard 1991). Les perturbations seraient principalement dues à la présence d'activité magnétique dans les couches proches de la surface ; or les modes de petites fréquences sont localisés plus profondément, car leur point de rebroussement inférieur est plus profond. Il en est de même pour les modes de faibles degrés. On s'attend donc à une différence de fréquence plus faible dans leur cas. Le comportement à plus haute fréquence (près de la fréquence de coupure) fait probablement intervenir une cavité au niveau de la chromosphère.

Variations des largeurs des modes

La figure 5.15 montre la variation de la largeur des modes Γ entre 1988 et 1994, ainsi que la différence des largeurs. On observe une largeur des modes supérieure (soit une durée de vie des modes inférieure) au moment du minimum d'activité.

Jusqu'à maintenant, deux résultats contradictoires ont été obtenus à ce sujet. Libbrecht & Woodard (1991) trouvent une largeur des modes constante avec l'activité. Par contre, Jefferies et al. (1991) mesurent une largeur des modes supérieure lors du maximum. Une interprétation de ce dernier résultat était la suivante. En période de maximum, les régions actives absorbent une partie de l'énergie des ondes quand celles-ci les rencontrent, ce qui entraîne une diminution de la durée de vie des modes (d'où une largeur des modes supérieure lors du maximum d'activité).

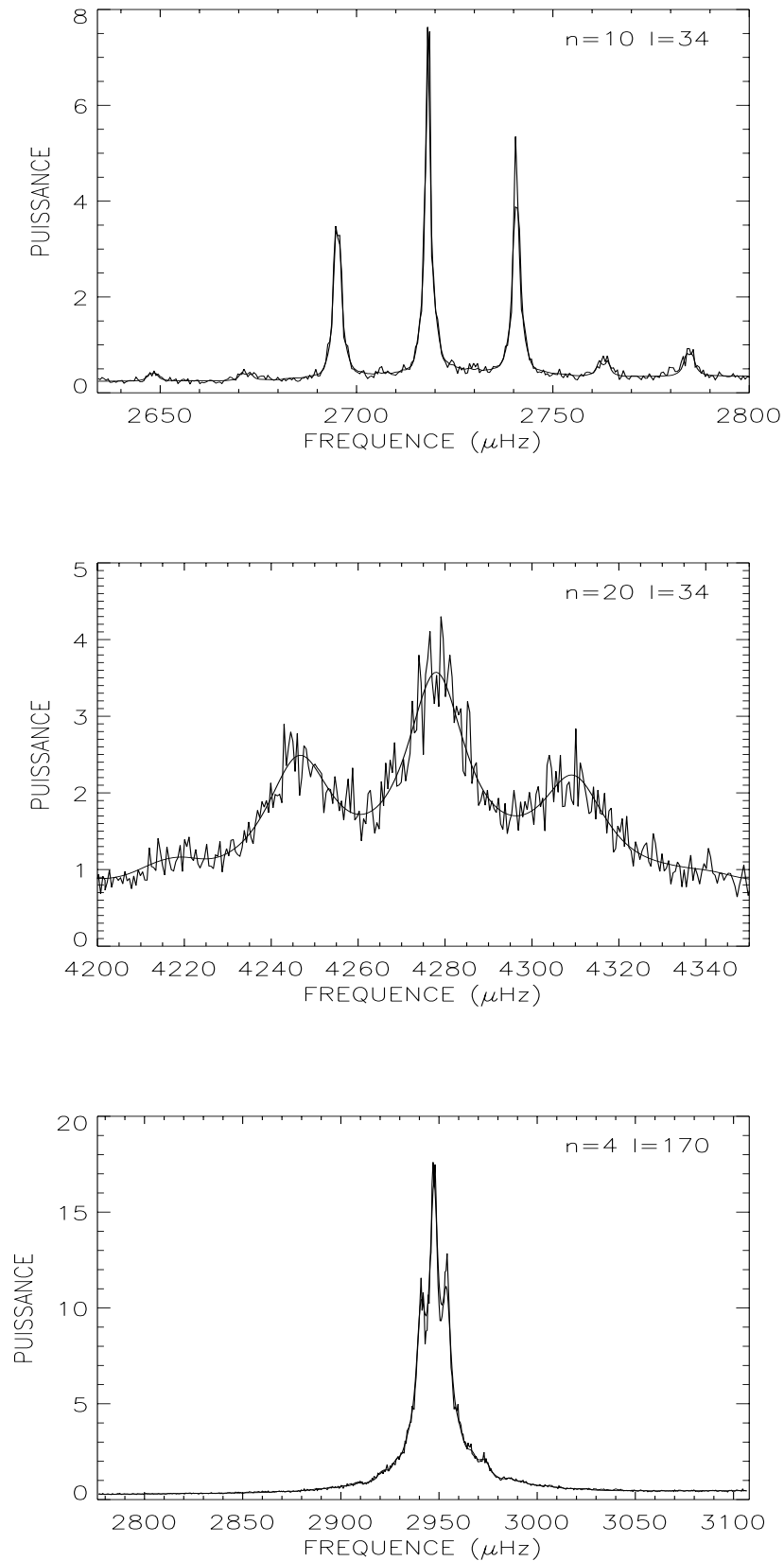


Figure 5.12 : Exemples d'ajustements pour diverses valeurs de l et n (spectre moyenné en m , pôle Sud, 1988).

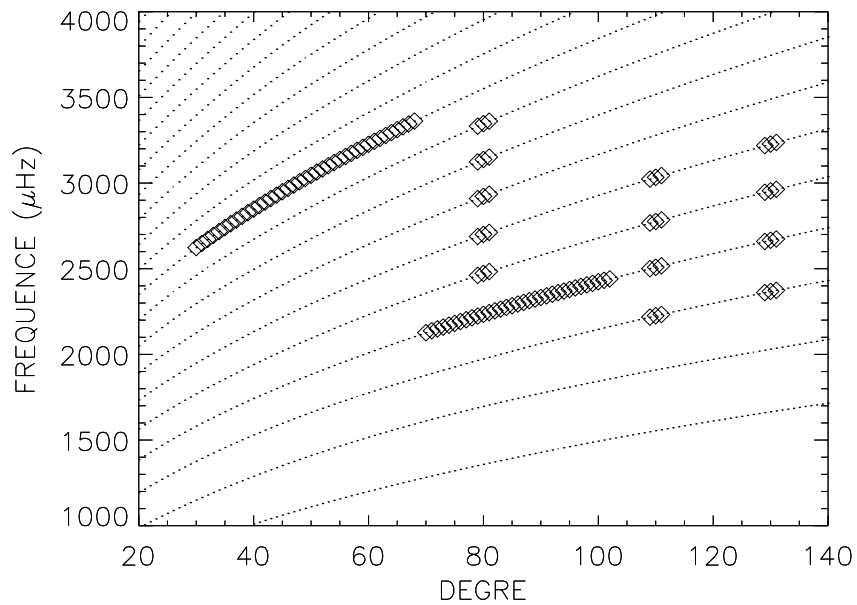


Figure 5.13 : Position des modes dans un diagramme $v-l$. Les modes indiqués avec le symbole \diamond indiquent les modes ajustés pour la présentation des résultats de cette section. Les autres (petits points) représentent l'ensemble des modes.

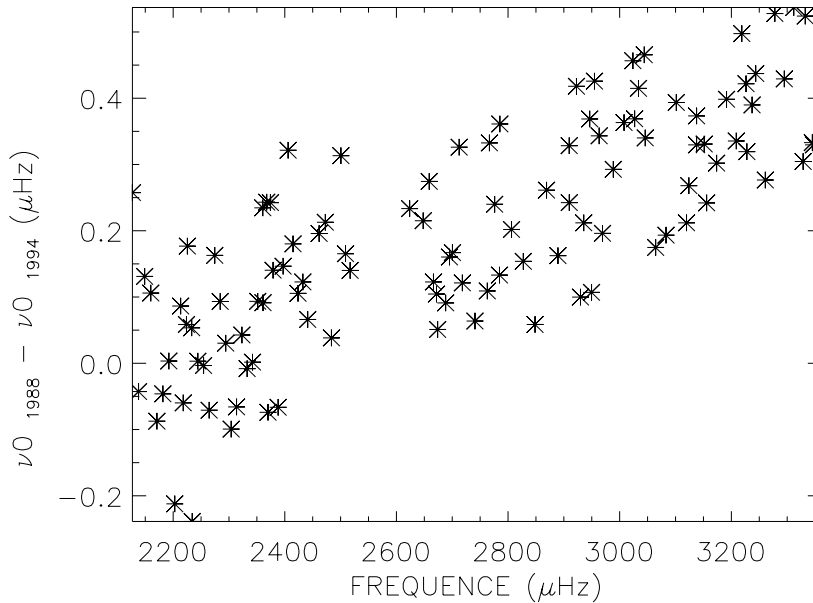


Figure 5.14 : Différence entre les fréquences mesurées en 1988 et 1994, pour l'échantillonnage de la figure 5.13, avec un profil dissymétrique.

Or, non seulement nous trouvons une variation de la largeur des modes (ce qui est en contradiction avec les résultats de Libbrecht & Woodard 1991), mais cette variation est en sens contraire de celle observée par Jefferies et al. (1991). L'analyse du spectre obtenu en 1987, lors d'une période de minimum, confirme ces résultats : les largeurs sont alors également plus importantes qu'en 1988.

L'explication précédente ne tient donc plus. Deux idées peuvent peut-être permettre d'expliquer la variation observée, bien qu'il ne s'agisse encore pour l'instant que de spéculations :

(i) Au maximum du cycle, les cellules de convection sont plus petites, car l'activité magnétique inhibe la convection. Dans ce cas, la convection devrait être plus efficace au minimum du cycle, et l'amortissement des modes pourrait être plus important.

(ii) Une autre piste est la suivante (Jefferies, communication privée). Au cours du cycle, la fréquence des modes varie. Ceci peut être le signe d'une variation de la taille de la cavité dans laquelle les modes sont piégés. Si elle est plus grande au minimum du cycle, il se peut qu'elle englobe une plus grande partie de la zone dans laquelle l'amortissement se produit.

La dissymétrie des profils

Les ajustements ont été réalisés à l'aide du profil dissymétrique proposé par Apourchoux et al. (1995). La figure 5.16 montre les valeurs de la dissymétrie α (voir

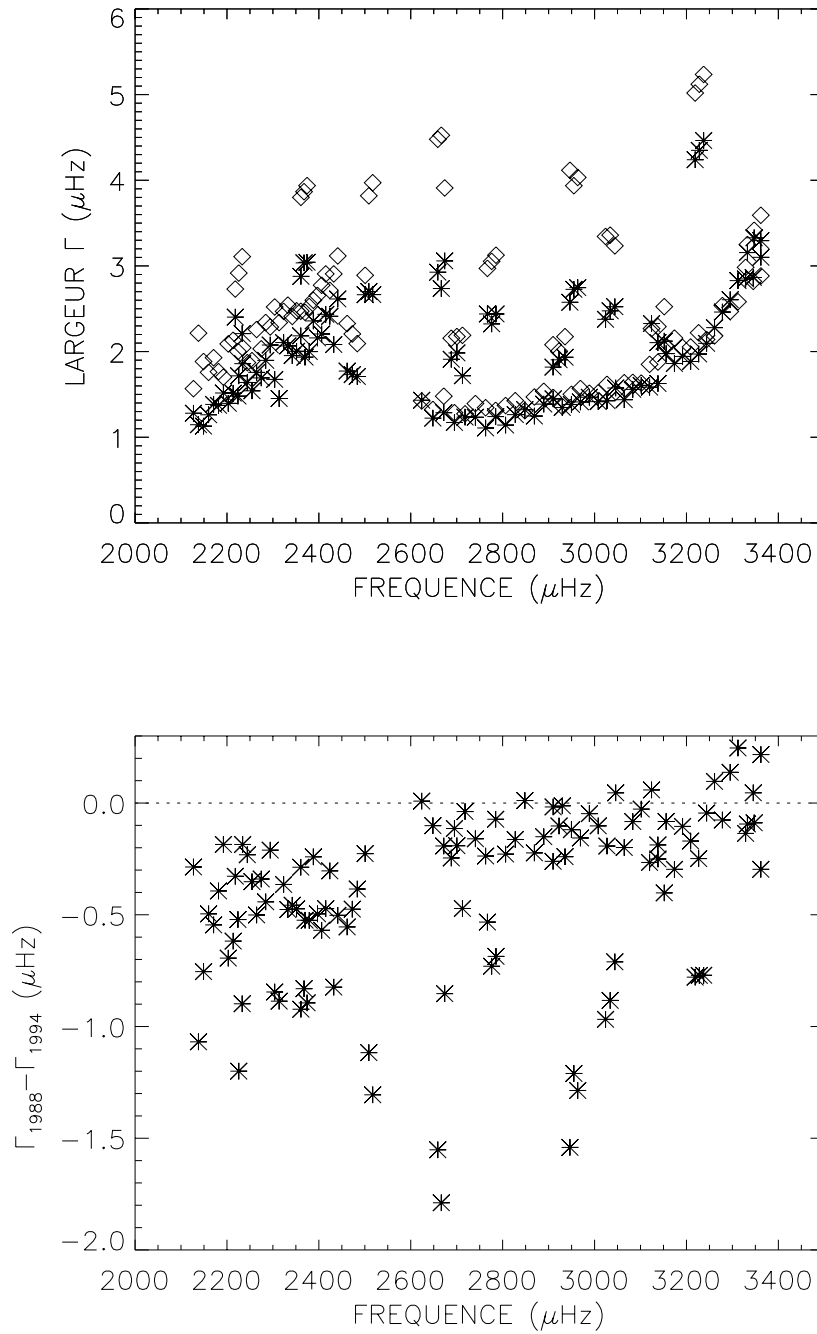


Figure 5.15 : En haut : variation de la largeur des modes Γ en fonction de la fréquence, pour l'échantillonnage de la figure 5.13. L'année 1988 est représentée par des * et 1994 par des \diamond . En bas : différence entre les largeurs des modes (même échantillonnage).

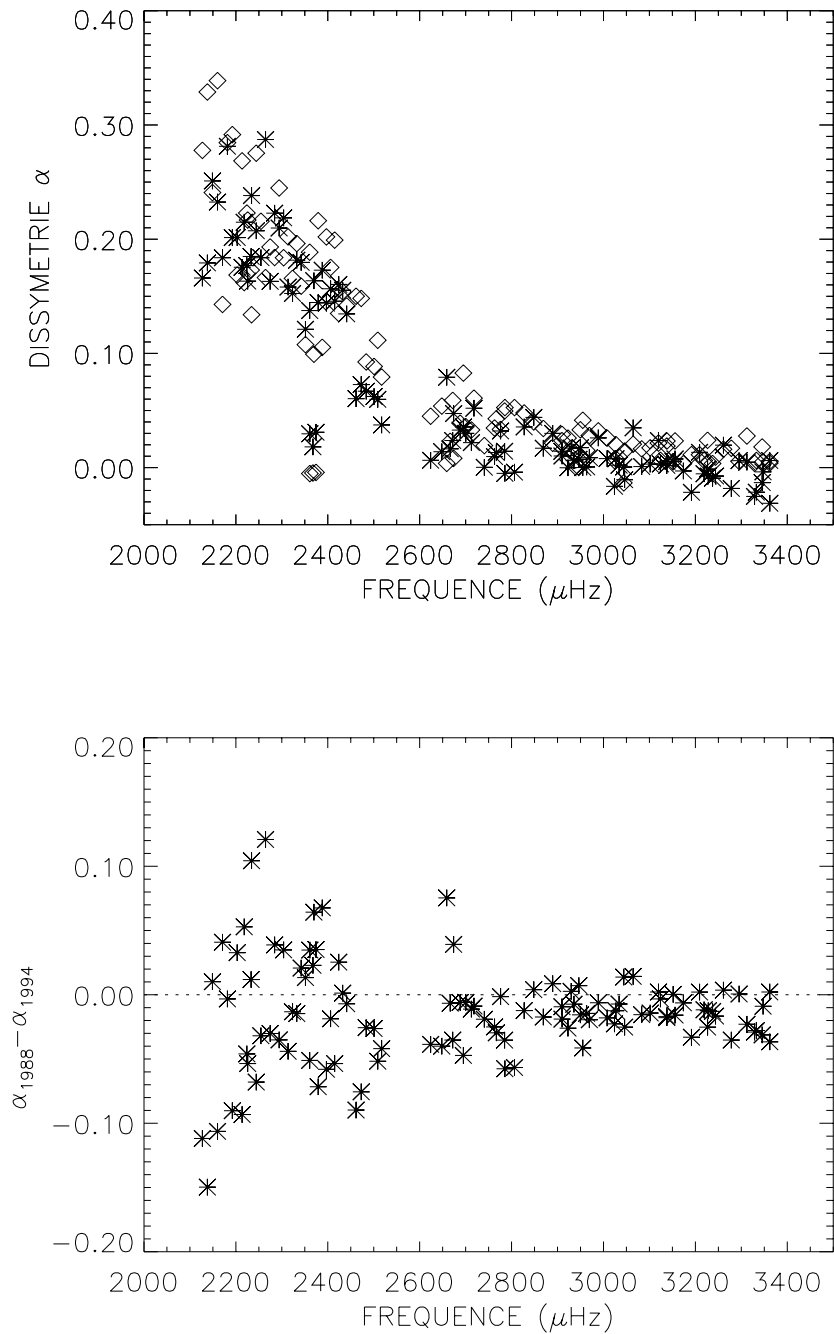


Figure 5.16 : En haut : variation de la dissymétrie α des modes en fonction de la fréquence, pour l'échantillonnage de la figure 5.13. L'année 1988 est représentée par des * et 1994 par des \diamond . En bas : différence entre les dissymétries des modes (même échantillonnage).

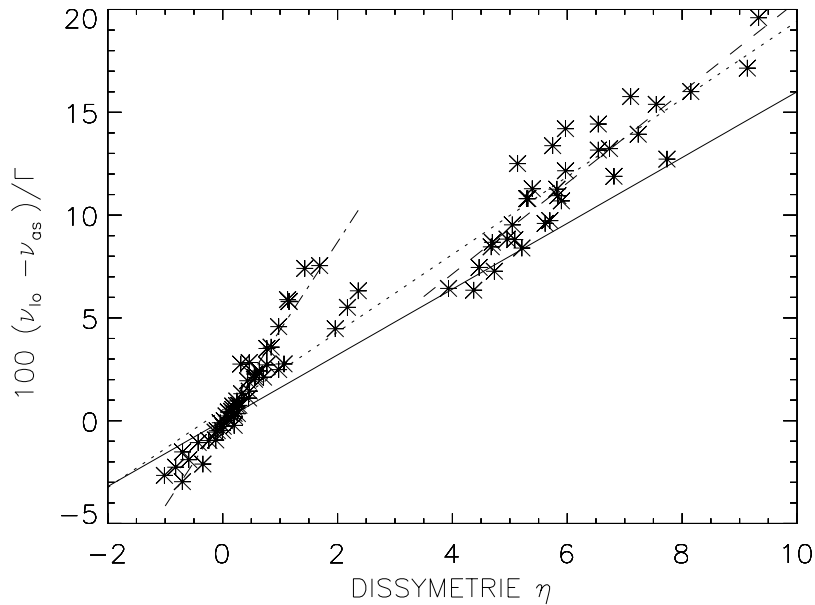


Figure 5.17 : Différence entre la fréquence mesurée à l'aide d'un profil de Lorentz et un profil dissymétrique (exprimée en fonction de la largeur des modes Γ), en fonction du coefficient de dissymétrie η_α , pour l'année 1988 et l'échantillonnage de la figure 5.13. La droite en trait plein représente la prédiction de Abrams & Kumar 1996, celle en pointillés l'ajustement linéaire sur l'ensemble de nos résultats. La droite en tirets (partie droite de la figure) représente l'ajustement sur la crête $n = 4$ (pente 2,21), et celle en trait mixte celui sur la crête $n = 10$ (pente 4,28).

définition en section 5.3, page 154) pour différents domaines du spectre (échantillonnage figure 5.13). Elle peut atteindre des valeurs élevées, jusqu'à 0,3. Soit η_α un coefficient caractérisant la dissymétrie par le rapport entre le maximum de la partie antisymétrique et le maximum de la partie symétrique (cette dernière est la composante de Lorentz dans le cas de notre profil). Dans le cas de notre profil, on a : $\eta_\alpha = 1003\sqrt{3}\alpha/16$ (c'est un pourcentage de dissymétrie). La dissymétrie atteint ainsi 10% pour $n = 4$, $\ell = 70$.

La figure 5.16 montre également la différence entre la dissymétrie obtenue sur les spectres de 1988 et de 1994. En ce qui concerne l'ajustement réalisé le long de $n = 10$, la dissymétrie est très faible, mais on observe une différence significative entre 1988 et 1994 (voir également figure 5.16) : la dissymétrie vaut pratiquement zéro pour 1988 et est significativement positive pour 1994. Pour ce domaine, la moyenne des différences entre les deux années est de $-0,018 \pm 0,016$, ce qui est donc à peine significatif à 1σ (cette incertitude provient de la dispersion sur les 39 valeurs, et non d'un calcul d'erreur sur les ajustements).

L'utilisation d'un profil dissymétrique est justifiée par le fait qu'un profil symétrique (tel que le profil de Lorentz) sur un mode dissymétrique entraîne un biais des fréquences mesurées. La figure 5.17 montre ainsi la différence entre la fréquence mesurée par un profil de Lorentz et le profil dissymétrique (toutes choses égales par ailleurs) en fonction de la dissymétrie η_α . Cette différence est exprimée en fonction de la largeur des modes, pour permettre la comparaison avec les résultats théoriques de Abrams & Kumar (1996) :

$$\Delta\nu = 100 \frac{V_{lo} - V_{as}}{\Gamma}.$$

Soit b la pente de $\Delta\nu$ en fonction de $\eta - \alpha$. D'après Abrams & Kumar (1996), la pente b ne dépend que du type d'amortissement. Ils obtiennent une pente de 1,1 pour un amortissement global et de 1,6 pour un amortissement local.

Notre jeu de données est constitué essentiellement de deux crêtes en n , qui donnent des pentes très différentes :

- $n=4, \ell=70-102$ (α élevé) : $2,21 \pm 0,17$;
- $n=10, \ell=30-68$ (α faible) : $4,28 \pm 0,17$.
- total (ces deux domaines + quelques points à ℓ élevés) : $1,89 \pm 0,05$.

Remarquons également que, contrairement aux fréquences, les largeurs et les amplitudes des modes ne présentent pas de différences significatives entre l'ajustement par un profil symétrique ou dissymétrique (la pente vaut $0,004 \pm 0,002$ et $0,19 \pm 0,25$ respectivement).

Evidemment, le profil utilisé ici n'est pas le même que celui de Abrams & Kumar (1996), ce qui pourrait expliquer la différence de pente : cela signifierait que le profil adopté ici "surcorrigé" les fréquences. Cependant, il est probable que le choix du profil ne soit pas responsable du changement de pente (des simulations restent à réaliser dans ce sens), même si notre profil n'est pas le plus adapté au profil réel. Ce changement pourrait être dû à un changement du type d'amortissement selon le domaine du spectre ou la profondeur de la source. Il s'agit là de résultats tout à fait nouveaux. En effet, comme les largeurs des modes, la dissymétrie des profils a été peu étudiée, et beaucoup de travail à la fois théorique et observationnel reste à faire dans ce domaine.

5.5 Conclusion et perspectives

5.5.1 Bilan de la nouvelle méthode

L'ajustement bidimensionnel élaboré au cours de ce travail est tout à fait nouveau. Jusqu'à maintenant, seules des méthodes unidimensionnelles avaient été utilisées. L'objectif de cette nouvelle méthode est d'obtenir des paramètres des modes plus précis et moins biaisés. **Les simulations numériques ont montré que cet objectif est atteint dans tous les domaines du spectre, y compris à haute fréquence et grand degré.** Par contre, l'ajustement des spectres réels reste délicat quand les multiplets provenant d'ordres n adjacents se superposent (ce qui est toujours vrai pour $\ell < 100$ environ), d'une part à cause de petites fuites omniprésentes et d'autre part à cause de la difficulté de mesurer le fond. Ces points nécessiteront davantage d'investigation, et le programme a la potentialité d'en

tenir compte. Rappelons qu'à grands degrés, l'ajustement obtenu est bien très bon et justifie l'utilisation de l'ajustement bidimensionnel.

Il a été possible, grâce à la précision sur les paramètres des modes, de détecter une **variation de la largeur des modes au cours du cycle**, et ceci pour différentes positions dans le spectre. Les largeurs obtenues sont maximales lors du minimum du cycle. Seule une toute petite partie du spectre a pu être analysée (le programme étant encore en phase de développement), ces résultats demandent donc confirmation.

En ce qui concerne la dissymétrie des profils, les résultats ne sont que préliminaires. Il est encore trop tôt pour dire si l'on peut confirmer ou non les prédictions de Abrams & Kumar (1996) en ce qui concerne les variations de la dissymétrie dans le spectre (une dépendance forte en fréquence et faible en degré). Il n'est pas clair non plus que la variation observée au cours du cycle soit réelle. Cependant, si elle s'avérait être vraie, cela signifierait, selon l'interprétation de Abrams & Kumar (1996), que la source de ces modes était plus profonde lors du minimum du cycle. Il est également difficile de dire si la variation de la pente de la courbe Δv en fonction de α provient d'une dépendance en fréquence ou en degré, ou bien si le profil n'est pas le mieux adapté.

Par ailleurs, je n'ai pas examiné la variation des amplitudes des modes au cours du cycle, car elles ne sont que relatives pour des spectres en intensité : les réductions des images (lors de la réalisation du spectre) ne fournissent que des amplitudes relatives du spectre, sans étalonnage absolu (ce ne serait pas le cas pour des données Doppler). L'étude des amplitudes nécessite donc une analyse exhaustive du spectre pour présenter un intérêt.

5.5.2 Perspectives

Perspectives d'utilisations

Cette méthode est très prometteuse dans le cadre de l'exploitation des spectres de puissance obtenus par l'expérience GONG et par les instruments sur la sonde SOHO (MDI surtout). En effet, les fuites de puissance sont importantes dans ces spectres (surtout pour les spectres de GONG). Or leur excellente résolution en fréquence (un ordre de grandeur plus élevée que pour les spectres obtenus au pôle Sud !) implique que les méthodes et modèles utilisées doivent permettre de profiter au maximum de cette qualité, en particulier en évitant les biais systématiques. Il sera donc probablement nécessaire à terme d'utiliser une telle méthode pour analyser ces spectres.

Perspectives d'évolution du programme

Le travail effectué ici s'est appliqué à des spectres moyennés en m . Il serait très intéressant de pouvoir l'appliquer à des spectres individuels (m, ℓ, n), car ils contiennent l'information sur la rotation interne du Soleil. Cependant, ces spectres sont beaucoup plus bruités, et le nombre de paramètres qu'il faudrait ajuster simultanément est très élevé. Il est probable que la méthode ne pourra pas s'appliquer directement à ces spectres, dont l'exploitation précise demandera davantage d'investigations.

Chapitre 6

Les variations de l'éclairement solaire

Les mesures directes de l'éclairement solaire (encore appelé "constante solaire") ont commencé en 1978, avec les expériences ACRIM (Active Cavity Radiometer Irradiance Monitoring) embarquée sur le satellite SMM (Solar Maximum Mission) et ERB (Earth Radiation Budget) embarquée sur le satellite Nimbus-7. La variabilité de l'éclairement à l'échelle de quelques jours est essentiellement due aux passages de régions actives sur le disque. Sur une échelle plus longue (de l'ordre de quelques périodes de rotation), la perte d'énergie rayonnée au niveau des taches est à peu près compensée par un gain au niveau des régions brillantes. Ces observations soulèvent la question des processus de redistribution de l'énergie bloquée au niveau des taches (dont le champ magnétique de forte intensité inhibe la convection, et donc le transport d'énergie vers l'extérieur) vers les régions brillantes. Ce problème, de même que celui des échelles de temps en jeu, n'est toujours pas résolu.

Les observations sur une échelle temporelle encore plus longue (une dizaine d'année) montrent que l'éclairement moyen au minimum du cycle est inférieur d'environ 0,1% à l'éclairement moyen lors du maximum du cycle. Ceci semble indiquer qu'un surplus d'énergie est rayonné au maximum du cycle, dans les régions brillantes. Ces observations n'ont été réalisées que sur un peu plus d'un cycle solaire : la question des variations à long terme de l'éclairement solaire peut donc se poser. Un deuxième enjeu est alors **l'estimation de l'éclairement solaire avant les premières mesures directes des satellites**, de manière à apporter des contraintes fortes aux scénarios climatiques. La qualité de cette reconstruction va reposer sur la compréhension des phénomènes en jeu (obtenue lors des périodes d'observations satellitaires). Les deux problématiques importantes sont les suivantes :

- L'une des questions majeures concernant l'interaction entre l'activité solaire et le climat terrestre est le rôle joué par les variations de l'éclairement solaire lors du "petit Age glaciaire", au moment du minimum de Maunder (1645–1715). La reconstruction des variations de l'éclairement lors de cette période a été effectuée à l'aide de différentes grandeurs liées à l'activité solaire. La plupart des travaux de reconstruction des variations de l'éclairement solaire ont été réalisés en utilisant les taches. Une revue de ces travaux et leur comparaison avec les données satellitaires peut être trouvée dans Chapman (1987). Mais Hoyt & Schatten (1993) ont également construit des modèles fondés sur la longueur des cycles, leur taux de décroissance, un indice moyen d'activité et la

rotation équatoriale. Friis-Christensen & Lassen (1991) ont également travaillé sur la relation entre l'éclairement solaire et la longueur des cycles. Lean et al. (1992) ont quant à eux utilisé l'émission Ca II intégrée sur le disque et effectué des comparaisons avec des étoiles magnétiquement actives. La rotation solaire obtenue à partir des taches et les variations du diamètre solaire peuvent également fournir des informations sur les variations de l'éclairement solaire au cours des siècles passés (Nesme-Ribes et al. 1993c). Les différents types de reconstructions doivent être validés en les comparant aux données satellitaires, quand celles-ci sont disponibles.

- Une autre problématique est de déterminer si le réchauffement observé depuis le siècle dernier est dû uniquement aux activités anthropiques, ou bien si la variation d'activité solaire a pu y contribuer de manière significative. Rappelons les observations. La moyenne des températures de l'hémisphère Nord a augmenté de 0,75 °C de 1880 à 1940, puis a décliné de -0,25 °C jusqu'en 1965, et a augmenté à nouveau de 0,35 °C entre 1965 et 1980 (Hanssen & Lebedeff 1987). Les variations sont de plus faible amplitude dans l'hémisphère Sud, mais les différences observées entre les deux hémisphères pourraient être dues au plus grand nombre de stations d'observation dans l'hémisphère Nord. Les différentes analyses réalisées jusqu'à aujourd'hui ne sont pas concordantes. Tous les modèles de Hoyt & Schatten (1993) donnent une variation inférieure à 0,2% depuis un siècle, avec une augmentation de l'éclairement solaire entre 1880 et 1940, puis une décroissance. La valeur de 0,2% correspond à deux fois moins que ce qui serait nécessaire si le réchauffement avait une origine exclusivement solaire. Cette analyse n'exclut donc pas une contribution non négligeable de l'activité solaire (elle pourrait contribuer pour moitié). Butler (1994) trouve une bonne corrélation entre la longueur du cycle solaire, les variations de la température moyenne de l'hémisphère et les relevés de température de l'Observatoire d'Armagh en Irlande, sur une durée de 150 ans. Par contre, White et al. (1996), qui ont effectué des comparaisons avec la température des océans, ont trouvé que, s'il y avait accord pour la reconstruction avant 1800, alors les variations de l'éclairement solaire ne pouvaient pas du tout expliquer la remontée de température du siècle passé. Foukal & Lean (1990) arrivent à une conclusion similaire en utilisant le nombre de taches moyen pour approcher la contribution des facules.

Jusqu'à présent, les reconstructions des variations de l'éclairement solaire n'ont donc pas pu apporter de réponse claire sur le rôle du Soleil dans le réchauffement du climat terrestre depuis le siècle dernier (amplitude d'environ 0,5 °C). Dans ce chapitre, je m'intéresse à cette dernière question. La longue série de spectrohélogrammes disponibles à l'Observatoire de Meudon, qui débute en 1919 (avec quelques images dès 1909), présente en effet un potentiel énorme pour **effectuer une reconstruction des variations de l'éclairement solaire au cours du XX^e siècle**, en utilisant bien sûr les taches (spectrohéliogrammes K_{IV}), et surtout les plages (spectrohéliogrammes K_3). La plupart de ces données ne sont pas encore numérisées, et il s'agit donc d'un travail à long terme. L'analyse des données de Meudon sera cruciale, car il y a peu de d'observations anciennes directes de la contribution des régions brillantes. L'autre principale série est constituée de spectrohélogrammes K_3 effectués au Mont Wilson. Foukal (1996) en a récemment effectué une analyse pour la période 1915-1984. Les facules ont été identifiées manuellement, et les résultats concernent pour l'instant les aires des régions actives (et non la variation de l'éclairement

correspondant).

Je présente ici une analyse de ces images sur une courte durée (deux semaines), afin d'effectuer les étalonnages nécessaires à ce type de travail sur des données contemporaines (année 1980). J'introduis tout d'abord les méthodes utilisées dans la littérature pour la reconstruction des variations de l'éclairement à partir des taches ou des facules. Puis je présente les étalonnages effectués et les résultats obtenus. Finalement, je présente les perspectives. J'examine en particulier la quantité optimale d'images qu'il faudrait traiter sur l'ensemble des cycles disponibles pour obtenir des résultats assez précis pour les scénarios climatiques.

6.1 Les méthodes utilisées pour reconstruire les variations de l'éclairement

Je présente dans cette section les deux types d'approches utilisées dans la littérature pour reconstruire les variations de l'éclairement solaire à partir des indices d'activité magnétique. La première approche utilise les aires et contrastes des structures, tandis que la deuxième consiste en une régression multilinéaire sur les données satellitaires (les coefficients trouvés peuvent ensuite être utilisés pour les périodes pour lesquelles aucune mesure par satellite n'est disponible).

6.1.1 Utilisation de contrastes déduits de l'observation

La première technique utilisée pour reconstruire les variations de l'éclairement solaire à partir des structures magnétiques est la suivante : il s'agit de mesurer la fraction de surface occupée par ces structures, et de la multiplier par un contraste effectif.

La détermination de ce contraste est difficile. En effet, les observations sont généralement monochromatiques. Or, on s'intéresse à un contraste bolométrique, puisque c'est la variation de l'éclairement total qui est nécessaire ¹. Le contraste ne peut donc pas être en général directement déduit des images utilisées.

Les modèles dépendent donc d'un contraste, qui varie avec la distance au centre du disque des structures, et de l'aire qu'elles couvrent. Soit $\Delta E/\bar{E}$ la variation d'éclairement relative, où \bar{E} est une moyenne sur une période assez longue (par exemple sur une année). Les modèles suivants (voir Steinegger et al. 1996 et références incluses) représentent les contributions à cette variation d'éclairement, provenant respectivement des taches (ψ) et des facules (ϕ) :

$$\psi = \sum_j C_S \mu_j A_{S,j} \frac{3\mu_j + 2}{2},$$

¹En réalité, des nuances peuvent être faites : les climatologues ont besoin de l'éclairement dans plusieurs domaines de longueurs d'ondes, tous ces domaines n'ayant pas exactement la même influence. Il est important de connaître les contributions des différentes structures magnétiques dans l'UV, car c'est surtout l'augmentation du rayonnement UV qui entraîne une augmentation de la quantité d'ozone dans la stratosphère et par suite un réchauffement. Par ailleurs, une variation de l'éclairement total due aux facules de 0,24% correspond à une variation de l'éclairement UV de 1,42%.

$$\phi = \sum_i A_{P,i} \mu_i C_{P,i} (\mu_i^{-1} - a) (3\mu_i + 2),$$

où les paramètres a , C_S , $A_{S,j}$, $C_{P,i}$ et $A_{P,i}$ sont les suivants. a est le contraste des facules au centre du disque. Les indices j et i représentent respectivement un point d'une tache et d'une facule. C_S et $C_{P,i}$ sont les contrastes des taches et des facules, $A_{S,j}$ et $A_{P,i}$ l'aire du pixel considéré. μ_i est l'angle héliocentrique du pixel i .

La valeur de a est très faible et donc difficile à déterminer. Les valeurs de 1,0 (contraste nul) et 1,1 (faible contraste négatif) sont habituellement utilisées. Les aires sont corrigées de l'effet de projection et exprimées en millièmes d'hémisphère : chaque pixel contribue pour $1/2\pi R^2 \mu$. Les contrastes C_S et $C_{P,i}$ peuvent également dépendre d'autres facteurs. Le contraste des taches peut dépendre de l'aire des structures Brandt et al. (1992). Celui des facules varie avec leur intensité (travaux récents de Steinegger et al. 1996).

En multipliant les valeurs de ψ et ϕ par $10^{-6} \bar{E}$ (où \bar{E} est une valeur de l'éclairement moyen, en W.m^{-2}), on obtient la contribution des taches et des facules à l'éclairement total en W.m^{-2} également, c'est-à-dire que

$$\frac{\Delta E}{\bar{E}} = 10^{-6} (\phi - \psi).$$

\bar{E} valait $1368,3 \text{ W.m}^{-2}$ en 1980 (d'après les données de l'expérience ACRIM). Une différence de $0,82 \text{ W.m}^{-2}$ (soit 0,06%) de l'éclairement solaire peut produire une différence de température de la basse atmosphère terrestre de $0,1^\circ\text{C}$ (Hoyt & Schatten 1993), si elle se produit sur une échelle de temps assez longue par rapport au temps de réaction de l'atmosphère terrestre.

Cette approche est supposée être entièrement cohérente : les résultats qu'elle fournit sont ensuite comparés avec les observations satellitaires directes pour tester sa validité.

6.1.2 Régression multilinéaire sur les données satellitaires

Une deuxième méthode consiste à réaliser une régression multilinéaire (qui fournit les coefficients A , B et C ci-dessous) des contributions des taches ψ et des facules ϕ avec les résultats satellitaires :

$$\text{ACRIM} = A + B\phi + C\psi,$$

avec A un éclairement moyen et ACRIM l'éclairement mesuré par le satellite ACRIM. ψ et ϕ ont les mêmes expressions que ci-dessus (elles contiennent les dépendances en μ du contraste par exemple). Ceci revient à ajuster les contrastes C_P et C_S ci-dessus sur les observations à l'aide des coefficients B et C , une dépendance fonctionnelle en μ étant choisie.

6.2 L'étalonnage des aires et intensités

Dans cette section, je présente une méthode pour choisir le seuil en intensité sur les spectrohéliogrammes de Meudon, ainsi que les aires des structures. J'ai pour cela étudié les images obtenues entre le 19 août 1980 et le 3 septembre 1980 à Meudon. Ces jours ont également été analysé en détail par (Steinegger et al. 1996), d'où le choix effectué ici de manière à permettre des comparaisons.

Je corrige les images des inhomogénéités à grande échelle (je reviendrai sur ce point dans la section suivante) et de l'assombrissement centre-bord (processus décrits au chapitre 3). Les corrections sont beaucoup plus faciles à réaliser sur les images K_3 que sur les images K_{1V} , parce que l'assombrissement centre-bord y est très faible.

Les deux principaux problèmes à résoudre sont donc les suivants :

- (i) le **choix du seuil** pour calculer les aires,
- (ii) le **choix du contraste**.

Dans la littérature, l'accent est généralement mis sur la difficulté de mesurer le contraste, et peu de questions sont soulevées lors du choix des aires. Cependant, les deux choix sont liés, surtout si on choisit un contraste d'après les observations sans faire de régression multilinéaire par la suite.

Avant de décrire les choix effectués dans ce travail, je fais une remarque sur le choix du seuil en intensité sur les images, dont l'objectif est de déterminer les aires des taches et des facules. La question du choix du seuil s'est déjà posée lors de l'analyse fractale des facules photosphériques, présentée dans le chapitre 3. Pour ce travail, il fallait une estimation du seuil comparable d'un jour à l'autre. Par contre, l'amplitude du seuil n'était pas essentielle, il s'agissait alors davantage d'un problème d'interprétation des résultats. Au contraire, pour l'étude de l'éclairement, la valeur absolue du seuil est cruciale. Les aires trouvées sont en effet associées à un contraste déterminé indépendamment. La variation de l'éclairement obtenue est extrêmement sensible au seuil choisi.

Je présente tout d'abord la normalisation effectuée sur les spectrohéliogrammes de Meudon. Les deux sections suivantes présentent la manière dont j'ai choisi le seuil, d'une part pour les facules (spectrohéliogrammes K_3) et d'autre part pour les taches (spectrohéliogrammes K_{1V}), ainsi que le choix des contrastes.

6.2.1 Normalisation des spectrohéliogrammes

De même que lors de l'analyse fractale (chapitre 3), les intensités brutes ne sont pas corrigées de la réponse du film. En effet, aucun étalonnage n'est disponible pour les observations anciennes, et les corrections risquent donc d'introduire des erreurs importantes (i.e. comparable à la correction elle-même). Un étalonnage d'après l'assombrissement centre-bord serait cependant possible. Par ailleurs, la longueur d'onde des spectrohéliogrammes est suffisamment stable pour n'introduire qu'une erreur négligeable par rapport aux autres sources d'incertitudes. Le *seeing* variable d'un jour à l'autre devrait également introduire

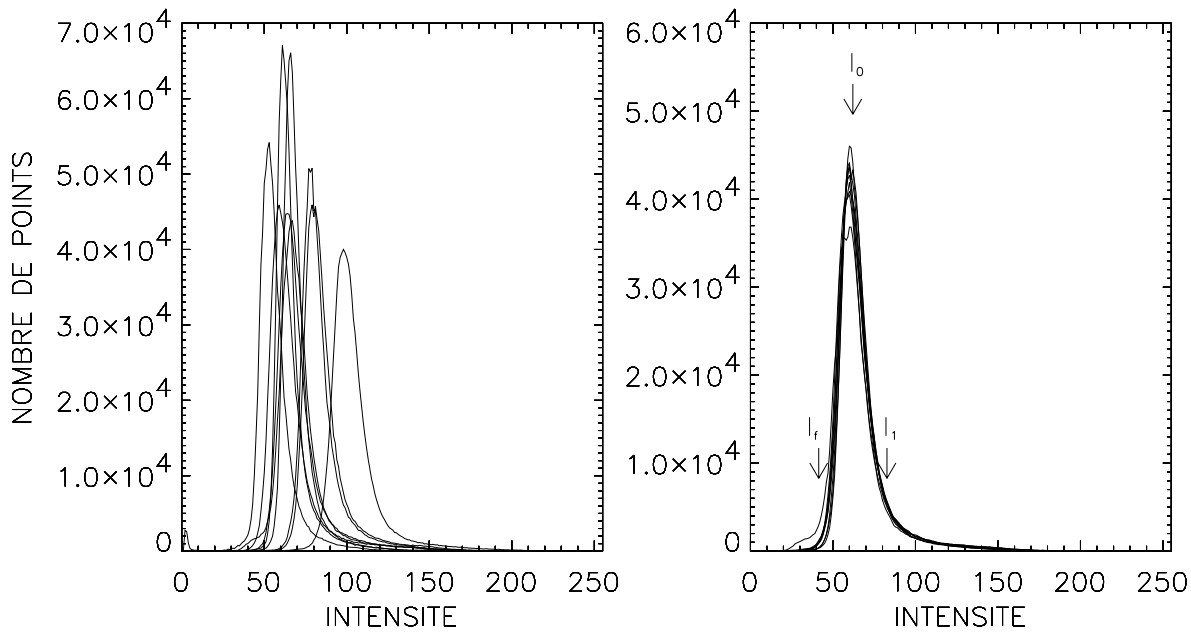


Figure 6.1 : Histogramme d'intensité de 9 spectrohéliogrammes K_3 , avant (à gauche) et après (à droite) normalisation ($I_0=60$ et $I_1=85$). I_f est une valeur de fond de référence (voir texte).

une faible erreur sur les résultats, mais l'analyse d'une plus longue série d'images sera nécessaire pour étudier son influence.

Comme dans d'autres travaux, je caractérise le seuil par une valeur α , telle que le seuil soit égal à αI_f , où I_f est l'intensité du fond. Certains auteurs choisissent la valeur de I_f telle que telle que 5% des points aient une intensité inférieure à I_f (figure 6.1). Je conserve ici cette définition. C'est surtout une question de convention. Avec ce type de définition, il est important que les histogrammes des spectrohéliogrammes soient normalisés. Steinegger et al. (1996) utilisent par exemple $\alpha = 2,56$ pour les facules, mais la valeur à utiliser sur les spectrohéliogrammes de Meudon sera probablement différente : elle doit être ajustée à l'histogramme "standard" choisi. Une première étape vers le choix du seuil est donc de normaliser les histogrammes d'intensité des images entre eux. Je considère deux points de l'histogramme :

- son maximum d'intensité I_0
- l'intensité $I_1 (> I_0)$ pour laquelle l'amplitude de l'histogramme est 10% de celle au maximum.

Je fixe l'emplacement de ces deux points dans l'histogramme normalisé (figure 6.1). Le facteur α dépend des valeurs de I_0 et I_1 choisies.

6.2.2 Les plages chromosphériques

Je présente deux possibilités d'étalonnages des plages déterminées à partir des spectrohéliogrammes K_3 . La première repose sur les données de Solar Geophysical Data et les résultats de Steinegger et al. (1996). La deuxième repose sur une analyse des

magnétogrammes obtenus à Kitt Peak.

Etalonnage à l'aide des résultats de Steinegger et al. (1996) et des données de Solar Geophysical Data

Le choix des aires

Le premier étalonnage concerne les aires : comment choisir le seuil pour que celui-ci corresponde au contraste fourni dans la littérature ? En effet, si les aires sont systématiquement trop grandes (soit un seuil trop petit), alors le contraste à utiliser devra être légèrement plus petit (pour que la moyenne sur l'ensemble des structures correspondent à l'éclairement observé). J'utilise la méthode suivante :

- pour chaque jour, l'aire totale A des plages trouvée par Steinegger et al. (1996) est connue ;
- notre histogramme cumulé (après normalisation) donne le seuil en intensité I_s auquel correspond cette aire (en nombre de points $N - A$, où N est le nombre de pixels sur le disque) ;
- d'après la valeur de I_f déduite de l'histogramme de chaque spectrohéliogramme, j'en déduis une valeur de $\alpha = I_f/I_s$.

J'ai appliqué cette procédure à 9 images (celles en commun entre la série de Steinegger et al. 1996 et les spectrohéliogrammes de Meudon). J'obtiens $\alpha = 2,34 \pm 0,05$. La barre d'erreur sur α permet de calculer une erreur sur le seuil, en niveau d'intensité, de ± 3 niveaux. Ceci entraîne une variation de l'aire totale sélectionnée de $\pm 12\%$, et une erreur sur la variation de l'éclairement du même ordre de grandeur. La figure 6.2 montre un exemple de choix du seuil.

Bien entendu, en réalisant cet étalonnage, je fais l'hypothèse forte que les résultats de Steinegger et al. (1996). Ils sont effectivement en bon accord avec les données du satellite ACRIM. Cependant, il faut garder à l'esprit le fait qu'ils ont étalonné leurs aires sur celles de Solar Geophysical Data, qui ne sont pas très précises, car leur appréciation est subjective. Il n'y a aucune raison pour que ces aires conventionnelles soient correctes, en regard des contrastes utilisés.

Le choix du contraste

J'ai tout d'abord utilisé un contraste constant de $C_P=0,0185$ (Chapman & Meyer 1986). Cette valeur est couramment utilisée dans la littérature (elle provient d'observations photométriques). Le contraste ne dépend donc pas de l'intensité des facules.

J'examine également la possibilité de tenir compte de l'intensité en chaque point des facules. En effet, Steinegger et al. (1996) ont effectué une étude de la variation du contraste des facules avec l'intensité en chaque point (d'où un contraste différent pour chaque point de la structure). Ils fournissent une dépendance de la forme $C_P = a + bI_{SGD}$, où I_{SGD} sont les intensités des facules (une intensité moyenne par facule) données par Solar Geophysical Data. Steinegger et al. (1996) ont calculé a et b pour leurs intensités I , puis ont

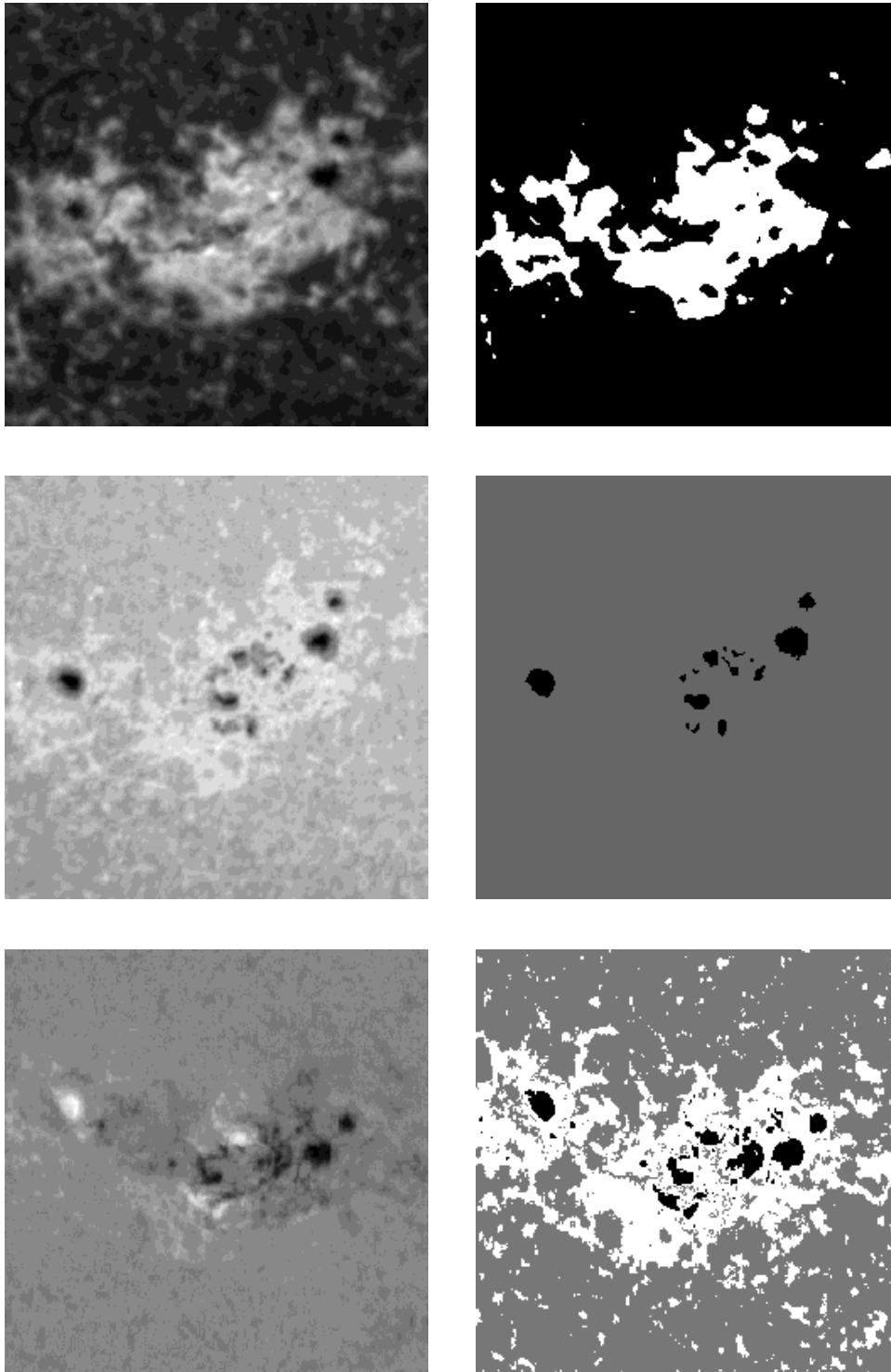


Figure 6.2 : Détail d'une région active, avant (à gauche) et après (à droite) seuillage des facules et des taches. En haut : facules K_3 ($\alpha = 2,34$). Au milieu : taches K_{1v} ($\alpha = 0,85$). En bas : facules et taches d'un magnétogramme (celui-ci a été effectué à Kitt Peak 7 heures après les spectrohéliogrammes). Chaque figure individuelle fait environ 330 000 km de côté.

réalisé un étalonnage entre leurs intensités et celle de Solar Geophysical Data (sous une forme linéaire).

Pour tenir compte de cet effet et utiliser leurs résultats, il faut donc effectuer un étalonnage entre nos intensités et celles de Solar Geophysical Data. La figure 6.3 montre les intensités calculées sur les spectrohéliogrammes (moyennées sur chaque facule) et les intensités fournies par Solar Geophysical Data. Malheureusement, les intensités I_{SGD} présentent plusieurs problèmes :

- elles sont subjectives (estimations purement visuelles) ;
- elles manquent de dynamique : les valeurs varient de 0,5 en 0,5 entre 2,5 et 4 pour les facules des jours considérés, soit 4 valeurs possibles seulement !

La figure 6.3 montre que la pente est très faible, c'est-à-dire que l'on n'observe qu'une très faible dépendance ! Or, certains points des facules ont une intensité très élevée (jusqu'à 7 fois le fond). Donc, pour ces jours là, leur contraste est anormalement élevé et l'éclaircissement complètement faux.

Cet étalonnage n'est donc probablement pas fiable. Par ailleurs, l'amélioration obtenue par Steinegger et al. (1996) en utilisant un contraste dépendant de l'intensité est relativement faible comparé aux barres d'erreurs sur les aires et sur cet étalonnage en intensité (les différences sont du même ordre de grandeur que l'erreur de 50% annoncée par Lean 1996). Dans ce travail sur les spectrohéliogrammes de Meudon, il est donc raisonnable d'utiliser un **contraste constant** pour les facules (i.e. indépendant de l'intensité propre de la facule).

Etalonnage à l'aide de magnétogrammes

Puisque l'étalonnage à l'aide des aires Solar Geophysical Data n'est pas très fiable, il vaudrait mieux être cohérent, c'est-à-dire estimer l'aire en fonction du choix du contraste. Une autre possibilité serait donc d'utiliser des magnétogrammes effectués en même temps que les spectrohéliogrammes de Meudon. En effet, si le choix du seuil sur les magnétogrammes est facile à réaliser, alors on peut s'en servir pour étalonner les aires (calcul du seuil α). Les magnétogrammes présentent en effet l'avantage d'être moins sensibles aux variations de la transparence atmosphérique et de ne pas présenter d'assombrissement centre-bord. Les magnétogrammes utilisés ici sont ceux effectués à Kitt Peak durant la même période en 1980. Ils ont une résolution spatiale de l'ordre de la seconde d'arc. J'ai donc effectué un étalonnage à l'aide de ces images. Les étapes sont les suivantes : (i) estimer un seuil en intensité sur les magnétogramme (à l'aide d'un critère robuste) ; (ii) effectuer une régression linéaire entre le modèle (calculé à partir des magnétogrammes) et les données de l'expérience ACRIM pour estimer les contrastes ; (iii) utiliser les résultats obtenus pour traiter les spectrohéliogrammes de Meudon.

En pratique, les deux principaux problèmes suivants se sont posés :

- le choix du seuil n'est pas si évident et est sujet à des incertitudes importantes. La figure 6.4 montre un histogramme d'intensité d'un magnétogramme : il est difficile d'y voir un seuil net. La figure 6.2 montre un détail d'un magnétogramme après application de seuils de 35 G (entre bruit et facules) et de 500 G (entre facules et taches). Une variation

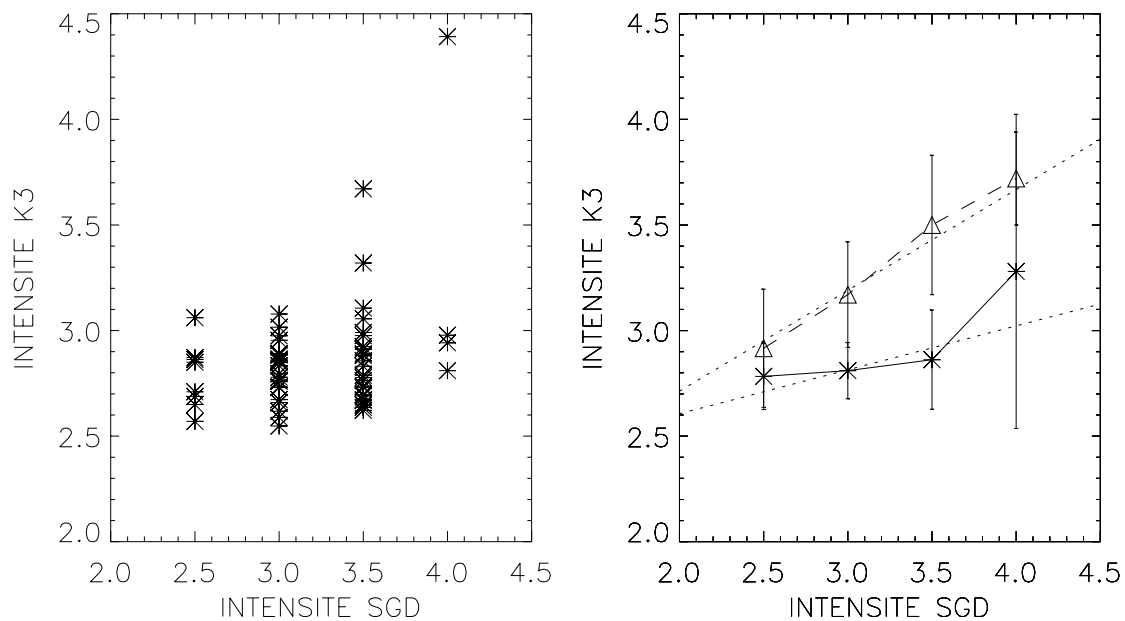


Figure 6.3 : Etalonnage en intensité des facules. A gauche : pour chaque facule, l'intensité moyenne (rapportée au fond) en fonction de leur intensité d'après Solar Geophysical Data. A droite : moyenne de ces intensités par valeur de I_{SGD} (symbole * et trait plein) ; la ligne pointillée qui y est superposée représente un ajustement linéaire, pondéré par le nombre de points. Pour comparaison, l'étalonnage de Steinegger et al. (1996) est montrée (symbole \triangle et tirets).

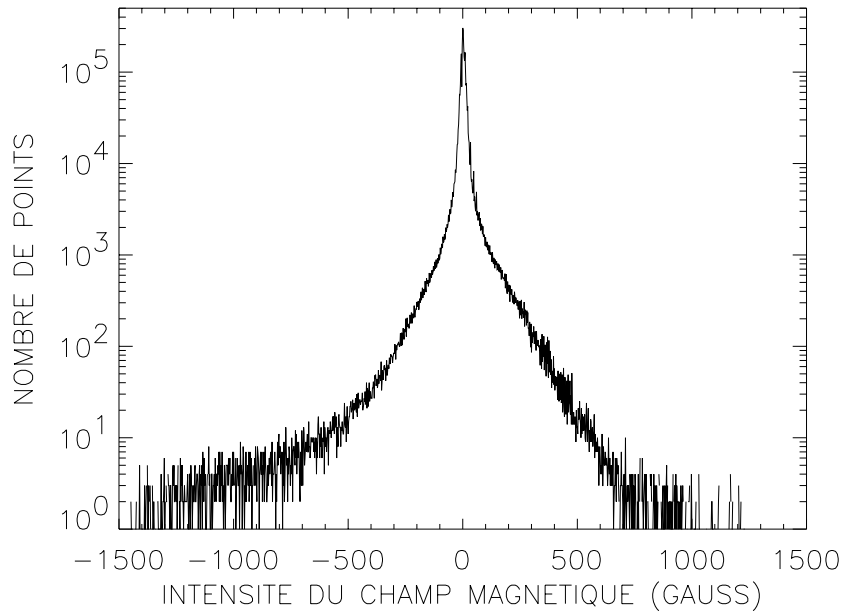


Figure 6.4 : Histogramme d'un magnétogramme de Kitt Peak, en échelle logarithmique.

de ces seuils de quelques gauss seulement donne des résultats sensiblement différents.

- les magnétogrammes n'étant pas non plus des données photométriques, un étalonnage des contrastes est nécessaire : une régression multilinéaire avec les données satellitaires doit être effectuée. Un tel travail a par exemple été effectué par Chapman & Boyden (1986) sur des magnétogrammes du Mont Wilson de 12,4" de résolution spatiale, sur un cycle solaire complet de 11 ans.

En conséquence, l'utilisation des magnétogrammes pour étalonner les spectrohéliogrammes est assez incertaine. Il semble finalement plus judicieux de réaliser la régression multilinéaire avec les données satellitaires directement sur les spectrohéliogrammes de Meudon, et ce sur une période assez longue.

6.2.3 Les taches photosphériques

Je présente maintenant les choix que j'ai effectués pour modéliser la contribution des taches aux variations de l'éclairement solaire. J'ai également utilisé les histogrammes normalisés afin de déterminer les aires des taches sur les spectrohéliogrammes K_{1v} . J'ai utilisé un seuil défini par $\alpha = 0,85$, d'après une comparaison des images originales avec les images seuillées pour les spectrohéliogrammes de la série de 2 semaines. La figure 6.2 montre un exemple de seuillage. Lors du choix de ce seuil, il faut faire attention de bien tenir compte de la pénombre : en effet, les valeurs données dans la littérature ne sont pas concordantes. Par exemple, Brandt et al. (1990) donne un seuil entre la pénombre et le fond de 0,85% (avec un zéro correspondant à l'intensité minimale de l'image), alors

que Chapman et al. (1992) donne 0,925% (ce qui correspond à 4,7 fois la dispersion d'intensité du Soleil calme).

J'ai utilisé un **contraste constant** de 0,32 (Willson et al. 1981, d'après des observations photométriques). L'utilisation d'un contraste variant avec la taille des taches serait également possible, Brandt et al. (1992) propose :

$$C_S = 0,2231 + 0,0244 \log(A_S),$$

avec A_S l'aire de la tache. Etant donné les difficultés rencontrées dans le calcul des aires, il n'est cependant pas nécessaire d'affiner ce contraste.

Avec ce choix de seuil et le contraste constant (les résultats sont similaires avec le contraste variable), j'obtiens une contribution des taches aux variations de l'éclairement raisonnable pour certain jours. Par contre, pour 3 jours de la série, leur contribution est énorme et irréaliste. Ceci est dû à des inhomogénéités des spectrohéliogrammes qui ne sont pas parfaitement corrigées. Dans le cas du 21 août 1980 (jour 234 sur la figure 6.5) par exemple, une bande de brume verticale, très légère, est présente et se trouve en dessous du seuil à 0,85 : de nombreux points du spectrohéliogramme comptent alors artificiellement comme des taches ! Comme les points ont tendance à être regroupés en paquets qui ont une taille et une forme proches de celles des taches, il est difficile de les éliminer de manière automatique. Notons que ce problème n'était pas crucial pour la détermination des facules photosphériques lors de l'analyse fractale présentée dans le chapitre précédent. Tout d'abord, les images les meilleures avaient été sélectionnées pour cette étude. D'autre part, les facules sur les bords du disque étant très déformées, j'avais restreint l'analyse à celles proches du centre du disque. Au contraire, pour la reconstruction de l'éclairement, il faudrait tenir compte de tout ce qui se passe sur le disque et non pas seulement au milieu.

Il faut donc améliorer la correction des images. Une tentative a été faite en réalisant une carte des basses fréquences spatiales de l'image, qui est ensuite soustraite. L'idée est de choisir une échelle de lissage supérieure aux taches et inférieure aux inhomogénéités. Remarquons que cette méthode serait difficilement applicable pour les facules car leur taille est du même ordre de grandeur que les inhomogénéités. Les résultats n'ont pas été concluants, car la pénombre a tendance à être trop atténuée lors de ce processus.

6.3 Résultats préliminaires

J'utilise les étalonnages effectués ci-dessus (contraste constant dans tous les cas, et étalonnage des aires des facules à partir des résultats de Steinegger et al. 1996). Je prends en compte les facules jusqu'à $0,99R_\odot$, et les taches jusqu'à $0,77R_\odot$ seulement (il est difficile de sélectionner de manière fiable celles plus proches du bord). La figure 6.5 montre la variation de $(-\psi)$ et ϕ au cours de cette période de 2 semaines, ainsi que la différence $(\phi - \psi)$ et les observations du satellite ACRIM. Les courbes $(\phi - \psi)$ et ACRIM doivent bien sûr être aussi proches que possible. On remarquera sur cette figure les trois points (jours 234 à 236) pour lesquelles la reconstruction de la contribution des

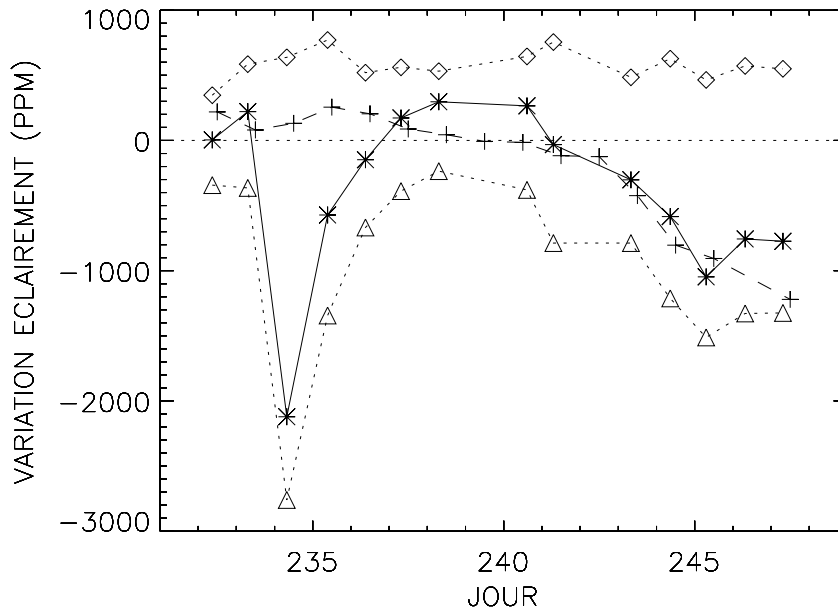


Figure 6.5 : Différentes contributions aux variations de l'éclairement obtenues, pour une période de 15 jours en 1980. Elles sont exprimées en ppm d'un éclairement moyen (1368,3 pour les données ACRIM en 1980). Les symboles \diamond représentent ϕ (contribution des facules), les symboles \triangle ($-\psi$) (contribution des taches), et les symboles $*$ ($\phi - \psi$) (reconstruction à partir des spectrohéliogrammes). Les données ACRIM sont représentées par le symbole $+$.

taches n'est pas bonne. Mis à part ces trois jours, on trouve une courbe de variation de l'éclairement légèrement au-dessus de celle d'ACRIM, alors que Steinegger et al. (1996) avaient obtenu une courbe plutôt en dessous. Si l'on admet une erreur inévitable de 50% (Lean 1996), alors la reconstruction faite à partir des nos spectrohéliogrammes est suffisante. Ces résultats sont donc encourageants, surtout en ce qui concerne l'utilisation des K_3 : il devrait être possible d'en traiter un grand nombre automatiquement.

6.4 Perspectives

6.4.1 De meilleurs étalonnages ?

Je conclus tout d'abord que la durée de la série utilisée pour cet étalonnage est trop petite, surtout si l'on veut effectuer une régression multilinéaire des résultats obtenus à partir des spectrohéliogrammes de Meudon en fonction des données satellitaires. **Il serait bon d'étudier 2 ou 3 mois de données durant une période de grande variabilité.** Rappelons que le choix de cette période de 15 jours avait pour objectif une comparaison directe des résultats avec ceux obtenus à partir de données photométriques précises telles que celles de Steinegger et al. (1996).

Une autre amélioration sensible serait de prendre en compte l'**aire des facules**, de manière à également estimer la **contribution des points brillants du réseau**. La question du rôle joué par les points brillants du réseau est analysée entre autres par Lean et al. (1992). Leur contribution varie entre le minimum et le maximum du cycle (car ils couvrent une plus grande surface au minimum). Il est donc important d'en tenir compte pour étudier ce type de variation. Deux solutions sont possibles : soit adopter un seuil fixe assez bas, en attribuant deux contrastes différents selon l'aire ; soit considérer deux seuils différents (l'un pour les plages, l'autre pour le réseau), en recherchant pour quelles valeurs on obtient la meilleure corrélation avec ACRIM. L'aire critique (300 pixels) trouvée lors de l'analyse fractale des facules (chapitre 3), de l'ordre de grandeur de la supergranulation, pourrait être choisie comme seuil (rappelons que les propriétés fractales des structures en dessous et au dessus de ce seuil étaient différentes, voir figure 3.4). Il faut cependant prendre des précautions lors de l'utilisation de cette valeur particulière de l'aire, car elle dépend du seuil choisi pour sélectionner les structures. Une telle étude pourrait permettre l'analyse des différentes contributions à long terme, et éventuellement de leur corrélation. Lean et al. (1992) mettent également l'accent sur l'influence que pourrait avoir la composante faible du champ magnétique (champ inférieur à 1 kG), omniprésente (voir chapitre 4).

Une deuxième conclusion est la suivante : il sera nécessaire de mieux traiter les spectrohéliogrammes K_{1V} pour pouvoir modéliser la contribution des taches de manière automatique.

6.4.2 Une variation relative plutôt qu'absolue ?

Une alternative pour pallier les problèmes de contraste serait de ne calculer qu'une variable analogue à l'index CaII (entre autres Lean et al. 1992; Donnelly et al. 1994), c'est-à-dire en unités arbitraires. Ceci peut être fait en considérant différentes contributions, ainsi que des seuils variables (Johannesson et al. 1997). Dans ce cas, la mesure est proportionnelle aux variations de l'éclairement solaire, ce qui permettrait déjà d'observer une éventuelle tendance au cours du vingtième siècle. L'inconvénient de cette méthode est la nécessité d'avoir des images étalonnées photométriquement si l'on veut tenir compte de l'intensité variable dans les facules (les spectrohéliogrammes doivent être comparable entre eux). Cette contrainte n'est pas vérifiée pour les spectrohéliogrammes de Meudon, je n'ai donc pas mis en œuvre cette méthode ici. Les problèmes d'étalonnage d'intensités rencontrés ont montré l'étendue de ce problème.

6.4.3 Conditions du traitement de l'ensemble des données

Rappelons que l'objectif principal de cette étude était de préparer l'analyse des spectrohéliogrammes de Meudon sur plus de 7 cycles solaires. Ces images ne sont pas encore numérisées pour la plupart, et ceci représente un travail énorme. Il faut également tenir compte du temps de traitement de ces images après leur numérisation. Il est donc intéressant de chercher à optimiser le nombre d'images à analyser : **au vu des objectifs et**

des contraintes requises sur la précision des résultats, combien d'images (et quelles images) faut-il traiter ?

Je considère dans un premier temps que le signal est stochastique à court terme, avec essentiellement une modulation avec le cycle de 11 ans. Celui-ci peut essentiellement être découpé en deux morceaux : le minimum et le maximum. Leurs caractéristiques sont en effet très différentes, comme le montre la figure 6.6 : la dispersion lors du minimum est nettement plus faible que celle lors du maximum (il faudra donc moins de points pour caractériser l'éclairement moyen au moment du minimum). Un calcul de la dispersion σ sur les données ACRIM donne $0,72 \text{ W.m}^{-2}$ au maximum (de début 1980 à mi 1983) et $0,21 \text{ W.m}^{-2}$ au minimum (de mi 1985 à mi 1987), ce qui représentent respectivement 0,050% et 0,015% du signal. Si l'on cherche à atteindre une précision p à 3σ , et sachant que l'on peut rajouter un facteur 2 pour tenir compte des erreurs dans les modèles (Lean 1996), le nombre d'images N à analyser pour une période donnée est tel que :

$$\frac{3\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{p}{2},$$

avec σ valant 0,72 et 0,21 respectivement pour le maximum et le minimum. Je fais ici l'hypothèse que la dispersion des données de l'éclairement est similaire à celle des modèles utilisant des grandeurs indirectes.

La question qui se pose ensuite est la suivante : quelle précision est requise pour étudier l'évolution séculaire de l'éclairement solaire ? Il paraît raisonnable de ne s'intéresser dans un premier temps qu'aux niveaux des minima et maxima successifs. L'augmentation de température observée sur un siècle est de l'ordre de $0,5^\circ\text{C}$, ce qui, si cela était dû entièrement à une variation de l'éclairement solaire, correspondrait à une variation de 0,3% d'après les modèles actuels. Il sera intéressant d'une part de mettre en évidence une contribution plus faible que ces 0,3% au cas où l'éclairement ne serait pas la seule cause du réchauffement (d'après les résultats précédents sur les taches de White et al. 1996, il faut compter au moins un facteur 2). D'autre part, rappelons que la variation au cours du cycle est de l'ordre de 0,1%, et pour mettre en évidence des variations entre minima successifs, il serait bon de rechercher une précision nettement supérieure. La recherche d'une précision de 0,01% sur les variations de l'éclairement moyennées sur les périodes de minimum et de maximum requièrent donc respectivement 20 et 240 images quotidiennes, d'après la formule précédente.

Il faut cependant garder à l'esprit que l'éclairement solaire est fortement modulé sur des durées caractéristiques de 27 jours (i.e. la dispersion n'est pas complètement stochastique). Il est donc à craindre que, de ce point de vue, 20 jours de données ne soient pas suffisants : il faudrait au moins 2 périodes de rotation, même en période de minimum où la modulation est plus faible.

En conclusion, un bon compromis serait d'étudier 240 jours en période de maximum et 60 jours en période de minimum, ceci pour chacun des 7 cycles disponibles. Ceci donne un total de **2100 images de chaque type** (K_{1V} et K_3). La résolution spatiale n'est pas cruciale pour ce type d'étude, mais qu'il faudra malgré tout sélectionner les meilleures images du point de vue de l'homogénéité de l'intensité sur le disque. Les spectrohéliogrammes K_{1V} devront être de la meilleure qualité pour permettre de sélectionner

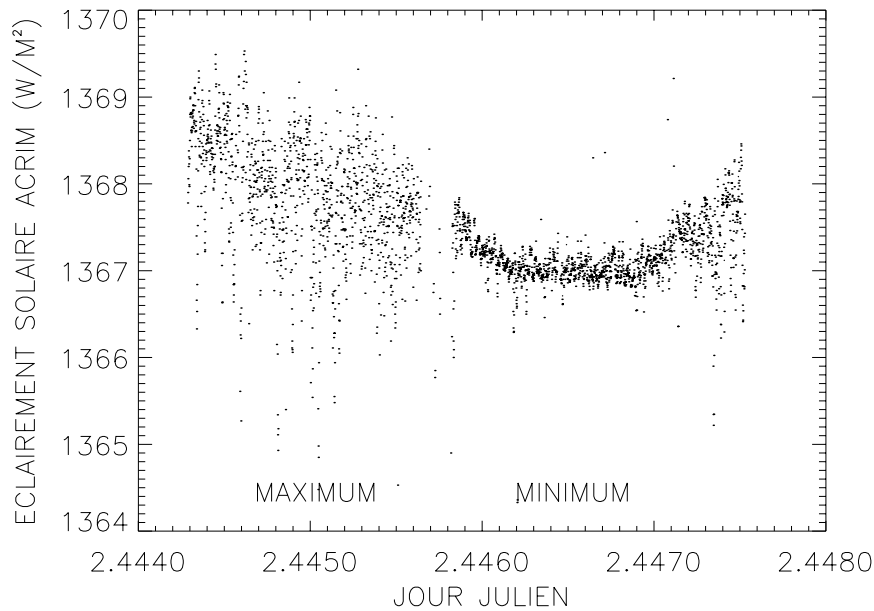


Figure 6.6 : Variation de l'éclairement solaire mesurée par l'expérience ACRIM entre février 1980 et décembre 1988.

les taches de manière fiable automatiquement. Il n'est pas nécessaire qu'elles soient consécutives ni même regroupées dans le temps.

La priorité est d'étudier la contribution des facules obtenues à partir de l'analyse des spectrohélogrammes K_3 , car d'une part, c'est leur contribution qui est probablement la plus importante pour cette analyse à long terme (ils permettent également de tenir compte de la contribution du réseau), et d'autre part, les difficultés pour traiter les taches nécessiteront peut-être plus d'images que le nombre calculé précédemment (ceci devra être déterminé par des analyses supplémentaires des données actuelles).

6.4.4 Limitations

Deux limitations importantes doivent être gardées à l'esprit lors de l'utilisation des reconstructions de l'éclairement solaire dans des scénarios climatiques :

- La première provient évidemment des incertitudes d'une telle reconstruction : même si les variations de l'éclairement observées sont entièrement dues à l'activité magnétique, les modèles sont encore peu précis. Pap et al. (1994) montrent par exemple que la variation de l'éclairement solaire calculée à partir de grandeurs liées à l'activité solaire telles que Ca II K et Mg est sous-estimée au maximum du cycle et durant son déclin. Ceci signifie que les phénomènes physiques en jeu ne sont pas encore bien compris. D'après Lean (1996), les reconstructions pour les périodes actuelles sont précises à 50%, tandis qu'elles contiennent 100% d'erreur sur le long terme. On peut noter que la comparaison avec les données satellitaires ne s'est faite que sur un cycle solaire, ce qui limite la qualité des modèles.

- Les variations ainsi calculées ne peuvent représenter que celles dues aux régions actives bien sûr. S'il existe des variations causées par des phénomènes différents (et ceci est en particulier important pour une étude à long terme), elles échappent complètement à cette analyse.

Chapitre 7

Dynamos solaires non-linéaires analytiques

Les modèles actuels cherchant à expliquer le maintien du champ magnétique solaire reposent sur la dynamo hydromagnétique de Parker (1955). Les premiers étaient linéaires (modèles cinématiques), mais depuis une quinzaine d'années, des non-linéarités sont introduites dans les équations, en général sous une forme empirique. Des revues récentes ont été faites par Roberts (1994) et Hoyng (1994) par exemple.

Dans ce chapitre, je présente tout d'abord les équations classiques utilisées dans le cadre de l'étude du champ moyen, ainsi que le processus d'amplification du champ sous-jacent à ces modèles. Puis, je décris deux approches analytiques effectuées lors de ce travail, la première concernant une dynamo $\alpha^2\omega$, et la deuxième étudiant l'influence de la diffusion radiale du champ magnétique sur les propriétés de la dynamo.

7.1 Les équations de base : l'approche classique

Les équations de base de la dynamo contiennent en théorie toute la physique des processus en cours. Cependant, elles font appel à de nombreuses échelles spatiales et temporelles, couplées entre elles à cause des phénomènes turbulents responsables de l'amplification du champ magnétique (section 7.1.4). Dans le cadre des possibilités actuelles de calcul, **il est en pratique impossible de traiter toutes les échelles en même temps**. Une simplification considérable consiste alors à supposer que les cycles d'activité magnétique solaires et stellaires sont la manifestation d'une **onde de champ magnétique à grande échelle** (l'onde dynamo), se propageant dans la zone convective. **La propagation de cette onde est gouvernée par les équations du champ moyen** (Krause & Rädler 1980 ; voir également la revue de Deluca & Gilman 1991). Dans cette section, je présente les équations de base, ainsi que les équations du champ moyen qui nous intéressent pour notre approche analytique.

7.1.1 La loi d'évolution de l'induction magnétique

L'équation fondamentale utilisée dans les théories de la dynamo régit l'évolution du champ magnétique \mathbf{B} :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \wedge (\mathbf{u} \wedge \mathbf{B}) - \eta \nabla \wedge (\nabla \wedge \mathbf{B}),$$

où \mathbf{u} est le champ de vitesse, et η la diffusivité turbulente moléculaire. On suppose que la dissipation se produit à des échelles bien plus petites que les échelles des champs de vitesse responsables de la dynamo. Cette équation est résolue en même temps que l'équation :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0.$$

Le dernier terme de la première équation est donc égal à $-\eta \Delta \mathbf{B}$. L'équation d'évolution de l'induction est généralement traitée indépendamment de l'équation du mouvement, c'est-à-dire que le champ de vitesse est supposé connu (c'est la théorie **cinématique**).

7.1.2 Les équations du champ moyen

Pour traiter cette équation compliquée, une voie est de **séparer les échelles spatiales**. Le champ magnétique et le champ de vitesse sont donc séparés en deux composantes : (i) leur moyenne spatiale, axisymétrique ; (ii) une partie fluctuante, qui contient toutes les contributions non axisymétrique. Je les note respectivement $\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}} + \mathbf{b}'$ et $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{U}} + \mathbf{u}'$. Deux équations en sont déduites : la première régit les champs moyens, et l'autre les composantes fluctuantes. Elles sont **couplées**, car les composantes fluctuantes interviennent dans l'équation du champ moyen (par le terme $\overline{\mathbf{u}' \wedge \mathbf{b}'}$), et réciproquement.

Il faut ensuite exprimer $\overline{\mathbf{u}' \wedge \mathbf{b}'}$ en fonction des termes moyens, de manière à pouvoir intégrer l'équation du champ moyen $\bar{\mathbf{B}}$ indépendamment de celle régissant les fluctuations. Les modèles de dynamo classiques cherchent des solutions de cette équation du champ moyen ("moyen" signifie donc "à l'échelle du rayon solaire"), une expression pour $\overline{\mathbf{u}' \wedge \mathbf{b}'}$ étant donnée. Le terme $\overline{\mathbf{u}' \wedge \mathbf{b}'}$ est classiquement approché par une série de Taylor en $\bar{\mathbf{B}}$:

$$\overline{\mathbf{u}' \wedge \mathbf{b}'} \approx a_{ij} \bar{B}_j + b_{ij} \frac{\partial \bar{B}_j}{\partial x_k}.$$

Les tenseurs a_{ij} et b_{ij} dépendent des propriétés de la turbulence du fluide. Dans le cas d'une turbulence stationnaire, homogène et isotrope, le tenseur a_{ij} est une constante notée α (d'après l'équation des fluctuations) et dépend de l'hélicité hydrodynamique $\mathbf{u} \cdot \nabla \wedge \mathbf{u}$. Cette hélicité est due à l'action de la force de Coriolis sur les mouvements convergents et divergents dans les cellules convectives turbulentes. Avec les mêmes hypothèses, le second terme fait intervenir les propriétés de diffusivité des cellules convectives turbulentes (qui mélangent les lignes de champ de polarités opposées), caractérisées par le coefficient β . Celui-ci est généralement bien supérieur à η . L'équation d'évolution de l'induction devient alors :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = \nabla \wedge (\alpha \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{U}} \wedge \bar{\mathbf{B}}) + \eta_t \nabla^2 \bar{\mathbf{B}},$$

avec $\eta_t = \eta + \beta$ la diffusivité totale. Cette équation est ensuite utilisée après avoir subi plus ou moins de simplifications. Les deux facteurs essentiels de cette équation sont : le **gradient du champ de vitesse à grande échelle**, et l'**héllicité**.

Les solutions de cette équation sont des champs magnétiques à grande échelle spatiale. Il existe des solutions sous forme d'ondes progressives dans la zone convective, c'est pourquoi on parle d'"onde dynamo". L'objectif de cette approche classique est de retrouver les propriétés du "diagramme papillon", tel que le cycle de 22 ans, ou bien encore le renversement de polarité tous les 11 ans. En effet, les taches sont des traceurs du champ magnétique toroïdal (l'une des composantes du champ magnétique). Les solutions obtenues ne donnent pas la position des taches individuelles, mais la moyenne des champs magnétiques sur une durée assez longue (une fraction du cycle solaire). Une analogie simple est la suivante : l'onde dynamo peut finalement être considérée comme une fonction de probabilité de présence, c'est-à-dire qu'elle montre quelles sont les régions où les taches sont les plus abondantes.

On ne s'intéresse donc pas ici aux processus de formation des tubes de flux qui donneront les taches et autres structures actives en surface, ni à leur montée dans la zone convective, ni même à leur distribution spatiale à petite ou moyenne échelle en surface. De même, alors que les solutions de cette équation du champ moyen permettent d'expliquer la génération d'un champ magnétique anisotrope à grande échelle, elles ne concernent pas la composante à petite échelle, probablement isotrope et non corrélée avec le cycle solaire (voir chapitre 4).

Le gradient du champ de vitesse

Je décris ici brièvement le problème posé par le signe de ce gradient. Pendant longtemps, la connaissance de ce gradient a reposé uniquement sur les modèles de structure interne (modèles numériques de transport de moment cinétique). Ces modèles obtenaient un gradient $d\Omega/dr < 0$, tandis qu' α était positif dans l'hémisphère nord : ceci impliquait une propagation de l'onde dynamo vers l'équateur, en bon accord avec le diagramme papillon des taches observé. Les observations héliosismologiques ont par la suite complètement bouleversé ce champ d'investigation : elles montrent que le gradient est positif pour les latitudes inférieures à 30 degrés environ (là où apparaissent les taches), d'où un sens de propagation (vers les pôles) incompatible avec les observations. Des analyses plus récentes ont argumenté en faveur d'une valeur de α négative au bas de la zone convective (dans l'hémisphère nord). Diverses simulations de α présentent en fait des résultats contradictoires, en particulier à cause des différences de définition de l'héllicité.

L'héllicité

Elle est caractérisée par le coefficient α . On vient de voir dans le paragraphe précédent toute son importance. α est en effet proportionnel à l'héllicité, le produit scalaire de la vitesse \mathbf{u} avec le rotationnel de la vitesse $\nabla \wedge \mathbf{u}$ (lié à la force de Coriolis). L'héllicité vaut

zéro quand la rotation est nulle, et elle est antisymétrique par rapport à l'équateur. Dans l'équation d'évolution de l'induction, on considère en fait la valeur moyenne (spatialement) de cette grandeur, avec éventuellement une dépendance en latitude due à la force de Coriolis. Les approximations au premier ordre effectuées pour exprimer l'équation des champs moyens ci-dessus donnent :

$$\alpha = -\frac{1}{3}\tau \langle \mathbf{u} \cdot \nabla \wedge \mathbf{u} \rangle,$$

avec τ la durée de vie moyenne des cellules turbulentes. Cependant, à cause de la rétroaction du champ magnétique sur le champ de vitesse, α dépend également du champ magnétique (α est réduit quand il augmente). Une expression plus correcte serait :

$$\alpha = -\frac{1}{3}\tau (\langle \mathbf{u} \cdot \nabla \wedge \mathbf{u} \rangle - \langle \mathbf{b} \cdot \nabla \wedge \mathbf{b} \rangle),$$

(d'après Pouquet et al 1976).

Ces deux éléments, gradient du champ de vitesse et hélicité, sont supposés connus, puisque l'équation d'évolution de l'induction pour le champ moyen est résolue indépendamment de l'équation du mouvement et de l'équation d'évolution de l'induction régissant les fluctuations. Il faut cependant tenir compte des non-linéarités (dépendance de $\nabla \Omega$ et α en B , par l'intermédiaire de la force de Lorentz qui apparaît dans l'équation du mouvement). Dans ce but, les modèles introduisent des dépendances empiriques en B plausibles, mais qui ne reposent pas sur de véritables processus physiques (dans la section suivante, on utilisera une telle forme empirique). Brandenburg et al. (1992) ont développé un modèle élaboré de ce type, qui tient compte d'un modèle de la zone convective (avec stratification et structure thermique).

7.1.3 La dynamo $\alpha\omega$

Un cas particulier très souvent étudié est la dynamo $\alpha\omega$. L'équation d'évolution de l'induction est alors considérablement simplifiée. Le **champ toroïdal n'est créé qu'à partir de la rotation différentielle** (le terme de création par l'hélicité étant négligé), alors que le **champ poloïdal est supposé régénéré par l'hélicité**, le gradient de rotation n'intervenant pas dans cette étape. Le champ magnétique est séparé en deux composantes, l'une toroïdale (B_ϕ), et l'autre poloïdale (potentiel vecteur $(0, 0, A)$ en coordonnées sphérique). Les équations de la dynamo $\alpha\omega$ pour le champ moyen sont alors :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B_\phi + \eta_t \Delta A,$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = \nabla \Omega \wedge \nabla (Ar \sin \theta) + \eta_t \Delta B_\phi.$$

Dans la théorie cinématique, α et $\nabla \Omega$ sont donnés, et possèdent en général une dépendance en fonction de la latitude. Les non-linéarités sont ensuite introduites en fonction du champ magnétique de manière empirique, sous la forme $\alpha = \alpha_0 F(B)$ et $\nabla \Omega = \nabla \Omega_0 G(B)$.

Par ailleurs, que l'efficacité de la génération du champ magnétique est habituellement caractérisée par le nombre dynamo D , rapport entre l'efficacité de la dynamo (amplitude de l'hélicité et des gradients de rotation) et la diffusion. Si $D \ll 1$, les processus dissipatifs sont plus efficaces que les processus de génération. Par contre, si $D \gg 1$, alors la croissance du champ magnétique est possible. Remarquons cependant le rôle important de la diffusion lors de l'amplification du champ. En effet, revenons sur les processus de création du champ toroïdal dans cette approche classique : il est créé à partir du champ poloïdal, par des mouvements turbulents. Dans une première étape, l'énergie et l'hélicité des champs (hydrodynamiques et magnétiques) à petite échelle arrivent rapidement à l'équipartition (la diffusion ne joue là aucun rôle). Puis, l'hélicité magnétique (celle-ci est engendrée par l'hélicité hydrodynamiques) est conservée et cascade vers les plus grandes échelles pour compenser la dissipation à petite échelle (ce qui permet de créer un champ à grande échelle).

7.1.4 Processus d'amplification du champ

Des approches des champs turbulents ont également été réalisées, soit pour étudier le champ turbulent à petite échelle tel que celui observé au chapitre 4, soit pour vérifier le bien-fondé du processus d'amplification du champ de la dynamo classique.

Les champs de vitesse à grande échelle engendrent par cascade des mouvements jusqu'aux petites échelles. Le champ magnétique est alors amplifié sur de petites échelles (par le phénomène d'élongation, de torsion et de repliement des boucles de champ).

La question est alors de savoir si, après réitération du processus, suffisamment d'énergie va se retrouver dans les grandes échelles pour créer un champ moyen tel que celui observé. Diverses approches (Pouquet et al. 1976; Durney et al. 1990; Vainshtein & Cattaneo 1992) montrent qu'il y a plus d'énergie dans les petites échelles que dans les grandes. Les simulations 2-D de Vainshtein & Cattaneo (1992) impliquent une amplitude du champ formé bien plus faible que celle observée. Un modèle plus récent de Vainshtein et al. (1996) montrent que ce mécanisme classique d'étirement, de torsion et de repliement des boucles de champ magnétique peut engendrer un champ à large échelle, mais que l'amplitude des fluctuations restent très importantes, car l'amplification du champ est plus efficace que la réduction d'échelle. Il semble que tous ces résultats soient très dépendants du modèle, en particulier du choix des résolutions spatiale et temporelle, à cause des difficultés de traiter numériquement les phénomènes turbulents.

7.2 Approche analytique

Les dynamos non-linéaires dans le cadre du champ moyen ont été étudiées numériquement par de nombreux auteurs (voir entre autres Brandenburg et al. 1992). Ces études, très nombreuses, ne présentent pas encore de modèles de dynamo complètement cohérents. D'un autre côté, des modèles simples, restreints aux grands nombres dynamos D , peuvent avoir une **solution analytique asymptotique**, qui permettent d'examiner cer-

taines propriétés de la dynamo. Cette approche analytique peut être considérée comme une **approche préliminaire à des simulations numériques efficaces**. Elle permet de mettre en évidence les termes importants et les effets qui y sont directement associés. Elle constitue également un lien entre la théorie et les observations en donnant la possibilité de dégager des tests observationnels. Ce dernier point est important pour étudier l'activité stellaire : peu d'informations sont en effet disponibles sur la zone convective des étoiles autres que le Soleil (mais leur intérêt consiste en la diversité des situations rencontrées).

Je présente ici les principales hypothèses sous-jacentes dans les deux analyses asymptotiques effectuées lors de ce travail.

- La dynamo est supposée axisymétrique.
- On ne considère qu'un seul hémisphère, c'est-à-dire que l'on néglige les interactions entre ondes provenant de chacun des hémisphères.
- La dynamo est supposée être engendrée dans une couche mince (il n'y a pas de résolution spatiale dans la direction radiale).
- Deux types de non-linéarités en α sont étudiés :

$$\alpha = \alpha_0(\theta) \left(1 - \frac{B^2}{B_0^2(\theta)} \right) \quad \text{ou} \quad \alpha = \alpha_0(\theta) \left(1 + \frac{B^2}{B_0^2(\theta)} \right)^{-1},$$

où $B_0(\theta)$ est un champ magnétique critique, au-delà duquel les non-linéarités deviennent importantes.

- La dynamo est asymptotique en D (grandes valeurs de D).

7.2.1 Une onde dynamo $\alpha^2\omega$

Dans la dynamo $\alpha\omega$, le champ toroïdal n'est engendré qu'à partir des gradients de vitesse à grande échelle. Cependant, il est également possible d'engendrer le champ toroïdal à partir de l'hélicité (qui joue alors un rôle dans la création des deux composantes du champ). Dans ce cas, on parle de dynamo $\alpha^2\omega$. Ce type de dynamo a été étudié numériquement, entre autres par Choudhuri (1990) et Moss et al. (1991). Le but de cette section est d'étudier une dynamo de ce type analytiquement. On considère une dynamo locale (à une latitude donnée fixée), et non-linéaire en α . Je résume ici les résultats que nous avons obtenus :

- Il est intéressant de regarder quel **critère** doit être vérifié pour savoir si l'on a affaire à ce type de dynamo ($\alpha^2\omega$), ou bien au modèle classique $\alpha\omega$, ou encore à une dynamo α^2 . Pour avoir une dynamo $\alpha^2\omega$, les deux sources de champ toroïdal doivent être du même ordre de grandeur. On obtient le critère :

$$\lambda^{-2} R_\alpha^2 \sim D^{4/3},$$

avec R_α caractérisant l'efficacité de l'amplification par l'effet α , et $\lambda = h/R$ (h épaisseur de la zone dans laquelle le champ est engendré, et R rayon de la zone convective). Le critère obtenu ne dépend donc pas seulement de l'hélicité et du gradient de rotation

(comme c'est le cas pour une dynamo $\alpha^2\omega$ dans un disque par exemple), mais il dépend également de **l'épaisseur de la couche dans laquelle la dynamo est engendrée** : ce paramètre mal connu est donc essentiel. D'après le critère trouvé, si les ondes dynamo sont engendrées dans une couche suffisamment fine, il faudra considérer une dynamo de type $\alpha^2\omega$ compte tenu du critère précédent (D est élevé).

- La plupart des propriétés des solutions obtenues sont proches de celles fournies par la dynamo $\alpha\omega$ de Parker (1955). Cependant, **il n'y a pas de solution à notre problème telle que la moyenne spatiale du champ magnétique** (composante constante dans la décomposition) **ne soit pas nulle**. Ceci est différent de la dynamo de Parker, pour laquelle il existait toute une série de solutions avec une moyenne non nulle : on obtient des solutions avec une structure plus simple ici que dans le cas d'une dynamo $\alpha\omega$. Notons que le cas solaire est plutôt compatible avec une moyenne nulle de l'onde dynamo, alors que, par exemple, dans le cas de la dynamo terrestre, c'est le contraire. Ce type de différence n'est pas encore bien comprise. Il est donc important de remarquer que les dynamos $\alpha\omega$ et $\alpha^2\omega$ peuvent donner des solutions qualitativement différentes pour aider à comprendre ces phénomènes. Davantage de travail dans le champ des dynamos $\alpha^2\omega$ est donc nécessaire. **La phase entre le champ toroïdal et le champ poloïdal est également différente** : l'étude de ce type de dynamo pourrait être une piste pour résoudre les problèmes posés par cette phase.

- Les deux types de non-linéarités étudiées donnent des résultats similaires.

Article : Meunier N., Nesme-Ribes E. & Sokoloff D.D., *A dynamo wave in the $\alpha^2\omega$ dynamo*, 1996, *Astron. Zh.* **73**, No. 3, p460-468 (version anglaise : *Astronomy Reports* **40**, No. 3, p415-423), voir annexe III

7.2.2 Propriétés asymptotiques d'une onde dynamo $\alpha\omega$ non-linéaire : période, amplitude et dépendance en latitude

La plupart des hypothèses présentées précédemment sont toujours valables. L'article qui suit examine le rôle de la dépendance en latitude et de **l'ajout d'un terme de diffusion dans la direction radiale**. Les hypothèses sont les suivantes :

- Dans l'article précédent, on travaillait à une latitude donnée constante. Ici, l'hélicité présente une dépendance fonctionnelle en θ (comme dans l'étude d'un modèle linéaire réalisée par Kuzanyan & Sokoloff 1996). Cette dépendance est introduite par l'intermédiaire du nombre dynamo local : $D(\theta) = Df(\theta)$, où f contient principalement la dépendance de α et $\nabla\Omega$ en θ . On introduit également un nombre dynamo effectif, qui tient compte des non-linéarités en α : $D_{eff}(\theta) = D(\theta)g(B)$, où la fonction g décrit le *quenching* du champ magnétique.

- Le terme de diffusion du champ magnétique dans la direction radiale n'est plus négligé. Nous verrons plus loin toute l'importance de ce terme.

Les hypothèses précédentes conduisent au système :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha(\theta, \mathbf{B}_\phi)B + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} - \lambda^{-2}\mu^2 A,$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -DG(\theta) \cos \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B_\phi}{\partial \theta^2} - \lambda^{-2}\mu^2 B_\phi,$$

avec les notations suivantes : G est le gradient radial de rotation, λ est le rapport entre l'épaisseur de la zone où la dynamo est engendrée et le rayon de la zone convective R , μ est le coefficient qui caractérise les pertes dues à la diffusion radiale (la diffusion dans la direction radiale est moyennée sur l'épaisseur car celle-ci est faible, c'est pourquoi il s'agit plus de perte que de diffusion), et D est défini par $\alpha_m G_m R^3 / \beta^2$, l'indice m caractérisant la valeur maximum de la variable considérée, et β la diffusivité turbulente. Les conditions aux limites sont $A(0, t) = B_\phi(0, t) = A(\frac{\pi}{2}, t) = B_\phi(\frac{\pi}{2}, t) = 0$. Nous recherchons des solutions en termes d'ondes progressives vers les pôles ou l'équateur selon le signe de $\alpha \nabla \Omega$ (ou de D). Les solutions cherchées sont périodiques en temps et en latitude : elles sont simplement sinusoïdales.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- Le principal résultat de cette étude est la **présence de l'onde dynamo dans un domaine restreint en latitude**. L'onde dynamo ne peut en effet apparaître que là où le taux de croissance de l'onde en régime cinématique (i.e. linéaire) est positif : ceci ne se produit qu'entre deux latitudes θ_1 et θ_2 . L'existence de ce seuil est directement lié au terme de diffusion radiale. Si l'on supprime ce terme, le champ peut être engendré partout. Ce résultat est en accord avec le diagramme papillon, dans lequel les taches ne sont présentes que dans une bande de latitudes restreinte. Le problème de transmission en θ_1 est étudié, ainsi que la stabilité des solutions obtenues. Les valeurs de θ_1 et θ_2 dépendent directement des dépendances en latitude du gradient de vitesse et l'hélicité.

- L'équation de dispersion obtenue ne dépend pas de la latitude et **la période est constante au premier ordre** en $|D|^{-1/3}$. La longueur du cycle ne devrait pas varier de plus de $\bar{\Omega}|D|^{-1/3}$ au premier ordre, où $\bar{\Omega}$ est la longueur moyenne du cycle. Une dynamo solaire plausible telle que $D = 10^3$ permet une variation de 10% de la longueur du cycle, ce qui est proche des observations en ce qui concerne le Soleil. Ceci n'est bien sûr pas valable pour toutes les étoiles (qui ont des nombres dynamo différents et sont, pour certaines, probablement très éloignées des hypothèses considérées) : certaines présentent en effet de très grandes variations de la longueur du cycle (Baliunas et al. 1995).

- **L'amplitude du cycle** est, quant à elle, fortement variable, et dépend de nombreux paramètres (l'hélicité, la rotation différentielle), ce qui est compatible avec les observations de l'amplitude du cycle solaire, qui présentent des variations de deux ordres de grandeur entre les cycles actuels et le minimum de Maunder (Ribes & Nesme-Ribes 1993).

Des modélisations numériques simples ont été effectuées et confirment ces résultats.

Article : Meunier N., Proctor M.R.E., Sokoloff D.D., Soward A.M. & Tobias S.M., Asymptotic properties of a nonlinear $\alpha\omega$ -dynamo wave: period, amplitude and latitude dependence, 1997, accepté dans Geophysical and Astronomical Fluid Dynamics, voir annexe IV

7.3 Conclusion

Les travaux présentés dans ce chapitre montrent l'importance d'avoir une approche analytique asymptotique du processus dynamo. L'analyse d'une dynamo de type $\alpha^2\omega$ a permis d'obtenir des résultats qualitativement différents de la dynamo $\alpha\omega$ classique. Par ailleurs, nous avons montré le rôle important joué par la diffusion dans la direction radiale dans l'origine du diagramme papillon.

Il faut insister sur le fait qu'aucun modèle de dynamo ne fournit encore de résultats complètement cohérents. Les principales limitations proviennent du manque de connaissance de l'hélicité d'une part, et de la difficulté d'estimer l'efficacité de la génération du champ magnétique par la turbulence, d'autre part.

Les modèles de dynamo classique se séparent donc en deux catégories :

- ceux qui traitent le champ moyen, et alors les non-linéarités sont complètement paramétrisées (avec peu de justifications),
- et ceux qui essaient de traiter la turbulence correctement, et alors il faut encore paramétriser les petites échelles à cause du trop grand nombre de Reynolds.

Dans les deux approches, il faut paramétriser certains termes des équations, les modèles ne sont donc pas encore complètement cohérents. Les alternatives proposées dans la littérature présentent également beaucoup d'inconvénients, et sont très controversées. Dans ce contexte, il était important d'effectuer une étude analytique asymptotique permettant de mettre en évidence certains des phénomènes prépondérants.

Chapitre 8

Conclusions et perspectives

8.1 Synthèse des résultats obtenus

Dans les travaux présentés au cours des précédents chapitres, une analyse de la dynamique et des champs magnétiques solaires a été effectuée à diverses échelles **temporelles** et **spatiales**. Les différentes approches ont permis d'aborder par exemple les variations des conditions physiques au cours du cycle, ainsi que les propriétés locales de la distribution des champs à la surface. Je présente un bilan des résultats obtenus en insistant sur les complémentarités des différentes approches utilisées.

8.1.1 Complémentarité des différents traceurs

J'ai étudié la **dynamique associée au champ magnétique** principalement par l'intermédiaire des facules photosphériques et chromosphériques. L'analyse a été effectuée à partir des spectrohéliogrammes de Meudon, et a permis de mettre en évidence une très forte dissymétrie nord-sud de la rotation et de la circulation méridienne, ainsi qu'une variation de la circulation méridienne au cours du cycle (les mouvements méridionaux sont maximum lors du maximum d'activité). Le comportement des taches (traceurs les plus étudiés) durant la même période était très différent. La dissymétrie nord-sud de leur dynamique était négligeable, et leur circulation méridienne présentait une structure tout à fait différente.

La question soulevée est alors la suivante : pourquoi la rotation des facules est-elle si dissymétrique comparée à celle des taches observées durant la même période ? Pourquoi la dynamique de ces différents traceurs est-elle différente ? La profondeur d'ancrage serait-elle différente selon l'hémisphère ? Ceci est probablement lié aux différences entre les tubes de flux les constituant, larges et à fort champ magnétique dans le cas des taches, fins et à champ magnétique moindre dans le cas des facules. La profondeur d'ancrage est donc différente, de même que les interactions avec les mouvements turbulents.

Ces différentes observations montrent **l'importance d'étudier de manière complémentaire les différents traceurs afin d'obtenir une vision globale**.

Remarquons également sur ce point que les études de l'activité solaire (par exemple celles visant à établir un lien avec la dynamo) reposent souvent sur les taches (via le nombre de taches ou de groupes de taches). Or les observations récentes de la sonde

SOHO montrent que même en période de minimum, une activité importante différente des taches est présente. C'est-à-dire que non seulement un champ faible et diffus est omniprésent et contribue significativement au flux total (observations du chapitre 4), mais des événements violents (éjection de matière importante) se produisent alors même qu'aucune tache n'est observée à la surface. Là encore, la complémentarité des observations et des structures étudiées est cruciale si l'on veut comprendre l'activité solaire.

8.1.2 Complémentarité des différentes échelles

L'analyse effectuée montre également l'intérêt d'exploiter la complémentarité des différentes échelles. Le travail entrepris a ainsi permis d'étudier **simultanément la dynamique globale et locale** des tubes de flux. Ainsi, cette approche spécifique a non seulement permis de mettre en évidence une nouvelle population de points faculaires, mais également de fournir des indications sur leur dynamique globale, ce qui contraint plus fortement les interprétations possibles de ce phénomène. Les résultats obtenus à ces différentes échelles ont ainsi permis d'établir un rapprochement avec les points-pivots dans les filaments (Mouradian et al. 1987), dont la rotation est rigide et qui semble être associés à la présence de régions actives à l'origine du filament. Des travaux en héliosismologie visant à étudier les mouvements locaux dans ces couches proches de la surface sont essentiels pour interpréter plus sûrement ces résultats nouveaux. On remarquera que la dynamique des taches ne présentent pas du tout un tel comportement.

L'analyse à petite échelle de la dynamique a également apporter des informations nouvelles concernant la dispersion des vitesses des points faculaires, ainsi que ses variations au cours du cycle. Il a également été possible de mettre en évidence les ondes de torsion découverte au début des années 1980 à partir de dopplergrammes.

Un autre point essentiel concerne plus spécifiquement les échelles temporelles. Les processus de génération de champ magnétique à court terme (échelle de la rotation solaire) sont plutôt stochastiques. Par contre, à long terme, il est probable qu'un chaos pouvant être décrit avec un faible nombre d'équations soit responsable de la variation de l'activité solaire (Mundt et al. 1991).

Au cours de ce travail, les variations à long terme ont été privilégiées, car les données de Meudon sont particulièrement bien adaptées à ce type d'étude. J'ai ainsi observé des variations à l'échelle du cycle solaire, en ce qui concerne la circulation méridienne des facules. J'ai également observé une **durée de vie des modes acoustiques plus faible lors du minimum du cycle**. Par contre, la dissymétrie nord-sud de la rotation à grande échelle est restée constante sur les 8 années étudiées. Davantage de données doivent être traitées pour contraindre davantage les modèles. Il est possible en effet que les variations de la dissymétrie nord-sud fassent appel à des échelles de temps bien plus longues.

8.1.3 Complémentarité des différentes approches observationnelles

Différentes approches observationnelles ont été utilisées au cours de ce travail. Tout d'abord, je me suis intéressée à l'étude de la surface solaire. J'ai abordé, d'une part, les

régions actives (la dynamique et l'analyse fractale des facules en particulier, ainsi que les variations de l'éclairement solaire), et d'autre part, le champ magnétique du Soleil calme.

L'étude des régions actives a été menée à partir des spectrohéliogrammes de Meudon. L'intérêt de ces données, outre leur qualité en ce qui concerne la bande passante, réside surtout dans l'importante couverture temporelle disponible.

Par ailleurs, les observations effectuées à Kitt Peak ont montré que le flux contenu dans les champs faibles, omniprésents, était très important comparé à celui du réseau. Une étude complémentaire dans le visible et l'infrarouge des propriétés spatiales de ces structures à champ magnétique faible a été effectuée. Je me suis également intéressée à leur distribution de flux et de taille. En particulier, le spectre de puissance est cohérent avec une origine turbulente de ces champs.

J'ai également travaillé sur des données héliosismologiques. Les deux types d'approches observationnelles adoptés (observations de la surface du Soleil et héliosismologie) sont ainsi complémentaires. En effet, les tubes de flux formant les régions actives, ou même le champ faible *intranetwork*, sont ancrés en profondeur. En conséquence de quoi, il serait très utile d'avoir des informations sur les couches internes du Soleil pour mieux comprendre les phénomènes observés à la surface solaire. Par exemple, plusieurs résultats sont liés directement aux propriétés de la convection (dimension fractale des facules, dispersion des vitesses dans les facules, largeur des modes acoustiques), et nécessitent des informations plus directes sur les couches proches de la surface. Un autre point nécessite davantage d'investigations dans ce sens, il s'agit de la dissymétrie nord-sud de la rotation. La question de la profondeur d'ancrage des facules est cruciale dans ce contexte. Ce résultat soulève une nouvelle question. Sur quelle profondeur de la zone convective la dissymétrie nord-sud existe-t-elle ? Les réponses à ces questions sont importantes pour comprendre la relation éventuelle entre amplitude de la rotation et degré d'activité.

Le programme élaboré afin d'effectuer un ajustement 2-D des spectres de puissance solaire doit permettre d'obtenir des paramètres des modes très précis et d'étendre les mesures à un plus grand nombre de modes (d'où une meilleure connaissance de la structure interne du Soleil). L'exploitation du programme sur un grand nombre de spectres reste à effectuer. Les outils développés au cours de ce travail peuvent en effet s'appliquer aux autres données héliosismologiques. Ils seront d'autant plus importants que les données seront de bonne qualité, en particulier si leur résolution en fréquence est excellente.

8.1.4 Complémentarité des approches observationnelles et théoriques

Mon approche a été essentiellement observationnelle. J'ai traité un grand nombre de données différentes, en effectuant des observations et en participant à leur analyse à différentes étapes. Ces traitements pourront également être utilisés lors d'observations futures. Les données de GONG et MDI nécessiteront un traitement rigoureux en ce qui concerne l'analyse des fréquences. Par ailleurs, les spectrohéliogrammes de Meudon restent encore à exploiter pour la plupart d'entre eux, et la reconstruction de l'éclairement solaire à partir de ces données est un point essentiel.

J'ai également eu une approche théorique de la dynamo solaire. L'objectif de l'analyse

asymptotique effectuée en régime non-linéaire était de guider de futures modélisations numériques. Des approximations sont toujours nécessaires, et dans ce cadre, un effort particulier a été effectué pour séparer le rôle des différents éléments influents plutôt que de chercher à élaborer une description directement valable pour le Soleil.

8.2 Perspectives

Les résultats qui viennent d'être présentés suscitent également des questions nouvelles et suggèrent de nouvelles études.

8.2.1 Observations solaires

Poursuite des observations

Le suivi temporel des observations sur plusieurs cycles est primordial pour une analyse de l'activité solaire. C'est pourquoi les spectrohéliogrammes de Meudon, dont la majeure partie n'a pas encore été exploitée de manière quantitative, seront très utiles pour confirmer les résultats obtenus au cours de ce travail pour le cycle 19.

Par ailleurs, les observations effectuées de champs magnétiques faibles dans le visible et l'infrarouge à Kitt Peak nécessitent d'être poursuivies afin d'obtenir des résultats davantage significatifs.

Des procédures d'observations et de réduction ont été élaborées au cours de ce travail, et elles sont prêtes à être appliquées à de nouvelles données.

Observations à haute résolution spatiale

Les résultats obtenus soulignent le besoin d'observer avec une haute résolution angulaire, ainsi que de la nécessité d'un suivi sur un cycle de 11 ans au moins de ces observations. Le télescope THEMIS sera bien adapté à ces deux contraintes. Par rapport à des instruments spatiaux, il devrait permettre facilement l'obtention de données sur au moins deux cycles solaires. Particulièrement adapté aux mesures de polarisation, il permettra une étude approfondie des champs faibles *intranetwork* observés au chapitre 4. Des observations de la granulation seront également les bienvenues, en particulier en relation avec les tubes de flux (poursuite de l'analyse fractale commencée ici, champs faibles, dynamique des tubes de flux à petite échelle). La question de l'origine de la population II de points faculaires nécessite également davantage d'observations : correspondent-ils à des points d'émergence du flux magnétique ? Il est en particulier important de conserver un suivi temporel des observations, et d'utiliser la complémentarité des différentes approches simultanées.

L'héliosismologie

Les observations héliosismologiques actuellement effectuées à bord de SOHO, ainsi que par le réseau GONG, vont permettre d'affiner la connaissance de la structure interne. Les variations de cette structure à court terme (échelle de quelques mois), en liaison

éventuelle avec l'activité magnétique, devrait apporter des informations importantes pour les modèles de dynamo. L'étude de la dissymétrie nord-sud de la structure interne sera également utile pour comprendre la différence entre la dynamique des facules et celle des taches. Les outils élaborés au cours de ce travail devront être mis en œuvre et appliqués à de nombreux spectres.

Signalons également que les modes propres, qui sont de loin les plus étudiés, ne sont pas les seuls à pouvoir être excités. Des ondes aux autres fréquences peuvent également être observées (Duvall et al. 1993a) : c'est l'analyse temps-fréquence. Il s'agit d'observer directement la propagation des ondes à la surface (la méthode est alors analogue à la sismologie terrestre). Cette méthode permet d'obtenir des informations sur les inhomogénéités autour des taches par exemple, ainsi que de détecter et mesurer des mouvements localisés.

8.2.2 Thèmes de modélisations

L'approche adoptée durant ce travail a été essentiellement observationnelle. Rappelons que deux thèmes importants nécessitent davantage de modélisations :

- **La convection**, et en particulier la granulation. Ces cellules ont une influence sur les mouvements à petite échelle des tubes de flux, ainsi que sur la dimension fractale des structures magnétiques. Il est également possible que leur contribution à l'amortissement des ondes acoustiques soit prépondérante. Dans ce contexte, la corrélation nulle observée entre les structures magnétiques à champ faible et les structures en intensité nécessite davantage d'investigations. Par ailleurs, l'analyse fractale effectuée, dont l'objectif est de quantifier la complexité de la distribution spatiale du champ magnétique à la surface solaire, nécessite une modélisation sérieuse pour pouvoir être interprétée. Celle-ci repose pour beaucoup sur une bonne modélisation de la convection.

- **La dynamo**. L'étude analytique du chapitre 7 a montré l'importance qu'il y a à étudier des dynamos plus complexes telles que la dynamo $\alpha^2\omega$. Elle a également montré le rôle de la diffusion dans la direction radiale sur le diagramme papillon. Dans le futur, des points importants à étudier seront l'interaction entre les deux hémisphères et la dissymétrie nord-sud, ainsi que des non-linéarités fondées sur des processus physiques (rétroaction du champ magnétique sur le champ de vitesse). Un certain nombre de questions ont été soulevées par les résultats obtenus au cours de ce travail. D'où vient la dissymétrie nord-sud de la dynamique des facules ? Sur quelle échelle de temps varie-t-elle ? Quel est le rôle de la circulation méridienne dans la dynamo solaire ? Comment se produit l'émergence de flux dans les régions actives (qui ont une longue durée de vie) ?

Ces deux approches sont intimement liées à la nécessité d'une bonne modélisation des phénomènes turbulents.

8.2.3 Les autres étoiles

L'astérosismologie

Nous avons vu que l'héliosismologie permet de sonder l'intérieur du Soleil. Une méthode analogue est également appliquée aux autres étoiles, il s'agit de l'astérosismologie.

Elle permet ainsi d'obtenir des informations directes sur l'intérieur d'autres étoiles. Dans le contexte du présent travail, il serait particulièrement intéressant d'observer des étoiles à activité magnétique importante, par exemple présentant un cycle beaucoup plus court (ce qui permettrait ainsi d'étudier davantage de cycles).

Les étoiles à activité magnétique

Plus généralement, les étoiles à activité magnétique permettent d'apporter des informations directes sur le Soleil dans le cas où elles sont d'un type spectral proche. C'est l'approche adoptée par Baliunas et al. (1995) par exemple. Le Soleil n'a pas toujours présenté la même activité qu'aujourd'hui. Sur une échelle de temps courte par exemple, j'ai mentionné au chapitre 1 l'existence du minimum de Maunder, qui a vu l'activité magnétique chuter. Une étude statistique de nombreuses étoiles devraient permettre de reconstituer l'histoire du Soleil de manière statistique également, en déterminant quelle proportion du temps il est dans tel état, etc. Ces observations sont donc cruciales pour contraindre la dynamo solaire.

Par ailleurs, des techniques prometteuses de reconstruction de la distribution spatiale des régions actives sont élaborées depuis quelques années, par imagerie Doppler ou Zeeman-Doppler (Donati 1993). Une étude des dissymétries nord-sud sur ces autres étoiles donnerait des informations complémentaires très importantes pour comprendre les résultats obtenus au cours de ce travail.

8.2.4 Les relations entre l'activité solaire et le climat terrestre

Les spectrohéliogrammes de Meudon ont été étudiés (chapitre 6) afin d'étudier les possibilités de reconstruction de l'éclairement solaire au cours du XX^e siècle à l'aide de ces images. Leur analyse offre en effet la possibilité d'estimer la contribution des facules aux variations de l'éclairement unique au monde en ce qui concerne les années 1910-1960. Le travail réalisé ici avait pour but de préparer l'utilisation de ces données et d'estimer le nombre d'images à traiter. Ce travail est donc à poursuivre afin de traiter les spectrohéliogrammes sur l'ensemble du XX^e siècle.

Dans ce contexte, les différentes échelles en jeu sont importantes à considérer. Elles sont liées aux échelles typiques de variations de l'éclairement solaire (temps, amplitude) et aux échelles de temps sur lesquelles l'atmosphère terrestre peut réagir à ces différentes variations.

Annexe I

Article : La dynamique interne du Soleil, à partir des traceurs magnétiques

Collin B., Nesme-Ribes E., Leroy B., Meunier N. & Sokoloff D., "*La dynamique interne du Soleil, à partir des traceurs magnétiques*", 1995, C. R. Acad. Sci. Paris, T.321, Série IIb, p111-118

Soleil/Sun

La dynamique interne du Soleil, à partir des traceurs magnétiques

Bertrand COLLIN, Élisabeth NESME-RIBES, Bernard LEROY,
Nadège MEUNIER et Dimitri SOKOLOFF

Résumé – L'étude de la rotation de la zone convective solaire est possible à partir de l'observation des différents traceurs magnétiques observés dans l'atmosphère du Soleil mais ancrés en profondeur. En utilisant les mesures héliosismiques qui fournissent le profil de la rotation angulaire interne, il devient possible d'assigner une profondeur d'ancrage aux diverses structures magnétiques.

The dynamics of the solar convective zone by means of magnetic tracers

Abstract – The rotation of the sun's convective zone can be studied using the motions of magnetic features observed in the solar atmosphere although deeply rooted. It becomes possible to assign a depth of anchorage to these magnetic tracers, by helioseismology, which probes solar rotation layer by layer.

Abridged English Version – In the framework of the nonlinear $\alpha - \omega$ solar dynamo, the relative velocities in the convective layers are a key parameter in the generation of magnetic fields and the solar cycle. Many attempts have been made in the past to derive the rotation from sunspot motions, but these have led to a large spread in the estimated rotation rate. It is clear that the accuracy of the estimation depends upon the techniques used. If we exclude purely visual methods with their large errors, we are left with more sophisticated techniques which still yield different rotation rates (Nesme-Ribes *et al.*, 1993). Most of the discrepancies that occur can be explained by the cycle-dependence of rotation since observations seldom cover the same period. However, it is interesting to see whether the various manifestations of the magnetic field, namely sunspots, faculae, network elements, and H_α filaments, all follow the same rotation law.

We have done this, using the collection of solar observations obtained at the Paris Observatory. The three daily spectroheliograms display sunspots, faculae, filaments and network.

We have digitized these spectroheliograms and corrected them for a number of geometric and photometric distortions. Two consecutive spectroheliograms are then displayed on the screen of a Sun-Unix station. The various phenomena are tracked by eye, however. The approach is therefore computer-aided for sunspots, faculae and network elements as opposed to the fully automatic procedure presented by Collin and Nesme-Ribes (1995) for filaments and plages.

Sidereal rotation rates have been computed (*fig. 1* and table) over a period of strong activity (June 1982). For comparison, we have included in the table the sidereal rotation rate of NSO magnetic fields as measured by Komm *et al.* (1993). Our results are as follows.

All magnetic features show the same characteristics of rotation, namely strong North-South asymmetry, with the northern hemisphere rotating more rigidly than the southern one. The North-South asymmetry in the rotation of all magnetic tracers observed in 1982 results from a competition between the dipole and the quadrupole component of the general magnetic field (Sokoloff and Nesme-Ribes, 1994).

However, certain differences can be seen among the rotations of the tracers. It is tempting to assume that these tracers are not anchored at the same depth and that the differences reflect the change of the angular velocity with depth.

Note présentée par Evry SCHATZMAN.

chromosphérique, dont on pense qu'il représente le champ poloïdal, doit sa forme et sa rotation aux mouvements convectifs de supergranulation.

Une particularité du champ magnétique n'a pas trouvé d'explication : à l'équateur, toutes les structures magnétiques présentent une rotation plus élevée (3 %) que la rotation du plasma de surface non magnétique.

La cohérence de nos résultats avec les données existantes (héliosismologie et magnétogrammes) montre la potentialité des spectrohéliogrammes numériques et d'une algorithmie adaptée. A court-terme, la mesure du cisaillement radial, le repérage des zones ou hémisphères à rotation rigide, des points-pivots, de la dissymétrie nord-sud permettront une meilleure prévision de l'activité; à plus long terme, c'est l'évolution séculaire de l'activité solaire qui sera possible.

Les auteurs remercient l'équipe d'observateurs du laboratoire de physique solaire (URA 326, CNRS) qui a assuré la surveillance régulière du Soleil. Les spectrohéliogrammes ont été numérisés avec la Machine à Mesurer pour l'Astronomie (MAMA) de l'Institut des Sciences de l'Univers et au microphotomètre digital de l'Institut d'Optique d'Orsay. Les remerciements s'adressent également à P. Micheneau, S. Egulbey, R. Chesnel et P. Toupet pour leur aide dans l'acquisition des données. Ce programme s'inscrit dans le cadre du contrat n° 92-20011.A/DRET et n° 20011/ETCA. D.S. remercie l'aide financière de la part de la Russian Foundation for Fundamental Studies (bourse 94-05-176-26a).

Note remise le 23 novembre 1994, acceptée après révision le 7 juin 1995.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- B. COLLIN et E. NESME-RIBES, Traitement d'Images appliquée à la rotation du champ magnétique solaire, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 321, série II b, 1995 (à paraître).
- B. COLLIN, Contribution à l'analyse automatisée de la déformation, *Thèse de doctorat*, Université Paris-Sud, 1994.
- L. D'AZAMBUJA et M. D'AZAMBUJA, Étude d'ensemble des protubérances solaires et de leur évolution, *Annales de l'Observatoire de Paris*, Section d'Astrophysique, à Meudon, VI, fascicule VII, Gauthier-Villars, 1948.
- D. O. GOUGH, A. G. KOSOVICHEV, T. SEKII, K. G. LIBRECHT et M. F. WOODWARD, Seismic evidence of modulation of the structure and angular velocity of the sun associated with the solar cycle, in: A. BAGLIN et W. WEISS éd., *Proceedings IAU*, Coll. 137, p. 93-96.
- R. W. KOMM, R. F. HOWARD et J. W. HARVEY, Torsional oscillation patterns in photospheric magnetic features, *Sol. Phys.*, 143, 1993, p. 19-39.
- J. L. LEROY, V. BOMMIER et S. SAHAL-BRECHOT, The magnetic field in the prominences of the polar crown, *Sol. Phys.*, 83, 1983, p. 135-142.
- P. MEIN et E. NESME-RIBES, Spectroheliograms and motions of magnetic tracers, *Astronom. Astrophys.*, 227, 1990, p. 577-582.
- N. MEUNIER, Étude de la dynamique solaire d'après la rotation des facules et des points brillants du réseau chromosphérique, *Mémoire de stage*, 1993.
- E. NESME-RIBES, E. N. FERREIRA et P. MEIN, Solar dynamics over solar cycle 21, using sunspot as tracers. I. Sunspot rotation, *Astronom. Astrophys.*, 274, 1993, p. 563-570.
- D. SOKOLOFF et E. NESME-RIBES, The Maunder minimum, a mixed-parity dynamo solution?, *Astronom. Astrophys.*, 288, 1994, p. 293-298.
- I. SORU-ESCAUT, M. J. MARTRES et Z. MOURADIAN, Points singuliers de la rotation solaire, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 321, série II, 1984, p. 545-548.
- H. D. SNODGRASS et R. K. ULRICH, Rotation of Doppler features in the solar photosphere, *Astronom. Astrophys.*, 351, 1990, p. 309-316.

B. C. : CREA/SP, Etablissement Technique Central de l'Armement, 94114 Arcueil, France;

E. N.-R., B. L. et N. M. : CNRS, URA 326, Département d'Astronomie Solaire et Planétaire, Observatoire de Paris, 92195 Meudon, France;

D. S. : Department of Astronomy, Moscow University, 119899 Moscow, Russia.

La profondeur d'ancrage du réseau. – Le réseau présente une rotation intermédiaire entre la rotation des taches jeunes et celle des taches vieilles (ou de tout autre structure magnétique) (tableau). Sa distribution sur toute la surface solaire suggère qu'il représente la composante poloïdale du champ magnétique. Une particularité supplémentaire de ce champ poloïdal est son organisation en « réseau ». On pense que cette topologie est le résultat de la supergranulation qui repousse les tubes magnétiques à la frontière des cellules convectives. La loi de rotation de la supergranulation proposée indépendamment par Snodgrass et Ulrich (1990) est en bon accord avec celle du réseau (fig. 2). La divergence entre la rotation du réseau et celle des jeunes taches suggère que le champ poloïdal, engendré au bas de la zone convective, a été soumis aux caprices de la supergranulation.

La profondeur d'ancrage des filaments H_{α} . – Les filaments présentent une rotation différentielle marquée (fig. 1 d). Leur interprétation en terme de profondeur d'ancrage est délicate, étant donné la dispersion des mesures. La plupart des filaments révèlent la présence de points-pivots, au cours de leur existence, c'est-à-dire de zones à rotation rigide (Soru-Escout *et al.*, 1984). Cette particularité suggère qu'ils pourraient être profondément ancrés et refléter le champ azimutal (Mouradian, communication privée). Une étude statistique plus grande et surtout une étude détaillée des biais inhérents à chaque méthode (automatique et visuelle) permettra de confirmer cette hypothèse.

LA DISSYMMÉTRIE NORD-SUD, DIAGNOSTIC D'UNE DYNAMO NON LINÉAIRE. – Tous les traceurs (taches, facules, filaments, réseau) montrent une dissymétrie de rotation entre les deux hémisphères : en 1982, le nord tourne plus rapidement et plus rigidement que le sud.

La dissymétrie observée trouve son explication dans une des non-linéarités de la dynamo. En effet, Sokoloff et Nesme-Ribes (1994) ont montré que le champ magnétique général du Soleil a une configuration complexe, un mélange de dipôle et de quadrupôle. Les deux configurations magnétiques ont un comportement oscillatoire, de fréquence semblable mais non identique. Lorsque les cycles sont intenses, comme c'est le cas actuellement, la composante dipolaire l'emporte, mais la présence du quadrupôle entraîne une dissymétrie du magnétisme et de la rotation entre les deux hémisphères (Sokoloff et Nesme-Ribes, 1994). Dans le cas des grandes anomalies (comme celle du XVII^e siècle), la composante quadrupolaire est importante et entraîne une dissymétrie beaucoup plus marquée entre les deux hémisphères, jusqu'à la suppression des régions actives dans un des hémisphères (Sokoloff et Nesme-Ribes, 1994).

CONCLUSION. – Les mouvements de diverses structures magnétiques solaires observées en juin 1982 ont été étudiés. La poursuite des taches, des facules et du réseau chromosphériques est assistée par l'ordinateur. En revanche, la poursuite des filaments est entièrement automatique. Les taux de rotation obtenus par le déplacement de ces structures présentent des caractéristiques communes : une dissymétrie Nord-Sud et un hémisphère nord tournant plus rigidement que l'hémisphère sud. Cette dissymétrie trouve une explication dans la compétition entre un champ magnétique général dipolaire et une composante quadrupolaire.

Toutefois, il existe des divergences dans les taux de rotation de certaines des structures magnétiques observées. A l'instar de Komm *et al.* (1993), nous attribuons ces divergences à leur profondeur d'ancrage dans la zone convective. La rotation des jeunes taches (émanation du champ azimutal) correspond à la rotation de l'interface entre la zone radiative et la zone convective. C'est là que se situe le siège de la dynamo. Les structures magnétiques plus âgées (facules et filaments) présentent la rotation d'ensemble de la zone convective, conformément à la loi de rotation du champ magnétique mesuré à Kitt Peak. Le réseau

La profondeur d'ancrage des taches. – Les jeunes taches présentent une rotation plus rigide que l'ensemble des traceurs magnétiques. En outre, à la latitude de 45° , la rotation des jeunes taches est sensiblement celle de la zone radiative (fig. 2 et tableau). Ceci montre que les taches représentent la composante azimutale du champ et que la source dynamo est bien située à l'interface entre la zone radiative et la zone convective (entre $0,6$ et $0,7 R_\odot$). A l'équateur, les jeunes taches tournent plus rapidement que le bas de la zone convective. Bien que cette différence semble significative, elle reste sans explication.

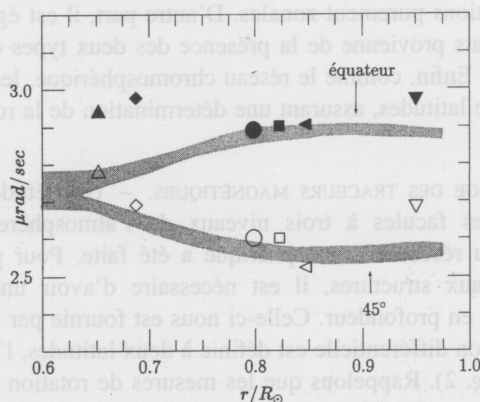


Fig. 2. – Représentation schématique de la profondeur d'ancrage des divers traceurs magnétiques à partir de leur rotation à l'équateur (symboles noirs) et à 45° (symboles blancs) : les jeunes taches (cycles 21, Δ), les vieilles taches (cycle 21, \circ), les facules H_α (juin 1982, \triangleleft), le champ magnétique à petite échelle de Kitt Peak (Komm et al., 1993) (1982, \square), les points brillants (1^{er} au 5 juin 1982, \diamond). La rotation interne du Soleil à partir des données héliosismologiques est représentée en grisé, l'épaisseur du grisé traduit la variabilité de la rotation au cours du cycle. la supergranulation mesurée par Snodgrass and Ulrich (1990) pour la période 1967-1987 est indiquée par le symbole ∇ .

Fig. 2. – Anchor depths of magnetic tracers, using their rotation rate at the equator (black symbols) and at 45° (white symbols): Young sunspots (cycle 21, Δ), old sunspots (cycle 21, \circ), H_α faculae (June 1982, \triangleleft), Kitt Peak small scale magnetic field (Komm et al., 1993) (1982, \square), bright points (1 to 5 June 1982, \diamond). For comparison, the solar internal rotation from helioseismology data is shown in grey, and the grey width represents the variability of the rotation within a cycle. The motion of supergranular cells for 1967-1987 (Snodgrass and Ulrich, 1990) is also indicated by ∇ .

Les vieilles taches tournent sensiblement comme la zone convective et ne diffèrent pas de la rotation du champ magnétique mesurée à Kitt Peak (Komm et al., 1993) (tableau). Ce résultat n'est pas surprenant si l'on admet que le plasma convectif contrôle les mouvements du champ magnétique (la pression gazeuse l'emporte sur la pression magnétique).

La profondeur d'ancrage des facules. – Les facules montrent une loi de rotation (fig. 1 b et tableau) similaire à celle des champs magnétiques de Kitt Peak : en effet, les points brillants faculaires sont en étroite correspondance avec les champs magnétiques intenses sélectionnés par la méthode de corrélation croisée de brillance adoptée par Komm et al. (1993).

Les facules sont également une manifestation du champ magnétique azimutal. Toutefois, elles n'ont pas la compacité des taches et subissent davantage l'influence du plasma convectif non magnétisé. Nous interprétons la rotation des facules et celle des taches anciennes comme la conséquence des mouvements convectifs sur une rotation originelle rigide.

vers les pôles. La rotation trouvée est conforme à la rotation des facules et à celle de l'ensemble des taches (fig. 1 d). La dispersion des mesures dans le cas des filaments est élevée, aussi a-t-il été nécessaire de grouper les données dans des boîtes de 10° de latitude (au lieu de 5° pour les autres traceurs), de façon à obtenir un profil de rotation lissé (Collin et Nesme-Ribes, 1995). Il n'est pas exclu qu'un certain nombre d'erreurs provienne d'une poursuite complètement automatique. En effet, les filaments quiescents s'allongent dans la direction est-ouest, sous l'effet de la rotation différentielle. La mise en correspondance automatique définie précédemment est imprécise lorsqu'il s'agit de déterminer les déformations purement zonales. D'autre part, il est également possible que la dispersion des résultats provienne de la présence des deux types de filaments observés par Leroy *et al.* (1983). Enfin, comme le réseau chromosphérique, les filaments s'étendent sur un large domaine de latitudes, assurant une détermination de la rotation solaire au-delà de la zone royale.

PROFONDEUR D'ANCRAGE DES TRACEURS MAGNÉTIQUES. – Une étude comparative de la rotation des taches, des facules à trois niveaux de l'atmosphère (K_{1v} , H_α et K_3), des filaments H_α et du réseau chromosphérique a été faite. Pour pouvoir attribuer une profondeur d'ancrage aux structures, il est nécessaire d'avoir une loi de rotation de référence, en latitude et en profondeur. Celle-ci nous est fournie par la sismologie (Gough *et al.*, 1993) où la rotation différentielle est définie à deux latitudes, l'équateur et $\pm 45^\circ$, de la surface à $0,5 R_\odot$ (fig. 2). Rappelons que les mesures de rotation déduites des données sismiques ne possèdent pas encore une grande précision et représentent une moyenne lissée, à l'inverse de traceurs qui sont très localisés.

Il est possible de décrire le profil de rotation observé par un polynôme de Legendre d'ordre 5, de façon à représenter la rotation des traceurs à l'équateur et aux moyennes latitudes. De plus, si l'on admet qu'en première approximation la rotation est symétrique par rapport à l'équateur, seuls les coefficients pairs de la décomposition en polynômes de Legendre suffisent à caractériser la rotation. A partir de ceux-ci, on peut calculer A , B et C définis de sorte que $\Omega = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta$ (où θ est la latitude), ainsi que ΔA , ΔB et ΔC représentant les erreurs sur ces coefficients. Les résultats de la décomposition sont présentés sur le tableau.

TABLEAU

Les coefficients A , B et C obtenus à partir des polynômes de Legendre et définis de sorte que

$$\Omega = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta$$

(où θ est la latitude) et les erreurs sur ces coefficients, respectivement ΔA , ΔB et ΔC , $\mu\text{rad/s}$. Les données de Kitt Peak correspondent au champ magnétique à petite échelle.

The coefficients A , B and C obtained from the Legendre polynomial fitting and defined in such a way that

$$\Omega = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta$$

(where θ is the latitude) and their associated errors, respectively ΔA , ΔB and ΔC , $\mu\text{rad/s}$. Kitt Peak data correspond to the small-scale magnetic field.

Traceurs	A	Δ	D	ΔD	C	ΔC
Jeunes taches Meudon, cycle 21	2,952	0,009	-0,73	0,04	0,8	0,1
Vieilles taches Meudon, cycle 21	2,899	0,007	-0,29	0,04	-0,6	0,1
Facules K_3 , 1 ^{er} au 5 juin 1982	2,88	0,05	-0,36	0,07	-0,4	0,1
Facules H_α , 1 ^{er} au 5 juin 1982	2,91	0,02	0,15	0,2	-1,8	1,0
Facules K_{1v} , 1 ^{er} au 5 juin 1982	2,98	0,03	-0,8	0,3	2,4	1,6
Points brillants K_3 , 1 ^{er} au 5 juin 1982	2,98	0,03	-0,43	0,07	-0,3	0,1
Kitt Peak, 1982	2,907	0,008	-0,44	0,06	-0,34	0,07

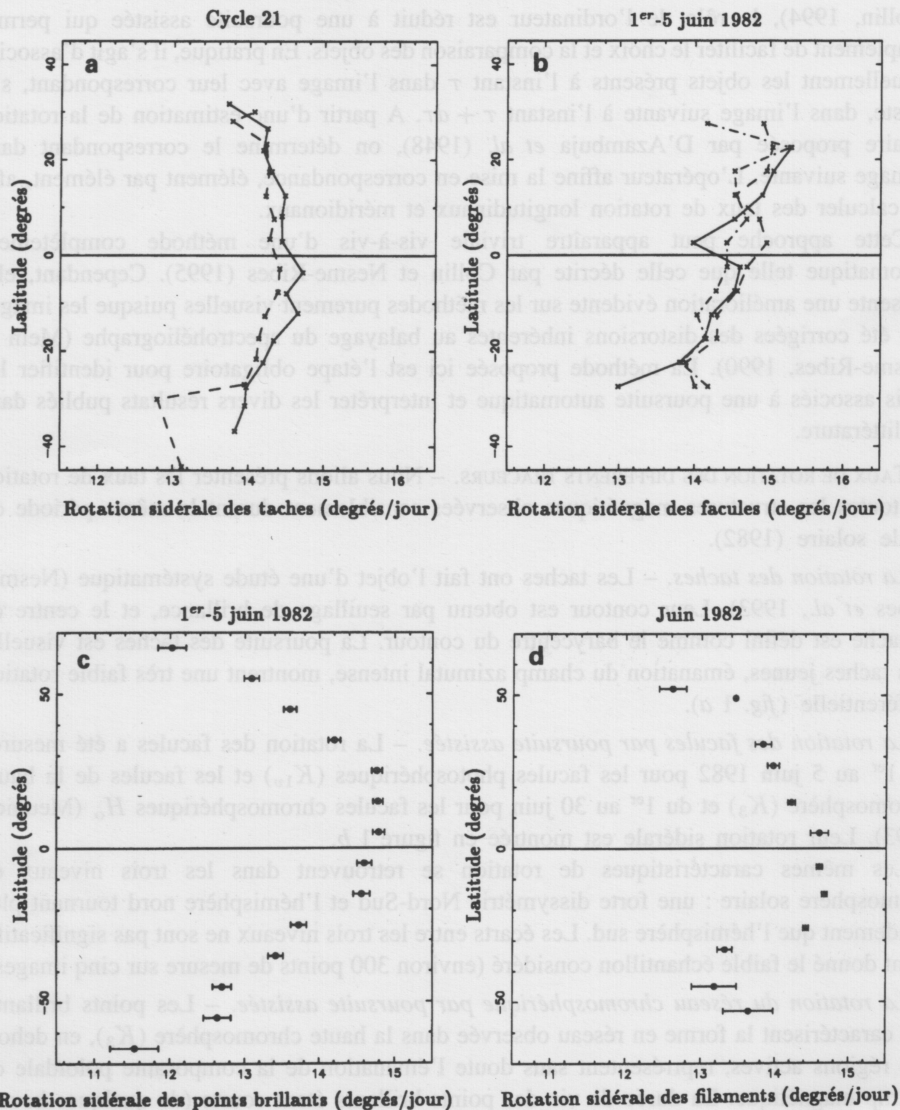


Fig. 1. — Mesures de la rotation sidérale obtenues à partir des traceurs magnétiques observés sur les spectrohéliogrammes de Meudon : a) les jeunes taches (trait plein) et les vieilles taches (trait pointillé), 1982; les erreurs sont généralement inférieures à $0,1^\circ/\text{jour}$; b) les facules aux niveaux K_3 (trait plein), K_{1v} (trait pointillé) et H_α (points-tirets), du 1^{er} au 5 juin 1982; les erreurs sont de l'ordre de $0,1^\circ/\text{jour}$, donc les différences entre les trois courbes ne sont pas significatives; c) les points brillants du réseau chromosphérique, du 1^{er} au 5 juin 1982; d) les filaments, juin 1982.

Fig. 1. — Measures of the sidereal rotation rates obtained from the magnetic tracers observed on Meudon spectroheliograms: a) young sunspots (solid line) and old sunspots (dashed line), 1982; errors are generally less than $0.1^\circ/\text{day}$; b) faculae at K_3 (solid line), K_{1v} (dashed line) and H_α (dot-dashed line) levels, from 1 to 5 June 1982; errors are about $0.1^\circ/\text{day}$, so the differences between the three graphs are not significant; c) bright points of the chromospheric network, from 1 to 5 June 1982; d) filaments, June 1982.

les filaments actifs associés aux régions actives, et les filaments quiescents éloignés des concentrations de champ azimuthal, dont une branche, les filaments polaires, migre

(Collin, 1994), le rôle de l'ordinateur est réduit à une poursuite assistée qui permet simplement de faciliter le choix et la comparaison des objets. En pratique, il s'agit d'associer visuellement les objets présents à l'instant τ dans l'image avec leur correspondant, s'il existe, dans l'image suivante à l'instant $\tau + d\tau$. A partir d'une estimation de la rotation solaire proposée par D'Azambuja *et al.* (1948), on détermine le correspondant dans l'image suivante. L'opérateur affine la mise en correspondance, élément par élément, afin de calculer des taux de rotation longitudinaux et méridionaux.

Cette approche peut apparaître triviale vis-à-vis d'une méthode complètement automatique telle que celle décrite par Collin et Nesme-Ribes (1995). Cependant, elle présente une amélioration évidente sur les méthodes purement visuelles puisque les images ont été corrigées des distorsions inhérentes au balayage du spectrohéliographe (Mein et Nesme-Ribes, 1990). La méthode proposée ici est l'étape obligatoire pour identifier les biais associés à une poursuite automatique et interpréter les divers résultats publiés dans la littérature.

TAUX DE ROTATION DES DIFFÉRENTS TRACEURS. – Nous allons présenter les taux de rotation de toutes les structures magnétiques observées sensiblement durant la même période du cycle solaire (1982).

La rotation des taches. – Les taches ont fait l'objet d'une étude systématique (Nesme-Ribes *et al.*, 1993). Leur contour est obtenu par seuillage de brillance, et le centre de la tache est défini comme le barycentre du contour. La poursuite des taches est visuelle. Les taches jeunes, émanation du champ azimuthal intense, montrent une très faible rotation différentielle (*fig. 1 a*).

La rotation des facules par poursuite assistée. – La rotation des facules a été mesurée du 1^{er} au 5 juin 1982 pour les facules photosphériques (K_{1v}) et les facules de la haute chromosphère (K_3) et du 1^{er} au 30 juin pour les facules chromosphériques H_α (Meunier, 1993). Leur rotation sidérale est montrée en figure 1 *b*.

Les mêmes caractéristiques de rotation se retrouvent dans les trois niveaux de l'atmosphère solaire : une forte dissymétrie Nord-Sud et l'hémisphère nord tournant plus rigidement que l'hémisphère sud. Les écarts entre les trois niveaux ne sont pas significatifs, étant donné le faible échantillon considéré (environ 300 points de mesure sur cinq images).

La rotation du réseau chromosphérique par poursuite assistée. – Les points brillants, qui caractérisent la forme en réseau observée dans la haute chromosphère (K_3), en dehors des régions actives, représentent sans doute l'émanation de la composante poloïdale du champ magnétique. La durée de vie des points brillants étant courte (de quelques heures à quelques jours), on peut s'attendre à ce que leur rotation soit comparable à la rotation des taches jeunes.

La rotation des points brillants du réseau, pour la période du 1^{er} au 5 juin 1982 est montrée en figure 1 *c*. Le grand nombre de points présents sur une image (environ 1 100 points pour les cinq images) compense le petit nombre d'images étudiées, comme en témoigne l'erreur sur la moyenne (inférieure à $0,01^\circ$ par jour). La rotation du réseau est très rigide dans le domaine de latitude $\pm 30^\circ$, conformément à la rotation des taches jeunes observée à Meudon. En dehors de la zone ($\pm 30^\circ$), la rotation devient différentielle. On retrouve la dissymétrie Nord-Sud du profil de rotation et la rigidité caractéristique de l'hémisphère nord.

La rotation des filaments par poursuite automatique. – Nous avons repris les résultats obtenus par Collin et Nesme-Ribes (1995). Les filaments (*fig. 1 d*) représentent des régions de champ magnétique faible (Leroy *et al.*, 1983). On peut les classer en deux groupes,

To test this assumption, we used seismic information (Gough *et al.*, 1993) which describes how the rotation varies from the surface down to $0.6 R_{\odot}$, at the equator and at 45° latitude (*fig. 2*). Faculae and filaments, which represent the azimuthal field component, exhibit a differential rotation close to that of the convective layers. This differential rotation is shared by the magnetic field (square) measured at Kitt Peak (Komm *et al.*, 1993) and sunspots without age selection (circle). All these magnetic features are anchored at a depth ranging between 0.8 and $0.99 R_{\odot}$. There is no reason why all these features should be placed at $0.8 R_{\odot}$ as was done in Komm *et al.* (1993).

Young sunspots (triangles) exhibit a rotation rate similar to that of the interface layers between the radiative and convective zones (Nesme-Ribes *et al.*, 1993). So we placed young spots near the bottom of the convective zone ($\sim 0.6 R_{\odot}$). This is consistent with the idea that the dynamo operates in the deep convective zone or deeper still, while older magnetic fields are influenced by the convective motions and may rotate like the convective zone.

The network is found to rotate at the same speed as the supergranulation observed at Mt Wilson (Snodgrass and Ulrich, 1990). Assuming the supergranulation's depth to be the same as its latitudinal extent, Komm *et al.* (1993) assign a depth of $0.94 R_{\odot}$ to the supergranular motions. Our interpretation is that the network, which is possibly the poloidal component of the magnetic field, is also generated in the deep convective zone, but is swept away by supergranular convective motions. Thus the depth of network elements could be rather close to that of young sunspots.

One intriguing property of certain magnetic tracers is that, at the equator, young sunspots, network elements and supergranular cells rotate slightly faster (up to 3%) than any other tracer or unmagnetized photospheric plasma. This observational fact is not well understood at present.

INTRODUCTION. – L'origine du cycle solaire repose sur l'interaction de la rotation différentielle et des mouvements tourbillonnaires présents dans la zone convective. La détermination précise de la rotation interne est donc un élément clef de cette théorie. Or les mesures disponibles présentent une grande variabilité dont les causes sont multiples, la phase du cycle, l'hémisphère considéré, le choix du traceur (Nesme-Ribes *et al.*, 1993). Dans cette Note de recherche, nous avons voulu mesurer la rotation de plusieurs traceurs magnétiques observés pendant la même période. Les différences observées sont alors spécifiques au traceur et à sa profondeur d'ancrage. Ces informations sont nécessaires pour localiser la source de la dynamo et la modéliser.

SPECTROHÉLIOGRAMMES : DONNÉES. – Trois spectrohéliogrammes, à trois longueurs d'onde différentes, sont observés quotidiennement à l'Observatoire de Paris à Meudon. Les spectrohéliogrammes obtenus dans l'aile violette de la raie K du CaII (K_{1v}) montrent, en sombre, les taches et, en brillant, les facules photosphériques. Les spectrohéliogrammes en H_{α} et dans le centre de la raie K du CaII (K_3) montrent les facules chromosphériques, les filaments ainsi que le réseau.

Les spectrohéliogrammes ont été numérisés avec une définition de 1000×1000 pixels, chaque pixel correspondant à une résolution spatiale de 1,8 seconde d'arc, c'est-à-dire la résolution courante obtenue sur le site de Meudon.

LA POURSUITE ASSISTÉE PAR ORDINATEUR. – Les images numérisées ont été corrigées d'un certain nombre d'erreurs géométriques et photométriques (Mein et Nesme-Ribes, 1990). A l'exception des filaments qui ont fait l'objet d'une poursuite entièrement automatique

Annexe II

Article : La dynamique solaire au cours du cycle 19 en utilisant les taches comme traceurs

Nesme-Ribes E., Meunier N. & Vince I., “*Solar dynamics over cycle 19 using sunspots as tracers*”, 1997, *Astron. Astrophys.* **321**, 323-329

Solar dynamics over cycle 19 using sunspots as tracers

E. Nesme-Ribes^{1,*}, N. Meunier¹, and I. Vince²

¹URA 2080 CNRS, Département d’Astronomie Solaire et Planétaire, Observatoire de Paris, 5 Place Janssen, F-92195 Meudon, France

²Astronomical Observatory, Volgina 7, YU 11050 Beograd, Yugoslavia

Received 17 May 1996 / Accepted 1 October 1996

Abstract. The angular velocities and meridional motions of cycle 19 sunspots observed at Meudon were investigated. We compare our results with cycle 21 sunspot rotation properties (Nesme-Ribes et al. 1993a). We found also a complex latitudinal meridional circulation pattern similar to what was observed on cycle 21 sunspots (Nesme-Ribes et al. 1993b). We also corroborated the very small sunspot covariance (i.e. angular momentum transport via Reynolds stresses), which imposes a strong constraint on the source term of the differential rotation modeling.

Key words: sunspots – Sun: rotation – Sun: magnetic fields – Sun: activity

1. Introduction

Various tracers (particularly sunspots) have been used to characterize solar dynamics. Cycle 21 sunspots of Meudon K_{1V} spectroheliograms have been studied previously by Nesme-Ribes et al. (1993a; 1993b, referred to hereafter as Papers I and II, respectively), where their angular rotation and meridional motion were investigated. These reveal new sunspot properties, namely variable rotation through the solar cycle and a very small latitudinal angular momentum transport via Reynolds stresses. However, these authors also found some net meridional circulation, which could contribute to maintaining the observed differential rotation.

The present work consists in extending the above previous studies to cycle 19 sunspots. Our aim was first to confirm or refute the properties detected in Papers I and II, and secondly to determine the time-variability of the azimuthal field: cycle 19 was the most active since Galileo’s time. Our result will be compared extensively to cycle 21 sunspot properties.

Observational data are presented in Sect. 2, the angular velocity is discussed in Sect. 3, and the meridional circulation in Sect. 4. The correlation between these two motions (the “covariance”) is calculated in Sect. 5, in order to estimate the Reynolds

Table 1. Sunspot number in the Meudon sample

Year	N. Hemisphere	S. Hemisphere	Total
1957	181	188	369
1958	273	257	530
1959	647	206	853
1960	252	180	432
1961	161	67	228
1962	24	6	30
1957-1962	1538	904	2442

stress contribution to angular momentum transport, which is a question related to the origin of the differential rotation.

2. Observational data

Sunspots are tracked on the Meudon K_{1V} spectroheliograms (1.5 \AA off the Ca II K line center), which display faculae and sunspots at the photospheric level, about 500 km above the $\tau = 1$ level. The images have been digitized with 1.8 arcsec resolution, which corresponds to the average spatial resolution obtained at Meudon. Image processing and tracking procedures are described and discussed at length in Mein & Ribes (1990) and in Paper I. The random error on each sunspot velocity measurement is of the order of 15 m/s. The number of sunspots per hemisphere and per year, and for the whole period, is shown in Table 1.

3. Angular rotation rate

3.1. Global rotation

The differential rotation rate is calculated for each 5° latitude bin and is plotted in Fig. 1, along with the $1-\sigma$ deviation from the mean. These deviations are of the order of $0.04^\circ/\text{day}$. The rotation appears rigid over a broad range of latitudes. This rigidity may be due to a deep anchoring of young sunspots, if we may indeed assume such is the case, because our tracking procedure preferentially selects these young sunspots. To compare with other data, we began by performing a fourth-degree Legendre polynomial fit, using a least-squares minimization of the observed data, averaged over 5° latitude bins. Since we observed

Send offprint requests to: N. Meunier

* Deceased on November the 25th, 1996

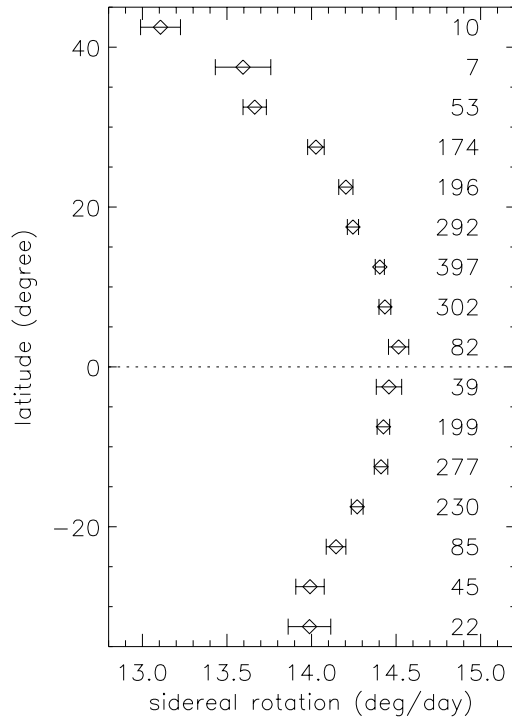


Fig. 1. Sidereal rotation rate of Meudon sunspot data, in 5° latitude bins, for the period 1957 to 1962. Errors are at the $1-\sigma$ confidence level

no strong north-south asymmetry in rotation rates, we kept only the even Legendre coefficients, which are then converted to A , B , and C , such that the rotation rate is modeled by

$$\Omega(\theta) = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta, \quad (1)$$

where θ is the latitude. Fig. 2 compares the polynomial fit performed on cycle 19 and 21 sunspots. The rotation during cycle 21 seems to be a little more rigid than that of cycle 19, and exhibits a slightly smaller equatorial rotation rate, though the differences are not significant. This rigidity has also been observed by Antonucci et al. (1990) on large-scale photospheric features.

3.2. Cycle variability

We now investigate the variability of the rotation rate throughout the cycle. Table 2 shows the expansion (1) coefficients during cycle 19. The period ranging from 1957 to 1959 is one of intense activity, while the minimum occurred in 1963. Errors at the $1-\sigma$ confidence level are computed using a Monte Carlo simulation.

The errors in the Legendre polynomial coefficients are usually determined by computing the covariance matrix (see Press et al. 1986, p521ff). However, this method assumes that when the fit parameters are displaced from their optimum values by a deviation

$$\mathbf{a} \equiv (a_1, a_2, \dots, a_M), \quad (2)$$

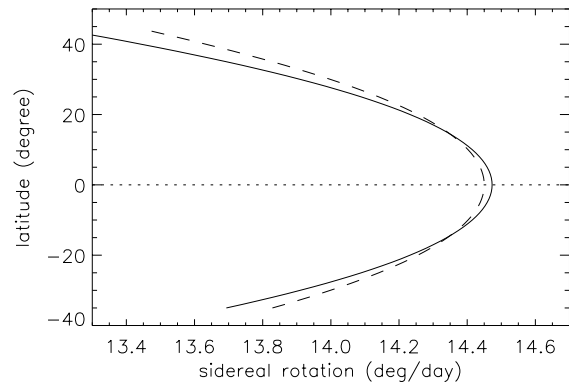


Fig. 2. Comparison of cycle 19 (solid line) and 21 (dashed line) sunspot rotation rates using a fourth-degree polynomial fit on the averaged data

Table 2. Parameters of expansion $\Omega(\theta) = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta$, where θ is the latitude, for cycle 19 sunspots (in $\mu\text{rad/s}$) and cycle 21 (Paper I). Errors are at the $1-\sigma$ confidence level

Year	A	σ_A	B	σ_B	C	σ_C
Cycle 21	2.921	0.017	-0.42	0.36	0.10	1.29
1957	2.932	0.047	-0.38	0.84	-0.44	2.64
1958	2.910	0.019	-0.30	0.21	-1.15	1.30
1959	2.937	0.026	-0.59	0.55	-0.02	2.35
1960	2.910	0.023	-0.26	0.55	0.11	2.15
1961	2.928	0.006	0.30	0.27	-8.92	1.95
1957-1962	2.924	0.013	-0.38	0.20	-0.30	0.71

then the resulting deviation in χ^2 is quadratic:

$$\chi^2(\mathbf{a}) \sim \chi^2(\mathbf{0}) + \frac{1}{2} \sum_{j,k=1}^M D_{jk} a_j a_k. \quad (3)$$

When higher order terms are significant, the covariance matrix becomes unreliable, and we turn to Monte Carlo simulations to estimate realistic errors (Press et al. 1986, p529ff). We found that errors computed with the two methods are different, so we adopted the Monte Carlo method to determine them.

Based on these errors, we conclude that the variations of the coefficients A , B , and C over the five year duration of the data set were not significant.

3.3. North-south asymmetry

To investigate the north-south asymmetry of sunspot rotation rates, we now consider the odd coefficients of the polynomial expansion

$$\Omega(\theta) = \sum_{i=0}^{i=4} A_i \sin^i \theta, \quad (4)$$

where A_0 , A_2 , and A_4 are the coefficients A , B , and C of Eq. 1. A_1 and A_3 represent the north-south asymmetry of the rotation rate at low and high latitudes, respectively. A_1 and A_3 are shown

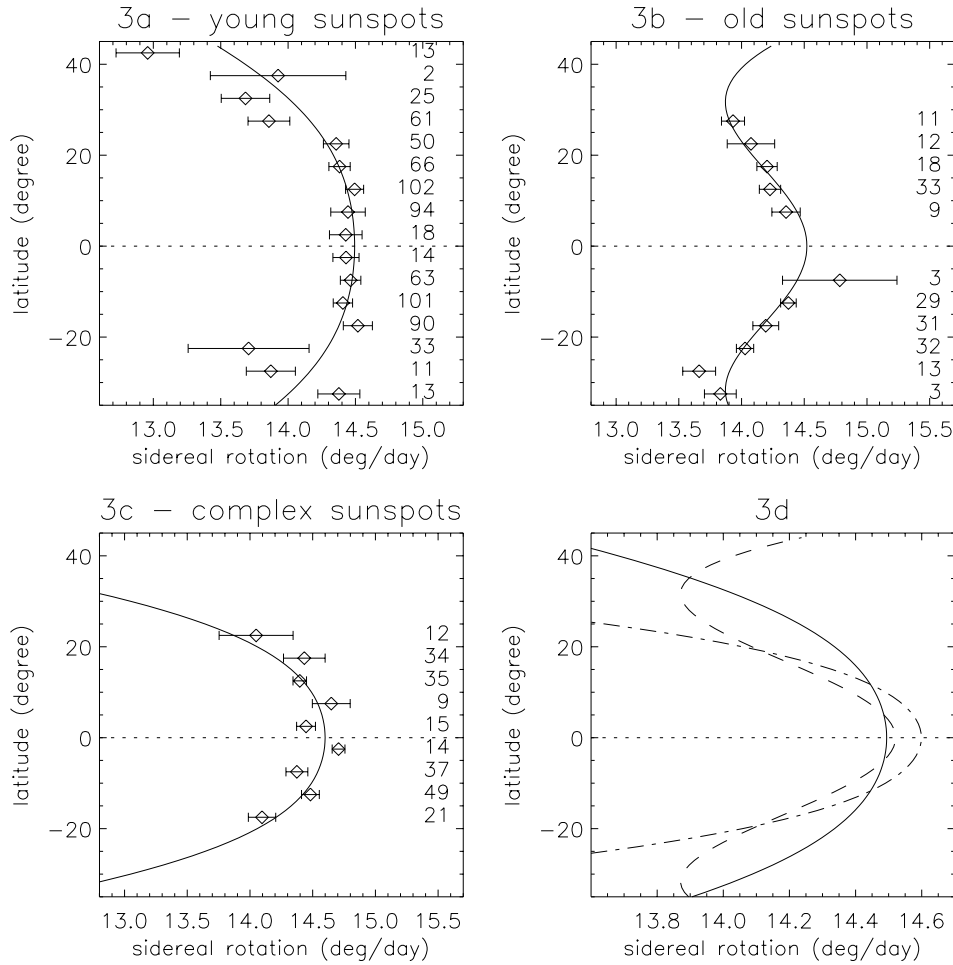


Fig. 3. Sidereal rotation rate of cycle 19 Meudon sunspots, according to age. Top left: sunspots younger than 4 days. Top right: sunspots older than 8 days. Bottom left: complex sunspots. Bottom right: polynomial fits for young (solid line), old (dashed line), and complex (dotted line) sunspots. Error bars are at the $1\text{-}\sigma$ confidence level

Table 3. North-south asymmetry coefficients for cycle 19 and 21, with their $1\text{-}\sigma$ errors

Year	A_1	σ_1	A_3	σ_3
19	0.086	0.238	-0.707	1.522
21	-0.171	0.348	0.735	2.168

in Table 3 for cycles 19 and 21. Let us note that A_3 is not reliable because there are too few sunspots at high latitudes, but a second-degree polynomial fit would provide a poor fit of the data. Both cycles exhibit no significant north-south asymmetry.

3.4. Age and magnetic polarity dependence

We then examined the variability of the rotation rates with sunspot age. For this purpose, two classes of sunspots were considered: those four days old or less (759 sunspots) and those more than eight days old (194 sunspots). We also considered “complex sunspot” rotation rates. Complex sunspots belong to groups in which it is not possible to determine their age. Fig. 3.2 shows the rotation rates for the three classes and compares their respective polynomial fits. Young sunspots show a slightly more rigid rotation than old ones. The uncertainty on the coefficients

A , B and C are large, due to the small sampling. However, the same trend was observed in cycle 21 sunspots, which gives some confidence in the result. It should be noted that other sunspot data sets (Mount Wilson) and sunspot-group data sets (Greenwich) also show that sunspots rotation is age-dependent (e.g. Ward, 1965; Gilman & Howard, 1983). However, these authors could not conclude that young sunspots were deeply anchored: the rigidity of young sunspot rotation suggests a deep anchorage, at a place where the convective layers show little differential rotation.

A bipolar group consists of a pair of sunspots of opposite polarity, with one leading and one following. The rotation rates of leaders (432 points) and followers (175 points) is studied separately (Fig. 3.4). However, the error bars are too large to detect any significant differences between these two sunspot classes, as the one observed by Gilman & Howard (1985) and in Paper II (faster rotation of leaders).

4. Meridional circulation

4.1. Net meridional circulation

We calculated the meridional circulation (referred to hereafter as “m.c.”) of cycle 19 sunspots (Fig. 5). Our convention is a

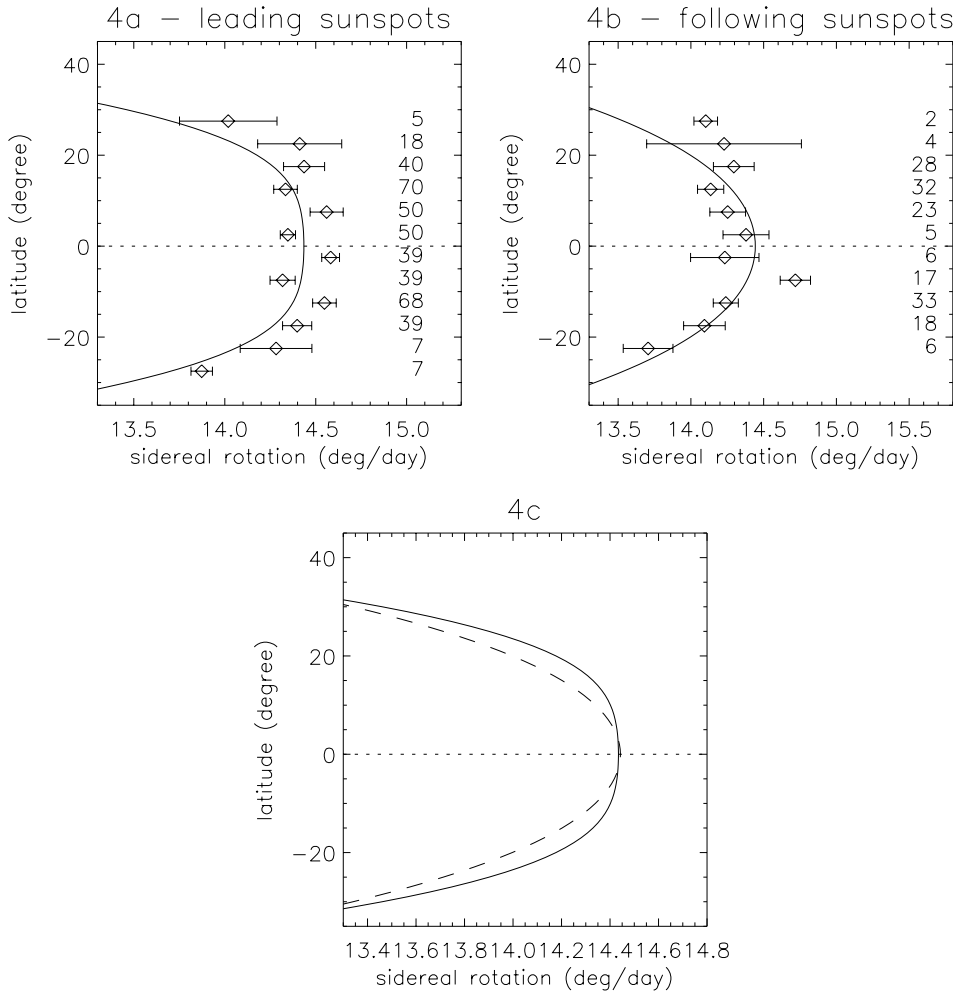


Fig. 4. Sidereal rotation rate of cycle 19 Meudon leading and following sunspots. Top left: leaders. Top right: followers. Bottom: polynomial fit for leaders (solid line) and followers (dashed line). Error bars are at the 1- σ confidence level

positive m.c. towards the North pole. The observed motions are equatorward at low latitudes (though hardly significant) and poleward at high latitudes, for both cycles. For comparison, net m.c. for cycle 21 is also shown. The m.c. pattern is more pronounced for cycle 19 sunspots, particularly in the case of low-latitude sunspots.

We considered the averaged m.c. per hemisphere for the whole cycle. We obtained $0.005 \pm 0.010^\circ/\text{day}$ for the northern hemisphere and $0.016 \pm 0.011^\circ/\text{day}$ for the southern hemisphere. These averages are hardly significant, because the pattern is latitude-dependent, directed toward one or the other pole. For this reason, it is not possible to use these averages to investigate the cycle variability of m.c. in detail.

5. Reynolds stresses

In this section, we address the important question of the angular momentum transport, which is related to the origin of the differential rotation. Let us use u and v to denote the latitudinal and longitudinal motions, respectively. The m.c. u is now positive when equatorward in both hemispheres. The transport of linear

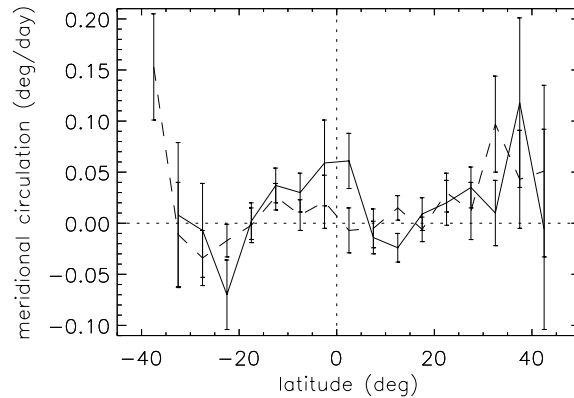


Fig. 5. Meridional circulation of cycle 19 (solid line) and cycle 21 (dashed line) sunspots. Error bars for cycle 19 are at the 1- σ confidence level

angular momentum across a given latitude circle (Ward 1965) is proportional to

$$\langle [uv] \rangle = \langle [u] \rangle \langle [v] \rangle + \langle [u]^* [v]^* \rangle + \langle [u^\bullet v^\bullet] \rangle, (5)$$

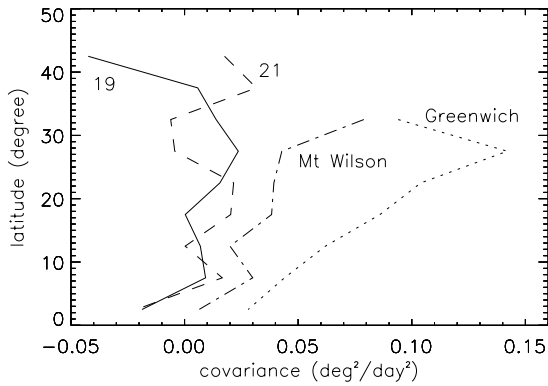


Fig. 6. Sunspot covariance during cycle 19 (Meudon, solid line), cycle 21 (Meudon, dashed line), Mount Wilson sunspots (1921-1982, dot-dashed line) and Greenwich sunspots (1925-1954, dotted line)

where $[\]$ indicate spatial averages and \bullet spatial deviations from this average; $\langle \ \rangle$ indicate time averages and $[\]^*$ are deviations from the time-space average. The first term, $\langle [u] \rangle \langle [v] \rangle$, represents the transport by the meridional flow (hereafter “M.C.T.”). The second and third terms represent the transport by non-axisymmetrical eddies. We cannot separate these but they measure the correlation between the two horizontal motions

$$\begin{aligned} < [u]^* [v]^* > + < [u \bullet v \bullet] > = < [u'v'] > = \\ < [(u - \langle [u] \rangle)(v - \langle [v] \rangle)] > . \end{aligned} \quad (6)$$

This correlation (or “covariance”) term is a measure of the latitudinal angular momentum transport via Reynolds stresses. Positive covariance implies that higher-than-average longitudinal motion in the direction of rotation is coupled with equatorward motion (see Paper II for more details).

5.1. Covariance of cycle 19 sunspots

The covariance has been calculated within each 5° latitude bin, and for all cycle 19 Meudon sunspots (Table 4). The covariance is found to be very small and mainly positive, in the northern hemisphere, while negative in the southern. Fig. 6 shows the covariance obtained for all cycle 19 sunspots. The two hemispheres have been folded. We observe a very small covariance (less than 0.02 (deg/day)^2). As previously noted in Sect. 4, there seems to be a very small contribution to the equatorial acceleration at low latitudes and to poleward acceleration at high latitudes. Our results are in agreement with those for cycle 21 sunspots (Paper II), unlike those of the Mount Wilson analysis (Gilman & Howard 1984) and Greenwich sunspot groups (Ward 1965).

We also compare the covariance between cycle 19 and 21 sunspots for each hemisphere, separately, in Fig. 5.1. In each case, the covariance is of the same order of magnitude. The observed differences between the two hemispheres are within the noise level.

5.2. Leading and following sunspot covariance

Considering now whether the covariance varies with sunspot polarity and age, we take the covariance for leading and following sunspots shown in Fig. 8. The two hemispheres have been folded. Leaders seem to exhibit a higher covariance than followers (positive for leaders and negative for followers). This is probably due to the tilt angle of the emerging bipolar group.

5.3. Old/young sunspot covariance

Fig. 9 displays young and old sunspot covariances for cycle 19. We observed no strong difference between the two sunspot classes. This does not confirm the higher covariance for young sunspots as detected in Paper II. The difference in covariance between leading and following sunspots and between old and young sunspots is probably not significant. The robust result is that sunspots do not show much significant transport via Reynolds stresses.

6. Conclusion

In this paper, we investigated cycle 19 sunspot dynamics from Meudon spectroheliograms and compared this with cycle 21 sunspot properties obtained by a similar method (Papers I and II).

Angular rotation rates exhibit no significant variation over the five years of the data set. We did not detect any strong north-south asymmetry in rotation rates in either the cycle 19 or 21 sunspots.

Our m.c. study confirms cycle 21 sunspot results (Paper II), namely a poleward/equatorward m.c. pattern with latitude-dependence. We also computed sunspot covariance and found it to be very small. The differences observed in Paper II between leader and follower behaviors, and between old and young sunspots, are not present in cycle 19, and probably reflect some internal variability specific to cycle 21. So the main conclusion of this paper together with Paper II is the following. The covariance exhibited by sunspots seems to be very small. Recent modeling of the differential rotation (Küker et al. 1993) requires a smaller covariance than previous models, which would be in agreement with our observations. A discussion of these results as well as facula covariances is given in Meunier et al. (1996b).

Two main sunspot data sets are available for the same period (cycle 19): the Greenwich photoheliographic plates and the Mount Wilson observations. The rotation obtained from these data sets agrees fairly well with the Meudon sunspot rotation. However, there are strong discrepancies in the covariances. The Greenwich covariance was calculated from the motions of the barycenter of the whole sunspot groups (Ward, 1965; Balthasar et al., 1986). So a direct comparison with individual sunspot motions is not straightforward, as discussed at length in Paper I. The motions of individual sunspots are available from the Mount Wilson data set. However, the tracking procedure used by Howard et al. (1984) is subject to biases mentioned in Papers I and II.

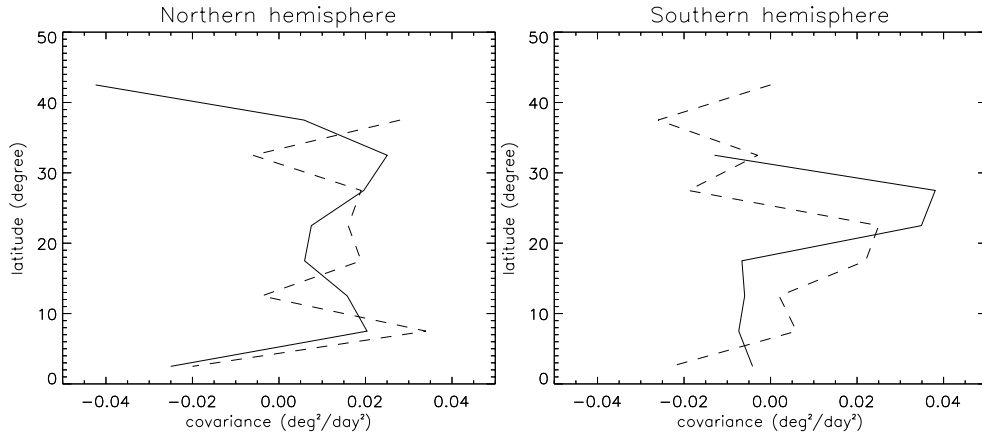


Fig. 7. Meudon sunspot covariance during cycles 19 (solid line) and 21 (dashed line). Left: northern hemisphere. Right: southern hemisphere

Table 4. Angular momentum transport by Reynolds stresses and by meridional flow, for the whole period (1957-1962). Positive covariance implies that higher-than-average longitudinal motion in the direction of rotation is coupled with equatorward motion

Northern Hemisphere (1957-1962)									
Latitude	42.5°	37.5°	32.5°	27.5°	22.5°	17.5°	12.5°	7.5°	2.5°
Covariance	-0.042	0.006	0.025	0.020	0.007	0.006	0.016	0.020	-0.025
M. C. T.	0.079	-1.604	-0.137	-0.491	-0.284	-0.128	0.346	0.202	-0.885
Southern Hemisphere (1957-1962)									
Latitude	42.5°	37.5°	32.5°	27.5°	22.5°	17.5°	12.5°	7.5°	2.5°
Covariance	-	-	-0.013	0.038	0.035	-0.007	-0.006	-0.007	-0.004
M. C. T.	-	-	0.112	-0.098	-0.990	0.028	0.533	0.433	0.853

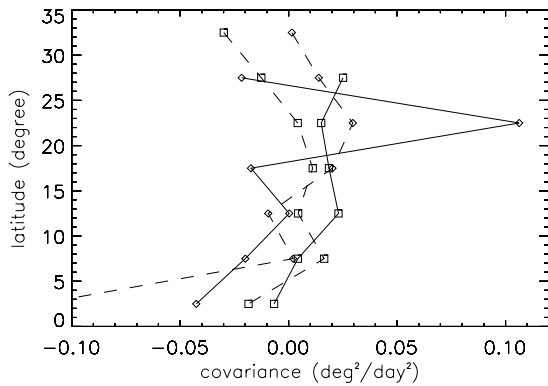


Fig. 8. Covariance of leading (□) and following (◇) sunspots during cycles 19 (1957-1962, solid line) and 21 (1977-1984, dashed line) from Meudon data

In Collin et al. (1995), we used helioseismology results (Gough et al. 1993) to deduce tracer anchorage depth. In the present work, we obtain similar rotation rates for old and young sunspots, so we confirm our conclusion about the deep sunspot anchorage. However, seismic observations of internal rotation are not available for cycle 19, and it might be unsafe to extrapolate cycle 21 data to cycle 19.

Acknowledgements. One of us (E. Nesme) is grateful to the Ministry of Defense, for encouraging and funding the long-term

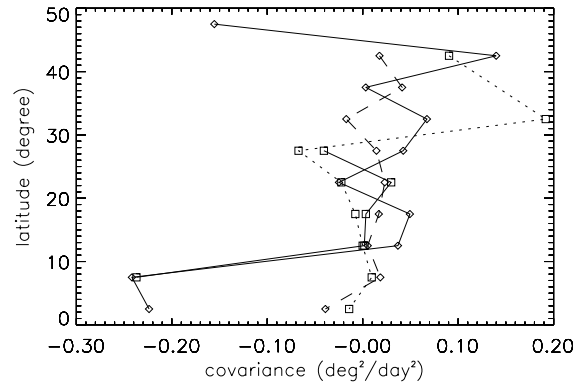


Fig. 9. Covariance of young (□) and old (◇) sunspots during cycles 19 (1957-1962, solid line) and 21 (1977-1984, dashed line: young sunspots and dotted line: old sunspots) from Meudon data

spectroheliogram research program, through military contracts (no. 010481/ETCA, no. 012736/DRET-ETCA, and no. 92-2011.A/DRET-ETCA). The extensive work of the spectroheliogram observations team has been crucial for almost a century. We thank the present team for maintaining and improving the observational program over the years. Spectroheliograms were digitized with the *Machine à Mesurer pour l'Astronomie* (MAMA) of the Institut National des Sciences de l'Univers, at the Paris Observatory. Our thanks also go to P. Micheneau, R. Chesnel, and P. Toupet for their assistance in the data acquisition.

References

- Antonucci E., Hoeksema J.T. & Scherrer P.H., 1990, ApJ 360, 296
Balthasar H., Vázquez M. & Wöhl H., 1986, A&A 155, 87
Collin B., Nesme-Ribes E., Leroy B., Meunier N. & Sokoloff D., 1995, C. R. Acad. Sci., Paris, t. 321, Série IIB, 111
Gilman P.A. & Howard R., 1984, Sol. Phys. 93, 171
Gilman P.A. & Howard R., 1985, ApJ 295, 233
Gough D.O., Kosovichev A.G., Sekii T., Librecht K.G. & Woodard M.F., 1993, in: A. Baglin & W. Weiss (eds.), Proceeding IAU Coll. 137, 93
Küker M., Rüdiger G. & Kitchatinov L.L., 1993, A&A 279, L1
Mein P. & Ribes E., 1990, A&A 227, 577
Meunier N., Nesme-Ribes E. & Grosso N., 1996a, accepted in A&A (in press)
Meunier N., Nesme-Ribes E. & Collin B., 1996b, accepted in A&A (in press)
Nesme-Ribes E., Ferreira E.N. & Mein P., 1993a, A&A 274, 563 (Paper I)
Nesme-Ribes E., Ferreira E.N. & Vince I., 1993b, A&A 276, 211 (Paper II)
Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A. & Vetterling W.T., 1986, Numerical Recipes, Cambridge University Press
Ward F., 1965, ApJ 141, 534

Annexe III

Article : Une onde dynamo $\alpha^2\omega$

Article : Meunier N., Nesme-Ribes E. & Sokoloff D.D., *A dynamo wave in the $\alpha^2\omega$ dynamo*, 1996, *Astron. Zh.* **73**, No. 3, p460-468 (version anglaise : *Astronomy Reports* **40**, No. 3, p415-423)

A Dynamo Wave in the $\alpha^2\omega$ Dynamo

N. Meunier*, E. Nesme-Ribes*, and D. D. Sokolov**

* *DASOP–Soleil–Planètes, Observatoire de Paris–Section de Meudon, 5 Place J. Janssen, 92195 Meudon CEDEX, France*

** *Computer Research Center, Moscow State University, Moscow, 119899 Russia*

Received June 21, 1995

Abstract—A generalization of a Parker dynamo is constructed for a solar dynamo wave within the framework of the $\alpha^2\omega$ dynamo. A criterion for the applicability of this approximation is obtained. This criterion is shown to be different from the corresponding criterion for disk models of a mean-field dynamo. Asymptotic solutions for the dynamo considered are constructed in the kinematic and nonlinear cases.

1. INTRODUCTION

The solar activity cycles are considered to be the manifestation of a large-scale magnetic field wave, propagating in the convective shell of the Sun. Because this wave is created by the so-called mean-field dynamo mechanism, it is referred to as a dynamo wave. The mean-field dynamo process is the conversion of the energy of motion of the solar plasma to magnetic field energy as a result of the joint action of differential rotation and the helicity of convective motions.

Let us discuss the role of these two sources of generation of the magnetic field in more detail. Differential rotation ω creates toroidal magnetic field B_T from poloidal magnetic field B_P , whereas the mean helicity α creates B_P from B_T . Therefore, this generation process is often called the $\alpha\omega$ dynamo. However, it is also possible to create toroidal magnetic field B_T from B_P through the mean helicity, and, accordingly, to generate a magnetic field through helicity alone. This process is called the α^2 dynamo. Helicity is usually a much weaker generator of magnetic fields than differential rotation, and for this reason the role of helicity in creating toroidal from poloidal magnetic fields is generally neglected against the background of differential rotation. However, if this role is taken into consideration, the process is referred to the $\alpha^2\omega$ dynamo.

All the types of dynamo mentioned above have been thoroughly studied using numerical methods (see, e.g., [1, 2]). However, in practice it is sometimes difficult to extract the qualitative properties of various kinds of dynamo from solely numerical calculations. In this case, simple models of the corresponding processes that lend themselves to analytical study prove to be useful. Such a model of the $\alpha\omega$ dynamo is known as a Parker model [3]. In this paper, we generalize the Parker dynamo to the case of the $\alpha^2\omega$ dynamo and investigate the properties of the model in the kinematic and nonlinear regimes. We compare the results obtained with the properties of the Parker dynamo.

2. BASIC EQUATIONS

The basic equation that describes the dynamo process in the mean-field electrodynamic approximation [4] has the form

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}(\alpha \mathbf{B}) + \text{rot}(\mathbf{v} \mathbf{B}) + \text{rot}(\beta \text{rot} \mathbf{B}), \quad (1)$$

where \mathbf{v} is the mean velocity, α is the mean helicity coefficient, and β is the turbulent diffusion coefficient, which we will assume to be constant. We represent the vector \mathbf{B} as the sum of toroidal and poloidal fields

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_P + \mathbf{B}_T, \quad (2)$$

where

$$\mathbf{B}_P = \text{rot}(0, 0, A), \quad \mathbf{B}_T = (0, 0, B). \quad (3)$$

Taking into account the solenoidal condition $\text{div} \mathbf{B} = 0$, we obtain from (1)

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B + \frac{\beta \partial^2 (rA)}{r \partial r^2} + \frac{\beta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (A \sin \theta)}{\partial \theta} \right),$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \frac{\partial (rA \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \frac{\partial (rA \sin \theta)}{\partial r} \quad (4)$$

$$- \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) + \frac{\beta \partial^2 (rB)}{r \partial r^2} + \frac{\beta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (B \sin \theta)}{\partial \theta} \right),$$

where ϑ is the angular velocity of the Sun and (r, θ, φ) are spherical coordinates. Let time be measured in units of the diffusion timescale β/R^2 , where R is the radius of the convective zone; lengths in units of R ; helicity in units of its maximum value α^* ; and the velocity gradient in units of its maximum value $\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right)^*$. It is helpful

ACKNOWLEDGMENTS

D.D. Sokolov is grateful to CNRS (France) for its hospitality. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project codes nos. 93-02-03638 and 95-02-03724). We are grateful to Prof. M. Stix, who kindly supplied a manuscript of paper [5] prior to publication.

REFERENCES

1. Meinel, R. and Brandenburg, A., *Astron. Astrophys.*, 1990, vol. 238, p. 369.
2. Brandenburg, A., Tuominen, I., and Moss, D., *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 1989, vol. 49, p. 129.
3. Parker, E.N., *Astrophys. J.*, 1955, vol. 122, p. 293.
4. Krause, F. and Rädler, K.-H., *Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory*, Oxford: Pergamon, 1980.
5. Schlichenmaier, R. and Stix, M., *Astron. Astrophys.*, 1995, vol. 302, p. 264.
6. Sokolov, D., F'ok, M., and Nesme-Ribes, E., *Magnitnaya gidrodinamika*, 1994, no. 4, p. 17.
7. Kuzanyan, K.M. and Sokolov, D.D., *Astron. Zh.*, 1996, vol. 73, p. 469.
8. Zeldovich, Ya., Ruzmaikin, A., and Sokoloff, D., *Magnetic Fields in Astrophysics*, New York: Gordon and Breach, 1983.

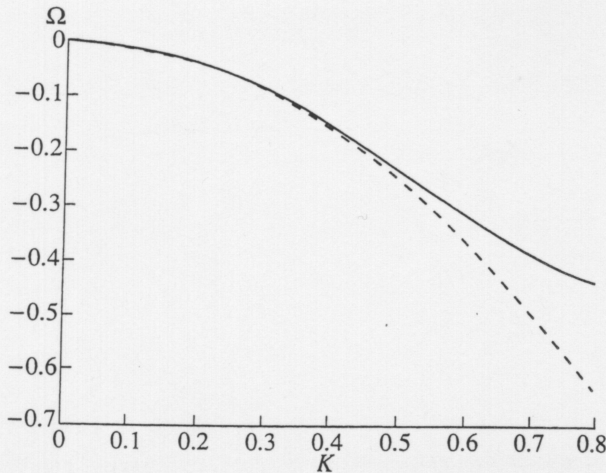


Fig. 6. Same as in Fig. 2 for the second type of nonlinearity.

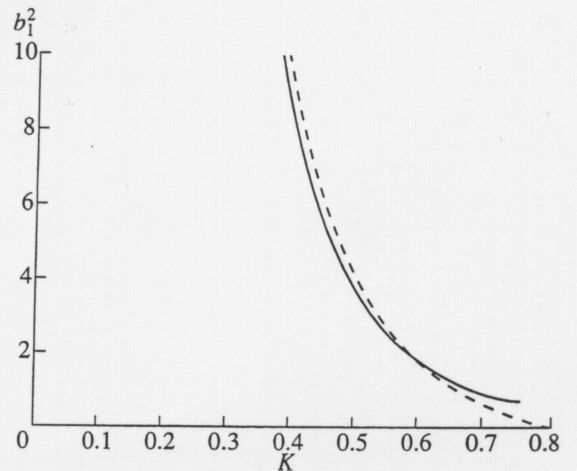


Fig. 7. Same as in Fig. 3 for the second type of nonlinearity.

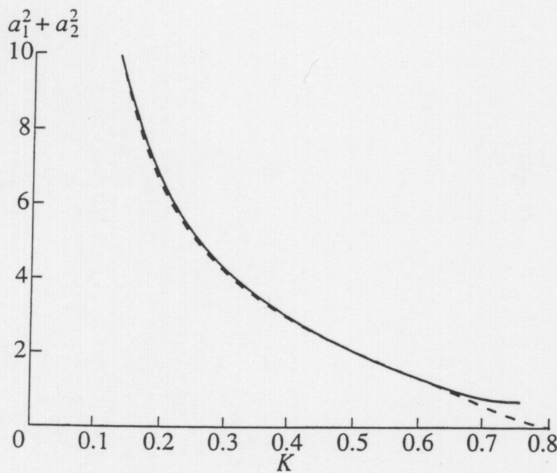


Fig. 8. Same as in Fig. 4 for the second type of nonlinearity.

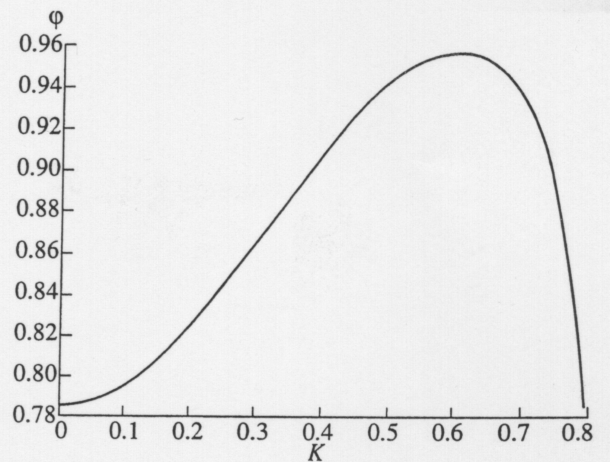


Fig. 9. Phase shift for the second type of nonlinearity.

from the value for the Parker dynamo reaches a maximum for $K \sim 0.6$. This deviation is somewhat smaller than for the first type of nonlinearity.

7. DISCUSSION

Let us briefly summarize our study of a simple model of the $\alpha^2\omega$ dynamo. We have generalized the Parker dynamo to include the case of the $\alpha^2\omega$ dynamo, and have found that the validity criterion of this approximation is not determined solely by the relationship between R_α and R_ω : it depends also on the relative thickness λ of the convective zone. For instance, if we adopt $R_\omega = 10^3$ and set R_α to be only 1, the effects of the $\alpha^2\omega$ dynamo become significant for $\lambda = 0.01$. Of course, this λ is large for the relative thickness of the convective zone, but for the case

of magnetic field generation in a thin layer near the zone bottom, such effects may in fact be of interest.

The kinematic theory of the example considered is close to the results of the Parker dynamo, but the nonlinear regimes for these dynamo examples are significantly different. The dynamo considered here displays a generally simpler structure for the family of nonlinear solutions, compared to the case of the Parker dynamo. Indeed, there are no generation regimes that result in dynamo waves with nonzero time-averaged magnetic field ($b_0 \neq 0$). Both typical types of nonlinearity yield similar results, while in the Parker dynamo, the properties of the corresponding nonlinear regimes are quite different. At the same time, the appearance of the parameter μ may, in principle, help to fit the theoretical result for the phase shift between the toroidal and poloidal fields to the observational data (see [5]).

In this case, there exists only a branch of solutions with negative ΩK , and a dynamo wave propagating toward the pole.

Retaining the notation of the previous sections, we obtain the following system for determination of the dynamo wave:

$$\begin{cases} \Omega a'(1 + b^2 + \mu^2 a^2) = b + K^2(1 + b^2 + \mu^2 a^2)a'' \\ \Omega b'(1 + b^2 + \mu^2 a^2) \\ = -K a'(1 + b^2 + \mu^2 a^2) + K^2 b''(1 + b^2 + \mu^2 a^2) + \mu^2 a. \end{cases} \quad (36)$$

This set leads, in turn, to the system for the parameters a_1, a_2, b_1 , and Ω :

$$\begin{cases} b_0(1 - K^2 b_1 a_1 + \Omega b_1 a_2) = 0 \\ -\Omega a_2 \left(1 + b_0^2 + \frac{3}{4} b_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ = b_1 - K^2 a_1 \left(1 + b_0^2 + \frac{3}{4} b_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ \Omega a_1 \left(1 + b_0^2 + \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ = -K^2 a_2 \left(1 + b_0^2 + \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ K b_0 b_1 (a_2 - K b_1) = 0 \\ \frac{1}{2} \mu^2 \Omega a_1 a_2 b_1 \\ = K a_2 \left(1 + b_0^2 + \frac{3}{4} b_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ - K^2 b_1 \left(1 + b_0^2 + \frac{3}{4} b_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_2^2\right) + \mu^2 a_1 \\ \Omega b_1 \left(1 + b_0^2 + \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ = -K a_1 \left(1 + b_0^2 + \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{1}{4} \mu^2 a_2^2\right) \\ - \frac{1}{2} K^2 \mu^2 b_1 a_1 a_2 + \mu^2 a_2. \end{cases} \quad (37)$$

As for the first type of nonlinearity, there are no solutions for $b_0 \neq 0$.

We will construct the solution of our system in the form of small perturbations to the corresponding solution for the nonlinear Parker dynamo. The quantities $\bar{\Omega}, \bar{a}_1, \bar{a}_2$, and \bar{b}_1 in [6] are found as functions of K , and $\tilde{\Omega}, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2$, and \tilde{b}_1 are found from the following

system:

$$\begin{cases} -\bar{a}_2 \left(1 + \frac{3}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{\Omega} + \left(\frac{3}{2} K^2 \bar{a}_1 \bar{b}_1 - \frac{3}{2} \bar{\Omega} \bar{a}_2 \bar{b}_1 - 1\right) \tilde{b}_1 \\ + K^2 \left(1 + \frac{3}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_1 - \bar{\Omega} \left(1 + \frac{3}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_2 \\ = \frac{1}{4} (\bar{\Omega} \bar{a}_2 - 3 K^2 \bar{a}_1) (\bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2) \\ \bar{a}_1 \left(1 + \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{\Omega} + \frac{1}{2} (\bar{\Omega} \bar{a}_1 + K^2 \bar{a}_2) \bar{b}_1 \tilde{b}_1 \\ + \bar{\Omega} \left(1 + \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_1 + K^2 \left(1 + \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_2 \\ = -\frac{1}{4} (3 K^2 \bar{a}_2 - \bar{\Omega} \bar{a}_1) (\bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2) \\ \left(\frac{3}{2} K \bar{a}_2 \bar{b}_1 - \frac{9}{4} K^2 \bar{b}_1^2 - K^2\right) \tilde{b}_1 + K \left(1 + \frac{3}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_2 \\ = \frac{1}{2} \bar{\Omega} \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 - \frac{1}{4} K \bar{a}_2 (\bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2) \\ + \frac{1}{4} K^2 \bar{b}_1 (3 \bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2) - \bar{a}_1 \\ \bar{b}_1 \left(1 + \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{\Omega} + \left(\bar{\Omega} \left(1 + \frac{3}{4} \bar{b}_1^2\right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} K \bar{a}_1 \bar{b}_1\right) \tilde{b}_1 + K \left(1 + \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{a}_1 = -\frac{1}{4} K \bar{a}_1 (\bar{a}_1^2 + \bar{a}_2^2) \\ - \frac{1}{4} \bar{\Omega} \bar{b}_1 (\bar{a}_1^2 + 3 \bar{a}_2^2) \frac{1}{2} K^2 \bar{b}_1 \bar{a}_1 \bar{a}_2 + \bar{a}_2. \end{cases} \quad (38)$$

Figures 6–8 show solutions for Ω, b_1^2 , and $a_1^2 + a_2^2$ for the case $\mu = 0.5$. In general, these solutions are similar to those for the first type of nonlinearity. We also calculated the phase shift between the toroidal and poloidal fields, which is shown in Fig. 9. The deviation

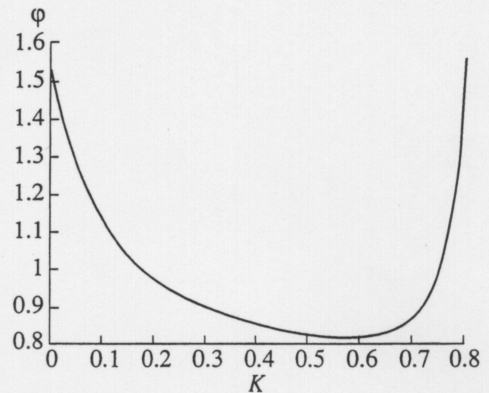


Fig. 5. Phase shift for the first type of nonlinearity.

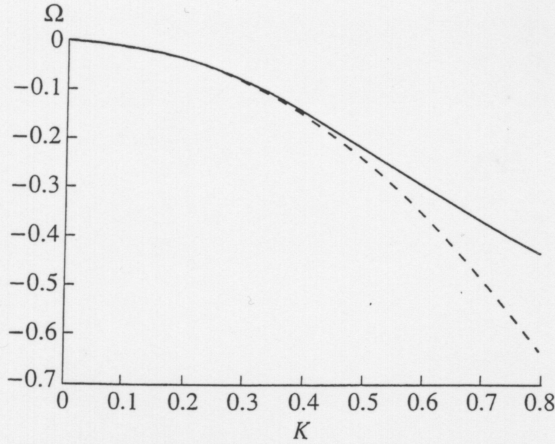


Fig. 2. Behavior of Ω for the first type of nonlinearity for $\mu = 0.5$ (solid line) and $\mu = 0$ (dashed line).

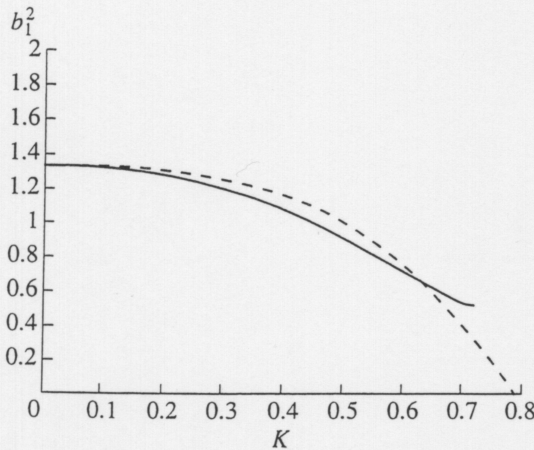


Fig. 3. Behavior of b_1^2 for the first type of nonlinearity. Notation is the same as in Fig. 2. The curve is cut immediately before the onset of divergence of our approximate solution.

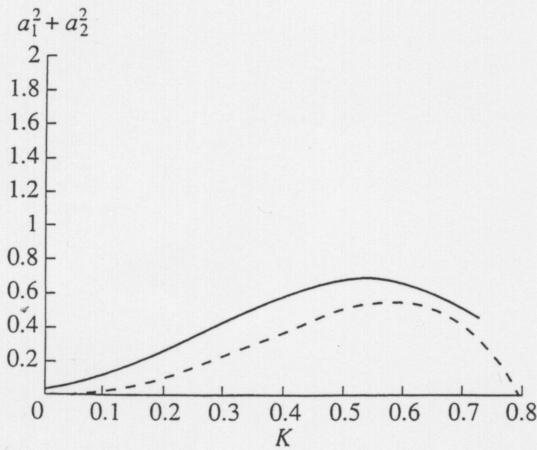


Fig. 4. Behavior of $a_1^2 + a_2^2$ for the first type of nonlinearity; notation as in Fig. 2.

We will find solutions of system (33) in the form of small corrections in μ to the corresponding solution for the Parker dynamo [6]:

$$\begin{cases} a_1 = \bar{a}_1 + \mu^2 \tilde{a}_1 \\ a_2 = \bar{a}_2 + \mu^2 \tilde{a}_2 \\ b_1 = \bar{b}_1 + \mu^2 \tilde{b}_1 \\ \Omega = \bar{\Omega} + \mu^2 \tilde{\Omega}, \end{cases} \quad (34)$$

where \bar{a}_1 , \bar{a}_2 , \bar{b}_1 , and $\bar{\Omega}$ are the corresponding solutions for the Parker dynamo.

From (33), we obtain the following linear system for the determination of \tilde{a}_1 , \tilde{a}_2 , \tilde{b}_1 , and $\tilde{\Omega}$:

$$\begin{cases} \bar{a}_2 \tilde{\Omega} + \left(1 - \frac{9}{4} \bar{b}_1^2\right) \tilde{b}_1 + \tilde{\Omega} \bar{a}_2 - K^2 \tilde{a}_1 = \frac{1}{4} (\bar{a}_2^2 + 3 \bar{a}_1^2) \bar{b}_1 \\ \bar{a}_1 \tilde{\Omega} + \bar{\Omega} \tilde{a}_1 + K^2 \tilde{a}_2 = -\frac{1}{2} \bar{b}_1 \bar{a}_1 \bar{a}_2 \\ -K^2 \tilde{b}_1 + K \tilde{a}_2 = \bar{a}_1 \left(\frac{3}{4} \bar{b}_1^2 - 1\right) \\ \bar{b}_1 \tilde{\Omega} + \bar{\Omega} \tilde{b}_1 + K \tilde{a}_1 = \bar{a}_2 \left(1 - \frac{1}{4} \bar{b}_1^2\right). \end{cases} \quad (35)$$

Figures 2–4 present solutions of this system for Ω , b_1^2 , and $a_1^2 + a_2^2$ for $\mu = 0.5$ and negative ΩK . Note that $|\Omega|$ decreases in comparison with the case $\mu = 0$, and the correction increases with growing K . When $K \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$, the determinant of the system approaches zero,

the corrections increase, and the results of the above expansion become invalid. This interval corresponds to a region with very small rates of growth in the kinematic regime. These parts of the graphs in Figs. 2–4 are cut off.

We also computed the phase shift between the toroidal and poloidal magnetic fields φ (Fig. 5):

$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_1}{a_2}\right).$$

For $\mu = 0$ this phase shift is known to be $\pi/4$. Deviation from this value may be large for small K , and reaches values of the order of $\pi/2$ for $\mu = 0.5$. The deviation is minimum for K of the order of 0.5–0.6.

6.2. Investigation of the Second Type of Nonlinearity

The second type of nonlinearity has the form

$$\alpha = \alpha^* \frac{1}{1 + \frac{B^2}{B_0^2}}.$$

so that

$$B^2 = B_p^2 + B_r^2 = \frac{1}{r^4 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial(r \sin \theta \hat{A})}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial(r \sin \theta \hat{A})}{\partial r} \right)^2 + B^2. \tag{29}$$

To obtain a final expression for B^2 in the approximation considered, we must average the expression $\left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \rho}\right)^2$ across the convective zone. Integrating over ρ , and considering that, due to the boundary conditions, the magnetic field vanishes at the boundaries of the convective zone, we have

$$\int \left(\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \rho}\right)^2 d\rho = -\int \tilde{A} \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \rho^2} d\rho = \phi \tilde{A}^2, \tag{30}$$

and, finally,

$$B^2 = B_0^2(\mu^2 a^2 + b^2). \tag{31}$$

According to the results of asymptotic analysis of various types of mean-field dynamo in the framework of a helicity suppression scheme (see, e.g., [6]), two fundamentally different forms of the dependence $\alpha = \alpha^* f(B)$ are possible. In one case, the helicity vanishes at a certain magnetic field strength, while in the other, the helicity decreases, remaining, however, nonzero. In the first case, we can approximate this dependence as

$$\alpha = \alpha^* \left(1 - \frac{B^2}{B_0^2} \right),$$

whereas in the second case, the approximation

$$\alpha = \alpha^* \frac{1}{\left(1 + \frac{B^2}{B_0^2} \right)}$$

is possible.

6. RESULTS OF ASYMPTOTIC ANALYSIS

6.1. Investigation of the First Type of Nonlinearity

In the beginning, we will consider the first type of nonlinearity, for which

$$\alpha = \alpha^* \left(1 - \frac{B^2}{B_0^2} \right).$$

For the scaling adopted, $\alpha^* = 1$. It turns out that, independent of the sign of the dynamo number, two kinds of solutions are now possible: one is a dynamo wave propagating toward the pole (positive ΩK) and the

other is a dynamo wave propagating toward the equator (negative ΩK). Since the former cannot be the result of the development of a kinematic solution [6], we limit ourselves here to the study of the second type.

We retain the notation of the previous section and let

$$\tilde{A} = |D|^{-2/3} a(\xi) B_0, \\ B = b(\xi) B_0,$$

where a and b can be represented as Fourier series in the variable ξ :

$$\xi = \omega t + k\theta.$$

We confine ourselves to construction of an approximate solution, keeping only the first terms of this expansion. Making use of the possibility of choosing the initial phase, we can seek a solution in the form

$$b(\xi) = b_0 + b_1 \sin \xi, \\ a(\xi) = a_1 \sin \xi + a_2 \sin \xi.$$

B_0 is now the value close to which the magnetic field strength in the established dynamo wave changes, such that the quantity $b^2 + \mu^2 a^2$ is of the order of unity. As a result, the dynamo wave equations for negative D take the form

$$\Omega a' = (1 - b^2 - \mu^2 a^2) b + K^2 a'', \\ \Omega b' = -K a' + K^2 b'' + \mu^2 (1 - b^2 - \mu^2 a^2) a. \tag{32}$$

Equating terms with identical trigonometric functions, we obtain

$$\left\{ \begin{aligned} b_0 \left(1 - b_0^2 - \frac{3}{2} b_1^2 - \frac{1}{2} \mu^2 (a_1^2 + a_2^2) \right) &= 0 \\ \Omega a_2 - K^2 a_1 & \\ + b_1 \left(1 - 3b_0^2 - \frac{3}{4} b_1^2 - \frac{1}{4} \mu^2 a_1^2 - \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2 \right) &= 0 \\ \frac{1}{2} \mu^2 b_1 a_1 a_2 + \Omega a_1 + K^2 a_2 &= 0 \\ \mu^2 b_0 b_1 a_1 &= 0 \\ K a_2 - K^2 b_1 & \\ -\mu^2 \left(-1 + b_0^2 + \frac{3}{4} b_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_1^2 - \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2 \right) a_1 &= 0 \\ \Omega b_1 + K a_1 & \\ + \mu^2 \left(-1 + b_0^2 + \frac{1}{4} b_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_1^2 + \frac{3}{4} \mu^2 a_2^2 \right) a_2 &= 0. \end{aligned} \right. \tag{33}$$

It can be shown that the system (33) has no solutions for $b_0 \neq 0$, whereas such solutions do exist for a nonlinear Parker dynamo in the $\alpha\omega$ approximation [6].

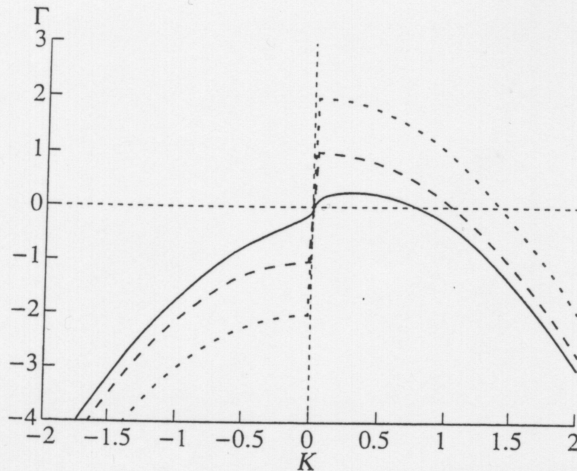


Fig. 1. Growth rate Γ for $\mu = 0$ (solid line), $\mu = 1$ (dashed line) and $\mu = 2$ (dotted line); here and below, Ω is negative.

Of course, it is quite possible that $R_\omega \gg R_\alpha$, but since $R_\alpha \gg 1$, criterion (22) is fulfilled. The situation is different for criterion (20). To satisfy this, we must choose sufficiently small values for λ .

We will assume below that

$$\lambda^{-2} R_\alpha^2 = \mu^2 D^{4/3}. \quad (23)$$

4. KINEMATIC APPROXIMATION

We will first consider our equations in the so-called kinematic approximation. In this case, we take the magnetic field to be so weak that it does not affect the hydrodynamic characteristics of the problem. In virtue of our scaling, this means that $\alpha = 1$ in equations (21).

We will seek a solution in the form

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= |D|^{-2/3} a(\xi) B_0, \\ B &= b(\xi) B_0, \end{aligned} \quad (24)$$

where

$$a = a_1 \exp(i\xi), \quad b = b_1 \exp(i\xi), \quad \xi = (\omega - i\gamma)t + k\theta,$$

and B_0 is unit of measurement of the magnetic field, which can be arbitrarily chosen in the kinematic approximation. We then set

$$\begin{aligned} \gamma &= |D|^{2/3} \Gamma, \quad \omega = |D|^{2/3} \Omega, \quad k = |D|^{1/3} K, \\ \phi &= |D|^{2/3} \Phi, \quad \mu^2 = R_\alpha^2 \lambda^{-2} \Phi^2. \end{aligned} \quad (25)$$

As a result, we obtain for the case of negative D

$$\begin{cases} (\Gamma + i\Omega)a_1 = b_1 - K^2 a_1 \\ (\Gamma + i\Omega)b_1 = -iK a_1 - K^2 b_1 - \mu^2 a_1. \end{cases}$$

This leads to the dispersion relationship

$$4\Omega^4 + 4\mu^2 \Omega^2 - K^2 = 0, \quad (26)$$

from which we obtain

$$\Omega = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{2} + \frac{\sqrt{\mu^4 + K^2}}{2}}.$$

When the product ΩK is negative, we obtain for the growth rate Γ :

$$\Gamma = \frac{\text{sgn}(K)}{2} \sqrt{2\mu^2 + 2\sqrt{\mu^4 + K^2} - K^2}.$$

For the sake of determinacy, let us choose Ω to be negative. Then (see Fig. 1) Γ is positive only for $0 < K < K_{\text{lim}}(\mu)$, where $K_{\text{lim}}(\mu)$ is the solution of the equation

$$4K_{\text{lim}}^6(\mu) - 4\mu^2 K_{\text{lim}}^2(\mu) - 1 = 0. \quad (27)$$

If $\mu = 0$, then $K_{\text{lim}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3}$, and we come to the case

of the Parker dynamo. K_{lim} increases with growing μ , so that the interval of possible values of K is also larger for large μ . K_{lim} asymptotically approaches $\sqrt{\mu}$ if μ is sufficiently large (of the order of 10).

In the spirit of the previous section, we expect the $\alpha^2\omega$ dynamo to have properties similar to those of the $\alpha\omega$ dynamo. We therefore restrict ourselves to the study of the $\alpha^2\omega$ dynamo in the framework of the first nonvanishing correction in μ to the $\alpha\omega$ dynamo. As a result, we obtain

$$\Omega^2 = \frac{|K|}{2} - \frac{\mu^2}{2}, \quad (28)$$

$$\Gamma = \frac{|K|}{\sqrt{2}} - K^2 + \frac{\mu^2}{2\sqrt{2}|K|}.$$

It is clear from (28) that the growth rate is higher in the $\alpha^2\omega$ dynamo than in the $\alpha\omega$ dynamo.

5. TYPICAL CASES OF NONLINEARITY

Let us now examine how the magnetic field generated affects the flow. We confine ourselves to a so-called helicity suppression scheme, according to which this effect manifests itself through the dependence of α on B , or, more precisely, on B^2 . Let us calculate B^2 in our approximation. We have

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_p &= \text{rot}(0, 0, A) \\ &= \left(\frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial(\sin\theta A)}{\partial\theta}, -\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial(r \sin\theta A)}{\partial r}, 0 \right), \end{aligned}$$

as $\frac{\partial B}{\partial \theta} \sin \theta$. After these simplifications, we obtain from (14)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B + \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial \theta^2} + \lambda^{-2} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial \rho^2}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \bar{R}_\omega \frac{\partial \hat{A}}{\partial \theta} - \lambda^{-2} R_\alpha \alpha \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2} + \lambda^{-2} \frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2}, \\ \bar{R}_\omega &= R_\omega G \sin \bar{\theta}, \end{aligned} \quad (15)$$

where $\bar{\theta}$ is the latitude near to which we study the dynamo wave.

We are primarily interested in the profile of the dynamo wave in latitude, not radius. Therefore, following the Parker dynamo approach, we integrate our equations over ρ , setting $\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} = -\phi^2$. Note that, according to the adopted scaling, the quantity ϕ is of the order of unity relative to the parameters \bar{D} and λ . For the sake of definiteness, we also neglect the last terms in both equations (15). This approximation is valid in the case of very large dynamo numbers (see [6] for the exact form of the associated criterion). The model including these terms also lends itself to analytical study, as was done for the case of the $\alpha\omega$ dynamo in [7]. After all these simplifications, we finally obtain

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B + \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial \theta^2}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \bar{R}_\omega \frac{\partial \hat{A}}{\partial \theta} + \lambda^{-2} R_\alpha \alpha \phi^2 \hat{A} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Note that equations (16) differ from the Parker dynamo equations only in the term $\lambda^{-2} \phi^2 R_\alpha \alpha \hat{A}$.

We now introduce the dynamo number into our equations, setting

$$\tilde{A} = \frac{\hat{A}}{R_\alpha}, \quad (17)$$

so that equation (16) takes the form

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial t} &= \alpha B + \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial \theta^2}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= D \frac{\partial \tilde{A}}{\partial \theta} + \lambda^{-2} R_\alpha^2 \alpha \phi^2 \tilde{A} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2}, \\ D &= \bar{R}_\omega R_\alpha. \end{aligned} \quad (18)$$

Note that the dynamo number \bar{D} thus introduced is proportional to the number D considered earlier.

3. THE CONCEPT OF THE $\alpha^2\omega$ DYNAMO

We will now estimate the values of R_α and D for

which the term $\lambda^{-2} \phi^2 R_\alpha^2 \alpha \tilde{A}$ responsible for the $\alpha^2\omega$ dynamo is of the same order of magnitude as the other terms in equation (18). This term is to be compared

with the term $D \frac{\partial \tilde{A}}{\partial \theta}$, responsible for $\alpha\omega$ dynamo. For

this purpose, we must estimate $\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \theta}$. Suppose that the

dynamo wavelength in the $\alpha^2\omega$ approximation has the same order in D as the Parker dynamo, i.e., $D^{-1/3}$ (see, e.g., [6]). Both terms compared have the same order in D and λ if

$$\lambda^{-2} R_\alpha^2 \sim D^{4/3}, \quad (19)$$

which reduces to

$$\lambda^{-2} R_\alpha^{-2/3} \sim R_\omega^{4/3} (G \sin \bar{\theta})^{4/3}. \quad (20)$$

The estimate (20) is somewhat unexpected. The standard concept of the $\alpha^2\omega$ dynamo consists of the following: The coupling between B_p and B_T due to differential rotation is assumed to be stronger than that due to helicity. This suggests that R_α is somewhat smaller than R_ω .

However, in the $\alpha^2\omega$ approximation, the quantity R_α^n , $n > 1$ is already comparable to R_ω . Since the equation contains various combinations of derivatives of the field components, this may be sufficient for the contribution of helicity to toroidal field generation to be comparable to the role of differential rotation.

This concept is valid for the case of a dynamo in a thin disk. Let us consider a thin, differentially rotating disk with a turbulent spiral flow. Let the disk rotation axis be aligned with the z -axis. We consider the so-called local disk-dynamo problem, i.e. the distribution of the magnetic field across the disk. The equations describing this distribution are (see, e.g., [8]):

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -R_\alpha \frac{\partial(\alpha B)}{\partial z} + \frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = R_\omega B_r - R_\alpha \frac{\partial(\alpha B_r)}{\partial z} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2}.$$

To obtain the applicability criterion for the $\alpha^2\omega$ approximation in these equations, it is necessary to compare

the terms $R_\omega B_r$ and $R_\alpha \frac{\partial(\alpha B_r)}{\partial z}$ in the second of the equations (21). Keeping in mind that the spatial scale of the fundamental nonoscillating mode for these equations is $D^{-1/2} = (R_\alpha R_\omega)^{-1/2}$, we obtain the condition

$$R_\alpha^3 \sim R_\omega. \quad (22)$$

to introduce a new function $\hat{A} = A/R$ and the dimensionless quantities

$$R_\alpha = \frac{\alpha^* R}{\beta}, \quad R_\omega = \frac{R^2 G^*}{\beta}, \quad R'_\omega = \frac{R^2 G'^*}{\beta}, \quad (5)$$

where

$$G = \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r}, \quad G' = \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}. \quad (6)$$

As a result, we obtain from (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \hat{A})}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\hat{A} \sin \theta)}{\partial \theta} \right), \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R_\omega G \frac{\partial (r \hat{A} \sin \theta)}{\partial \theta} - R'_\omega G' \frac{\partial (r \hat{A} \sin \theta)}{\partial r} \\ &- R_\alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha \frac{\partial (r \hat{A})}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r B)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (B \sin \theta)}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Now it is useful to introduce the so-called dynamo number

$$\tilde{D} = R_\omega R_\alpha. \quad (8)$$

It is usually supposed that dynamo numbers and the quantities R_α and R_ω may be either positive or negative. The signs of R_α and R_ω are defined by those of the helicity and radial angular velocity gradient in the northern hemisphere of the Sun. The sign of the dynamo number determines the direction of propagation of the dynamo wave. If \tilde{D} is positive, the dynamo wave propagates toward the pole, and if \tilde{D} is negative it propagates toward the equator. The simplest estimates of α yield positive values for it in the northern hemisphere, and helioseismology data apparently indicate that R_ω is positive. Nevertheless, the dynamo wave that was observed propagates toward the equator. This indicates that some complication must be introduced into the dynamo theory, allowing correction of the sign of the dynamo number in order to reach agreement with the observations. For instance, more precise estimates of the helicity lead to negative α near the bottom of the convective zone (see, e.g., [5]). However, we will not discuss this problem in detail, but rather will simply assume D to be negative.

Let us now suppose that the convective zone (or, more exactly, the layer along which the dynamo wave is propagating) is thin, namely

$$\lambda = \frac{h}{R} \ll 1, \quad (9)$$

where h is the thickness of the convective zone and R is its outer radius. Let

$$\rho = \frac{r-1}{\lambda}. \quad (10)$$

Then, from (7) we obtain the equations

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B + \frac{\lambda^{-2}}{1+\lambda\rho} \frac{\partial^2 ((1+\lambda\rho)\hat{A})}{\partial \rho^2} \\ &+ \frac{1}{(1+\lambda\rho)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\hat{A} \sin \theta)}{\partial \theta} \right), \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R'_\omega G \frac{\partial ((1+\lambda\rho)\hat{A} \sin \theta)}{\partial \theta} \\ &- R'_\omega G' \lambda^{-1} \frac{\partial ((1+\lambda\rho)\hat{A} \sin \theta)}{\partial \rho} \\ &- \lambda^{-2} R_\alpha \frac{1}{1+\lambda\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\alpha \frac{\partial ((1+\lambda\rho)\hat{A})}{\partial \rho} \right) \\ &+ \lambda^{-2} \frac{1}{1+\lambda\rho} \frac{\partial^2 ((1+\lambda\rho)B)}{\partial \rho^2} \\ &+ \frac{1}{(1+\lambda\rho)^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (B \sin \theta)}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Since $\lambda \ll 1$, we neglect in (11) terms of order $\lambda\rho$ in comparison with unity. Because the solar dynamo wave propagates primarily in latitude, and not in the radial direction, we retain only terms responsible for propagation in latitude, and neglect those describing radial propagation of the dynamo wave. In essence, this means that we assume

$$R'_\omega \ll R_\omega, \quad (12)$$

or

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \gg \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}. \quad (13)$$

After these simplifications, we obtain from (11)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} &= R_\alpha \alpha B \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial (\hat{A} \sin \theta)}{\partial \theta} \right) + \lambda^{-2} \frac{\partial^2 \hat{A}}{\partial \rho^2}, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R_\omega G \frac{\partial \hat{A} \sin \theta}{\partial \theta} - \lambda^{-2} R_\alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\alpha \frac{\partial \hat{A}}{\partial \rho} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial B \sin \theta}{\partial \theta} \right) + \lambda^{-2} \frac{\partial^2 B}{\partial \rho^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

We consider local propagation of the dynamo wave near a certain fixed latitude θ . Since we are studying the case of very large dynamo numbers $|\tilde{D}|$, and expect the dynamo wave to be short in this case, we may neglect terms such as $B \frac{\partial \sin \theta}{\partial \theta}$ in comparison with terms such

Annexe IV

Article : Propriétés asymptotiques d'une onde dynamo $\alpha\omega$: période, amplitude et dépendance en latitude

Article : Meunier N., Proctor M.R.E., Sokoloff D.D., Soward A.M. & Tobias S.M., asymptotic properties of a nonlinear $\alpha\omega$ -dynamo wave: period, amplitude and latitude dependence, 1997, accepté dans Geophysical and Astronomical Fluid Dynamics

**ASYMPTOTIC PROPERTIES OF
A NONLINEAR $\alpha\omega$ -DYNAMO WAVE:
PERIOD, AMPLITUDE AND LATITUDE DEPENDENCE**

N. MEUNIER^a, M.R.E. PROCTOR^b, D.D. SOKOLOFF^{a,c,d}, A.M. SOWARD^d and
S.M. TOBIAS^{b,e}

^a*URA CNRS 2080, DASOP, Observatoire de Meudon, 5 Pl. J. Janssen,
v92195 Meudon Cedex, France*

^b*Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics,
University of Cambridge, Silver St. Cambridge, CB3 9EW, UK*

^c*Department of Physics and Computing Center of Moscow State University, 119899, Moscow,
Russia*

^d*Department of Mathematics, University of Exeter,
North Park Road, Exeter, EX4 4QE, UK*

^e*Joint Institute for Laboratory Astrophysics, University of Colorado,
Boulder, Colorado, CO 80309-0440, USA*

(Received 8 February 1996; In final form 25 March 1997)

A nonlinear $\alpha\omega$ -dynamo wave propagating equator-wards along a thin differentially rotating convective shell is considered. Nonlinearity arises from α -quenching, while an asymptotic solution is based on the small aspect ratio ε of the shell. Wave modulation is linked to a latitudinal θ -dependent local dynamo number $\mathcal{D}(\theta)$; the crucial effects of radial diffusion are incorporated and characterised by a parameter μ . A truncated representation of the solution is obtained. A Parker wave is confined to a latitude belt $\theta_2 > \theta > \theta_1$. It is triggered with finite amplitude at a high latitude θ_2 , where \mathcal{D} achieves a threshold value \mathcal{D}_T ; that fixes the dynamo wave frequency in terms of the constant μ alone. At lower latitudes $\theta < \theta_2$, the magnetic field amplitude depends on $\mathcal{D}(\theta)$, which unlike μ may evolve over a time scale large compared with the cycle period. Eventually, the wave evaporates at a low latitude θ_1 , where \mathcal{D} drops to the linear Parker wave value $\mathcal{D}_P (< \mathcal{D}_T)$. The model has two remarkable features. Firstly, whereas the field amplitude is sensitive to variations of dynamo parameters via the dynamo number, the frequency is relatively stable independent of \mathcal{D} . Secondly, the Parker wave is fully nonlinear, because $\mathcal{D}_T - \mathcal{D}_P = O(\mathcal{D}_P)$, and is not accessible through weakly nonlinear theory. The key feature of the solution is the novel resolution of the finite amplitude wave stimulation at θ_2 . It is also argued that the Parker wave is stable, except where it has small amplitude at low latitude θ above but close to θ_1 . Numerical solutions of the complete governing equations are reported, which support the analytic results for the truncated system.

Keywords α -quenching, thin shell, solar cycle.

1 INTRODUCTION

1.1 Thin shell kinematic $\alpha\omega$ -dynamos

The evolution of solar activity is a cyclic process, observable through the motions of solar activity tracers, like high sunspot abundancies, over the solar surface. The physical nature of this process is connected with a dynamo wave of large-scale magnetic field propagating along the solar convective shell (or, possibly, along the so-called overshoot layer located at the base of this shell). This dynamo wave propagation is governed by the mean-field dynamo equations (see e.g. Krause and Rädler, 1980). A dynamo wave solution of these equations was obtained by Parker as early as 1955. There are many numerical models describing dynamo wave propagation, each appropriate to different physical conditions (for review, see Brandenburg, 1994).

Here we consider a thin convective shell of aspect ratio ε (2.3b) and investigate periodic solutions of the one-dimensional dynamo equations (2.2) at large dynamo number (2.3a). Our asymptotic development depends on the small size of ε and we introduce a scaled – order unity – dynamo number \mathcal{D} (2.4) dependent on the latitude θ . We investigate dynamo wave propagation in one hemisphere, which for definiteness is taken to be the Northern hemisphere $0 < \theta \leq \frac{1}{2}\pi$; our local number \mathcal{D} vanishes at the equator $\theta = 0$ increases to a maximum at some latitude θ_{\max} and decreases again to zero at the North pole $\theta = \frac{1}{2}\pi$ – a typical profile is (6.1a). One consequence of our thin shell assumption is that our wave has no interaction with its Southern hemisphere counterpart. Consequently our results only apply on the solar activity cycle period time-scale.

In previous linear kinematic $\alpha\omega$ -models (Sokoloff *et al.* 1995a,b; Meunier *et al.* 1996; Kuzanyan and Sokoloff, 1995, 1996, 1997; Galitsky and Sokoloff, 1997), a modulated Parker wave of short length scale ε was found localised close to some given latitude θ_{KS} (6.3b) distinct from the local dynamo number maximum θ_{\max} . The reasons for this phenomenon relate to our present nonlinear study and so we explain them carefully.

With the dynamo number $\mathcal{D}(\theta)$ modulated on the order one latitudinal scale, the relatively short wavelength dynamo wave can be investigated using WKBJ methods. Determination of the marginal mode of real frequency ω_T , the eigenvalue of our problem, depends on the WKBJ representation (3.8) of the solution and particularly its local dispersion relation $\omega = \omega(k, \theta)$ (3.9a). From the latter we may determine the complex group velocity $\partial\omega/\partial k$ and the complex phase mixing $\partial\omega/\partial\theta$; the required solution is determined by “threshold” criteria, namely that both partial derivatives vanish for some complex wave number k_T at some (possibly complex) latitude θ_T . These criteria are given by Huerre and Monkewitz (1990) – though the idea was previously identified by Soward and Jones (1983), while Soward (1992) provides its first application in the dynamo context. For Kuzanyan and Sokoloff’s (1996) model, phase mixing vanishes at real $\theta_T = \theta_{\max}$, where $\mathcal{D}(\theta)$ achieves its local maximum \mathcal{D}_{\max} . In turn, the vanishing of $\partial\omega/\partial k$ fixes the actual values of k_T , $\mathcal{D}_T = \mathcal{D}_{\max}$ (3.10e,b) and – most importantly – the realised frequency ω_T (3.10a).

The idea is that though there are four distinct WKBJ solutions (3.8), only one is needed to describe the actual solution; the difficulty is isolating one which is truly localised and does not diverge as either the pole or equator is approached. The threshold criteria address this difficulty in the following way. The vanishing of the complex group velocity leads to a repeated root for the wave number $k = k_{T3} = k_{T4}$ (3.10d) of the local dispersion relation (3.9a) when $\mathcal{D} = \mathcal{D}_T$. At the corresponding location θ_T the WKBJ approximation fails in the sense that two modes become indistinguishable. This coalescence of the roots at the maximum of \mathcal{D} is vital, because with fine tuning of the parameters at higher order it is possible to exhibit a mode growing from the equator with $k = k_4$ switching at θ_T to $k = k_3$ and eventually decaying to zero at the pole. The maximum amplitude of the magnetic field occurs at the point θ_{KS} , where the imaginary part of the composite $k(\theta)$ vanishes. This determines the wavenumber k_P and corresponding local dynamo number \mathcal{D}_P for the modulated Parker wave, as for example, illustrated in Figure 1; there, since $0 < \theta_{KS} < \theta_T$, it is $k_P = k_4(\theta_{KS})$.

1.2 α -quenching and the effective dynamo number $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$

In this paper, we investigate the quasi-kinematic dynamo which occurs when the α -effect is quenched by finite magnetic field (2.1). Without doubt this is the simplest possible extension of Kuzanyan and Sokoloff’s model into the nonlinear regime but is, nevertheless, sufficient to isolate new physical processes. The main obstacle to analytic progress lies in the fact that, via the nonlinearity, the single Fourier mode of linear theory triggers all higher harmonics. This is a technical difficulty which is peripheral to our main theme. We overcome it by adopting a single mode truncation of the complete Fourier mode representation; Worledge *et al.* (1996) have provided numerical evidence that this approximation leads to surprisingly reliable results.

Indeed, despite the truncation and asymptotic approximations made based on the small aspect ratio ε , our analytic findings are in remarkable agreement with the numerical solution of the complete dynamo equations (2.2) presented in Section 6 below. The significance of the analytic results is that they highlight important dynamo behaviours providing clear insight about the underlying physical mechanisms responsible for unusual features exhibited by the numerical solutions.

Our truncation to a single Fourier mode involves averaging magnetic induction by the α -effect over the period $2\pi/\omega$ of the wave; we stress this point because this mean-field style approximation has no asymptotic justification. Via our averaging method, we calculate an effective α , namely $\alpha_0 \widehat{F}$ in (3.4a), leading to the effective dynamo number \mathcal{D}_{eff} (3.4d). In this way, the magnitude of the nonlinearity is measured by the difference $\mathcal{D}(\theta) - \mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$. Put simply, our idea is to postulate the form adopted by $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$ and solve the resulting linear dynamo problem. The realised amplitude of the magnetic field is then determined by the difference $\mathcal{D}(\theta) - \mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$. Of course, we carefully check the consistency of our procedure.

Our picture is the following. Given a particular imposed dynamo number profile e.g. (6.1a), we envisage what happens as its maximum amplitude \mathcal{D}_{max} is increased from zero. To begin, only the zero solution exists; a finite amplitude solution bifurcates off it when $\mathcal{D}_{\text{max}} \approx \mathcal{D}_T$. At this stage we have $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta) = \mathcal{D}(\theta)$. In the weakly nonlinear regime that follows, $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$ begins to erode in the neighbourhood of the latitude θ_{KS} . Nevertheless, we take guidance from our linear results and note that a linear solution only requires that \mathcal{D}_{eff} attain the local maximum \mathcal{D}_T . As a consequence, almost immediately \mathcal{D}_{max} exceeds \mathcal{D}_T a fully nonlinear state is achieved between two latitudes $\theta_1 < \theta < \theta_2$. Specifically, when $\mathcal{D}_{\text{max}} \approx \mathcal{D}_T$, a Parker wave emerges smoothly from zero amplitude at latitude $\theta_1 = \theta_{KS}$, where $\mathcal{D} = \mathcal{D}_P$. With further increase of θ its finite amplitude is modulated slowly to ensure that \mathcal{D}_{eff} retains the Parker value \mathcal{D}_P . Nevertheless, the larger threshold value \mathcal{D}_T must be reached. Consequently, the Parker wave collapses abruptly at $\theta_2 = \theta_{\text{max}}$, where $\mathcal{D} = \mathcal{D}_T$. When $\mathcal{D}_{\text{max}} > \mathcal{D}_T$, the picture presented continues to hold, but the finite amplitude latitude range expands with the Parker and threshold conditions, $\mathcal{D}(\theta_1) = \mathcal{D}_P$ and $\mathcal{D}(\theta_2) = \mathcal{D}_T$, being met at the lower latitude $\theta_1 (< \theta_{KS})$ and higher latitude $\theta_2 (> \theta_{\text{max}})$ respectively. Though θ_2 is the same as θ_T correct to lowest order, there is a small but finite difference which the higher order analysis of Section 4 resolves (see also Figure 2). At lowest order, however, there are two key ideas. Firstly, the finite amplitude solution is simply a spatially modulated Parker wave (see Section 3.1). Secondly, the the threshold criteria for a globally marginally stable mode are applied (see Section 3.2) so fixing the frequency correct to lowest order and, in turn, the character of the solution.

1.3 Frequency selection: the rôles of group velocity and phase mixing

Our application to a discontinuous effective dynamo profile $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$ is non-standard and provides a major impetus for the study. We stress that the discontinuity is an idealisation, which has some undesirable features possibly leading to some confusion. Since the magnetic field is continuous, the finite amplitude Parker wave stimulates a finite amplitude disturbance for $\theta > \theta_2$, where it should be small in reality as well as from the point of view of consistency of the approximation! This contradictory situation is resolved across a nonlinear boundary layer, whose analytic resolution lies outside the scope of our study. Fortunately, because the layer is thin of order ε , the errors inherent in ignoring its detailed structure do not affect our lowest order results as we explain at the end of Section 4.

The key to the entire solution is the detailed nature of the linear section following θ_2 in the vicinity of θ_T , discussed in Section 4. Here, because of the repeated root property $k_{T3} = k_{T4} = k_T$, the WKB solution fails. So, whereas usually linear amplitude modulation is governed by a first order ordinary differential equation, here it is replaced by a second order equation (4.5a). Its solution controls the *transmission* of the finite amplitude Parker wave, following its collapse at θ_2 , into the linear WKB modes with distinct wave numbers $k_3(\theta)$ and $k_4(\theta_4)$, which emerge

beyond θ_T (see e.g. Heading, 1962). As in Kuzanyan and Sokoloff's (1996) case, we require the amplitude of the k_4 mode to vanish. Nevertheless, in view of the discontinuous nature of our effective dynamo number profiles, our mathematical problem is distinct from theirs.

The control of the full nonlinear solution by its linear part, particularly via the vanishing of the complex group velocity has also been stressed by Worledge *et al.* (1996) for the case of uniform dynamo number independent of θ . Indeed recently these issues have been developed by Pier and Huerre (1996) for another nonlinear system. The central issue in all these related studies is that of frequency selection; once ω is fixed the structure of the corresponding nonlinear solution is clear.

1.4 Stability and numerical results

Our stability analysis in Section 5 indicates local stability on the dynamo wave length scale throughout most of the latitude range. Only at the equatorial end of the range, where the field amplitude is relatively small, does the theory predict instability. Indeed, the results lead to the following clear picture. At a high latitude a relatively strong dynamo wave is triggered. It propagates towards the equator. It may slowly evaporate as the equator is approached, but possibly, as the wave weakens, it eventually breaks up in an intermittent or chaotic way into decaying structures, once the actual dynamo number $\mathcal{D}(\theta)$ has dropped to the marginal local stability value $\mathcal{D}(\theta_S)$ (5.7). It should be stressed that the critical value of \mathcal{D} for a Parker wave is less than \mathcal{D}_P but importantly corresponds to a frequency different to the threshold frequency ω_T , as indicated below (5.7). Thus even outside our Parker wave region $\theta_1 < \theta < \theta_2$ our infinitesimal disturbance will, by our local stability criterion, be unstable over a limited range. There is, however, no evidence from the numerical results of Section 6 that the local instability of either the finite or small amplitude states occurs. This is probably due the stabilising role of the non-zero value of the complex group velocity and phase mixing, not taken into account by the local stability analysis. Whatever, the results suggest that the bulk of the finite amplitude solution constructed is indeed robust compatible with the available observational evidence.

In Section 6, the governing equations (2.2) are integrated numerically for the particularly simple dynamo number profile (6.1a) without first taking the averages employed in the analytic investigation. All the key features of the analytic predictions are confirmed and are illustrated vividly in our figures. Small discrepancies in the Parker wave amplitude can be explained by the shortcomings of the averaging method, while the fine details of the transition at θ_2 agree to the accuracy of the asymptotic method. Both issues have been addressed recently by Bassom *et al.* (1997).

1.5 Applications

A striking characteristic of solar cycle is that its period is very stable, while its field amplitude exhibits large variations (several orders of magnitudes) (see e.g. Dicke, 1988, Frick *et al.* 1997a). In addition, solar activity is confined to a latitude belt (one for each hemisphere), where propagation towards the equator is described by the butterfly diagram. Our analytical study may explain why the period is largely insensitive to the dynamo wave amplitude.

Before expanding upon this point, we comment briefly on the applicability of our model. The asymptotic methods employed rely on the scale separation between the dynamo wave length and the solar radius. In reality, that length scale ratio of order ϵ might not be particularly small. Nevertheless, in view of the exponential cut offs, which terminate the finite amplitude Parker wave, we do not expect the relevance of the theory to be limited to extremely small ratios. Indeed, though the numerics were undertaken in parameter ranges where the wave has many nodes, the physical mechanisms identified – particularly the equator-pole asymmetry of the wave envelope and threshold criteria – are likely to persist into regimes where perhaps as few as two

or three nodes are present. We have only taken extreme situations to emphasise the physical processes. We discuss these matters further in our concluding Section 7.

Though our asymptotic analysis does not extend in quantitative detail into the Solar parameter range, where one node is the norm, there is every reason to suppose that the physical mechanisms do. The essential point is that the field amplitude is determined by the quenching mechanisms, here α -quenching, whereas the frequency is determined independently by threshold conditions. On the one hand, amplitude is controlled by the local dynamo number $\mathcal{D}(\theta)$, which, in turn, depends on the helicity (via the α -effect) and the differential rotation profile (via the ω -effect); both of these and in consequence $\mathcal{D}(\theta)$ may vary from cycle to cycle due to other nonlinear processes outside the scope of the present analysis. On the other, threshold conditions fix the frequency close to ω_T with a value (3.10a) dependent only on the shell thickness i.e. importantly independent of $\mathcal{D}(\theta)$. Unlike the magnitude of the dynamo number D (2.3a), the shell thickness seems to be a robust feature, which remains constant. These considerations imply the stability of the cycle period that we stress.

We remark that Weiss *et al.* (1984) arrived at a similar conclusion concerning the insensitivity of the cycle period to the magnitude of the dynamo number for their truncated system governing the dynamo in a homogeneous medium. In their Section 4, they consider a finite amplitude Parker wave of prescribed latitudinal length scale and derive an equation (their (4.7) with $\lambda = 0$) comparable to our (3.6). Whereas their prescribed length scale fixes their frequency, in our case that length is free but fixed by the threshold conditions mentioned earlier. Later, Noyes *et al.* (1984) attempted to apply the results to stellar magnetic cycles; the insensitivity of cycle frequency to the dynamo number is discussed on their page 772.

2 BASIC EQUATIONS

Consider the evolution of a linearly unstable $\alpha\omega$ -dynamo wave propagating in a thin spherical shell. Initially, during the kinematic development, its magnetic energy is negligible in comparison with the kinetic energy of the turbulence. However, its rapid exponential growth soon leads to a state in which the Lorentz force is strong enough to suppress helical properties of the turbulence. Accordingly, the helicity in the nonlinear regime becomes a function of the magnetic field

$$\alpha := \alpha_0(\theta)f(\mathbf{B}, \theta), \quad (2.1)$$

where $\alpha_0(\theta)$ is the helicity coefficient in the kinematic regime ($f(\mathbf{0}, \theta) = 1$). This so-called α -quenching is the simplest of many quenching mechanisms and is the only one which we consider.

The following dimensionless variant of Parker's solar dynamo wave equations

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha(\theta, \mathbf{B})B + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} - \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^2 A, \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -D G(\theta) \cos \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2} - \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^2 B \quad (2.2b)$$

(see Proctor and Spiegel, 1991) retains the key features of the complete mean-field dynamo system. Some formal justification for their validity (see e.g. Kuzanyan and Sokoloff, 1996) follows on omitting terms small, in the double limit $|D| \rightarrow \infty$, $\varepsilon \rightarrow 0$ keeping $|D|^{1/3}\varepsilon \sim 1$. The notation is as follows: $B(\theta, t)$ is the azimuthal component of mean magnetic field, $A(\theta, t)$ is the vector potential for the mean poloidal magnetic field, and $G(\theta)$ is the radial angular velocity gradient. The dynamo number and shell aspect ratio are

$$D := \alpha^* G^* \frac{R^4}{\beta^2}, \quad \varepsilon := \frac{h}{R}, \quad (2.3a, b)$$

where R is the convection zone radius, h is the thickness of the layer, in which dynamo action occurs, possibly different from the convection zone thickness, β is the horizontal turbulent diffusivity, and α^* and G^* are representative dimensional values of the alpha and differential rotation

gradient coefficients; $\alpha_0(\theta)$ and $G(\theta)$ are dimensionless. Distance is measured in units of R and time is measured in units of the diffusion time R^2/β . $A(\theta, t)$ has been normalised by R and the α -effect Reynolds number $\alpha^* R/\beta$.

Radial diffusion is radially averaged to eliminate radial derivatives leaving the terms proportional to $(\mu/\varepsilon)^2$; here $\mu^2\beta$ is effectively the radial turbulent diffusivity, in which μ is a numerical coefficient of order unity. According to Kuzanyan and Sokoloff (1996), if, on the one hand, $\varepsilon \ll |D|^{-1/3}$, radial diffusion is much stronger than field generation and the convective zone is too thin to produce a dynamo wave. If, on the other, $\varepsilon \gg |D|^{-1/3}$, radial diffusion is negligible; it no longer controls the Parker wavelength, which is now comparable with R and fills the shell. We restrict attention to the intermediate case characterised by the order unity local dynamo number defined by

$$\mathcal{D} := -\varepsilon^3 D \alpha_0(\theta) \cos \theta G(\theta) (> 0) \quad \text{with} \quad \varepsilon = O(|D|^{-1/3}), \quad (2.4a, b)$$

where we anticipate that the product $\alpha_0(\theta) G(\theta)$ is negative. For simplicity, we restrict attention to the case of θ -independent μ .

We find that Parker dynamo wave activity is confined within some mid-latitude region $\theta_2 \geq \theta \geq \theta_1$. Outside, these Parker waves evaporate decaying exponentially towards both the North pole $\theta = \frac{1}{2}\pi$ and equator $\theta = 0$. Accordingly, they are insensitive to the boundary conditions applied there and so the following simplified conditions

$$A(0, t) = B(0, t) = A(\frac{1}{2}\pi, t) = B(\frac{1}{2}\pi, t) = 0 \quad (2.5)$$

are adequate to affect our asymptotic requirements, even though they are sharper than necessary.

Below, we develop a technique to obtain an asymptotic solution of the equations (2.2) subject to the boundary conditions (2.5) for the case $|D| \gg 1$.

3 ASYMPTOTIC METHOD

Our underlying assumption is that the nonlinear Parker dynamo wavelength is comparable to the small shell thickness h whereas the wave amplitude is modulated on the long convective zone radius R . This scale separation occurs when

$$\varepsilon \ll \mu, \quad (3.1)$$

whether or not μ is of order unity as we proposed. In this limit we employ the method of multiple scales, to obtain a temporarily periodic asymptotic solution of the boundary value problem (2.2) and (2.5). The idea is simply to assume that the wave rides on an homogeneous medium as viewed on its own short length scale (Kuzanyan and Sokoloff, 1996). Thus we can apply (2.2) ignoring the θ dependence of the coefficients now regarded as constants. The nonlinear finite amplitude Parker wave is modulated lying under a stationary envelope between the latitudes θ_1 and θ_2 , whose location our analysis will establish. The solution is linear outside this interval, where the amplitude of the magnetic field decays exponentially on the short Parker angular length scale ε/μ (see (3.3c) in which k_P is $O(\mu)$). The linear and nonlinear solutions are linked across transitional boundary layers. The one at θ_1 is extremely weak because the modulation amplitude already tends to zero as the layer is approached; there are no implications for our analysis at the order considered. The other at θ_2 is strong because the Parker wave arrives with finite amplitude. Consequently, a rapid transition is made from the large to small amplitude solution. The matching conditions across this strong boundary layer are a delicate matter, whose resolution is vital for the correct solution of the complete problem.

The asymptotic properties of our simplified problem are not crucially dependent on the exact form of the nonlinearity in (2.1) (Kuzanyan and Sokoloff, 1996) and so we restrict attention to α -quenching of separable form

$$\alpha := \alpha_0(\theta) F\left(\frac{B^2}{B_0^2(\theta)}\right), \quad (3.2a)$$

where $B_0(\theta)$, possibly latitudinally dependent, is the level at which magnetic field strongly influences helical turbulence. The nature of our analysis is not sensitive to the form of the function F but for illustrative purposes we consider

$$F(x) := \begin{cases} 1 - x & \text{case (i);} \\ (1 + x)^{-1} & \text{case (ii).} \end{cases} \quad (3.2b)$$

For small amplitude theories with $x \ll 1$, cases (i) and (ii) are indistinguishable. In that limit, the simpler case (i) approximates a wide class of reasonable α -quenching models. Nevertheless, for large amplitude models case (i) has some unreasonable features e.g. $|F|$ increases with x for $x > 1$. For x of order unity, case (ii) provides a more reasonable model.

In the following Section 3.1, we describe the nature of the nonlinear wave, while in Section 3.2, we consider the linear problem which fixes vital characteristics of the nonlinear solution particularly the frequency.

3.1 The nonlinear Parker wave

We anticipate that frequency and wavelength of the relevant solution have the same scaling as predicted by earlier simplified models and that the ratio B/A , appropriate to (2.2), scales with $\varepsilon DG(\theta) \cos \theta$ as in the linear marginal case; in addition, we assume that the dynamo wave amplitude is smoothly modulated in latitude. We, therefore, search for propagating Parker wave solutions of the form

$$A = \frac{B_0(\theta)}{\varepsilon DG(\theta) \cos \theta} a, \quad a := \text{Re}(a_P(\theta) e^{i\xi_P}), \quad (3.3a)$$

$$B = B_0(\theta) b, \quad b := \text{Re}(b_P(\theta) e^{i\xi_P}), \quad (3.3b)$$

$$\xi_P := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1} k_P (\theta - \theta_2), \quad (3.3c)$$

where the real constants ω and k_P are of the order of unity, or more precisely $O(\mu^2)$ and $O(\mu)$ respectively. We emphasise that our ansatz is not consistent with the governing equations and that an approximation is involved. Specifically, we have only retained the first harmonic of infinite series involving harmonics $e^{in\xi_P}$ (integer n). The implication of our approximation is that the Fourier series representation of the nonlinear term αB in (2.2a) must also be truncated at the first harmonic. That projection yields

$$\alpha B = \alpha_0(\theta) \widehat{F}(|b_P|^2) \text{Re}(b_P(\theta) e^{i\xi_P}), \quad (3.4a)$$

where

$$\widehat{F}(y) := \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \xi F(y \cos^2 \xi) d\xi \quad (3.4b)$$

giving

$$\widehat{F}(y) = \begin{cases} 1 - \frac{3}{4} y & \text{case (i);} \\ \frac{2}{\sqrt{1+y}(1+\sqrt{1+y})} & \text{case (ii).} \end{cases} \quad (3.4c)$$

As a consequence, we may define the effective dynamo number

$$\mathcal{D}_{\text{eff}} := \mathcal{D} \widehat{F}(|b_P|^2), \quad (3.4d)$$

where \mathcal{D} is the scaled local dynamo number (2.4a).

Substitution of (3.3) into (2.2b) leads at lowest order to the relation

$$(k_P^2 + \mu^2 + i\omega)b_P = ik_P a_P \quad \text{when} \quad D < 0. \quad (3.5)$$

Here the negative value of D is chosen because it leads to equatorially propagating dynamo waves appropriate to the solar application. Further use of (2.2a) and (3.4) provides a second relation between a_P and b_P . Together they yield the Parker wave dispersion relation

$$(k_P^2 + \mu^2 + i\omega)^2 = ik_P \mathcal{D}_P \quad \text{implying} \quad \mathcal{D}_{\text{eff}} = \mathcal{D}_P. \quad (3.6a, b)$$

Without loss of generality, we adopt a positive value for ω . The real and imaginary parts of (3.6a) take the constant values

$$\mathcal{D}_P = \frac{2\omega^2}{k_P} \quad \text{and} \quad k_P = \sqrt{\omega - \mu^2}. \quad (3.7a, b)$$

In turn, given ω and μ , (3.7b) fixes k_P , then (3.7a) fixes \mathcal{D}_P and finally (3.4d) and (3.6b) determines the amplitude of the magnetic field;

$$|b_P(\theta)|^2 = K \left(\frac{\mathcal{D}(\theta)}{\mathcal{D}_P} \right) \left(\frac{\mathcal{D}(\theta)}{\mathcal{D}_P} - 1 \right), \quad (3.7c)$$

where

$$K(z) := \begin{cases} \frac{4}{3z} & \text{case (i);} \\ \frac{2(1 + \sqrt{1 + 8z})}{3 + \sqrt{1 + 8z}} & \text{case (ii)} \end{cases} \quad (3.7d)$$

with $|a_P|$ subsequently given by (3.5).

Since k_P defined by (3.7b) is positive our nonlinear solution is an equatorially migrating dynamo wave. As explained in Section 1.1, we restrict attention to a local dynamo number profile with a single maximum typified by our numerical example (6.1a). Evidently, it is necessary for the existence of the nonlinear solution that $\mathcal{D} > \mathcal{D}_P$ but it is not sufficient. The analysis of the following section shows that, moving South from the North pole, the nonlinear solution is only triggered at θ_2 when \mathcal{D} exceeds a threshold value $\mathcal{D}_T (> \mathcal{D}_P)$ e.g. (6.1c), determined by linear theory. Nevertheless, once triggered, the finite amplitude solution (3.7) continues to exist with decreasing θ until it evaporates at θ_1 e.g. (6.1b). The resulting wave configuration is illustrated by the numerical results portrayed in Figure 2 for the case (6.1), while the implications for the effective dynamo number \mathcal{D}_{eff} are portrayed vividly in Figure 4.

3.2 The linear solutions

In this section, we take the point of view that an effective dynamo number \mathcal{D}_{eff} is given rather than the actual dynamo number \mathcal{D} and construct the linear solution that corresponds to it. When the solution amplitude is small outside the range $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, we have $\mathcal{D}_{\text{eff}} = \mathcal{D}$, while inside, where the amplitude is finite, we have $\mathcal{D}_{\text{eff}} = \mathcal{D}_P$ as given by (3.7a). In this way, we show that the linear solution for \mathcal{D}_{eff} is consistent with a nonlinear solution for the complete problem for given \mathcal{D} . Of course, there is a thin nonlinear transition region containing θ_2 , where our ansatz is inconsistent. We explain at the end of Section 4 that, as $\theta \downarrow \theta_2$, the so-called small amplitude solution is actually of finite amplitude as required for matching across θ_2 .

Essentially, we modify the earlier linear solution of Kuzanyan and Sokoloff (1995) to accommodate the discontinuity of \mathcal{D}_{eff} at θ_2 . To that end, we seek WKB solutions of the form

$$a := \text{Re} \left(\sum_{i=1}^4 a_i(\theta) e^{i\xi_i} \right), \quad b := \text{Re} \left(\sum_{i=1}^4 b_i(\theta) e^{i\xi_i} \right), \quad (3.8a, b)$$

valid elsewhere $\theta \neq \theta_2$, where

$$\xi_i := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1} \int_{\theta_2}^{\theta} k_i d\theta. \quad (3.8c)$$

Here the slowly varying wave numbers k_i are the four roots of

$$(k^2 + \mu^2 + i\omega)^2 = ik\mathcal{D} \quad \text{with} \quad \mathcal{D} = \mathcal{D}_{\text{eff}}, \quad (3.9a, b)$$

which for given ω are simply functions of \mathcal{D}_{eff} . In what follows, we implement the threshold conditions and so partially solve the zeroth order problem. The amplitudes of the evanescent waves on either side of the discontinuity at θ_2 are linked in principle by continuity conditions. That is partially accomplished in the following Section 4.

We adopt Kuzanyan and Sokoloff's (1995) notation and enumerate the roots and associated modes as follows. The values of k_i are identified by analytic continuation of the roots at $\mathcal{D}_{\text{eff}} = 0$, namely $k_{1,3} = i\sqrt{\mu^2 + i\omega}$, where $\frac{1}{2}\pi < \arg(k_{1,3}) < \frac{3}{4}\pi$, and $k_{2,4} = -k_{1,3}$, where $-\frac{1}{2}\pi < \arg(k_{2,4}) < -\frac{1}{4}\pi$. Between the equator and the discontinuity of \mathcal{D}_{eff} over the range $0 < \theta < \theta_2$, only the solutions generated by $b_{2,4}$ (with $\text{Im } k_{2,4} \leq 0$) are non-zero; while on the complimentary range between the discontinuity and the pole $\theta_2 < \theta < \frac{1}{2}\pi$, only the solutions generated by $b_{1,3}$ (with $\text{Im } k_{1,3} > 0$) are non-zero. (Remember that, though the wave evaporates at θ_1 , the effective dynamo number \mathcal{D}_{eff} is continuous. The WKB solution varies continuously and, unlike the situation at θ_2 , there is no *transmission* problem to be resolved.)

The essential problem is matching the two distinct solutions across the discontinuity of \mathcal{D}_{eff} at θ_2 . Guided by Kuzanyan and Sokoloff's results for a smooth dynamo number profile, we anticipate that the required solution has a repeated root $k_3 = k_4$ of (3.9a) close to the maximum of the effective dynamo number. That occurs, where $\mathcal{D}_{\text{eff}} = \mathcal{D}$, as $\theta \downarrow \theta_2$. The double root is equivalent to the vanishing of the complex group velocity $\partial\omega/\partial k$. The repeated root condition fixes the frequency and corresponding local dynamo number (the threshold value $\mathcal{D} = \mathcal{D}_T$):

$$\omega = \omega_T := \sqrt{3} \mu^2, \quad \mathcal{D}_T = \sqrt{\frac{2^{11}}{3^3}} \mu^3. \quad (3.10a, b)$$

With these values the four roots of (3.9a) are

$$k_{T(1,2)} = (1 \pm i\sqrt{2})^2 k_T \quad [(1, 2) \equiv (+, -)], \quad (3.10c)$$

$$k_{T3} = k_{T4} = k_T, \quad (3.10d)$$

where

$$k_T := \sqrt{\frac{2}{3}} \mu e^{i\pi/6}. \quad (3.10e)$$

With these results, we find that the Parker dynamo and wave numbers are given by

$$\frac{\mathcal{D}_P}{\mathcal{D}_T} = \sqrt{\frac{3^5}{2^9}} \frac{\mu}{k_P} \approx 0.8052 \quad \text{and} \quad k_P = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)} \mu \quad (3.11a, b)$$

respectively. The corresponding four roots of (3.9) are

$$k_{P(1,2)} = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{3} \pm i\sqrt{13 + 8\sqrt{3}} \right) k_P e^{i\pi/6}, \quad [(1, 2) \equiv (+, -)], \quad (3.11c)$$

$$k_{P3} = k_P e^{i\pi/3}, \quad k_{P4} = k_P. \quad (3.11d)$$

The details of the matching across $\theta = \theta_2$ are discussed in greater detail in the following section. It is sufficient here to state that the results given above completely determine the nonlinear Parker wave, as well as the exponential form of the remaining WKB solutions; their amplitudes depend on solution of the transmission problem below.

The character of the finite amplitude solution is as follows. As θ decreases from $\frac{1}{2}\pi$ at the pole, the field amplitude remains exponentially small until it grows exponentially at θ_2 to become a finite amplitude Parker wave propagating towards the equator. The amplitude of the Parker wave is given by (3.7c) on the interval $\theta_2 > \theta > \theta_1$ evaporating at θ_1 and remains exponentially small up to the equator $\theta = 0$.

4 THE TRANSMISSION PROBLEM

When waves arrive at an interface, there is generally a reflected wave and a transmitted wave. Determination of the transmitted wave is the essence of a transmission problem. We apply the concept in a narrower sense, simply demanding that our nonlinearly excited Parker wave on $\theta_1 < \theta < \theta_2$, where $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta) = \mathcal{D}_P$, only transmits and reflects evanescent waves at θ_2 .

The key to the resolution of this problem is the dissentanglement of the two modes with the same wave number $k_{T3} = k_{T4} = k_T$ at $\theta = \theta_2$ (see (3.10d)), only one (corresponding to k_3) of which is evanescent in the region $\theta > \theta_2$. There on the order $(\varepsilon/\mu)^{2/3}$ -length scale, long compared with the order ε/μ -Parker length scale, we approximate the local dynamo number by the linear representation

$$\mathcal{D}(\theta) \equiv \mathcal{D}_T + \varepsilon^{2/3} \widehat{\mathcal{D}} - \lambda \varepsilon^{2/3} x \quad \text{for} \quad \theta > \theta_2, \quad (4.1a)$$

where

$$-\lambda := \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \theta}(\theta_2) (< 0), \quad \varepsilon^{2/3} x := \theta - \theta_2, \quad (4.1b, c)$$

while we anticipate that the higher order approximation to the frequency is

$$\omega \equiv \omega_T + \varepsilon^{2/3} \widehat{\omega}; \quad (4.1d)$$

the unknown constants $\widehat{\mathcal{D}}$ and $\widehat{\omega}$ are eventually determined and given by (4.11) below.

4.1 The admissible disturbances

Essentially, because of the ($k = k_T$) double root property when $\mathcal{D} = \mathcal{D}_T$, the WKBJ expansion fails in the linear region as $\theta \downarrow \theta_2$. The modified form valid when $x = O(1)$ is

$$a := \text{Re} \left(a_T(x) e^{i\xi_T} + a_{T1} e^{i\xi_{T1}} \right), \quad (4.2a)$$

$$b := \text{Re} \left(b_T(x) e^{i\xi_T} + b_{T1} e^{i\xi_{T1}} \right), \quad (4.2b)$$

where

$$\xi_T := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1/3} k_T x, \quad \xi_{T1} := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1/3} k_{T1} x \quad (4.2c, d)$$

with constants k_T, k_{T1} defined by (3.10). Whereas a_{T1} and b_{T1} are constants on the $(\varepsilon/\mu)^{2/3}$ -length scale, importantly a_T and b_T vary on that length scale and so are functions of x . The corresponding WKBJ solution valid in the nonlinear region as $\theta \uparrow \theta_2$ is

$$a := \text{Re} \left(a_P e^{i\xi_P} + a_{P2} e^{i\xi_{P2}} \right), \quad (4.3a)$$

$$b := \text{Re} \left(b_P e^{i\xi_P} + b_{P2} e^{i\xi_{P2}} \right), \quad (4.3b)$$

where

$$\xi_P := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1/3} k_P x, \quad \xi_{P2} := \varepsilon^{-2} \omega t + \varepsilon^{-1/3} k_{P2} x \quad (4.3c)$$

with constants k_P, k_{P2} defined by (3.11), while both a_P, b_P and a_{P2}, b_{P2} are (unlike a_T, b_T) constants on the $(\varepsilon/\mu)^{2/3}$ -length scale.

4.2 The amplitude equation with evanescent boundary condition

Though we have only provided the forms of the solution in the neighbourhood of θ_2 , several conditions must be met in order that it is compatible with the complete solution over the range $0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}\pi$. On the one hand, the form (4.3) is assumed simply because it corresponds to the WKBJ solution which vanishes at the equator $\theta = 0$. On the other, the form (4.2) only matches with the WKBJ solution which vanishes at the pole $\theta = \frac{1}{2}\pi$ if

$$a_T(x)e^{i\xi_T} \sim a_3(\theta)e^{i\xi_3} \quad \text{as } x \uparrow \infty. \quad (4.4a)$$

To make this idea more precise, we note that the corresponding asymptotic forms for the wave numbers are

$$k_{(3,4)} \sim k_T \mp \varepsilon^{1/3} e^{-i\pi/3} \left(\frac{\lambda(x-z)}{12|k_T|} \right)^{1/2}, \quad [(3,4) \equiv (-,+)], \quad (4.4b, c)$$

where

$$z := (\widehat{\mathcal{D}} - 8k_T \widehat{\omega})/\lambda. \quad (4.4d)$$

From (4.4b) we deduce that the amplitude equation satisfied by $a_T(x)$ is

$$\frac{d^2 a_T}{dx^2} - \frac{i\lambda}{12k_T}(x-z)a_T = 0; \quad (4.5a)$$

or, at least, check that (4.4) is given by the WKBJ solution of (4.5a). The solution satisfying the boundary condition (4.4a) is the Airy function

$$a_T(x) = \varepsilon^{-1/3} a_{T-1}(x), \quad (4.5b)$$

where

$$a_{T-1}(x) := \bar{a} \operatorname{Ai} \left(\left(\frac{\lambda}{12|k_T|} \right)^{1/3} e^{i\pi/9} (x-z) \right) \quad (4.5c)$$

and \bar{a} is a constant determined by higher order theory; see (4.8) and the remarks that follow it.

4.3 Application of the jump conditions

To complete the solution, it is necessary that A , B , $\partial A/\partial\theta$ and $\partial B/\partial\theta$ are all continuous across $\theta = \theta_2$. Indeed, the scaling adopted in (4.5b) anticipates these requirements, which are achieved at $O(\varepsilon^{-1/3})$ simply by demanding that

$$a_{T-1}(0) = 0, \quad (4.6)$$

as implied by the following higher order analysis.

To proceed to $O(1)$, we need to form the expansions

$$a_T(x) = \varepsilon^{-1/3} a_{T-1}(x) + a_{T0}(x) + O(\varepsilon^{1/3}), \quad (4.7a)$$

$$b_T(x) = \varepsilon^{-1/3} b_{T-1}(x) + b_{T0}(x) + O(\varepsilon^{1/3}), \quad (4.7b)$$

where

$$b_{T-1}(x) = \frac{1}{4} i k_T^{-1} a_{T-1}(x). \quad (4.7c)$$

The amplitude equations for a_{T0} and b_{T0} must be considered with corrections to $\widehat{\mathcal{D}}$ and $\widehat{\omega}$ of order $\varepsilon^{1/3}$. The solution satisfying the matching condition (4.4a) as $x \uparrow \infty$ is thus determined as a linear function of the Airy function coefficient \bar{a} (see (4.5c)) up to an arbitrary additive

contribution from the Airy function (4.5b). We prefer to partition off that contribution by incorporating it in the expansion

$$\bar{a} = \bar{a}_{-1} + \varepsilon^{1/3} \bar{a}_0 + O(\varepsilon^{2/3}). \quad (4.8)$$

The continuity conditions lead to four linear inhomogeneous equations for the three complex constants a_{T1} , a_P , a_{P2} , and the two real corrections to $\hat{\mathcal{D}}$ and $\hat{\omega}$. The solution is simply proportional to \bar{a}_{-1} .

4.4 Quantisation

The asymptotic solution of our eigenvalue problem is thus fixed by (4.6) in terms of the zeros $-s_i$ ($i = 1, \dots$) of the Airy function. They are all real and negative; the smallest in magnitude is

$$s_1 \approx 2.33810. \quad (4.9)$$

The corresponding values of z are

$$z_i = \left(\frac{12|k_T|}{\lambda} \right)^{1/3} e^{-i\pi/9} s_i. \quad (4.10)$$

Substitution into (4.4d) gives for $\hat{\mathcal{D}}$ and $\hat{\omega}$ the quantum values

$$\hat{\mathcal{D}}_i = 4 \left(\frac{3\lambda^2|k_T|}{2} \right)^{1/3} \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right) s_i, \quad (4.11a)$$

$$\hat{\omega}_i = \frac{1}{2} \left(\frac{3\lambda^2}{2|k_T|^2} \right)^{1/3} \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) s_i. \quad (4.11b)$$

The essential point is that (4.11a) determines a set of dynamo numbers $\mathcal{D}_i(\theta_2) = \mathcal{D}_T + \varepsilon^{2/3} \hat{\mathcal{D}}_i$, the smallest of which is $i = 1$ corresponding to the first zero $-s_1$ (see (4.9)) of the Airy function.

We emphasise that we have solved a *linear* dynamo problem with a prescribed discontinuous effective dynamo number profile $\mathcal{D}_{\text{eff}}(\theta)$. Within this framework, the finite amplitude Parker wave, on arrival at the discontinuity, transmits a finite amplitude disturbance, which is not infinitesimal as implied by the equality $\mathcal{D}_{\text{eff}} = \mathcal{D}(\theta)$ on $\theta > \theta_2$. In actuality the former finite amplitude Parker state and latter infinitesimal state are separated by a thin nonlinear layer of a Parker wavelength width $O(\varepsilon/\mu)$. Still, in view of the nature of the expansion (4.7a) the blunt criterion $a_{T-1}(0) = 0$ (4.6) appears to be the correct condition on the full nonlinear problem. Nevertheless, the order $\varepsilon^{1/3}$ corrections proposed below (4.8) fail to take account of the true nature of the nonlinear layer which, in turn, influences the value of the frequency at the smaller order ε .

5 LOCAL STABILITY

Jennings and Weiss (1991) and Jennings (1991) considered the one-dimensional model system (2.2) at finite dynamo number D with $\mu = 0$ on the finite range $0 \leq \theta \leq \pi$. They found that, as the dynamo number is increased, the system goes through a series of bifurcations. The states reached may be steady or oscillatory, dipole or quadrupole, pure or mixed parity. These states are often clearly dependent on the boundary conditions at the poles and symmetry conditions at the equator. This is because the short latitudinal length, which results from our large μ approximation (3.1), is inappropriate to their alternative small μ limit. Nevertheless, at large dynamo numbers, the preferred state may have a short wavelength as envisaged here and may possibly be localized between two latitudes.

Evidently the stability of our proposed solution is an important and relevant question. We, therefore, consider a small perturbation

$$a' := \operatorname{Re}\left(\Delta a_S(\theta)e^{i\xi_S}\right), \quad b' := \operatorname{Re}\left(\Delta b_S(\theta)e^{i\xi_S}\right), \quad (5.1a, b)$$

where

$$\xi_S := \varepsilon^{-2}(p + i\omega_S)t + i\varepsilon^{-1} \int k_S d\theta, \quad (\Delta \ll 1) \quad (5.1c)$$

and p , ω_S and k_S are real, superimposed onto the basic dynamo wave (3.3). In making the ansatz (5.1), we are assuming as before that we will employ the severest truncation of the nonlinear term αB , which only retains the harmonics proportional to $e^{i\xi_S}$ consistent with our earlier approximations.

Only a local linear stability calculation is undertaken. This means that the spatial inhomogeneity of the basic state is ignored. We only retain terms which are linear in Δ . The question of the global stability means that we should take into account the underlying spatial variations and we will not consider this problem here. The order Δ contribution to the product αB corresponding to (3.4) under projection onto the harmonic (5.1) is

$$(\alpha B)' = \alpha_0(\theta) \widehat{F}_S(|b_P|^2) \operatorname{Re}\left(\Delta b_S(\theta)e^{i\xi_S}\right), \quad (5.2a)$$

where

$$\widehat{F}_S(y) := \widehat{f}(y) + 2y \frac{d\widehat{f}}{dy}(y), \quad \widehat{f}(y) := \frac{1}{\pi} \int_0^\pi F(y \cos^2 \xi) d\xi \quad (5.2b)$$

giving

$$\widehat{F}_S(y) = \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}y & \text{case (i);} \\ \frac{1}{(1+y)^{3/2}} & \text{case (ii).} \end{cases} \quad (5.2c)$$

In turn, the dispersion relation corresponding to (3.6) for the marginal mode $p = 0$ is

$$(k_S^2 + \mu^2 + i\omega_S)^2 = ik_S \mathcal{D}_S \quad \text{with} \quad \mathcal{D}_S = \mathcal{D}\widehat{F}_S(|b_P|^2). \quad (5.3a, b)$$

The critical conditions for the most unstable mode are

$$k_S = \sqrt{\frac{1}{3}}\mu, \quad \omega_S = \frac{4}{3}\mu^2, \quad \mathcal{D}_S = \sqrt{\frac{2^{10}}{3^3}}\mu^3. \quad (5.4a, b, c)$$

In view of (5.2), all growth rates are negative only when

$$\mathcal{D}(\theta) - \mathcal{D}_P \geq K_{PS}(\mathcal{D}_P - \mathcal{D}_S), \quad (5.5a)$$

where

$$K_{PS} := \begin{cases} 1 & \text{case (i);} \\ \frac{1 - Z_{PS}}{1 - 2Z_{PS}} \frac{\mathcal{D}_P}{\mathcal{D}_S} & \text{case (ii)} \end{cases} \quad (5.5b)$$

and

$$Z_{PS} := \left(3 - \sqrt{1 + 8\frac{\mathcal{D}_S}{\mathcal{D}_P}}\right) / 4 \left(1 + 2\frac{\mathcal{D}_S}{\mathcal{D}_P}\right); \quad (5.5c)$$

in other words, only sufficiently large Parker waves are stable to the perturbations that we consider. To appreciate the significance of (5.5), we note that

$$\frac{\mathcal{D}_S}{\mu^3} \approx 6.1584, \quad \frac{\mathcal{D}_P}{\mu^3} \approx 7.0126, \quad \frac{\mathcal{D}_T}{\mu^3} \approx 8.7093. \quad (5.6a, b, c)$$

It means that the Parker wave amplitude, where it is triggered at θ_2 , is sufficiently large to ensure local stabilisation. Of course, since the amplitude evaporates as $\theta \downarrow \theta_1$, there is also a neighbourhood of θ_1 which is locally unstable. Stability by the criterion (5.6) is only guaranteed in a restricted range $\theta_2 \geq \theta \geq \theta_S (> \theta_1)$, where

$$\mathcal{D}(\theta_S) = (1 + K_{PS}) \mathcal{D}_P - K_{PS} \mathcal{D}_S. \quad (5.7)$$

The local instability noted must be interpreted cautiously. Indeed, even in the region outside $\theta_2 \geq \theta \geq \theta_1$, the zero amplitude is locally unstable when $\mathcal{D}(\theta) > \mathcal{D}_S$. Though small disturbances can grow initially they often ultimately decay on linear theory because of the role of the finite group velocity and phase mixing. Nevertheless, having gained sufficient amplitude they may lead to new finite amplitude regimes that might include intermittency and chaos.

Still, the above analysis is encouraging because it has established stability of the finite amplitude solution from the point θ_2 , at which it is triggered, until the amplitude is relatively small at θ_S not far from θ_1 . It suggests that our Parker wave is largely robust and stable, which is consistent with the coherence of the solar cycle.

6 NUMERICAL RESULTS

In this section the results of numerical computations of a specific version of the problem are outlined and compared with the theory discussed in the earlier sections. The nonlinear case (ii) (see(3.2b)) is investigated with the spacially varying coefficients usually employed in numerical simulations of the simplest illustrative models of the solar dynamo, i.e. $\alpha_0(\theta)G(\theta) = -2 \sin \theta$ and $D = \varepsilon^{-3} \mathcal{D}_{\max}$, so that

$$\mathcal{D} \equiv \mathcal{D}_{\max} \sin(2\theta), \quad (6.1a)$$

where \mathcal{D}_{\max} is the imposed dynamo number maximum. It yields

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \sin^{-1}(\mathcal{D}_P/\mathcal{D}_{\max}), \quad \frac{1}{2}\pi - \theta_2 = \frac{1}{2} \sin^{-1}(\mathcal{D}_T/\mathcal{D}_{\max}) \quad (6.1b, c)$$

$$\text{and} \quad \lambda = 2\sqrt{\mathcal{D}_{\max}^2 - \mathcal{D}_T^2} \quad (6.1d)$$

(see (4.1b)).

Results are reported below for the case

$$\varepsilon/\mu = \pi/600. \quad (6.2a)$$

The resulting WKBJ-length scale $\delta_T \equiv \varepsilon/|k_T|$ is clearly short. In the analysis of the transmission problem in Section 4, the expansion parameter is

$$(\varepsilon/\mu)^{1/3} \approx 0.1736. \quad (6.2b)$$

Though this parameter is moderately small, the scale separation method employed requires the Airy function length scale $\delta_A \equiv (12\varepsilon^2|k_T|/\lambda)^{1/3}$ be small compared to the length scale of the background inhomogeneity yet large compared to δ_T . In fact their ratio is

$$\frac{\delta_T}{\delta_A} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sqrt{\mathcal{D}_{\max}^2 - \mathcal{D}_T^2}}{200\mu^3} \right)^{1/3}. \quad (6.2c)$$

It increases from zero when $\mathcal{D}_{\max} = \mathcal{D}_T$ up to about 0.3 when $\mathcal{D}_{\max} = 22\mu^3$, the largest value of \mathcal{D}_{\max} for which numerical results are reported.

The equations (2.2) were integrated numerically as an initial value problem. Numerical solutions were calculated from a small random initial seed field until the transients died away

and the solutions settled down to their limiting behaviour. The numerical scheme used a second-order finite discretisation of the equations (with 1001 mesh points) coupled to a second order Adams-Bashforth timestepping scheme.

As predicted by the linear theory, dynamo action sets in at a primary Hopf bifurcation at $\mathcal{D}_{\max} \approx \mathcal{D}_T$. The linear solution is shown in Figure 1. This figure illustrates Kuzanyan and Sokoloff's (1995) prediction that $b(\theta, t)$ reaches its maximum value b_{\max} not at

$$\theta_{\max} = \frac{1}{4}\pi, \quad (6.3a)$$

where $\mathcal{D}(= \mathcal{D}_{\max})$ is a maximum as one might naively expect, but at

$$\theta_1 = \theta_{KS} := \frac{1}{2} \sin^{-1}(\mathcal{D}_P/\mathcal{D}_T) (\approx 27^\circ) \quad (6.3b)$$

shifted towards the equator. In this figure, the toroidal field clearly exhibits the preferred wavenumber $\varepsilon^{-1}k_P$ (see (3.11b)), for which the corresponding wavelength δ_P satisfies

$$2\delta_P/\pi \approx 0.02448; \quad (6.3c)$$

this is also true for the poloidal field as well.

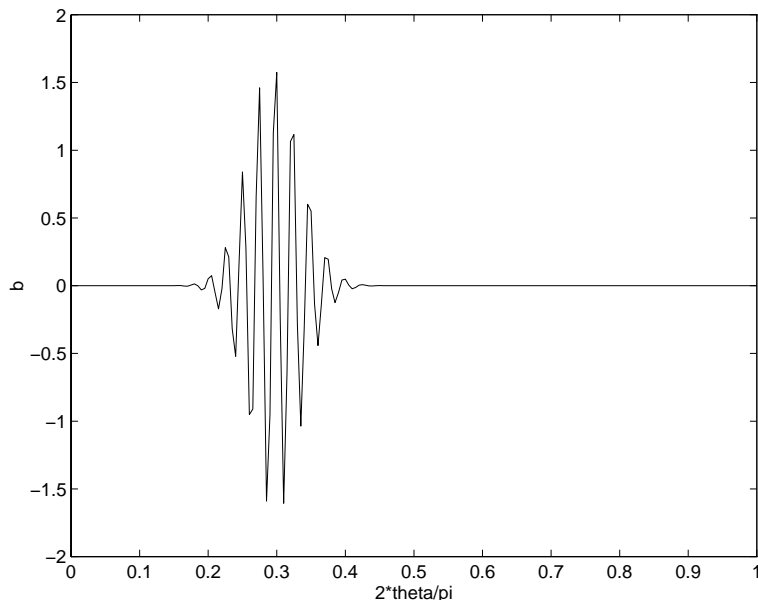


Figure 1: Linear solution: Eigenfunction for the azimuthal magnetic field $b(\theta, t)$ at fixed time t . Significantly the maximum value of the field $|b|$ does not occur at the maximum value of the imposed dynamo number ($2\theta_{\max}/\pi = 0.5$, see(6.3a)) - but is shifted towards the equator confirming the analytic prediction of Kuzanyan and Sokoloff (1995) ($2\theta_{KS}/\pi \approx 0.3$, see (6.3b)).

As the imposed dynamo number is increased the domain of dynamo wave activity spreads from θ_{KS} rapidly northwards, filling the gap $\theta_{KS} < \theta < \frac{1}{4}\pi$ with only a small increment of \mathcal{D}_{\max} consistent with the results of Tobias *et al.* (1996) for the homogeneous case. For $O(1)$ increments of \mathcal{D}_{\max} , the activity belt $\theta_1 < \theta < \theta_2$ expands. Indeed, for $\mathcal{D}_{\max}/\mu^3 = 9.0$ the solution is already highly nonlinear and the solutions take the form assumed by the asymptotic expansion in the earlier sections (Fig. 2a). The maximum b_{\max} of the envelope of b is now at $\theta_{\max} = \frac{1}{4}\pi$ as shown in Figure 2a. This figure also clearly displays the asymmetry in the form of the toroidal field predicted by the theory. The solution rises from zero close to θ_1 as θ increases. This rise is a relatively weak function of θ as predicted by the theory until the envelope of b reaches a maximum at $\theta = \frac{1}{4}\pi$. The asymmetry about $\theta = \frac{1}{4}\pi$ is clearly shown as the solution drops off to zero at θ_2 much more rapidly than it rises from zero.

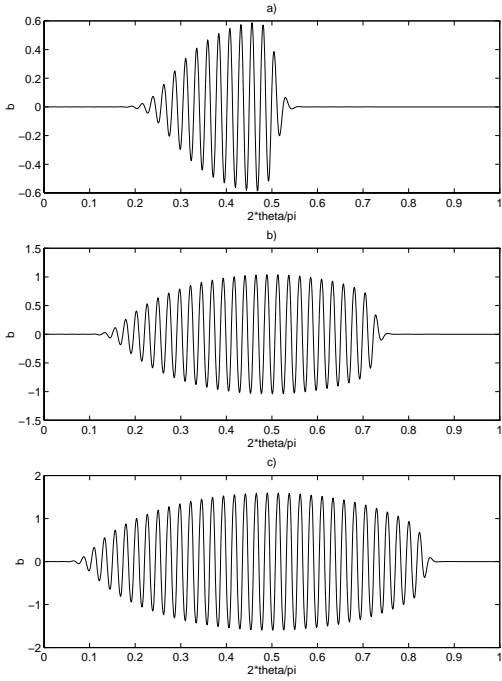


Figure 2: Azimuthal magnetic field b vs. $2\theta/\pi$ at fixed time t . The maximum value b_{\max} of $|b|$ occurs at $2\theta/\pi = 0.5$. The solution domain expands as \mathcal{D}_{imp} increases. (a) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 9.0$, (b) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 13.0$, (c) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 21.0$.

Further increase in the magnitude of the dynamo number \mathcal{D}_{max} yields stronger magnetic fields that fill more of the domain between the equator and the pole as shown in Figures 2b,c. Both these solutions display the same characteristics as that for the $\mathcal{D}_{\text{max}}/\mu^3 = 9.0$ case shown in Figure 2a, but for these cases the asymmetry between the growth and decay of the azimuthal field is much less pronounced. This in itself is, however, not the important characteristic of our asymptotic results. According to that study the Parker wave, which incidently continues to exhibit the Parker wavelength δ_P (6.3c), evaporates when the actual dynamo number drops to \mathcal{D}_T . For the case (ii) nonlinearity, the cut-off field strength in our model, measured in units of $B_0(\theta)$ (3.2a), is

$$|b|^2 = b_{T-}^2 := K \left(\frac{\mathcal{D}_T}{\mathcal{D}_P} \right) \left(\frac{\mathcal{D}_T}{\mathcal{D}_P} - 1 \right) \quad \text{as } \theta \uparrow \theta_2, \quad (6.4a)$$

where $K(z)$ is defined, as before, by (3.7c,d). With the values (5.6) it yields

$$b_{T-} \approx 0.57485, \quad (6.4b)$$

In fact the predicted exponential decay close to θ_2 , when $0 < |b| < b_{T-}$, is clearly compatible with all Figures 2.

According to the asymptotic analysis, the amplitude of the toroidal field determined by (3.7c) achieves its maximum b_{\max} at $\theta = \frac{1}{4}\pi$ and there

$$|b_P(\frac{1}{4}\pi)|^2 = b_{\max}^2 = K \left(\frac{\mathcal{D}_{\text{max}}}{\mathcal{D}_P} \right) \left(\frac{\mathcal{D}_{\text{max}}}{\mathcal{D}_P} - 1 \right). \quad (6.5)$$

This formula for the maximum magnetic field is plotted against $\mathcal{D}_{\text{max}}/\mu^3$ as a solid line in Figure 3. The results of the numerical integrations are shown as circles. The maximum value of the azimuthal field is calculated over a period of the oscillation so as to ensure that the solution reaches the maximum value of the envelope. The figure shows that the expression (6.5) agrees reasonably well with the numerical results. This agreement is especially good for marginally

supercritical \mathcal{D}_{\max} , but less so for solutions where the field is large and fills the computational domain. This may be due to the increase in dynamo number leading to solutions that approach the boundaries at $\theta = 0, \frac{1}{2}\pi$. The computations are carried out at small, but fixed, ε and so the theory for arbitrarily small ε (and hence arbitrarily large $\varepsilon^{-1}k$) will break down when the effects of the boundaries have a significant rôle to play in determining the nature of the solutions. For example in the case when the dynamo number is homogeneous discussed by Tobias *et al.* (1996) the boundaries have an immediate effect on the nature of the solutions as the dynamo number is increased past $\mathcal{D} = \mathcal{D}_T + O(\varepsilon^2)$. Of course, we do not expect this sensitive dependence in our model, as we already predict much stronger effects from the transmission problem (see(4.1a)). Indeed the inhomogeneous slowly varying form of the local dynamo number largely shields the localised solution from the influence of the boundaries, and the actual consequences are less clear.

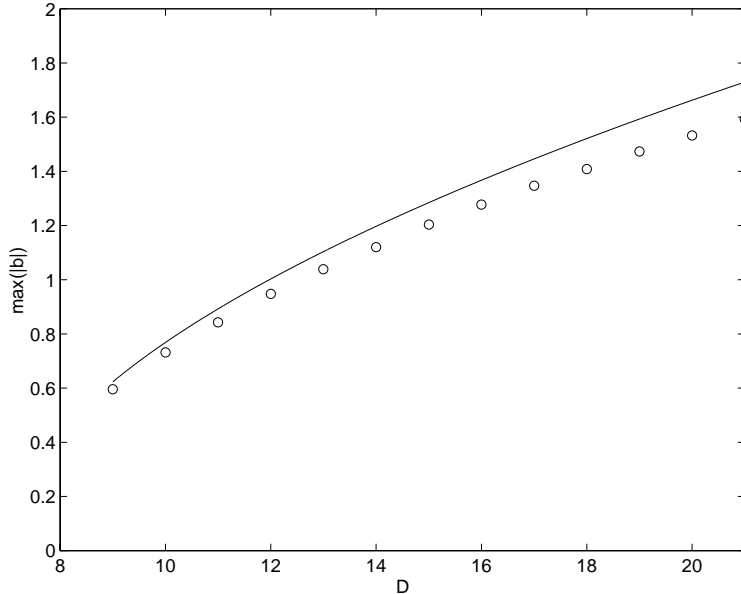


Figure 3: The maximum value b_{\max} of $|b|$ vs. scaled imposed dynamo number $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3$. The numerically calculated values (circles) are compared with the analytic predictions of (6.5) (solid line).

To test our effective dynamo number concept, we compute the value of b on its bounding envelope. It is substituted into (3.4d) to obtain an effective dynamo number based on the numerical results, which we plot in Figure 4. It compares favourably with our analytic prediction in all essential respects; though there are minor discrepancies. In the nonlinear regime \mathcal{D}_{eff} overshoots \mathcal{D}_P , which says, as did Figure 3, that the numerical amplitude of b is smaller than the analytic prediction. The most likely explanation is the inadequacy of our truncation method; though the fact that the complete wave amplitude differs from its individual Fourier mode amplitude probably contributes. The numerical evidence that the effective dynamo number \mathcal{D}_{eff} overshoots the threshold value \mathcal{D}_T is, however, the most striking vindication of our theory.

We mark the zeroth order analytic predictions of θ_1 and θ_2 on Figure 4. The higher order theory of Section 4 predicts the field switch-off point θ_2 with greater accuracy, specifically (4.1a) and (4.11a) determine the dynamo number $\mathcal{D}_1(\theta_2) = \mathcal{D}_T + \varepsilon^{2/3}\widehat{\mathcal{D}}_1$ at which the finite amplitude jump is made. Analytic values overshoot the maximum of the numerically computed $\mathcal{D}_{\text{eff}} - \mathcal{D}_T$ by a factor of about 2; similar to what we find for $\omega - \omega_T$ illustrated in Figure 5. Significantly the analytic investigation ignored the nonlinear build up which occurs on about two Parker wavelengths $4\pi\delta_P$. This leads to order ε errors, which are outside the reach of our analytic investigation – a point that we frequently stress.

Finally it is important to check how well the dependence of ω assumed in deriving the

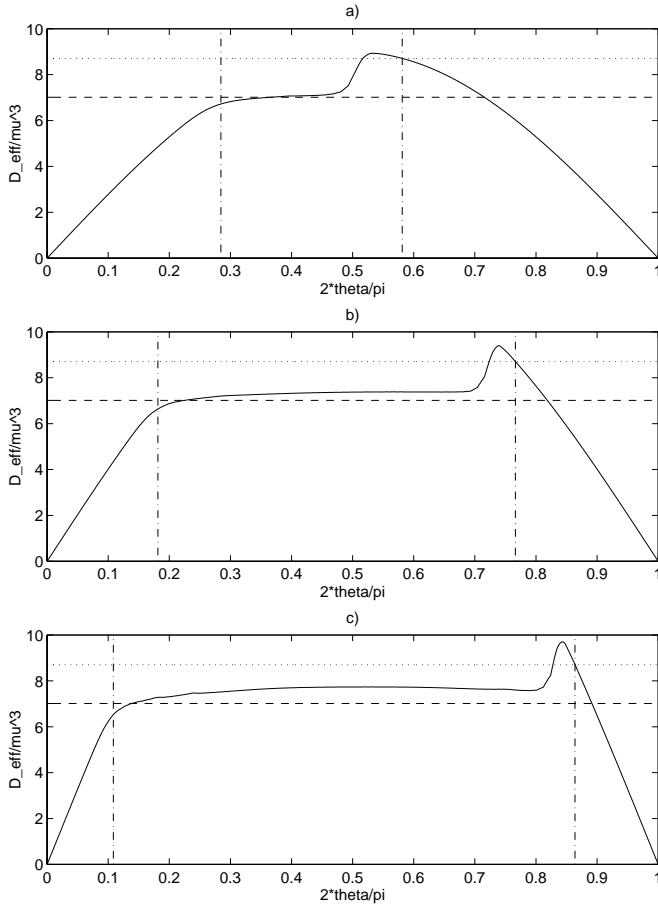


Figure 4: The scaled effective dynamo number $\mathcal{D}_{\text{eff}}/\mu^3$ vs. $2\theta/\pi$. The solid line plots $\mathcal{D}_{\text{eff}}/\mu^3$ (3.4d) for the numerically computed envelope value of $|b|$. The lowest order analytic values of θ_1 and θ_2 (6.1b,c) are indicated by the vertical dashed lines. The corresponding Parker and Threshold dynamo numbers \mathcal{D}_P/μ^3 and \mathcal{D}_T/μ^3 are indicated by the horizontal broken and dotted lines respectively. (a) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 9.0$, (b) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 13.0$, (c) $\mathcal{D}_{\text{imp}}/\mu^3 = 21.0$.

asymptotic results is mirrored by the numerical simulations. The formula for $(\omega - \omega_T)/\mu^2$, given in equations (4.1d) and (4.11b), is plotted together with the numerical results. It is clear that the asymptotic formula overestimates the true frequency (especially for large dynamo numbers). Since the figure plots the departure of ω/μ^2 from the threshold value $\omega_T/\mu^2 = \sqrt{3}$, the plot accentuates the discrepancy; though in percentage terms the error is no worse than the maximum of $|b|$ displayed in Figure 3. We also remark that the asymptotics anticipate corrections of order ε , which is not out of line with the numerical results portrayed in Figure 5.

From a more general point of view, Tobias *et al.* (1996) found that, in the homogeneous case without background spatial variation, the frequency of the incoming wave was controlled by the right-hand $\theta = \frac{1}{2}\pi$ boundary (even though the solution is exponentially small there). The mechanism for this behaviour is, however, not understood but, if operative could have further implications. For example, boundary effects may be more important for large \mathcal{D}_{max} for which values of θ_2 close to $\frac{1}{2}\pi$ occur. Then the fact that the formula (6.5) overestimates the true peak field amplitude and, for that matter, (4.1d) and (4.11b) overestimate the true frequency, may be due to the true numerical solution having to readjust to satisfy the zero boundary conditions at $\theta = \frac{1}{2}\pi$ and possibly at $\theta = 0$, or it may simply be a manifestation of the frequency discrepancies already mentioned. For our problem, the pole could influence the solution if the Airy function maintained a significant amplitude there. Provided $\delta_A \ll (\frac{1}{2}\pi - \theta_2)$, however, a condition that appears to be met, this will not happen. Despite the possible controlling influence

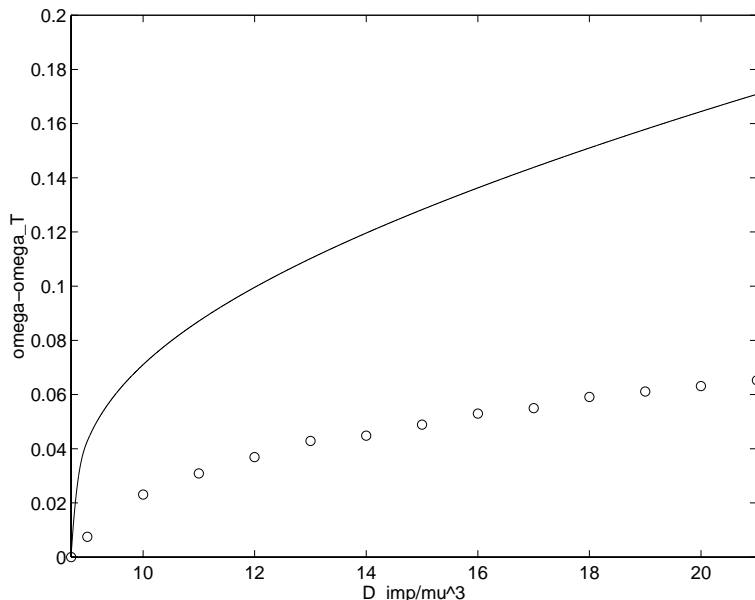


Figure 5: The frequency correction $(\omega - \omega_T)/\mu^2$ vs. scaled imposed dynamo number D_{imp}/μ^3 . The numerically calculated values (circles) are compared with the analytic predictions of (4.1d) and (4.11b) (solid line).

of the boundaries, we believe far greater errors are introduced by our truncation and failure to properly resolve the nonlinear layer at θ_2 correctly.

In conclusion it is important to stress how well the numerics agree with the asymptotic theory. The theory predicts well the form of the solutions and the maximum field strength obtained. Moreover the numerics is (necessarily) conducted on solutions that are only just within the range of validity for the asymptotics. The numerics do indicate however that as the solution begins to fill the domain boundary effects may become important.

7 DISCUSSION

Though our analysis has been developed on the basis that aspect ratio $\varepsilon := h/R$ is a small constant and that the turbulent diffusivity ratio μ is a constant of order unity, it is important to appreciate that they only appear in the combination ε/μ , which is the true expansion parameter of our theory (see (3.1)). Since they measure different physical processes, we have kept them distinct. So our thin shell limit is not simply that of small aspect ratio ε , but rather that the radial diffusion length scale $R\varepsilon/\mu$ ($\equiv h/\mu$) be small compared to the equator-pole distance; of course, h/μ is the Parker wave length scale.

With increase of ε/μ , the Parker wave length increases. This feature is vividly portrayed by Moss *et al.*'s (1990) numerical results for thin shells of various thicknesses. When the wave length becomes order unity our scale separation assumptions cease to be valid. Still we argued in Section 1.4 that this might not be too severe a limitation and that our results may be qualitatively reasonable up to $\varepsilon = O(\mu)$. Of course, our analysis is not valid in the alternative thick shell limit $\varepsilon \gg \mu$, as then the marginal Parker wave length scale is determined by the equator-pole distance. In this limit radial diffusion is negligible but instead solutions are sensitive to equator boundary conditions; the interaction between the Northern and Southern hemispheres (particularly dipole versus quadrupole parity) becomes a more sensitive issue (Jennings, 1991; Jennings and Weiss, 1991; Weiss, 1994).

Consider a sample of stars having convective shells, each characterised by the dimensionless parameters ε , μ and dynamo number D . When applicable ($\varepsilon \ll \mu$, $D = O(\mu/\varepsilon)^3$), our theory predicts that the cycle period scales with the diffusion time $T \sim h^2/\mu^2\beta$ across the convective

shell. The essential point is that T is independent of D and so insensitive to the helicity $\alpha_0(\theta)$ and rotational shear $G(\theta)$. So for extended stellar samples, our results are not applicable for stars with either $\varepsilon \gg \mu$ or $D \gg (\mu/\varepsilon)^3$ lying outside our parameter range. That is why for rich samples of low main sequence stars other scalings have been suggested (see e.g. Baliunas *et al.* 1996 and references therein) for which comparison with our results is inappropriate.

Another point that we wish to stress is that our analysis is not particularly sensitive to the form of the α -quenching. Importantly, the latitudinal extent $\theta_1 < \theta < \theta_2$ is determined by characteristics of the linear problem independent of nonlinear α -quenching process. Furthermore, our results for the two representative cases (i) and (ii) (3.2b) exhibit similar features; only the functional dependence of the field amplitude on θ differs (3.7c,d). In this respect, we anticipate that the robustness of the latitudinal extent as well as the cycle period remain applicable to other more complicated quasi-kinematic models with additional quenching mechanisms such as those considered by Weiss *et al.* (1984).

Concerning the detailed nature of our finite amplitude solution (3.7), we note that, under the plausible hypothesis $B_0 = \text{const}$, the field maximum coincides with the local dynamo wave number $-\varepsilon^3 D \alpha_0(\theta) \cos(\theta) G(\theta)$ maximum located at the point θ_{max} . This is in dramatic contrast the linear case, for which the Parker wave maximum is shifted Southwards from the point θ_{max} (Kuzanyan and Sokoloff, 1996b) and located elsewhere at $\theta = \theta_{KS}$; this surprising feature was stressed by Roberts and Soward (1992). Accordingly we suggest that MEGA – the maximally efficiency generation approximation of Ruzmaikin *et al.* (1990) – is more comfortably applied to dynamo wave propagation in the nonlinear rather than the linear regime. Incidentally, for sufficiently small supercritical dynamo numbers, Bassom *et al.* (1997) have developed a weakly nonlinear theory similar in spirit to Bräuer (1979) – though not in detail because of model differences. For reasons mentioned in Section 1.2 the window of applicability shrinks dramatically with decreasing ε/μ .

Regarding possible solar application of our theory, for which the Parker wavelength is visibly comparable with the solar radius, we can at best argue that the ratio ε/μ is of order unity. In Section 1.4, we explained why the qualitative nature of our results remain plausible in this limit. Specifically, our solution has features which may well be robust when taken beyond the parameter range of asymptotic justification. We, therefore, tentatively compare them with observed properties of the solar dynamo wave. Central to this comparison is the period T of the solar cycle, which is linked to the frequency ω of the Parker dynamo wave (3.3) by $T = 2\pi(\varepsilon R)^2/\beta\omega$. Our results (3.10a), (4.1d) and (4.11b) yield

$$\frac{\omega - \omega_T}{\omega_T} = \frac{4}{3^{3/2}} \left(\frac{3\varepsilon\lambda}{\mu D_T} \right)^{2/3} \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) s_1 \quad \text{with} \quad \frac{\omega_T}{\varepsilon^2} = \sqrt{3} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^2 \quad (7.1a)$$

for the smallest eigenvalue s_i ($i = 1$). Now the local dynamo $\mathcal{D}(\theta)$ may vary from cycle to cycle due to changes in the generation sources $\alpha_0(\theta)$ and $G(\theta)$. As a consequence the area covered by sunspots (plausibly covered by $\theta_2 > \theta > \theta_1$) may fluctuate. Furthermore, on the one hand, as we repeatedly stress, ω_T/ε^2 remains constant giving a robust cycle period. While, on the other, the logarithmic derivative

$$\frac{\lambda}{\mathcal{D}_T} = - \left(\frac{1}{\mathcal{D}} \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_2}, \quad (7.1b)$$

like $\mathcal{D}(\theta)$, may fluctuate. Since the expansion parameter ε/μ is $O(|D|^{-1/3})$, we anticipate that the frequency variations predicted by (7.1a) are $O(|D|^{-2/9})$. So, if $|D| \sim 10^3$, then this frequency variation is about 20 % of its nominal value, a result in reasonable agreement with solar data. Tuominen *et al.* (1988) have also drawn attention to the dependence of the frequency upon the location of the α and ω generation sources in the radial extent.

The stable cycle period of solar activity cycle does not seem to be a common feature of all stellar cycles. At least one star (HD201091) of the Wilson sample of late main sequence stars with stellar activity cycles, observed for about 30 years, seems to demonstrate relatively

pronounced variations of stellar periods (see Figure 1g in Baliunas *et al.* 1995, also Frick *et al.* 1997b) suggesting that they lie outside the parameter range of our theory.

Acknowledgements

Dmitry Sokoloff is grateful to both CNRS and the Royal Society for supporting his successful visits to the Observatoire de Paris, Section Astrophysique de Meudon (2 January, 1996 to 3 February, 1996) and the Mathematics Department, University of Exeter (2 June, 1996 to 31 August 1996) respectively; his work was partially supported by RFBR under grant 95-01-01284 and CRDF under grant RP1-176. Andrew Soward also acknowledges the support of the PPARC grant, number GR/K43308. We are grateful to Axel Brandenburg, Kirill Kuzanyan and Elizabeth Nesme-Ribes for helpful discussions; we thank Derek BrownJohn for his considerable help with the figures.

References

- Baliunas S.L., Donahue R.A., Soon W.H., Horne J.H., Frazer J., Woodard-Eklund L., Bradford M., Rao L.M., Wilson O.C., Zhang Q., Bennett W., Briggs J., Caroll S.M., Duncan D.K., Figueroa D., Lanning H.H., Mish T., Mueller J., Noyes R.W., Poppe D., Porter A.C., Robinson C.R., Russel J., Shelton J.C., Soyumer T., Vaughan A.H. and Whitney J.H., "Chromospheric variations in main-sequence stars. II," *Astrophys. J.* **438**, 269–287 (1995).
- Baliunas, S.L., Nesme-Ribes, E., Sokoloff, D., and Soon W., "A dynamo interpretation of stellar activity cycles," *Astrophys. J.* **460**, 848–857 (1996).
- Bassom A.P., Kuzanyan K.M. and Soward A.M., "A nonlinear dynamo wave riding on a spatially varying background," in preparation (1997).
- Brandenburg, A., "Solar Dynamos: Computational Background," in: *Lectures on Solar and Planetary Dynamos*, (Ed. M. R. E. Proctor and A. D. Gilbert) pp. 117–159, Cambridge University Press (1994).
- Bräuer, H., "The nonlinear dynamo problem: Small oscillatory solutions in a strongly simplified model," *Astron. Nachr.* **300**, 43–49 (1979).
- Dicke, R.H., "The phase variations of the solar cycle," *Solar Physics* **115**, 171–181 (1988).
- Frick, P., Galyagin, D., Hoyt, D.V., Nesme-Ribes, E., Schatten, K.H., Sokoloff, D., and Zakhharov, V., "Wavelet analysis of solar activity recorded by sunspot groups," *Astron. Astrophys.* in press (1997a).
- Frick, P., Baliunas, S.L., Galyagin, D., Sokoloff, D., and Soon, W.H., "Wavelet analysis of stellar chromospheric activity variations," *Astrophys. J.* in press (1997b).
- Galitsky, V.M. and Sokoloff, D.D., "Dynamo waves in the theory of cosmic magnetism and probability waves in quantum mechanics," *Acta Astron. et Geophys. Univ. Comenianae* submitted (1997).
- Heading, J., *An Introduction to Phase Integral Methods*, Methuen, London (1962).
- Huerre, P. and Monkewitz, P.A., "Local and global instabilities in spatially developing flows," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **22**, 473–537 (1990).
- Jennings R.L., "Symmetry breaking in a nonlinear $\alpha\omega$ -dynamo," *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* **57**, 147–189 (1991).
- Jennings R.L. and Weiss N.O., "Symmetry breaking in stellar dynamos," *Mon. Not. R. astr. Soc.* **252**, 249–260 (1991).

- Krause F. and Rädler K.-H., *Mean-Field Electrodynamics and Dynamo Theory*, Pergamon Press, Oxford (1980).
- Kuzanyan K.M. and Sokoloff D.D., “A dynamo wave in an inhomogeneous medium,” *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* **81**, 113–129 (1995).
- Kuzanyan K.M. and Sokoloff D.D., “A dynamo wave in a thin shell,” *Astron. Rep.* **40**, 425–430 (1996).
- Kuzanyan K.M. and Sokoloff D.D., “Half-width of a solar dynamo wave in Parker’s migratory dynamo,” *Solar. Phys.* in press (1997).
- Meunier N., Nesme-Ribes E. and Sokoloff D.D., “Dynamo wave in a $\alpha^2\omega$ dynamo,” *Astron. Rep.* **40**, 415–423 (1996).
- Moss, D., Tuominen, I. and Brandenburg, A., “Buoyancy-limited thin shell dynamos,” *Astron. Astrophys.* **240**, 142–149 (1990).
- Noyes, R.W., Weiss, N.O. and Vaughan, A.H., “The relationship between stellar rotation rate and activity cycle periods,” *Astrophys. J.* **287**, 769–773 (1984).
- Parker, E.N., “Hydromagnetic dynamo models,” *Astrophys. J.* **122**, 293–314 (1955).
- Pier, B. and Huerre, P., “Fully nonlinear global modes in spatially devoping media,” *Physica D* **97**, 206–222 (1996).
- Proctor, M.R.E. and Spiegel, E.A., “Waves of solar activity,” in: *The Sun and Cool Stars: activity, magnetism, dynamos*, (Ed. I.Tuominen, D. Moss and G. Rüdiger) Lecture notes in physics. Proceedings **380**, pp. 117–128, Springer (1991).
- Roberts P.H. and Soward A.M., “Dynamo theory,” *Annu. Rev. Fluid Mech.* **24**, 459–512 (1992).
- Ruzmaikin A., Shukurov A., Sokoloff D. and Starchenko S., “Maximally-Efficient-Generation-Approach in dynamo theory,” *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* **52**, 125–139 (1990).
- Sokoloff D.D., Fioc M. and Nesme-Ribes E., “Asymptotic properties of dynamo wave,” *Magneto-hydrodyn.* **26**, 59–68 (1995a).
- Sokoloff D., Nesme-Ribes E. and Fioc M., “Asymptotic properties of dynamo waves,” in: *Physical Processes in Astrophysics*, (Ed. I.W. Roxburgh and J.-L. Masnou) Lecture notes in physics. Proceedings **458** pp. 213–217, Springer (1995b).
- Soward, A.M., “Thin disc $\alpha\omega$ -dynamo models II. Short length scale modes,” *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* **64**, 201–225 (1992).
- Soward, A.M. and Jones, C.A., “The linear stability of the flow in the narrow gap between two concentric rotating spheres,” *Q. Jl Mech. appl. Math.* **36**, 19–42 (1983).
- Tobias S.M., Proctor M.R.E. and Knobloch, E., “The rôle of absolute instability in the solar dynamo,” *Astron. Astrophys. Lett.* submitted (1996).
- Tuominen, I., Rüdiger, G. and Brandenburg, A., “Observational constraints for solar-type dynamos,” in: *Activity in Cool Star Envelopes*, (Ed. O. Havnes, B.R. Pettersen, J.H.M.M. Schmitt and J.E. Solheim) pp. 13–20, Kluwer (1988).
- Weiss, N.O., “Solar and Stellar Dynamos,” in: *Lectures on Solar and Planetary Dynamos*, (Ed. M. R. E. Proctor and A. D. Gilbert) pp. 59–95, Cambridge University Press (1994).
- Weiss, N.O., Cattaneo, F. and Jones, C.A., “Periodic and aperiodic dynamo waves,” *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.* **30**, 305–341 (1984).
- Worledge D., Knobloch, E., Tobias, S. and Proctor, M.R.E., “Dynamo waves in semi-infinite and finite domains,” *Proc. R. Soc. Lond. A* **453**, 119–143 (1997).

Bibliographie

- Abrams D., Kumar P., 1996, ApJ, 472, 882
- Ambastha A., Hagyard A., West E., 1993, Sol. Phys., 148, 277
- Anderson E. R., Duvall J., Thomas L., Jefferies S. M., 1990, ApJ, 364, 699
- Antonucci E., Hoeksema J. T., Scherrer P. H., 1990, ApJ, 360, 296
- Antonucci E., Svalgaard L., 1974, Sol. Phys., 34, 3
- Appourchaux T., Toutain T., Gough D. O., Kosovichev A. G., 1995, in ASP Conference Series, eds. R.K. Ulrich, E.J. Rhodes Jr & W. Däppen, Vol. 76, p. 314
- Babcock H. W., 1953, ApJ, 118, 387
- Bachmann K. T., Brown T. M., 1993, ApJ, 411, L45
- Baliunas S. L., Donahue R. A., Soon W. H., et al., 1995, ApJ, 438, 269
- Balke A. C., Schrijver C. J., Zwaan C., Tarbell T. D., 1993, Sol. Phys., 143, 215
- Balthasar H., Vazquez M., Woehl H., 1986, A&A, 155, 87
- Belvedere G., Godoli G., Motta S., Paterno L., Zappala R. A., 1976, Sol. Phys., 46, 23
- Belvedere G., Godoli G., Motta S., Paterno L., Zappala R. A., 1977, ApJ, 214, L91
- Brandenburg A., Moss D., Tuominen I., 1992, A&A, 265, 328
- Brandt P. N., Greimel R., Guenther E., W. M., 1991, in Applying fractals in astronomy, ed. by A. Heck et J.M. Perdang, Springer Verlag, p. 77
- Brandt P. N., Schmidt W., Steinegger M., 1990, Sol. Phys., 129, 191
- Brandt P. N., Schmidt W., Steinegger M., 1992, in Proc. Workshop on the solar electromagnetic radiation study for solar cycle 22; ed. by R.F. Donnelly, Space Environment Lab., NOAA ERL, Boulder, CO, p. 130
- Butler C. J., 1994, Sol. Phys., 152, 35
- Canuto V. M., Minotti F. O., Schilling O., 1994, ApJ, 425, 303

- Chaplin W. J., Elsworth Y., Howe R., et al., 1996, MNRAS, 280, 1162
- Chapman G. A., 1987, ARA&A, 25, 633
- Chapman G. A., Boyden J. E., 1986, ApJ, 302, L71
- Chapman G. A., Herzog A. D., Lawrence J. K., et al., 1992, J. Geophys. Res., 97, 8211
- Chapman G. A., Meyer A. D., 1986, Sol. Phys., 103, 21
- Chiu H. Y., Paterno L., 1992, A&A, 260, 441
- Choudhuri A. R., 1990, ApJ, 355, 733
- Choudhuri A. R., Schussler M., Dikpati M., 1995, A&A, 303, L29
- Christensen-Dalsgaard J., Berthomieu G., 1991, in Solar interior and atmosphere (A92-36201 14-92). Tucson, AZ, University of Arizona Press, p. 401
- Christensen-Dalsgaard J., Gough D., Toomre J., 1993, Seismology of the Sun, in Science, Vol. 229
- Collin B., Nesme-Ribes E., 1995, C. R. Acad. Sci. Paris, Série Iib, 321, 77
- Collin B., Nesme-Ribes E., Leroy B., Meunier N., Sokoloff D., 1995, C. R. Acad. Sci. Paris, Série Iib, 321, 111
- Davis J., R., 1996, BAAS, 188, 2201
- D'Azambuja L., D'Azambuja M., 1948, Ann. Obs. Paris, Meudon, 6
- de Vega H. J., Sánchez N., Combes F., 1995, Letters to Nature, 383, 56
- Deluca E. E., Gilman P. A., 1991, in Solar interior and atmosphere (A92-36201 14-92). Tucson, AZ, University of Arizona Press, p. 275
- Deng X., Deng Z., Liu Y., 1996, Chinese Astronomy and Astrophysics, 20, 9
- Deslandres H., 1910, Annales de L'Observatoire d'astronomie physique de Paris, 4
- Di Nella H., Montuori M., Paturel G., Pietronero L., Sylos Labini F., 1996, A&A, 308, L33
- Donati J. F., 1993, in Inside the stars, Proceedings of the 137th IAU Colloquium, Univ. of Vienna, Austria, p. 136
- Donnelly R. F., White O. R., Livingston W. C., 1994, Sol. Phys., 152, 69
- Durney B. R., 1995, Sol. Phys., 160, 213
- Durney B. R., 1996, Sol. Phys., 166, 231

- Durney B. R., De Young D. S., Passot T. P., 1990, *ApJ*, 362, 709
- Durney B. R., De Young D. S., Roxburgh I. W., 1993, *Sol. Phys.*, 145, 207
- Duvall J., T. L., 1980, *Sol. Phys.*, 66, 213
- Duvall J., T. L., Jefferies S. M., Harvey J. W., Osaki Y., Pomerantz M. A., 1993b, *ApJ*, 410, 829
- Duvall J., T. L., Jefferies S. M., Harvey J. W., Pomerantz M. A., 1993a, *Nature*, 362, 430
- Egamberdiev S., Fossat E., 1991, *Sol. Phys.*, 133
- Elsworth Y., Howe R., Isaak G. R., et al., 1994, *ApJ*, 434, 801
- Espagnet O., Muller R., Roudier T., Mein N., 1993, *A&A*, 271, 589
- Falgarone E., Phillips T. G., Walker C. K., 1991, *ApJ*, 378, 186
- Finn J., Ott E., 1988, *Physical Review Letters*, 60, 760
- Fossat E., Regulo C., Roca Cortes T., et al., 1992, *A&A*, 266, 532
- Foukal P., 1996, *Geophys. Res. Lett.*, 123, 2169
- Foukal P., Lean J., 1990, *Science*, 247, 556
- Foukal P. V., 1989, *Solar astrophysics*, ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Friis-Christensen E., Lassen K., 1991, *Science*, 254, 698
- Gilman P. A., 1986, *Physics of the sun. Volume 1*. Dordrecht, D. Reidel Publishing Co., NSF-sponsored research., 1, 95
- Gough D. O., Thompson M. J., 1991, in *Solar interior and atmosphere (A92-36201 14-92)*. Tucson, AZ, University of Arizona Press, p. 519
- Grec G., Fossat E., Pomerantz M., 1980, *Nat*, 288, 541
- Hanssen J., Lebedeff S., 1987, *J. Geophys. Res D*, 92, 13345
- Harvey J. W., Duvall J., T. L., Jefferies S. M., Pomerantz M. A., 1993, in *GONG 1992: Seismic Investigation of the Sun and Stars*, ASP Conference series, vol 42, ed. T. Brown, Vol. 42, p. 111
- Harvey J. W., Hill F., Hubbard R. P., et al., 1996, *Science*, 272, 1284
- Harvey K. L., Zwaan C., 1993, *Sol. Phys.*, 148, 85
- Hassler D. M., Tomczyk S., 1996, *BAAS*, 188, 8006
- Hathaway D. H., 1996, *ApJ*, 460, 1027

- Hill F., Deubner F.-L., Isaak G., 1991, in *Solar interior and atmosphere* (A92-36201 14-92). Tucson, AZ, University of Arizona Press, p. 329
- Howard R., Adkins J. M., Boyden J. E., et al., 1983, *Sol. Phys.*, 83, 321
- Howard R., Gilman P. I., Gilman P. A., 1984, *ApJ*, 283, 373
- Howard R., Labonte B. J., 1980, *ApJ*, 239, L33
- Howard R. F., Harvey J. W., Forgach S., 1990, *Sol. Phys.*, 130, 295
- Hoyng P., 1994, in *Solar Surface Magnetism*; eds: R.J. Rutten and C.J. Schrijver, Kluwer Academic Publishers, p. 387
- Hoyt D. V., Schatten K. H., 1993, *J. Geophys. Res.*, 98, 18895
- Jefferies S. M., Duvall J., T. L., Harvey J. W., Pomerantz M. A., 1990, in *Progress of seismology of the Sun and Stars*, ed. Y. Osaki and H. Shihahashi (Berlin: Springer), p. 135
- Jefferies S. M., Palle P. L., Regulo C., Cortes T. R., Van Der Raay H. B., 1988, *Nat*, 333, 646
- Jefferies S. M., Pomerantz M. A., Duvall J., T. L., Harvey J. W., Osaki Y., 1991, *ApJ*, 377, 330
- Johannesson A., Marquette W., Zirin H., 1997, *Sol. Phys.*, sous presse
- Keller C. U., Deubner F. L., Egger U., Fleck B., Povel H. P., 1994, *A&A*, 286, 626
- Komm R. W., 1994a, *Sol. Phys.*, 149, 417
- Komm R. W., Howard R. F., Harvey J. W., 1993, *Sol. Phys.*, 147, 207
- Komm R. W., Howard R. F., Harvey J. W., 1994b, *Sol. Phys.*, 151, 15
- Kosovichev A. G., Schou S. P. H., J., Bogart R. S., et al., 1997, *Sol. Phys.*, 170, 43
- Krause F., Rädler K.-H., 1980, *Mean-Field Electrodynamics and Dynamo Theory*, Oxford: Pergamon Press
- Kueker M., Ruediger G., Kitchatinov L. L., 1993, *A&A*, 279, L1
- Kumar P., 1994, *ApJ*, 428, 827
- Kumar P., Lu E., 1991, *ApJ*, 375, L35
- Kumar P., Quataert E. J., 1997, *ApJ*, 475, L143
- Kuzanyan K. M., Sokoloff D. D., 1996, *Geophys. Astrophys. Fluid Dynam.*, 80
- Laclare F., Delmas C., Coin J. P., Irbah A., 1996, *Sol. Phys.*, 166, 211

- Lawrence J. K., Cadavid A. C., Ruzmaikin A. A., 1996, *ApJ*, 465, 425
- Lawrence J. K., Schrijver C. J., 1993, *ApJ*, 411, 402
- Lean J., 1996, *Suppl. to EOS, Transaction, AGU*, 77
- Lean J., Skumanich A., White O., 1992, *Geophys. Res. Lett.*, 19, 1595
- Leighton R. B., 1960, in *Proc IAU Symp. 12, Vol. 12*, p. 321
- Libbrecht K. G., Woodard M. F., 1991, *Science*, 253, 152
- Lin H., 1995, *ApJ*, 446, 421
- Lindsey C., Braun D. C., Jefferies S. M., et al., 1996, *ApJ*, 470, 636
- Livingston W. C., 1968, *ApJ*, 153, 929
- Livingston W. C., 1991, in *Solar Polarimetry, L. November ed.*, NSO, Sunspot, NM, p. 356
- Mandelbrot B., 1975, *J. Fluid Mechanics*, 72, 401
- Mandelbrot B. B., 1977, *Fractals: Form Chance and Dimension*, San Francisco: W. H. Freeman and Co.
- Martin S. F., 1988, *Sol. Phys.*, 117, 243
- Mein P., Ribes E., 1990, *A&A*, 227, 577
- Meunier N., Nesme-Ribes E., Collin B., 1997b, *A&A*, 319, 683
- Meunier N., Nesme-Ribes E., Grosso N., 1997a, *A&A*, 319, 673
- Meunier N., Solanki S. K., Livingston W. C., 1997c, *A&A*, soumis
- Mikhailutsa V. P., Makarova V. V., 1994, *Sol. Phys.*, 155, 391
- Moss D., Brandenburg A., Tuominen I., 1991, *A&A*, 247, 576
- Mouradian Z., Martres M. J., Soru-Escout I., Gesztelyi L., 1987, *A&A*, 183, 129
- Mouradian Z., Soru-Escout I., 1989, *A&A*, 210, 410
- Muller R., 1983, *Sol. Phys.*, 85, 113
- Muller R., 1985, *Sol. Phys.*, 100, 237
- Muller R., 1988, *Advances in Space Research*, 8, 159
- Muller R., 1990, in *Solar Photosphere: Structure, Convection, and Magnetic Fields*, ed. by J. O. Stenflo, p. 85

- Muller R., Hulot J. C., Roudier T., 1989, *Sol. Phys.*, 119, 229
- Muller R., Roudier T., 1984, *Sol. Phys.*, 94, 33
- Muller R., Roudier T., Vigneau J., 1990, *Sol. Phys.*, 126, 53
- Mundt M. D., Maguire I., W. Bruce, Chase R. R. P., 1991, *J. Geophys. Res.*, 96, 1705
- Mylonas N., Kluiving R., Vlahos L., Georgoulis M., 1995, in 2nd Astronomical Conference, Thessalonikii, Greece
- Nesis A., Hammer R., Hanslmeier A., et al., 1996, *A&A*, 310, 973
- Nesis A., Hammer R., Hanslmeier A., et al., 1995, *A&A*, 296, 210
- Nesme-Ribes E., Ferreira E. N., Mein P., 1993a, *A&A*, 274, 563
- Nesme-Ribes E., Ferreira E. N., Sadourny R., Le Treut H., Li Z. X., 1993c, *J. Geophys. Res.*, 98, 8923
- Nesme-Ribes E., Ferreira E. N., Vince L., 1993b, *A&A*, 276, 211
- Nesme-Ribes E., Meunier N., Collin B., 1996, *A&A*, 308, 213
- Nesme-Ribes E., Meunier N., Vince L., 1997, *A&A*, 321, 323
- Noyes R. W., Simon G. W., 1962, *ApJ*, 135, 474
- Pap J. M., Willson R. C., Froelich C., Donnelly R. F., Puga L., 1994, *Sol. Phys.*, 152, 13
- Parker E. N., 1955, *ApJ*, 122, 293
- Perrin J., 1909, *Annales de chimie et de physique*, VIII 18, 5
- Phillips K. J. H., 1992, *Guide to the Sun*, Cambridge University Press
- Pouquet A., Frisch U., Léorat J., 1976, *J. Fluid Mech.*, 77, 321
- Press W. H., Flannery B. P., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., 1986, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press
- Priest E. R., 1984, *Solar Magnetohydrodynamic*, ed. by Reidel, Dordrecht
- Rabin D., 1992, *ApJ*, 390, L103
- Rhodes J., E. J., Johnson N. M., Rose P. J., Korzennik S. G., Cacciani A., 1995, in *ASP Conference Series*, Vol. 76, 1995, R.K. Ulrich, E.J. Rhodes, Jr., and W. Dappen, Eds.
- Ribes E., 1986, *Acad. des Sci. (Paris), Comptes Rendus, Serie II*, 302, 871
- Ribes E., Mein P., Mangeney A., 1985, *Nature*, 318, 170
- Ribes E., Ribes J. C., Bartholot R., 1987, *Nature*, 326, 52

- Ribes J. C., Nesme-Ribes E., 1993, *A&A*, 276, 549
- Richardson L. F., 1961, *General Systems Yearbook*, 6, 139
- Roberts P., 1994, in *NATO ASI SERIES I*. ed. by E. Nesme-Ribes, Vol. 25
- Ronan R. S., Cadora K., Labonte B. J., 1994, *Sol. Phys.*, 150, 389
- Roudier T., Muller R., 1987, *Sol. Phys.*, 107, 11
- Ruzmaikin A., Sokoloff D., Tarbell T., 1991, in *The sun and cool stars: Activity, Magnetism, Dynamos*; ed. by I. Tuominen, D. Moss et G. Rüdiger, Springer-Verlag, Berlin, p. 140
- Scherrer P. H., 1992, *BAAS*, 180, 3309
- Scherrer P. H., Bogart R. S., Bush R. I., et al., 1996, *BAAS*, 189, 1803
- Schrijver C. J., Martin S. F., 1990, *Sol. Phys.*, 129, 95
- Schrijver C. J., Shine R. A., Hagenaar H. J., et al., 1996, *ApJ*, 468, 921
- Schrijver C. J., Zwaan C., Balke A. C., Tarbell T. D., Lawrence J. K., 1992, *A&A*, 253, L1
- Schuessler M., 1981, *A&A*, 94, L17
- Seiden P. E., Wentzel D. G., 1996, *ApJ*, 460, 522
- Snodgrass H. B., 1991, *ApJ*, 383, L85
- Snodgrass H. B., Ulrich R. K., 1990, *ApJ*, 351, 309
- Spruit H. C., Title A. M., Van Ballegooijen A. A., 1987, *Sol. Phys.*, 110, 115
- Stark B., Adams S., Hathaway D., Hagyard M., 1997, *Sol. Phys.*, sous presse
- Stauffer D., 1985, *Introduction to percolation theory*, ed. by Taylor and Francis, London and Philadelphia
- Steinegger M., Brandt P. N., Haupt H. F., 1996, *A&A*, 310, 635
- Tao L., Du Y., Rosner R., Cattaneo F., 1995, *ApJ*, 443, 434
- Ternullo M., 1986, *Sol. Phys.*, 105, 197
- Thompson M., Toomre E., E.R. A., et al., 1996, *Science*, 272, 1300
- Title A., Tarbell T., Frank Z., et al., 1996, *BAAS*, 188, 6915
- Ulrich R. K., Bertello L., 1996, *ApJ*, 465, L65
- Vainshtein S. I., Cattaneo F., 1992, *ApJ*, 393, 165

- Vainshtein S. I., Zagdeev R., Rosner R., Kim E.-J., 1996, *Phys. Rev. E*, 53, 4729
- Wang J., Wang H., Tang F., Lee J. W., Zirin H., 1995, *Sol. Phys.*, 160, 277
- Wang Y. M., Sheeley J., N. R., Nash A. G., 1991, *ApJ*, 383, 431
- Ward F., 1965, *ApJ*, 141, 534
- Wentzel D. G., Seiden P. E., 1992, *ApJ*, 390, 280
- White O., Lean J., Cayan ., Dettinger ., 1996, *J. Geophys. Res.*, sous presse
- Willson R. C., Gulkis S., Janssen M., Hudson H. S., Chapman G. A., 1981, *Science*, 211, 700
- Woodard M. F., Libbrecht K. G., 1991, *ApJ*, 374, L61
- Woodard M. F., Libbrecht K. G., 1993, *ApJ*, 402, L77
- Yoshimura H., 1981, *ApJ*, 247, 1102
- Zahn J.-P., Talon S., Mattias J., 1997, *A&A*, soumis
- Zelenyi L. M., Milovanov A. V., 1991, *Pis'ma v Astronomicheskii Zhurnal* (ISSN 0320-0108), vol. 17, Nov. 1991, p. 1013-1019. In Russian., 17, 1013
- Zirin H., 1987, *Sol. Phys.*, 110, 101

Résumé

Ce travail présente plusieurs approches observationnelles complémentaires de l'activité magnétique solaire. La nature de l'activité solaire n'est pas une question encore complètement résolue, de même que la question de son influence sur la Terre. La dynamique associée aux structures actives, ainsi que la distribution spatiale et le rôle des différentes composantes sont abordés. L'accent est mis sur les variations des conditions physiques au cours du cycle.

Je me suis tout d'abord intéressée à la dynamique des facules photosphériques et chromosphériques. L'étude parallèle des grandes et petites échelles spatiales m'a ainsi permis de mettre en évidence une très importante dissymétrie entre les deux hémisphères, ainsi que l'existence de deux populations de points faculaires. L'étude de la distribution du champ magnétique à la surface a ensuite été menée, d'une part à l'aide d'une analyse fractale des facules photosphériques, et d'autre part à partir d'observations de champs magnétiques faibles, omniprésents à la surface solaire. Leur contribution au flux magnétique total a ainsi pu être estimée.

Par ailleurs, les phénomènes observés à la surface sont en grande partie liées aux propriétés de l'intérieur du Soleil, sur lesquelles l'héliosismologie fournit des informations précieuses. J'ai élaboré une nouvelle méthode d'ajustement des spectres de puissance solaires, et l'analyse effectuée m'a alors permis de mesurer des variations de la durée de vie des modes acoustiques au cours du cycle solaire. Les variations de l'éclairement du Soleil en fonction de l'activité magnétique ont également été abordées en analysant les possibilités offertes par les spectrohéliogrammes de Meudon.

Finalement, une approche analytique de dynamos solaires $\alpha - \omega$ et $\alpha^2 - \omega$ a permis de mettre en évidence l'importance de la diffusion dans la direction radiale sur les propriétés du diagramme papillon.

Mots clés : Soleil - champ magnétique - dynamique des facules - fractales - héliosismologie - dynamo

Abstract

This work presents a number of complementary observations of solar magnetic activity. I examined the dynamics associated with active features, and their spatial distribution, discriminating the different components. I have paid particular attention to variations of the physical conditions throughout the solar cycle.

I first studied the motions of photospheric and chromospheric faculae on small and large scales, as well as their evolution through the solar cycle. This allowed me to measure a very large asymmetry between the two hemispheres, and I detected two different types of facular bright points. Then, I analysed the spatial distribution of solar magnetic fields at the surface. For this purpose, I first performed a fractal analysis of photospheric faculae, and then made observations of weak intranetwork fields. These last observations allowed me to estimate the amount of flux contained in these weak-field features.

The phenomena observed at the solar surface are also related to processes occurring deeper in the Sun. Helioseismology is a powerful tool to study them. I have therefore elaborated a new method to correct measurements of the solar acoustic power spectrum. The primary motivation has been to obtain more precise and less biased mode parameters. The analysis of different spectra allowed me to measure a variation of the mode lifetimes with the magnetic activity. I have also studied the possibility of reconstructing the solar irradiance during the last century from Meudon spectroheliograms.

Finally, I have studied some analytic $\alpha - \omega$ and $\alpha^2 - \omega$ dynamo models. This analysis showed the important role of radial diffusion in the butterfly diagram.

Keywords : Sun - magnetic field - facula dynamics - fractals - helioseismology - dynamo