Master-2 Astrophysique - INSTRUMENTATION

Correction 2003 - 2004

1) Les 2 approximations sont : a) La PSF “vraie” due au seeing est plutôt une fonction en $\exp(-x^{5/3})$ que $exp(-x^2)$ (ceci résultant des calculs de diffraction à travers une atmosphère turbulente suivant un spectre de Kolmogorov en $k^{-5/3}$) ; b) la largeur à mi-hauteur d'une gaussienne n'est pas égale à 2 fois son sigma. Dans la mesure oú la fonction de Gauss est extremement pratique à manipuler, l'hypothèse la plus contraignante est celle sur 2σ (que l'on peut d'ailleurs éviter).

2) Surface S = 51 pixels. $S = \pi r^2$ donc la PSF considérée s'étend jusqu'à $r = \sqrt{51/\pi} = 4\,\text{pixel}$ (2 fois le seeing). A cette distance, le signal sous la gaussienne est de l'ordre de 10% du signal au pic. C'est une approximation assez sévère si la source est brillante.

3) Pour un temps de pose de 0.7 sec, le courant d'obscurité génère $5 \times 0.7 \times 51/3600$ électrons sous la PSF, soit moins de 0.05 électrons, ce qui est tout à fait négligeable dans les calculs de signal et de bruit suivants.

4) Chaque pixel participe pour $ron = 4.7\,\text{e}$; il y a Np=51 pixels sous la PSF, on obtient donc une participation due au bruit de lecture égale à : $\sigma^2_\Sigma = Np \times ron^2 = 1127\,\text{e}$.

5) il y a 51 pixels contenant chacun près de 10 e de background, soit un total $\sigma^2_B = 515\,\text{e}$.

6) Le bruit statistique sur les électrons de signal vaut $\sigma^2_S = 1034\,\text{e}$; le terme du au bruit de lecture a été calculé à la question 4 ; L'expression demandée est $\sqrt{\sigma^2_S + \sigma^2_B + \sigma^2_\Sigma}$. C'est le bruit de lecture qui domine (1127 contre 1035).

6.5) Bruit total : $\sqrt{1127 + 1035 + 510} = 51.7$; Signal (sous la PSF : 1034 ; S/N = 1035/51.7=20.02 (pas mal, hein ?).

7) Pour une fonction gaussienne, la relation entre le flux intégré F et la valeur au pic A est de l'ordre de 10, ce qui donne un pic de 100 par comparaison à 66 ici. Si on entre un peu plus dans les détails et qu'on fait intervenir précisément la largeur à mi-hauteur, on obtient : $A = 0.88F/\varpi^2 = 57$. Comme le modèle de PSF adopté s'arrête assez tot (10% du pic), ces valeurs sont cohérentes.

8) Pour détecter une source ponctuelle, on cherchera à intégrer le plus d'électrons possibles sous la PSF. C'est donc le rapport S/N(PSF) qui importe (déterminé par le flux de l'objet). Si l'objet est étendu, c'est le rapport S/N par pixel qui doit être comparé avec la brillance de l'objet.

9) Le flux reçu de l'étoile, donc le signal, est toujours le même mais si le seeing varie, le nombre de pixels pris en compte dans la PSF va augmenter, donc le terme du bruit de lecture ($\sqrt{N}.ron$), ainsi que le terme de bruit de fond de ciel. En résultat, le rapport S/N diminue. Dans le calcul du bruit total, le fond de ciel intervient comme $N \times bg = N \times 10\,\text{e}$, et le bruit de lecture intervient comme $N \times ron^2 = N \times 4.7^2$. Le terme dû au bruit de lecture sera donc d'autant plus important que seeing se dégrade, donc que le nombre de pixels N sous la PSF augmente.

10) La surface couverte par la PSF est en raison du carré des rapports de seeing : $51 \times (2/0.8)^2 = 318\,\text{pixels}$. Le rapport signal/bruit devient alors : $1035/\sqrt{1035 + 318 \times 4.7^2 + 3180} = 9.8$, conforme à la simulation.

11) La valeur de saturation du détecteur indiquée est donnée par pixel (par PSF, cela n'aurait pas de sens car c'est une caractéristique du détecteur, pas des conditions d'observation). On peut donc largement dépasser la valeur de 98000 électrons sous la PSF.

12) En effectuant les calculs à la valeur de saturation, pour une largeur de PSF FWHM=4 pixels, on peut intégrer de l'ordre de $1.6\,10^6\,\text{e}$, soit plus de 1500 fois plus que pour une étoile de magnitude 20 (comme le temps de pose reste le même, il n'y a pas plus d'électrons de fond de ciel). $\Delta m = 2.5\log(1500) \approx 8$. Une étoile de magnitude $20 - 8 = 12$ sature donc le détecteur dans les conditions d'observation citées (0.7 sec de pose, 0.8” de seeing).

13) Les termes de bruit dus au fond de ciel et au bruit de lecture ne varient pas (même temps de pose, même seeing), seul varie le terme de bruit statistique sur le signal. Si une étoile de magnitude 20 fournit 1035e, une étoile de magnitude 14 en fournira $10^{6/2.5}$ fois plus, soit $2.6\,10^5$; le terme de bruit statistique de signal devient totalement dominant et le rapport S/N(PSF) devient alors égal à 500 (quasiment égal à $\sqrt{2.610^5}$.

14) Une étoile de magnitude $V = 20$ fournit 1035e en 0.7 sec. Pendant le même temps, le fond de ciel envoie (uniformément) 21.7 mag par arcsec^2 (=25 pixels), soit $10^{-1.7/2.5} \times 1035$ électrons étalés sur 25 pixels. On a donc un signal de fond de ciel de l'ordre de 9e /pixel, proche de la valeur indiquée par le simulateur.