

**ASTROPHYSIQUE INSTRUMENTALE**  
**Examen fev 2001 - CORRECTION**

L'imagerie par interférométrie à deux télescope consiste à obtenir des information à haute résolution angulaire (à la distance séparant les 2 télescopes, soit la ligne de base  $B$ ) lorsqu'on ne peut construire de télescope de diamètre  $B$ . Le contraste des franges (amplitude et position) donne la visibilité complexe des franges. Le degré complexe de cohérence du rayonnement est la transformée de Fourier de la distribution d'intensité (image) de la source observée.

Aux longueurs d'onde "courtes" (visible, infrarouge), on ne sait pas suivre la phase du rayonnement incident. On est donc limité à une détection quadratique du rayonnement, on réalise alors l'interférogramme avant la détection, contrairement au domaine des ondes radio par exemple, où l'utilisation d'oscillateurs locaux permet de suivre le module et la phase du champ incident : on réalise la détection d'abord puis on corrèle les signaux pour mesurer leur interférogramme.

La pupille ( $D = 4.20$  m) étant juste superposée sur le détecteur (64 pixels), chaque pixel voit donc une surface de pupille de diamètre  $d = 4.20/64 = 0.06$  m ; il faut 2 pixels pour analyser une cellule, donc le diamètre des cellules ( $r_o$ ) est de l'ordre de 0.13 m et la surface minimum des cellules est de l'ordre de 0.015 m<sup>2</sup>. Si on analyse les interérogrammes en bande L (3.8  $\mu$ m), le  $r_o$  (minimum) correspondant dans le visible vaut

$$r_o(V) = r_o(L) \times \frac{0.5^{1.2}}{3.8} \approx 1 \text{ cm}$$

On est donc limité à un seeing de 10".

L'intensité  $I$  est mesurée en ADC (coups), qui correspondent à un nombre d'électrons détectés. Pour passer à des Jy, il faut appliquer un facteur :

$$\frac{h\nu_L}{\eta \tau t_{int} S_{pix} \Delta\nu_L}$$

Si on ne mesure pas l'interférogramme pendant que la phase est figée, les franges vont bouger sur le détecteur pendant la pose et on ne pourra pas remonter à la phase  $\phi$ .

Il faut mesurer N cellules pendant un temps de cohérence  $\tau$ .  $N \propto r_o^{-2} \propto \lambda^{-12/5}$  et  $\tau \propto \lambda^{6/5}$ . Donc  $B_P \propto N/\tau \propto \lambda^{-18/5}$ . En pratique, la contrainte porte surtout sur  $\tau$  car on lira tout le détecteur (4096 pixels) quel que soit le nombre de cellules présentes.

$$N_{cell} = \left(\frac{D_{tel}}{r_o}\right)^2 \approx 280. \quad B_P(L) = 2800 \text{ pixel/sec}$$

$$\frac{3.8^{18/5}}{2.2} = 7$$

Il faut que la phase atmosphérique reste figée pendant les 4 poses mais le dernier temps de lecture peut sortir du calcul. La relation cherchée est donc :  $\tau_c > 4\tau_i + 3\tau_L$ . Avec les valeurs du texte, on obtient  $\tau_i < 21.25$  ms. Prendre  $\tau_i = 20$  ms est correct.

Des écarts de  $\lambda/4$  correspondent à un écart de phase de  $\pi/2$ . On obtient  $\pm \cos(\phi_{xy} + \phi_{xy}^a)$  et  $\pm \sin(\phi_{xy} + \phi_{xy}^a)$ . La somme des 4 poses donne un terme facteur de  $|\gamma|$  égal à zéro, permettant ainsi de mesurer  $C + \eta B + \eta P$ , et la différence des poses croisées 2 à 2 donne l'expression de  $X$  et  $Y$  données dans l'énoncé, en faisant disparaître les termes de courant d'obscurité et de fond de ciel qu'on suppose constants pendant une série. L'addition quadratique de  $X$  et  $Y$  fait disparaître le terme de phase (supposé constant pendant une série de 4 poses), et on détermine alors  $\eta^2 P^2 |\gamma|^2$ .

Par comparaison (soustraction) des sommes  $\Sigma I_i$  sur la source et sur le fond de ciel voisin, on peut isoler le terme  $\eta P$ , que l'on utilise pour servir de normalisation du terme quadratique précédent, et extraire  $|\gamma|$ .

ADC 16 bits : 65536 niveaux qu'on aligne sur 10<sup>6</sup> électrons. Le gain du système est donc  $G = 10^6/2^{16} = 15$  e/ADU. Le bruit du détecteur est alors mesuré sur 6 LSB, ce qui est parfaitement correct.

la bande passante du système d'acquisition est limitée par son maillon le plus lent. La bande passante de l'ADC correspond à 1 pixel (16 bits = 2 octets) par  $\mu$ s, soit 1 Mpixels/sec. La bande passante du stockage sur disque correspond à 500 Ko/sec, soit 250 Kpixels/sec. On est donc limité au total à 250 Kpixels/sec, mais cela reste parfaitement suffisant pour travailler en bande L (2800 pixels/sec), si on raisonne en terme de nombre de cellules à lire pendant  $\tau$  ; les conditions en bande K imposent alors de lire 2800  $\times$  7 = 19.6 Kpixels/sec, ce qui reste correct. Si on raisonne en terme de détecteur complet (4096 pixels) et de temps de cohérence, il faut une bande passante de 41 Kpixel/sec en L et 79 Kpixels/sec en K, ce qui passe toujours avec les caractéristiques de l'instrumentation.

On cherche d'abord le flux correspondant à  $1\sigma = 100 e$  (on prend  $\eta = 0.6$ )

$$F_{1\sigma} = \frac{100(e)}{0.6} \times \frac{1}{0.05(\theta)} \times \frac{5.2 \cdot 10^{-20}(J)}{0.02(s)} \times \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}(m^2)} \times \frac{1}{11 \cdot 10^{12}(Hz)} \approx 20 Jy \quad \rightarrow \quad m_{1\sigma} = -2.5 \log \frac{20}{280} \approx 2.9$$

Sur  $\alpha$  Tau, ( $L=-3$ ), on mesure  $3890 \pm 10$  ADU. Comme le système a un taux de conversion de  $15 e/ADU$ , cela correspond à près de  $60000 \pm 150 e$ , soit 600 fois le bruit de lecture. Par ailleurs, un  $\Delta L$  de 6 correspond à un facteur  $\approx 300$ . A un facteur 2 près (sachant que le rendement quantique et la transmission peuvent être différents des valeurs supposées) les deux résultats sont cohérents.

L'estimation de la phase se fait via  $\arctg(Y/X)$ , ce qui procure un terme  $\varphi$  égal à  $\phi + k\pi$ . En utilisant une variante de  $\arctg$  (par exemple ATAN2 en fortran), on peut, en tenant compte des signes des termes  $\cos$  et  $\sin$  retrouver  $\varphi$  entre  $-\pi$  et  $+\pi$ , sa *valeur principale*. Quelle que soit la valeur de  $\phi$ , la valeur estimée de  $\varphi$  sera toujours comprise entre  $-\pi$  et  $\pi$ , c'est le processus de *repliement* de la phase. La phase  $\phi_a$  provient de différences de marche aléatoires introduites lors de la propagation du rayonnement incident dans le milieu atmosphérique turbulent ; ces mouvements étant aléatoire, la moyenne de  $\phi_a$  est nulle et  $\langle \phi + \phi_a \rangle = \phi$ . Mais l'estimation repliée  $\varphi$  ne possède pas les mêmes propriétés statistiques et on n'a pas  $\langle \varphi + \varphi_a \rangle = \varphi$ . En particulier, le phénomène de repliement introduit des discontinuités au voisinage de  $\pi$  :  $-\pi - \varepsilon - \rightarrow +\pi$ ,  $-\pi + \varepsilon - \rightarrow -\pi$ . ces discontinuités se retrouvent tous les  $(2k + 1)\pi$ .

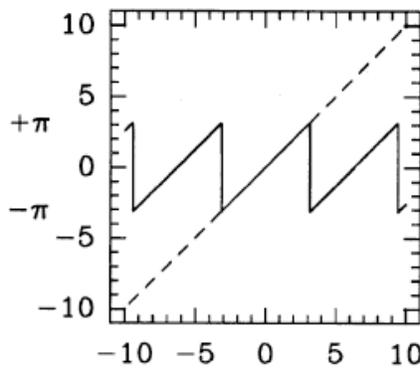


Figure 1: Processus de repliement de la phase : en abscisse la phase réelle (qui prend toutes les valeurs possibles), en ordonnée la phase repliée (valeur principale entre  $-\pi$  et  $+\pi$ .)

En théorie, et si les variations de phase atmosphérique étaient correctement échantillonnées, on pourrait imaginer suivre la phase temporellement et rajouter  $\pm 2\pi$  aux instants où les fluctuations de phase atmosphérique introduisent une discontinuité. Ce n'est pas possible ici. On travaille alors sur le suivi de phase du point de vue spatial : d'un pixel à l'autre, les variations de phase sont corrélées. On calcule alors le gradient spatial de la phase, soit  $\delta\phi$ . Ce terme peut être moyenné interférogramme après interférogramme. L'opération complète est (si  $\mathcal{W}$  est l'opérateur de repliement et  $\nabla$  le gradient spatial :

$$\phi \rightarrow \mathcal{W}\phi \rightarrow \nabla\mathcal{W}\phi \rightarrow \mathcal{W}\nabla\mathcal{W}\phi \rightarrow \langle \mathcal{W}\nabla\mathcal{W}\phi \rangle$$

La phase repliée s'obtient à partir de la vraie phase par l'opération  $\varphi = \arctg(\sin(\phi)/\cos(\phi))$ . On obtient les 5 couples de valeurs suivantes  $(\phi, \varphi)$  : (2.4,-0.74) ; (6.9,0.62) ; (-3.1,0.042) ; (-6.4,0.117) ; (7.9 ; -1.52). Les moyennes sont respectivement de 1.54 et -0.345.

Une solution pour suivre la phase, sous certaines hypothèses, malgré les discontinuités introduites par le repliement, peut être trouvée dans Monin et al., 1992, A&A 260, 510.