

**ASTROPHYSIQUE INSTRUMENTALE**  
**Examen 2010-2011 CORRECTION Session Janvier 2011**

1.1  $f(h\nu/kT) = 1/(e^{h\nu/kT} - 1)$

1.2  $S = \pi D^2/4$  ;  $\Omega = \pi 1.22^2 \lambda^2 / (4D^2)$  ;  $S\Omega = 0.92 \lambda^2 \approx \lambda^2$

1.3 La puissance recue en W/Hz est obtenue en multipliant la fonction de CN par l'étendue de faisceau calculée précédemment, et en faisant intervenir l'efficacité  $\eta$ .

1.4 Approx de RJ :  $B_\nu(T) \approx 2kT/\lambda^2$ . En remplaçant, on obtient le résultat.

1.5  $T_{SYS} = (T_1 - \beta T_2)/(\beta - 1)$  ; on obtient  $T_{SYS} = 300 - 154 = 146 K$ .

1.6 Le terme au carré dans le DL de I fait apparaître  $V^2, V_1^2$  et  $2V.V_1$ . Ce dernier terme produit donne un produit de fonctions sinusoïdales  $\cos \omega \times \cos \omega_1$  qui peut s'écrire comme une somme de termes en  $\cos(\omega - \omega_1) + \cos(\omega + \omega_1)$

1.7 Il faut un SNR de 3 pour considérer la détection comme effective :  $(3 \times 120)^2 / 0.01 = \Delta t \times 2 \cdot 10^5$  ; on obtient des temps de pose de 65 secondes.

1.8 On obtient le SNR de 3 sur une pose ; on effectue la même pose sur le fond de ciel pour soustraction, ce qui fait chuter le SNR de  $\sqrt{2}$ . Il faut donc au total  $4 \times 65$  soit 4 minutes et 20 secondes.

1.9 Une mesure du bruit crête à crête donne 50 mK c-c (attention à ne pas prendre en compte la raie moléculaire !). Cela donne un sigma de l'ordre de 10 à 15 mK. La raie HDO fait environ 50 mK. Le rapport SNR sur la raie est de l'ordre de 3 à 5. Il est bon de confirmer ce genre de mesure par un calcul théorique qui indique où la raie est attendue !

1.10 Les canaux ont une largeur  $\Delta V \approx 2 \text{ km/s}$ .  $\Delta V/c = \Delta \nu/\nu_o$ , avec  $\nu_o = 464 \cdot 10^9 \text{ Hz}$  :  $\Delta \nu \approx 300 \text{ kHz}$

1.11 Entre les centres des deux raies, on mesure 25 canaux pour un intervalle de fréquence de près de 7 MHz, ce qui donne bien  $\Delta \nu \approx 300 \text{ kHz}$ .

1.12 En écrivant  $T_{SYS} = \sigma_T \sqrt{\Delta \nu \Delta t}$ , on obtient  $T_{SYS} = 15 \cdot 10^{-3} \sqrt{3 \cdot 10^5 \times 1.8 \cdot 10^4} \approx 1100 \text{ K}$ . Cette température de bruit est nettement supérieure à celle connue sur un radiotélescope à 300 GHz, mais la transparence atmosphérique à 460 GHz est bien moins bonne, et donc la température système (qui intègre la transparence atmosphérique, donc l'émission parasite) est beaucoup moins bonne.

1.13 Si la température de bruit est dominée par l'atmosphère, en pointant à 30 degrés du zénith, on augmente  $T_{SYS}$  de  $1/\cos(30) = +15\%$ , ce qui augmente le temps de pose nécessaire de 30% ( $\Delta t \propto 1.15^2$ )

2.1  $\text{RON} = 2 e$  pour une fréquence de lecture (par pixel) de 100 kHz.  $N \text{ pixels} = 16.8 \cdot 10^6 / (4 \times 10^5) = 42 \text{ sec}$ .

2.2  $15 \mu\text{m}/f_e =$  échelle focale ; on obtient 12.4 m de distance focale pour  $0.25''$  / pixel. Le montage est très ouvert optiquement, ce qui n'est pas trop grave pour un montage dans le visible. On peut échantillonner jusqu'à  $\varpi = 0.5''$ .

2.3  $hc/\lambda = 30 \cdot 10^{-20}$  ;  $\Delta \nu = 1.17 \cdot 10^{14}$ .

$$N(\text{ph.s}^{-1}) = \frac{2900 \cdot 10^{-26} \times 10^{-20.8/2.5} \times 50 (m^2) \times 1.17 \cdot 10^{14} (Hz) \times 0.063 ({}''^2)}{3 \cdot 10^{-19}} \approx 170$$

Pour une transmission de 0.5 et un rendement de 0.8, cela fait 70 électrons par pixel et par seconde. Il faut donc 4700 secondes environ (1h20m) pour saturer le détecteur. C'est un temps de pose qu'on peut imaginer utiliser sur une source faible (galaxie par exemple).

2.4 La PSF fait  $\pi \cdot 0.8^2 = 2'' = 32 \text{ pixels}$ . En 1 seconde, il y a donc  $\approx 70 \times 32 = 2160 e$  de fond de ciel sous

la PSF Le calcul inverse pour 2160e donne :

$$\frac{2160 \times 3 \cdot 10^{-19} \times 10^{26}}{0.4 \times 1(\text{sec}) \times 50(\text{m}^2) \times 1.17 \cdot 10^{14}(\text{Hz})} = 2.8 \cdot 10^{-5} \text{Jy} \rightarrow -2.5 \log \frac{2.8 \cdot 10^{-5}}{2900} \approx 20.1$$

2.5 Il ya detection si SNR = 3, soit :

$$\frac{N}{\sqrt{N + N_B + N_D + n \cdot \text{RON}}} = 3$$

en 5mn, le courant d'obs est negligeable, 32 pixels x RON<sup>2</sup> (4) donnent 120 , et le Nb d'e dus au ciel vaut 32 x 70 x 300 = 6.5 10<sup>5</sup>. On peut supposer que tous les autres termes sous la racine sont donc negligeables devant le fond de ciel et on a  $N \approx 3 \times \sqrt{6.5 \cdot 10^5} \approx 2400 \text{e}$  ( $\ll 6.5 \cdot 10^5 \dots$ ). On obtient un resultat analogue en resolvant l'eq du 2e degre :  $N^2 - 9N - 5.8 \cdot 10^6 = 0$  et en ne gardant que la solution positive. Si 2160e correspondent a R=20.1 (en une seconde), 2400e (en 5mn = 300 sec) correspondent a  $20.1 + 2.5 \log(2160 \times 300/2400) \approx 26.2$ , limite de detection a 3 sigma en 5mn, du fait du fond de ciel.

2.6 Pour des sources faibles, on est limite par le bruit de fond de ciel. Le signal augmente comme T et le bruit comme  $\sqrt{T}$ . SNR augmente donc comme  $\sqrt{T}$ , et il est equivalent de poser plus longtemps ou de co-additionner des poses. Autant choisir de co-additionner des poses. C'est lorsqu'on est limite par le bruit de lecture qu'il faut augmenter le temps de pose par image individuelle.

2.7 La source qui sature le detecteur en 5mn procure 320 000 electrons en 600 secondes, soit 533 e/sec sur le pixel central, ce qui fait environ 5330 electrons sous la PSF (pour un seeing de 0.8 - 3.2 px). Puisque 2000 e donnent R=20.1 (en 5 mn), 5300 e (en 5mn) donnent  $20.1 - 2.5 \log(5300/2000) \approx 19$ .

2.8 Puisqu'on est proche de la saturation, la seule solution pour augmenter le SNR est de co-additionner des poses.