



Table des matières

1	BIBLIOGRAPHIE	6
2	CONSTANTES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES	6
3	INTRODUCTION	6
4	MESSAGERS ASTROPHYSIQUES	8
5	LONGUEUR D'ONDE, FRÉQUENCE, ENERGIE, NOMBRE D'ONDE	8
5.1	λ et ν	8
5.2	Notion de nombre d'onde σ	9
6	LES TRÈS GRANDS TÉLESCOPES	9
6.1	Introduction	9
6.2	Moyens d'observation accessibles à l'astronomie Française	11
6.3	Le cas du VLT	11
6.4	Les instruments du (proche) futur	12
7	ÉTENDUE GÉOMÉTRIQUE	12
7.1	Présentation et rappels	12
7.2	Conservation de l'étendue de faisceau	13
8	INTENSITÉ SPÉCIFIQUE	14
8.1	Introduction	14
8.2	Intégrales de l'intensité spécifique sur les angles solides	15
8.2.1	Intensité moyenne ($n = 0$)	15
8.2.2	Flux ($n = 1$)	15
8.2.3	Pression de radiation ($n = 2$)	16
8.2.4	Densité d'énergie	16
8.3	I_ν et I_λ	16
9	EMISSION THERMIQUE ET LOI DU CORPS NOIR	17
9.1	Loi de Planck	17
9.2	Loi de Rayleigh-Jeans ; Loi de Wien	18
9.3	Corps Noir et Température	18
9.3.1	Loi du déplacement de Wien	18
9.3.2	Température de Brillance d'une source astrophysique	19
9.3.3	Température de couleur	19
9.4	Brillance de corps noir et flux	19
9.5	Emission de corps noir et effet de serre	21
9.6	Emission thermique et émission de corps noir	21
9.7	Corps noir et limite quantique - thermique	22
9.8	Rayonnement de corps noir et luminosité stellaire	23
9.9	Rayonnement de corps noir et mesure de température	24
9.10	Corps noir en laboratoire	24

9.11 Cas du corps noir à 300K	25
10 COEFFICIENTS D'EINSTEIN	25
10.1 Introduction	25
10.1.1 Emission spontanée	25
10.1.2 Absorption	26
10.1.3 Emission stimulée	26
10.2 Relations entre coefficients d'Einstein	26
11 TRANSFERT DE RAYONNEMENT	27
11.1 Interaction rayonnement - matière	27
11.1.1 Absorption vraie	27
11.1.2 Diffusion	27
11.1.3 Emission spontanée	27
11.1.4 Emission thermique	27
11.2 Equation de transfert complète	27
11.3 Diffusion radiative - Approximation de Rosseland	28
11.4 Approximation d'Eddington	29
11.5 Equation de transfert et coefficients d'Einstein	31
11.5.1 Emission	31
11.5.2 Absorption	31
11.5.3 Fonction Source	31
12 VERS LA DÉTECTION DU RAYONNEMENT	32
12.1 Les intégrales de l'intensité spécifique détectée	32
12.2 Les unités de mesure du rayonnement	32
13 VOCABULAIRE et UNITÉS, DE L'OPTIQUE A LA RADIO	33
14 OPTIQUES ET FILTRES DANS LE VISIBLE ET L'IR	33
14.1 Matériaux optiques	34
14.2 Filtres	34
15 MAGNITUDES VISIBLES ET IR...	36
15.1 Introduction	36
15.2 Transparence atmosphérique	37
15.3 Largeur de Filtre et Bandes Photométriques	37
15.4 Magnitude relative	39
15.5 Magnitude calibrée	39
15.5.1 Magnitude bolométrique	39
15.5.2 Magnitude absolue et module de distance	39
15.6 Incertitude de mesure et rapport signal sur bruit	40
16 PHOTOMÉTRIES	40
16.1 introduction	40
16.2 Mesures	41
16.3 Calibration	41
16.3.1 Système Vega	41
16.3.2 Système AB	41
16.4 Systèmes photométriques divers	42
16.4.1 Filtres UBVRI	42
16.4.2 Passage en système standard	42
16.4.3 Filtres HST	43
16.4.4 Filtres JHKLM	43
17 ATMOSPHERE, ATMOSPHERE ...	44
17.1 Transparence	44
17.2 Turbulence	45
17.3 Optique Adaptative et Qualité d'image	45

17.4	Turbulence : résumé	47
18	ABSORPTION ET ROUGISSEMENT	48
18.1	Excès de couleur et absorption	49
18.2	Indice de couleur et vecteur de rougissement	50
18.3	Ombre et opacité : influence sur la forme des images de disques	51
19	MIROIRS ET TELESCOPES	52
19.1	introduction	52
19.2	Visible et Infrarouge	52
19.3	Antennes et ondes radio	52
19.4	Télescopes à haute énergie	52
20	LES DÉTECTEURS DE RAYONNEMENT	53
20.1	Réponse d'un détecteur à l'intensité spécifique intégrée	53
20.2	Détecteurs linéaires et quadratiques	54
20.3	Paramètres détecteurs	55
20.3.1	Réponse	55
20.3.2	Réponse temporelle	56
20.3.3	Puissance équivalente au bruit - Défectivité	57
20.3.4	Rendement quantique et Dynamique	57
21	DÉTECTEURS "CHIMIQUES"	58
21.1	l'œil	58
21.2	La plaque photographique	60
22	DÉTECTEURS THERMIQUES	60
22.1	Introduction	60
22.2	Détecteurs pyroélectriques	60
22.3	Thermocouples et thermopiles	61
22.4	Cellule de Golay	61
23	BOLOMETRES	61
23.1	Transition Edge Sensors (TES)	62
24	DÉTECTEURS QUANTIQUES	62
24.1	Effet photoélectrique dans le vide	63
24.1.1	Photomultiplicateur	63
24.1.2	Galettes de micro-canaux	63
24.2	Effet photoélectrique dans les solides	64
24.2.1	Semiconducteurs	64
24.2.2	Semiconducteur intrinsèque	64
24.2.3	Semiconducteur dopé	65
24.3	Sensibilité en longueur d'onde	65
24.4	Détecteurs photoconducteurs	67
24.4.1	Utilisation analogique	67
24.4.2	Utilisation échantillonnée	67
24.5	Detecteurs photovoltaïques	68
24.5.1	introduction	68
24.5.2	Photopile	68
24.5.3	Photodiode	68
24.5.4	Photodiode à avalanche	69
24.5.5	Rendement quantique	69
24.5.6	Schéma équivalent	70
24.5.7	Défectivité	71
25	TEMPÉRATURE ET DÉTECTIVITÉ	71
25.1	Électrons photoniques et thermiques	71
25.2	Éléments de cryogénie	72

26	SIGNAL ET BRUIT, OPERATEURS	73
26.1	Introduction	73
26.2	Bande passante d'un intégrateur	74
26.3	Bruit thermique	75
26.4	Bruit de grenaille ("shot noise")	75
26.4.1	Bruit de photons	75
26.4.2	Cas des électrons	75
26.4.3	Bruit dans une diode	75
26.5	Bruit en 1/f	76
26.6	Bruit de lecture	76
26.7	"Bruit" de numérisation	76
26.8	Bruit total sur la mesure	77
26.9	Détecteur BLIP	78
27	COMMENT CHOISIR UN DÉTECTEUR ?	78
27.1	Principaux critères	78
27.2	Adaptation du rapport S/N nécessaire	78
28	IMAGERIE VISIBLE	79
28.1	Introduction	79
28.2	Formation d'image et théorème d'échantillonnage	79
28.3	Cas d'un détecteur à facteur de remplissage < 1	81
28.4	Seeing	81
28.5	Relation Flux - Amplitude dans une PSF gaussienne	81
28.6	Détection	82
28.7	Lecture	83
28.8	Bruit	83
28.9	Prix d'un électron parasite (/seconde)	85
28.10	Bruit et D^* dans un CCD	86
28.11	Double échantillonnage corrélé	86
28.12	Quelques exemple de CCD dans le visible	87
28.13	Chaîne de détection	87
28.14	Au delà du CCD : les APS	88
29	IMAGERIE INFRAROUGE	89
29.1	Détecteurs dans l'industrie	89
29.2	CCD en astronomie	90
29.3	Infrarouge : conditions d'observation	90
29.4	Comptage de photons (Visible et IR)	90
29.4.1	Introduction	90
29.4.2	Discrimination - Temps mort	91
29.4.3	Rapport Signal / Bruit - NEP	91
30	POLARISATION OPTIQUE (VIS et IR)	91
30.1	Introduction	91
30.2	Onde polarisée	92
30.3	Composants optiques utilisés en polarisation	93
30.3.1	Polariseur linéaire	93
30.3.2	Composants biréfringents	93
30.3.3	Prisme de Wollaston	93
30.4	Formalisme de Stokes	94
30.5	Mesure des paramètres de Stokes	94
30.6	Mesures de polarisation sur télescope	95
30.6.1	Utilisation de 3 polariseurs linéaires	95
30.6.2	Utilisation d'une lame demi-onde tournante	98
31	ÉLÉMENTS DE RADIOASTRONOMIE	99
31.1	Introduction	99
31.2	Détection	100

31.2.1	Bolomètres	101
31.2.2	Récepteur hétérodyne	101
31.2.3	Puissances et Températures	102
31.2.4	Limite de sensibilité	103
31.3	Réponse d'un radio-télescope	104
31.4	Efficacités	104
31.5	Calibration du signal reçu	105
31.6	Cartographie	106
32	OBSERVATIONS À HAUTE ÉNERGIE	106
32.1	Domaine d'observation	106
32.2	Interaction rayonnement-matière à haute énergie	107
32.3	Relation puissance - coups	107
32.4	Rapport Signal a Bruit - Sensibilité	108
33	PERFORMANCES D'INSTRUMENTS	108
33.1	Un exemple dans le visible	108
33.2	Un exemple dans l'Infrarouge proche	109
33.3	Un exemple en radioastronomie	109
33.4	Un exemple en hautes énergies	110
34	REDIGER UNE DEMANDE DE TEMPS DE TELESCOPE	110
35	LOGICIELS STANDARDS DE RÉDUCTION DE DONNÉES	111
36	EXERCICES ET EXAMENS	112
36.1	Examen 1997-1998	112
36.2	Examen 1998-1999	114
36.3	Examen 1999-2000	115
36.4	Examen 2000-2001	117
36.5	Examen 2001-2002	119
36.6	Examen 2002-2003	120
36.7	Examen 2003-2004	122
36.8	Examen 2004-2005	124
36.9	Examen 2005-2006	125
36.10	Examen 2006-2007	128
36.11	Examen 2007-2008	130
36.12	Examen 2008-2009	135
36.13	Examen 2009-2010	138
36.14	Examen 2010-2011	141
36.15	Examen 2011-2012	144
36.16	Examen 2012-2013	146

1 BIBLIOGRAPHIE

En complément de ce cours, on pourra consulter avec profit : *Progrès et Découvertes en Astronomie*, Martin Harwit ; *La thermographie infrarouge*, G Gaussorgues, TEC & DOC eds ; *Méthodes physiques de l'observation*, P Léna, Inter-Editions CNRS-eds (plusieurs éditions) ; *Radiative Processes in Astrophysics*, Rybicki & Lightman, Wiley & Sons ; *Astrophysical techniques*, C.R. Kitchin, Adam Hilger eds. De plus, de nombreuses références bibliographiques de la littérature (A&A, ApJ, AJ, etc.) sont données au fil du texte.

2 CONSTANTES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

π	=	3.1415926		H_o	=	75 km.s ⁻¹ .Mpc ⁻¹	Constante de Hubble
σ_S	=	5.67 10 ⁻⁸ W.m ⁻² .K ⁻⁴	Const. Stefan	1 AU	=	150 10 ⁶ km	Unité Astronomique
k	=	1.38 10 ⁻²³ J.K ⁻¹	Const. Boltzman	1 M _☉	=	2 10 ³⁰ kg	Masse solaire
h	=	6.626 10 ⁻³⁴ J.s	Const. Planck	1 L _☉	=	3.86 10 ²⁶ W	L Solaire
e	=	1.6 10 ⁻¹⁹ C	Charge électron	1 R _☉	=	7 10 ⁸ m	R Solaire
c	=	3 10 ⁸ m.s ⁻¹	vitesse lumière	1 pc	=	3.1 10 ¹⁶ m	parsec
ϵ_o	=	8.84 10 ⁻¹² F.m ⁻¹	Permittivité vide	1 an (moyen)	=	3.16 10 ⁷ s	année moyenne
G	=	6.7 10 ⁻¹¹ J.m.kg ⁻²	Const. Gravitation	1 AL	=	9.5 10 ¹⁵ m	Année Lumière
m_p	=	1.67 10 ⁻²⁷ kg	Masse proton	T _☉	=	6000 K	T surface soleil

3 INTRODUCTION

Ce cours est un cours d' "Astrophysique Instrumentale" au sens large. Il tache de faire un tour complet de l'analyse de la seule information dont disposent seulement les astro-physiciens sauf dans de rares exceptions : les photons, depuis les rayons gamma jusqu'à la radio-astronomie. On tachera de suivre les photons depuis la source astrophysique jusqu'à l'observateur, et on fermera la boucle en abordant quelques exemples liés à la modélisation, selon la démarche présentée dans la figure 1. Pour des raisons historiques, et

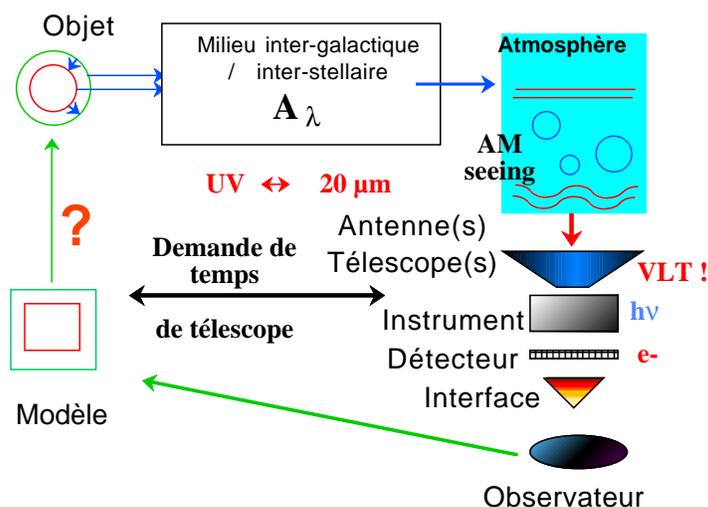


FIGURE 1 – De l'observation à la modélisation.

pour structurer la présentation, le contenu du cours est plus important dans le domaine visible et infrarouge.

La compréhension d'un objet astrophysique nécessite de nombreuses observations dans une gamme de longueurs d'onde la plus étendue possible, des rayons X et γ jusqu'aux ondes radio. Cependant, le domaine infrarouge possède l'intérêt de permettre d'aborder un grand nombre de questions liées à l'instrumentation astrophysique en général, que ce soit sous l'angle du visible (grandes images, ciel noir, bruit de photon quantique, etc.) ou sous l'angle de la radio-astronomie (mono détecteurs avant 2012, ciel émissif, bruit thermique, etc.). Un des intérêts de ce cours est de faire la jonction entre ces deux domaines d'observation non seulement du point de vue des longueurs d'onde mais surtout des principes et des méthodes, permettant par là-même d'en faire une synthèse et de mieux les comprendre.

Ainsi, c'est dans l'infrarouge au sol que la résolution atteinte sur les télescopes passe du régime limité par la turbulence au régime limité par la diffraction ; c'est autour de $\lambda = 10 \mu\text{m}$ que se situe encore aujourd'hui (2012) la frontière entre les détecteurs homodynes et hétérodynes ; le fond de ciel commence à devenir "brillant" entre 2 et 3 μm de longueur d'onde, et même les observations depuis le domaine spatial nécessitent de refroidir instruments et détecteurs à partir du domaine infrarouge.

"Infrarouge" et "Haute résolution angulaire" ne sont pas non plus associés artificiellement (qui ne parle pas de haute résolution angulaire aujourd'hui ?). En effet, si on excepte les performances de l'interférométrie radio intercontinentale (qui permet de distinguer deux sources séparées d'une milli-arcseconde), c'est dans le domaine infrarouge que les télescopes (équipés ou non d'optique adaptative) atteignent les résolutions les plus fines du fait des propriétés chromatiques de l'atmosphère et des possibilités technologiques actuelles.

On peut tenter la comparaison suivante : le VLBI (*Very Long Base Interferometer*, interféromètre dans le domaine radio, permet d'atteindre des résolutions d'une milli-arcseconde à $\lambda=1\text{cm}$, avec des télescopes de diamètre $\phi = 100 \text{ m}$ et sur une ligne de base $B=10000 \text{ km}$ (de l'ordre du diamètre terrestre). Le VLTI donne accès à des lignes de base $B=100 \text{ m}$ pour des télescopes de diamètre $D = 10 \text{ m}$, à $1 \mu\text{m}$ de longueur d'onde. Dans les deux cas le rapport λ/B atteint 10^{-8} , mais le rapport D/λ est 1000 fois plus grand dans le cas du VLT observant à $1 \mu\text{m}$.

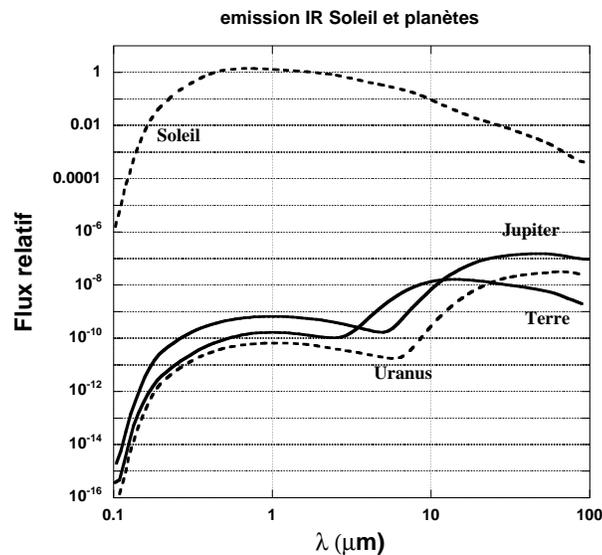


FIGURE 2 – Densités spectrales d'émission comparées des principales planètes du système solaire, de l'UV au lointain IR.

Du point de vue astrophysique, l'absorption par les poussières interstellaires, en partant du visible, commence à chuter significativement à partir de 1 micron ($A_K \approx A_V/10$) et les détecteurs infrarouges mosaïques permettent de sonder les nuages sombres dans lesquels se forment les étoiles. L'étude du milieu circumstellaire d'objets enfouis a donc grandement bénéficié de l'apport des détecteurs infrarouges à 2D depuis les années 1980. Il faut noter ici cependant que l'absorption par atome d'hydrogène sur la ligne de visée chute également aux très courtes longueurs d'ondes, notamment dans les rayonnements X. Les satellites X ont ainsi permis de découvrir de nombreux objets jeunes enfouis, et possèdent également une très bonne

résolution angulaire.

Ce cours est complété par une importante série de textes d'examen posés au fil des ans (voir section 36). Posés dans des conditions d'observation réalistes, ils constituent, avec leurs corrigés sur le Web, une base de documentation pour appliquer les notions vues en cours, ou même pour en découvrir de nouvelles.

4 LES MESSAGERS DE L'INFORMATION ASTROPHYSIQUE

L'information en provenance de l'univers nous parvient par l'intermédiaire de 5 messagers au premier rang desquels on trouve aujourd'hui **les ondes électromagnétiques**. On dispose également des **rayons cosmiques** (particules telles qu'électrons, protons, noyaux, etc.), des **météorites** et autres échantillons de roches lunaires, des **neutrinos** et des **ondes gravitationnelles**. L'intérêt scientifique d'ouvrir de nouvelles fenêtres observationnelles a une réalité historique : chaque fois qu'on a exploré de nouveaux domaines de longueur d'onde par exemple, les découvertes ont rapidement suivi.

Comme indiqué précédemment, ce cours se concentrera sur le domaine des ondes électromagnétiques.

5 LONGUEUR D'ONDE, FRÉQUENCE, ENERGIE, NOMBRE D'ONDE

5.1 λ et ν

Dans un raccourci quelque peu arbitraire, on peut considérer que le domaine des ondes électromagnétiques s'étend des rayons γ ($\lambda \sim 10^{-11}$ m) aux ondes radio ($\lambda \geq 1$ mm). Selon le domaine considéré, on privilégiera l'approche "rayonnement" (ex : ondes radio), ou l'approche quantique (ex : photons). Il est intéressant de noter par exemple que le terme "rayons cosmiques" concerne un rayonnement de très courte longueur d'onde et qu'il s'agit plutôt de particules (protons, noyaux d'atomes, électrons).

Exercice 1 : • Calculer l'énergie transportée par un photon du visible ($\lambda = 0.55 \mu\text{m}$). • Estimer la quantité totale d'énergie recueillie par tous les radio-télescopes du monde depuis l'invention de la radio-astronomie.

Historiquement parlant, le domaine de l'optique, du "visible" a été défini par le domaine de sensibilité de l'œil humain, c'est à dire grossièrement de 0.4 à 0.8 micron de longueur d'onde (en fait la courbe de réponse de l'œil est assez piquée autour de $0.55 \mu\text{m}$, voir figure 37). L'œil a longtemps été le seul détecteur disponible pour la mesure (l'estimation) du rayonnement électromagnétique, notamment en provenance des étoiles, du fait de la transparence de l'atmosphère dans le domaine "visible" (figure 3). Sur la figure 3, on voit qu'à part dans le domaine du visible ($0.4 - 0.8 \mu\text{m}$), les observatoires doivent se situer dans des lieux en altitude où la concentration en vapeur d'eau est suffisamment faible. Certaines observations sont impossibles sans satellite (hors atmosphère). En fait, il existe aujourd'hui très peu de domaines de longueurs d'onde sans un satellite dédié mais dans le visible par exemple, il est encore beaucoup moins coûteux (et souvent tout aussi performant) de travailler au sol.

Aujourd'hui, la disponibilité de détecteurs performants permet d'étendre la notion d'optique en dehors de l'étroite fenêtre accessible à l'œil. Dans l'ensemble des radiations EM, on distinguera le domaine "optique" qui concerne approximativement un domaine de longueur d'onde s'étendant de l'UV ($\approx 0.2 \mu\text{m}$) au proche infrarouge ($\approx 20 \mu\text{m}$).

Dans ce domaine, par commodité, on repèrera le rayonnement par sa longueur d'onde en microns ($0.2 < \lambda_{\mu\text{m}} < 20$) ou en nanomètre ($200 < \lambda_{\text{nm}} < 2000$) plutôt que par sa fréquence (qui se mesure en nombres lourds à manipuler). Cependant, le micron n'étant pas une unité standard (l'unité de longueur d'onde est le mètre), contrairement au Hz, de nombreux paramètres sont physiquement définis en fonction de la fréquence ν du rayonnement puis exprimés "pour mémoire" en fonction de la longueur d'onde.

De plus, sauf en radio-astronomie (§ 31), on privilégiera l'approche quantique du rayonnement (photons) sur l'approche ondulatoire. On verra dans la section sur le rayonnement de corps noir (§ 9.7) qu'une frontière naturelle entre les visions ondulatoire et quantique du rayonnement peut être obtenue en compa-

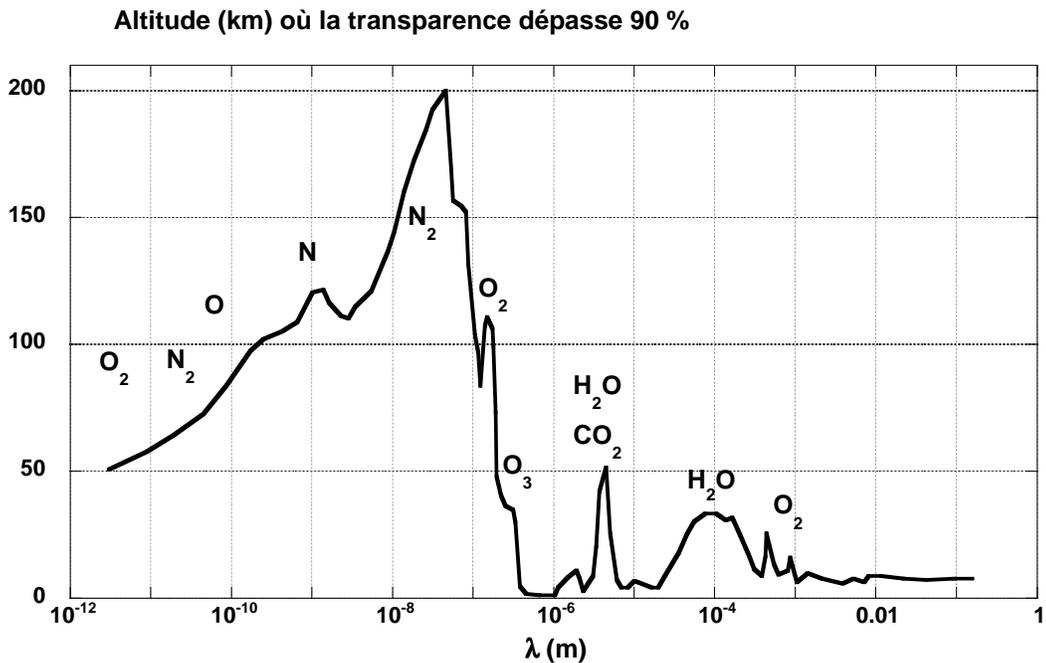


FIGURE 3 – Altitude à laquelle la transmission de l’atmosphère (restante) est supérieure à 90%, pour le domaine des longueurs d’ondes allant des rayons γ aux ondes radio décimétriques.

rant le terme $h\nu/kT$ à 1 : si $h\nu \gg kT$, on est dans le domaine quantique, et si $h\nu \ll kT$, c’est la vision thermique, ondulatoire qui domine.

La figure 4 donne une idée des domaine de longueur d’onde où divers objets astrophysiques émettent principalement.

5.2 Notion de nombre d’onde σ

La notion de nombre d’onde est utilisée dans plusieurs domaines. En spectroscopie, c’est le nombre d’oscillations d’une onde par unité de longueur. On mesure souvent le nombre d’onde (noté σ) en cm^{-1} :

$$\sigma_{\text{cm}^{-1}} = \frac{10^4}{\lambda_{\mu\text{m}}}$$

NB. Dans certains cas, le nombre d’onde est défini comme le *vecteur d’onde* : $k = 2\pi/\lambda$. (nombre de longueurs d’onde dans une longueur égale à 2π).

6 L’AVÈNEMENT DES TRÈS GRANDS TÉLESCOPES

6.1 Introduction

Les méthodes et techniques d’observation sont en perpétuelle évolution. Il semble donc a priori illusoire de s’arrêter pour insister sur telle ou telle nouvelle invention. Il n’empêche que ce cours a en quelque sorte la chance d’intervenir à un moment (années 2000) où la plupart des instituts d’astronomie dans le monde mettent en fonction des télescopes de plus en plus puissants.

Dans le visible et l’infrarouge par exemple, les télescopes de 8 et 10m de diamètre deviennent des instruments d’utilisation courante. L’Europe et la France ne sont pas en reste avec la mise en place du VLT dans le désert d’Atacama au Chili (4 télescopes de 8m de diamètre). De plus, nous sommes en train

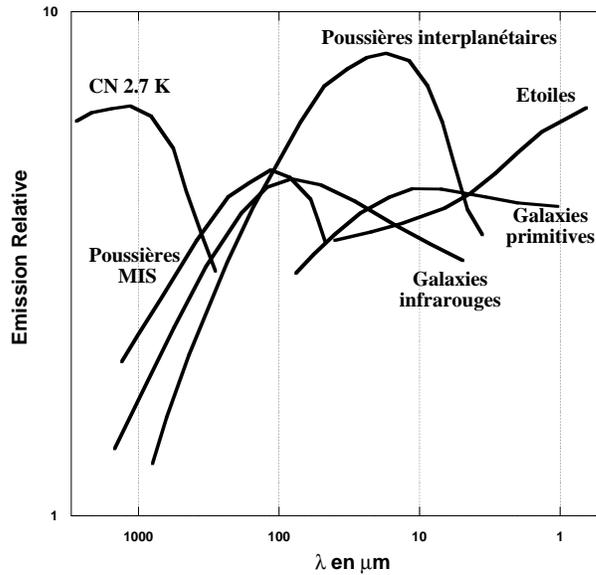


FIGURE 4 – Intensités relatives des principales sources d’émission dans le domaine infrarouge proche et lointain (échelle des x inversée, énergie croissante du rayonnement vers la droite).

TABLE 1 – Signal et bruit variant en fonction du diamètre de télescope

	Bruit dominant	Signal	Bruit	S/N
Objets brillants	Bruit de signal	D^2	D	D
Objets faibles	Bruit de lecture	D^2	σ	D^2
Dans l’IR thermique	Bruit de fond de ciel	D^2	D	D

d’entrer dans l’ère de l’interférométrie optique ‘routinière’, qui permettra bientôt d’obtenir des résolutions angulaires analogues à celle d’un télescope de plus de 100m de diamètre, avec une très bonne sensibilité.

Dans le domaine radio, c’est une organisation mondiale qui est en train d’achever la construction du plus grand interféromètre ALMA (60 antennes sur le plateau de Chajnator au Chili), pour fonctionner dans le domaine millimétrique. Encore en projet, l’instrument SKA vise à rassembler une surface collectrice de 1 km².

Dans le domaine des hautes énergie, le projet CTA (Cerenkov Telescope Array) rassemblera plusieurs dizaines de télescopes pour observer les rayons gamma dans une gamme d’énergie de plusieurs dizaines de GeV.

L’histoire des sciences montre que lorsqu’une nouvelle technique est inventée, lorsqu’une nouvelle “fenêtre d’observation” est ouverte en astronomie, de nouvelles découvertes sont rapidement effectuées (Harwit). Cette justification de la construction de nouveaux instruments est toujours valable aujourd’hui ; en 1987, les détecteurs de neutrinos avaient observés ceux émis par SN 1987A dans le nuage de Magellan et le projet VIRGO vise à détecter les ondes gravitationnelles. Cet effet est particulièrement sensible en astronomie où les découvertes “pratiques” dépendent quasi exclusivement des moyens de détection mis en œuvre. De manière générale, l’augmentation du diamètre des télescopes fait gagner l’observateur sur 2 fronts : la quantité de lumière reçue, donc la sensibilité (gain $\propto D^2$), et la résolution spatiale théorique (gain $\propto D$). Le tableau 1 rassemble les variations du signal, bruit etc. pour diverses configurations d’observation en fonction du diamètre des instruments.

Les facteurs de gain indiqués ci-dessus ont cependant leurs limites d’application. Ainsi, la relation λ/D ne donne pas forcément la résolution obtenue en pratique au foyer d’un télescope au sol, car la qualité d’image est limitée par un ensemble de facteurs, dont la turbulence atmosphérique. C’est alors la résolution

TABLE 2 – Plan d’équipement des foyers du VLT de l’UV à l’infrarouge, en fonction du type d’observation prévu (Instruments de première génération, document récupéré sur le site www.eso.org)

Imagerie	0.3 – 1 μm	1 – 5 μm	8 – 25 μm
Imagerie Directe	FORS/VIMOS	ISAAC/CONICA	VISIR
Optique Adaptative		CONICA/SINFONI	
Interférométrie		AMBER	MIDI
Spectroscopie longue fente	0.3 – 1 μm	1 – 5 μm	8 – 25 μm
Basse résolution	FORS/VIMOS	ISAAC/CONICA	VISIR
Résolution moyenne			VISIR
Haute Résolution	UVES	CRIRES	
Spectroscopie multi-objet	0.35 – 1 μm	1 – 1.8 μm	
Basse résolution	FORS/VIMOS	NIRMOS	
Résolution moyenne	FUEGOS		
Haute Résolution	UVES		
Spectroscopie intégrale de champ	0.35 – 1 μm	1 – 2.5 μm	
Basse résolution	VIMOS	NIRMOS/SINFONI	
Résolution moyenne	FUEGOS		

du système atmosphère + télescope qu’il faut prendre en compte (voir section 17.4).

6.2 Moyens d’observation accessibles à l’astronomie Française

Pour effectuer des observations, les astronomes Français ont accès à divers grands équipements installés dans des sites privilégiés. Dans le domaine du visible, les télescopes accessibles peuvent être de classe 2, 4 et 8m (TBL, OHP, CFHT, NTT, VLT). Dans le domaine radio, l’IRAM dispose de télescopes de 30m (Pico Veleta en Espagne) et d’un interféromètre constitué de 6 antennes de 15m (Plateau de Bure, France). Depuis 2011, cet accès est complété par la mise en route de l’interféromètre ALMA (50 antennes sur le plateau de Chajnator dans l’atacama au Chili).

De nombreux autres moyens sont accessibles dans l’espace, notamment pour les observations à haute énergie (X et γ grâce à XMM et Fermi). Au sol, le domaine du TeV est accessible avec un instrument comme HESS. Pour l’ensemble de ces télescopes, la méthode d’utilisation est toujours plus ou moins la même : deux fois par an, on peut répondre à l’appel d’offre de ces instruments en soumettant un dossier à l’agence qui les gère (ESO, IRAM, INSU, etc.). Les observations peuvent être réalisées en mode ”visiteur” (l’observateur se déplace) ou en mode ”service” (un opérateur sur place réalise les observations).

Enfin, on peut avoir accès à des télescopes étrangers en établissant des collaborations avec des astronomes du pays correspondant.

6.3 Le cas du VLT

Jusqu’à la mise en place du VLT, la communauté des astronomes Français n’avait accès qu’à deux télescopes de la classe des 4m, l’un, Franco-Canadien dans l’hémisphère nord à Hawaii, le CFHT et l’autre dans l’hémisphère sud au Chili, le 3.60m de l’ESO. La disponibilité soudaine de 4 télescopes de 8 m de diamètre, équipés chacun de 3 foyers comportant chacun un instrument à demeure n’a pas encore terminé de bouleverser les habitudes des observateurs. Les principaux instruments qui équipent les 12 foyers du VLT sont répertoriés dans le tableau 2. Ce sont pratiquement tous des “spectro-imageurs” (ou spectro multi-objets). On peut trouver le plan d’instrumentation complet du VLT sur le site :

<http://www.eso.org/public/teles-instr/vlt/vlt-instr.html>

Cette politique de ‘distribution’ des ressources sur une palette de moyens observationnels n’était pas la seule possible au départ. En effet, on peut imaginer 4 façon d’utiliser le VLT :

- Utiliser les 4 télescopes simultanément pour recombinaison leurs faisceaux en un même point sur un même instrument et bénéficier ainsi de la résolution angulaire d’un télescope de 8 m de diamètre et de la sensibilité d’un télescope de 16 m. Cette possibilité de configuration fait parfois nommer le VLT “le plus grand télescope du monde”.
- Utiliser les 4 télescopes indépendamment avec des instruments identiques au foyer et combiner les résultats de chaque instrument pour augmenter le rapport S/N (résolution 8m, sensibilité $16/\sqrt{2}$).
- Utiliser les 4 télescopes de 8 m en mode interférométrique pour obtenir la résolution d’un télescope de ≈ 100 m et la sensibilité d’un télescope de 8 m. Cette performance a été réalisée en mars 2011 grâce à l’instrument *PIONIER* construit par l’IPAG.
- Utiliser les 4 télescopes indépendamment avec une palette d’instruments permettant d’explorer simultanément plusieurs modes d’observation et plusieurs domaines de longueur d’onde. C’est ce 4e mode qui a été retenu,

On remarquera qu’en aucun cas le VLT ne peut donner accès *en même temps* à la résolution *et* à la sensibilité d’un télescope géant de 16 m de diamètre, même s’il est parfois présenté comme le plus grand télescope du monde (équivalent 16 m de diamètre), pour des raisons évidentes de promotion. . . Le VLT n’en reste pas moins un outil d’observation unique au monde et qui fonctionne de manière excellente.

Dans la pratique, le VLT fonctionne d’une manière proche d’un instrument spatial. Les demandes de temps de télescope comportent deux phases, l’une permettant de présenter le projet scientifique et sa faisabilité, la phase II étant consacrée, (après passage de la phase I et notamment en cas de succès !), à la mise au point de fichiers nommés “*Observing Bloks*” (OB), destinés au système informatique de gestion du télescope et définissant avec précision les coordonnées de pointage ainsi que tous les paramètres de fonctionnement de l’instrument utilisé. La mise en place des OB va de pair avec une utilisation du VLT en mode dit *de service*, où les observations sont réalisées par un astronome professionnel sur la base des OB définis par le scientifique présentant la demande de temps.

6.4 Les instruments du (proche) futur

Plusieurs projets majeurs au sol sont actuellement en finalisation, en construction ou à l’étude, dans de nombreux domaines de longueur d’onde.

Lorsqu’il sera achevé, **ALMA** sera un interféromètre radio (mm et sub-mm) de près de 60 antennes de 7 à 15m de diamètre situé sur le plateau de Chajnator à 5000m d’altitude au Chili. A ce niveau, un tel projet rassemble une organisation au niveau mondial. En 2012, une première série d’antennes connectées en mode interférométrique est déjà disponible à la communauté internationale. Le premier appel à projet (juin 2011) a recueilli près de mille propositions.

Dans le visible et le proche infrarouge, l’ESO prépare un projet concernant un télescope géant de 40 m de diamètre, l’**E-ELT**. Un tel miroir sera forcément segmenté et utilisera l’optique adaptative. Le site d’implantation du télescope est déjà choisi (Cerro Armazones au Chili) mais le financement total du projet n’est pas encore acquis (2012).

Dans le domaine des rayons gamma, la France participe à la préparation du projet **CTA** (Cerenkov Telescope Array), un réseau de plusieurs dizaines de télescopes permettant d’observer les rayons gamma au delà de 100 TeV. Cet observatoire sera le successeur de HESS (High Energy Stereoscopic System, voir sect. ??).

7 ETENDUE GÉOMÉTRIQUE D’UN FAISCEAU

7.1 Présentation et rappels

L’**étendue de faisceau** (*Beam Etendue* en anglais) est la mesure du terme géométrique dans lequel se propage le rayonnement : $dG = d\Omega \cdot dS$ (voir figure 5). Ce terme se retrouve dans l’expression de l’intensité spécifique (sect. 8). L’étendue de faisceau fait intervenir l’angle solide dans lequel le rayonnement se pro-

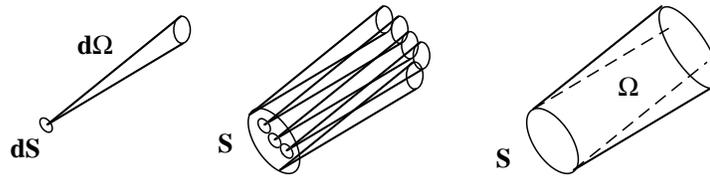
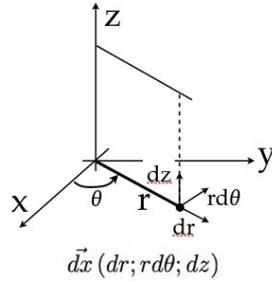


FIGURE 5 – Étendue de faisceau élémentaire $dS \cdot d\Omega$ et globale sur une surface finie S

Cylindriques



Sphériques

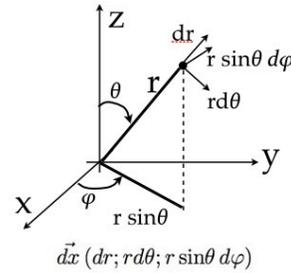


FIGURE 6 – Angle Solide en coordonnées sphériques et cylindrique

page et la surface que le rayonnement traverse. L'angle solide est l'équivalent à deux dimension de l'angle en géométrie plane, et peut être défini comme le rapport d'une surface sur une distance au carré. Un angle solide se mesure en **stéradian** (sr). L'angle solide sur tout l'espace vaut 4π (la surface de la sphère est $4\pi R^2$), l'angle solide sur un demi-espace (par exemple à la surface d'un détecteur) vaut 2π . L'étendue de faisceau se mesure en $\text{m}^2 \cdot \text{sr}$

En géométrie sphérique, l'angle solide s'exprime comme : $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ (Fig. 6). Si le rayonnement se propage avec symétrie de révolution, par intégration sur φ , on obtient : $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$. Lors des calculs de transfert de rayonnement (voir sect. 11), on utilise la notation $\mu = \cos \theta$, $d\mu = -\sin \theta d\theta$. On peut donc écrire $d\Omega = -2\pi d\mu$.

Exercice 2 : • Calculer l'angle solide d'un pinceau appuyé sur un anneau R, dR ou un disque de rayon R à la distance d . • Calculer de même l'angle solide pour un pinceau de demi-angle d'ouverture θ . Quelle est la formule exacte, celle qui fait intervenir l'angle ou la surface interceptée ? D'où vient la différence ? • Appliquer le(s) résultat(s) précédent(s) au calcul de l'étendue de faisceau vue par le pixel central d'un IRCCD ($128 \times 128 \mu\text{m}$), situé dans un cryostat à 2 cm d'une ouverture d'un pouce de diamètre (voir par exemple figure 54). Quel angle solide "voit" un pixel situé sur le bord du détecteur ?

Exercice 3 : • Calculer l'étendue de faisceau vue par un pixel de CCD ($10 \mu\text{m}$ de coté) placé (directement) au foyer $f/8$ du CFHT (diamètre 3.60 m). • Calculer l'échelle focale (arcsec / pixel) des images que réalisera ce CCD. • Expliquer pourquoi les observations infrarouges sont plus souvent réalisées au foyer de systèmes moins ouverts ($f/36$).

7.2 Conservation de l'étendue de faisceau

Lors de la propagation libre du rayonnement, dG est conservée et en dehors de toute absorption physique (interaction rayonnement-matière) et l'intensité d'un rayonnement ne varie pas, voir figure 7. Lorsqu'il y a réfraction du faisceau dans un milieu d'indice n , il y a conservation du terme $n^2 G$.

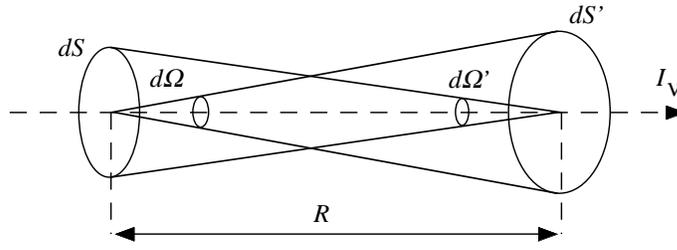


FIGURE 7 – Conservation de l'étendue de faisceau : $dS \cdot d\Omega = dS \cdot \frac{dS'}{R^2} = dS' \cdot d\Omega'$, lors de la propagation libre du rayonnement.

8 INTENSITÉ SPÉCIFIQUE

8.1 Introduction

Une grande part des sections 8, 9, et 11 sont inspirées de l'ouvrage de Rybicki & Lightman, auquel le lecteur désireux de compléter ses connaissances en matière de transfert de rayonnement pourra se reporter.

L'énergie dE transportée par le rayonnement dépend de l'endroit où on se trouve (\vec{r} [x,y,z]), de la fréquence considérée (ν [Hz]), du temps (t [s]), de la direction dans laquelle on regarde (\vec{k} [θ, ϕ]); elle sera d'autant plus importante qu'on considèrera des angles solides plus étendus (Ω [stéradian]), et des surfaces de collection plus grandes (dS [m^2]); enfin, l'énergie qui traverse la surface dS sera d'autant plus importante que la direction de propagation sera parallèle à la normale à cette surface.

On peut écrire cette multiple dépendance de la façon suivante :

$$dE(\vec{r}, \nu, t, \vec{k}) = I_\nu(\vec{r}, \nu, t, \vec{k}) d\nu dt d\Omega(\vec{k}) \cos \theta dS \quad (1)$$

Le terme en $\cos \theta$ dans l'expression ci-dessus exprime la projection de la direction de propagation du rayonnement sur l'axe défini par la normale à la surface dS (voir figure 8). Ainsi, un faisceau orienté parallèlement à une surface donnée ($\theta = \pi/2$, $\cos \theta = 0$) ne transporte aucune énergie à travers cette surface.

Il faut noter ici que cette approche du transfert de rayonnement fait l'impasse sur le caractère vectoriel du champ électrique associé à l'onde électromagnétique. L'étude de l'orientation du vecteur \vec{E} mène à l'étude de la *polarisation* de l'onde EM incidente. Certains mécanismes d'émission sont intrinsèquement polarisants (rayonnement synchrotron par exemple); dans d'autres occasions, c'est par interaction avec le milieu interstellaire traversé que la lumière résultante se retrouve polarisée. L'étude de la polarisation peut apporter des informations uniques sur la structure du milieu circumstellaire par exemple. La section 30 décrit le formalisme et les méthodes de mesure de la polarisation.

En radiométrie standard, le terme de proportionnalité I_ν dans l'équation (1) est appelé **Luminance monochromatique** du rayonnement et s'exprime en $W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1} \cdot sr^{-1}$. En astrophysique, on emploie plutôt le terme d'**intensité spécifique**. Dans certains calculs de transfert de rayonnement, I est parfois nommée **brillance** du faisceau (notamment chez les anglo-saxons). L'appellation *monochromatique* dénote la dépendance de I en fonction de la fréquence (on note parfois $I_\nu = dI/d\nu$).

L'intérêt de l'utilisation de l'intensité spécifique dans l'équation (1) est multiple. D'une part, cela fait apparaître explicitement tous les paramètres dont dépend le rayonnement. On peut distinguer ainsi des paramètres *physiques* comme la fréquence ou le temps, et des paramètres *géométriques* comme l'angle solide, la direction de propagation, la surface considérée.

D'autre part, du fait des paramètres géométriques apparaissant dans l'équation (1), la conservation de l'étendue de faisceau lors d'une propagation libre entraîne que I_ν se conserve en dehors de toute interaction avec la matière.

I_ν est un scalaire qui contient cependant une information de direction ($d\Omega = d\Omega(\vec{k})$). On peut considérer I_ν comme une fonction de distribution dans l'espace des phases \vec{r}, \vec{k} (cf. figure 8).

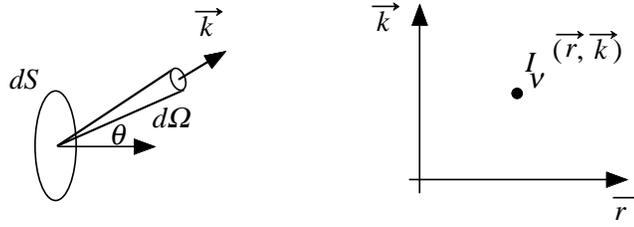


FIGURE 8 – Intensité spécifique

8.2 Intégrales de l'intensité spécifique sur les angles solides

Les calculs de transfert de rayonnement amènent souvent à manipuler des intégrales du type :

$$\int I_v (\cos \theta)^n d\Omega = \int I_v (\cos \theta)^n 2\pi \sin \theta d\theta = -2\pi \int_{-1}^{+1} I_v \mu^n d\mu$$

8.2.1 Intensité moyenne ($n = 0$)

$$J_v = \frac{1}{4\pi} \int I_v d\Omega = -\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_v d\mu \quad \equiv \quad \text{W.m}^{-2}.\text{Hz}^{-1}.\text{sr}^{-1}$$

8.2.2 Flux ($n = 1$)

Le flux F d'un rayonnement à travers une surface dS est la quantité d'énergie traversant dS par unité de temps, *quelle que soit la direction* dans laquelle les rayons traversent.

$$F_v = \int I_v \cos \theta d\Omega = -2\pi \int_{-1}^{+1} I_v \mu d\mu \quad \equiv \quad \text{W.m}^{-2}.\text{Hz}^{-1}$$

Ainsi, le terme $dS \cos \theta$ apparaît comme une "surface efficace" : si $\theta = \pi/2$, le flux est nul. On vérifie également que dans le cas d'un rayonnement isotrope, le flux traversant une surface donnée est nul (il y a autant de rayons qui traversent dans un sens que dans l'autre).

F_v et F_λ : pour tout un ensemble de raisons, on utilise beaucoup plus souvent F_v que F_λ . Cependant, si on veut passer de l'un à l'autre, il peut être utile d'utiliser la relation :

$$F_\lambda = \frac{\beta F_v}{\lambda^2}$$

Où λ est en microns et β est un facteur multiplicatif (table 3) qui dépend de l'unité dans laquelle on cherche à exprimer le flux (et les observateurs ne manquent pas d'imagination sur la question !) :

TABLE 3 – Facteur de conversion de F_v à F_λ

F_λ mesuré en :	β
$\text{W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-12}$
$\text{W.cm}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-16}$
$\text{erg.s}^{-1}.\text{cm}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-9}$
$\text{erg.s}^{-1}.\text{cm}^{-2}.\text{\AA}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-13}$

8.2.3 Pression de radiation ($n = 2$)

Elle se calcule en considérant la quantité de mouvement échangée lors du “rebond” d’un photon sur une surface dS , en projection sur la normale à dS :

$$P_{\text{rad}} = \frac{2}{c} \int I_\nu \cos^2 \theta d\Omega = -\frac{4}{c} \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu^2 d\mu = \frac{u_\nu}{3} \quad \text{si le rayonnement est isotrope}$$

Par exemple, à l’intérieur d’une étoile, le rayonnement est sensiblement isotrope et $I_\nu = J_\nu = B_\nu(T)$. On a alors :

$$P_\nu = \frac{u_\nu}{3} = \frac{4\pi}{3c} B_\nu(T)$$

et en intégrant sur toutes les fréquences :

$$P_{\text{rad}} = \frac{4\sigma T^4}{3c} = \frac{aT^4}{3}$$

où $a = 4\sigma/c$ est la “deuxième” constante de Stefan, $a = 7.56 \cdot 10^{-16} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-4}$.

8.2.4 Densité d’énergie

La densité volumique d’énergie correspondant au rayonnement d’intensité spécifique I_ν dans une seule direction est :

$$u_\nu = I_\nu/c \quad (2)$$

Si on intègre sur tous les angles solides, on obtient :

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} J_\nu \quad \equiv \text{W.m}^{-3}.\text{Hz}^{-1}$$

Qui donne la quantité d’énergie contenue dans le volume $dS \cdot c \cdot dt$ quelle que soit la direction de propagation de ce rayonnement.

8.3 I_ν et I_λ

La fonction I_ν donne la distribution de I en fonction de ν et I_λ en fonction de λ . Il est important de noter ici que $I_\nu(x)$ et $I_\lambda(x)$ sont des fonctions *différentes* de leur variable x , d’où leur distinction par un indice. On ne passe pas de I_ν à I_λ en changeant simplement ν en c/λ , il faut assurer la conservation de l’énergie transportée par intervalle de fréquence ou de longueur d’onde :

$$I_\nu = \frac{dI}{d\nu} \quad ; \quad I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} \rightarrow dI = I_\nu d\nu = I_\lambda d\lambda$$

d’où l’on tire :

$$I_\nu = \frac{dI}{d\nu} = \frac{dI}{d\lambda} \times \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} I_\lambda = -\frac{\lambda^2}{c} I_\lambda \quad (3)$$

Le signe (-) dans l’expression 3 indique que si I_λ augmente, I_ν diminue, et prouve bien, s’il en était besoin, que les deux fonctions sont intrinsèquement différentes.

Exercice 4 : Démontrer que $\nu I_\nu = \lambda I_\lambda$. Quelle est la signification physique de cette nouvelle expression ? Quel(s) avantage(s) apporte-t-elle par rapport aux précédentes ? Comment tenir compte du signe “-” provenant du terme $d\nu/d\lambda$? Comment résoudre le problème en pratique pour avoir sur un même graphe I_ν et $I_\lambda > 0$?

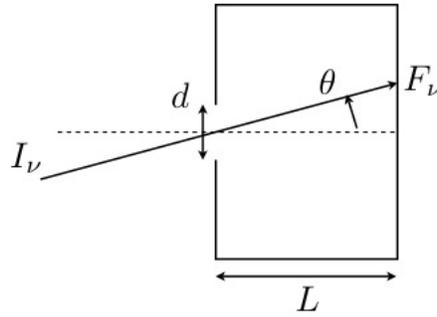


FIGURE 9 – Sténopé

Exercice 5 : Sur la figure 9, on considère une caméra très simple (sténopé) constituée d'une boîte cylindrique de longueur L percée d'un simple trou de diamètre d . Chaque point du fond de la caméra repéré par l'angle θ voit l'extérieur (I_ν) dans un angle solide $d\Omega(\theta)$ que l'on déterminera. • $d\Omega$ étant considéré comme très petit, en déduire le flux F_ν reçu en chaque point du fond de la boîte en fonction de I_ν et θ . Montrer que F_ν varie comme $I_\nu \cos^4 \theta$.

9 EMISSION THERMIQUE ET LOI DU CORPS NOIR

9.1 Loi de Planck

Tout corps porté à une certaine température rayonne de l'énergie à toutes les longueurs d'ondes. C'est le cas pour un filament d'ampoule qui rayonne évidemment dans le domaine visible ; il y en a peut-être une non loin de vous qui vous permet de lire ces lignes, ou alors peut-être lisez-vous à la lumière du soleil qui émet lui aussi de la lumière visible parce que sa surface est portée à haute température - environ 6000 K-. Mais une ampoule rayonne également dans l'infrarouge, ce qu'on peut sentir en approchant la main.

La distribution de ce rayonnement *thermique* en fonction de la longueur d'onde suit une loi qui s'approche de la loi dite du *corps noir*. Un corps noir est un corps qui absorbe tout rayonnement incident. Il ne réfléchit donc aucun rayonnement et son émission est uniquement déterminée par ses propriétés physiques internes c'est à dire en fait sa température. A l'inverse par exemple, un miroir parfait n'a aucune émission propre, son coefficient d'absorption est idéalement nul, et la lumière qu'il "émet" dépend uniquement de celle qu'il reçoit (voir figure 12).

Une démonstration (trop) rapide de la forme mathématique du spectre d'un corps noir consiste à déterminer la densité d'états des photons du CN par unité d'angle solide, de volume et de fréquence, pour des photons dans une boîte de taille L , en considérant les photons ayant un vecteur d'onde k situé dans la coquille $4\pi k^2 dk$:

$$\rho_s = \frac{2\nu^2}{c^3}$$

et à la multiplier par l'énergie $h\nu$ des photons et par le coefficient statistique :

$$n_\nu = \frac{1}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1} \quad (\text{statistique de Bose - Einstein})$$

On obtient la brillance (intensité spécifique) correspondante en multipliant par c (cf. eq (2)), ce qui donne la **loi de Planck** :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} [\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1]^{-1} \quad [\text{W.m}^{-2}.\text{Hz}^{-1}.\text{sr}^{-1}] \quad (4)$$

On vérifie ainsi (en contrôlant les unités) que la brillance monochromatique du corps noir est en fait une intensité spécifique.

Exercice 6 : • Utilisez la conservation de l'énergie entre les domaines λ et ν ($B_\lambda d\lambda = B_\nu d\nu$) pour établir l'expression de la loi de Planck en fonction de la longueur d'onde : $B_\lambda(T)$. Montrer que $B_\lambda(T)$ peut s'écrire :

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1} \quad (5)$$

• En déduire le nombre de photons N_λ émis par un corps noir par intervalle de longueur d'onde $d\lambda$.

Exercice 7 : • Expliquer la différence entre $B_\lambda(x)$ et $B_\nu(x)$. Calculer $B_\lambda(\nu)$; $B_\nu(\lambda)$. Conclure.

• Montrer que $\nu B_\nu = \lambda B_\lambda$. Interprétation physique.

9.2 Loi de Rayleigh-Jeans ; Loi de Wien

La forme de la loi de Planck (eq 4) peut être approximée à ses "extrémités" selon que $h\nu$ est \gg ou $\ll kT$.

• **Loi de Rayleigh-Jeans** Si $h\nu \ll kT$, on obtient :

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^3}{c^2} kT \propto T$$

Cette relation convient dans les domaines du rayonnement à "basse" fréquence, typiquement en radio-astronomie (voir section 31).

• **Loi de Wien** Si $h\nu \gg kT$, les effets quantiques se font sentir et on obtient :

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right)$$

9.3 Corps Noir et Température

9.3.1 Loi du déplacement de Wien

La distribution de corps noir B_ν (resp. B_λ) est une courbe "en cloche" avec un maximum à une longueur d'onde ν_{\max} (resp. λ_{\max}) qui dépend de la température du corps émetteur. Par ailleurs, un corps noir plus chaud émettra toujours plus qu'un corps noir moins chaud, $\forall \nu$. En effet, si on dérive la loi de Planck par rapport à la température, la dérivée obtenue :

$$\frac{\partial B_\nu}{\partial T} = \frac{2h^2\nu^4}{c^2 kT^2} \frac{\exp(h\nu/kT)}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

est toujours positive.

On obtient le maximum de la courbe en cloche en dérivant $B_\nu(T)$ par rapport à ν .

Exercice 8 : Calculer $\partial B_\nu / \partial \nu$ et montrer que le maximum de B_ν est obtenu en résolvant $X = 3(1 - e^{-X})$, avec $X = h\nu_{\max}/kT$.

Exercice 9 : Répéter l'exercice pour B_λ et montrer que l'on doit résoudre cette fois $Y = 5(1 - e^{-Y})$, avec $Y = hc/\lambda_{\max}kT$

Une bonne approximation consiste à considérer qu'un CN de température T a son maximum à la longueur d'onde λ_m telle que :

$$\lambda_m.T \simeq 3000 \mu\text{m.K.} \quad (6)$$

Ainsi, le soleil émet essentiellement à $0.5 \mu\text{m}$, c'est à dire dans le visible (est-ce un hasard ? Voir la courbe de sensibilité de l'oeil humain figure 37), de sorte que vue à travers le filtre de sensibilité de l'œil humain,

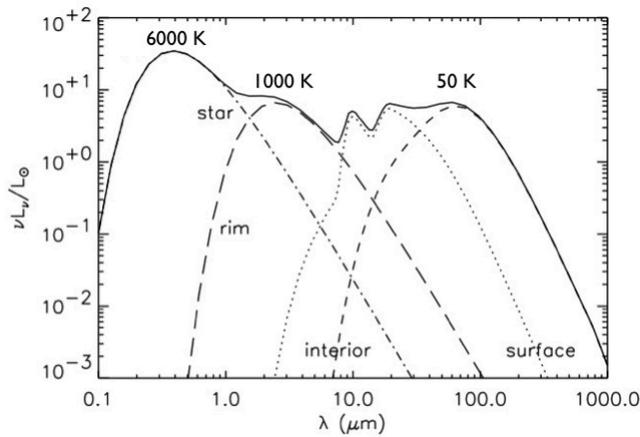


FIGURE 10 – Modèle de source astrophysique avec diverses composantes de couleur (d’après Dullemond et al., 2001, ApJ 560, 957)

il paraît jaune. Le corps humain ($T \approx 300 \text{ K}$) émet la majeure partie de son énergie à $10 \mu\text{m}$.

Exercice 10 : Est-ce absurde de parler du soleil comme d’un corps “noir” ?

9.3.2 Température de Brillance d’une source astrophysique

Soit une source observée à la fréquence ν_o . On appelle *Température de Brillance* de la source à la fréquence ν_o la température du corps noir qui a la même intensité spécifique à ν_o :

$$I_{\nu_o} = B_{\nu_o}(T_b)$$

Cette détermination est beaucoup utilisée en radio-astronomie, d’autant plus que la fonction de CN peut la plupart du temps être approximée par la loi de Rayleigh-Jeans.

9.3.3 Température de couleur

Si le spectre de la source est proche de celui d’un corps noir (en tout cas dans un domaine de fréquence pas trop étroit), on pourra, en considérant la fréquence où l’émission est maximum, déterminer une température T_c appelée *Température de couleur* à partir de la loi du déplacement de Wien, et ce sans avoir à calibrer complètement le spectre de la source (c’est seulement sa forme qui donne T_c). Par exemple dans la figure 10, on voit que le modèle de disque (avec plusieurs composantes) dans l’article de Dullemond et al. (2001) comporte une composante chaude à $\approx 6000 \text{ K}$ (max proche de $0.5 \mu\text{m}$), une composante “tiède” à 1000 K , et une composante froide à $\approx 50 \text{ K}$ (max à $80 \mu\text{m}$).

9.4 Brillance de corps noir et flux

Plusieurs intégrales sont possibles à partir de l’expression de la brillance du corps noir : le flux monochromatique à la surface d’un corps noir est donné par la relation de l’équation (7) :

$$F_\lambda = \pi B_\lambda \tag{7}$$

Si la longueur d’onde λ est exprimée en microns, on a : $F_\lambda = 3.75 \cdot 10^8 \lambda^{-5} \cdot [\exp(\frac{14404}{\lambda T}) - 1]^{-1}$ [W.m⁻².μm⁻¹].

NB. L’unité de longueur d’onde est le **mètre**. Par commodité, on exprimera la variation d’émission par micron, c’est à dire en W.m⁻².μm⁻¹, mais il faut bien garder à l’esprit qu’il y a 10^6 fois plus d’énergie dans

un mètre de longueur d'onde que dans un micron :

$$1 \text{ m} = 10^6 \mu\text{m} \rightarrow 1 \text{ m}^{-1} = 10^{-6} \mu\text{m}^{-1} \leftrightarrow 1 \mu\text{m}^{-1} = 10^6 \text{ m}^{-1}$$

Si un objet émet un flux de $3.5 \text{ W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$, il émettra $3.5 \cdot 10^6 \text{ W.m}^{-2}.\text{m}^{-1}$.

La figure 11 donne quelques courbes de variation du flux émis par le corps noir en fonction de la longueur d'onde pour des températures allant de 77 K (azote liquide) à 2000 K.

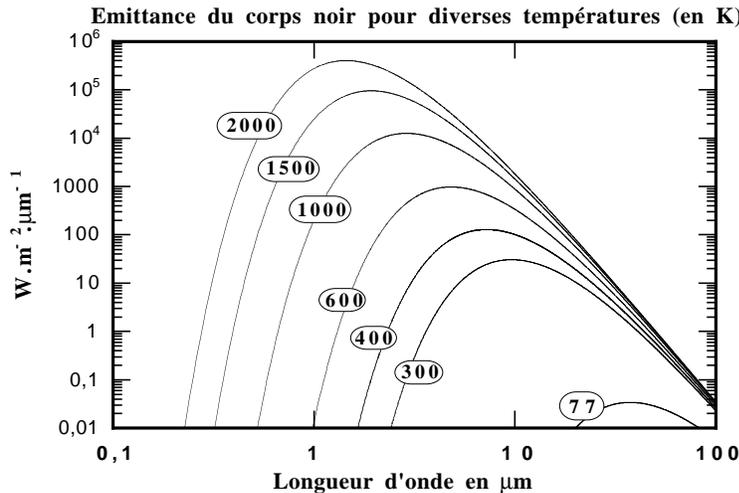


FIGURE 11 – Flux émis ($\text{W.m}^{-2}.\mu\text{m}^{-1}$) pour une série de corps noir de 77 K à 2000 K.

On peut noter qu'un corps noir à la température de l'azote liquide possède une émissivité réduite de près d'un facteur 1000 par rapport à un corps noir à la température ambiante (300 K) ; l'azote liquide est fréquemment utilisé dans les systèmes d'imagerie thermique pour limiter l'émission propre du système imageur, ainsi que le signal parasite du détecteur (voir section 20). Il est clair qu'un corps noir plus chaud émettra toujours plus qu'un corps noir plus froid, mais le maximum de cette émission intervient à une longueur d'onde qui dépend de la température. Ainsi, lorsque le corps noir à 300 K est maximum (vers $10 \mu\text{m}$), le corps noir à 2000 K n'émet plus que moins de 1 % de son émission maximum. Cette variation a des conséquences sur la détection infrarouge : souvent, un détecteur accordé à une longueur d'onde "voit" un domaine étroit de température.

La puissance totale (dans toutes les longueurs d'ondes, dans toutes les directions) rayonnée par unité de surface d'un corps noir, autrement dit son flux est :

$$\int_{\nu} \int_{\Omega} B_{\nu}(T) \cos \theta d\Omega d\nu = \int_{\lambda} \int_{\Omega} B_{\lambda}(T) \cos \theta d\Omega d\lambda = \sigma T^4 \quad [\text{W.m}^{-2}] \quad (8)$$

où $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ [W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}]$ est la constante de Stefan. L'intégrale de B_{ν} sur les fréquences (sans prise en compte des angles solides) donne

$$\int B_{\nu} d\nu = \sigma T^4 / \pi$$

On observe souvent en astrophysique des cas où une émission "froide" (à plus grande longueur d'onde) est supérieure à une émission "chaude" (à plus courte longueur d'onde). Cela arrive quand on mesure le flux reçu, car cette mesure prend en compte l'angle solide de la source qui émet comme un corps noir. Ainsi une "petite" étoile (ponctuelle) chaude (5000 K) peut au total rayonner moins (à $1 \mu\text{m}$) qu'un "grand" disque d'accrétion (étendu) froid (100 K) à $10 \mu\text{m}$.

Exercice 11 : • Calculer le flux d'un corps noir à 300 K ; à 1000 K dans toutes les longueurs d'onde. • Calculer le nombre de photons émis par seconde par 1 cm² de corps noir à 600 K dans un filtre de 0.1 μm de bande passante centré autour de 1.65 μm ; on supposera que $B_{\lambda}(600 K)$ ne varie pas sur la largeur du filtre et vaut $B_{1.65\mu m}(600 K)$.

Exercice 12 : Calculer la puissance totale émise par un corps noir de forme sphérique porté à la température T . Application numérique pour le cas du soleil ($R = 700.000 \text{ km}$; $T_{\text{surf}} \approx 5700K$).

Exercice 13 : Calculer la température d'équilibre d'un corps noir recevant un éclairement de 1kW.m⁻². Calculer l'éclairement reçu du soleil par la terre (distance terre-soleil : 150 10⁶ km) ; conclure.

9.5 Emission de corps noir et effet de serre

On peut rapidement calculer une estimation de la température d'équilibre de la Terre sous l'éclairement solaire (corps noir 6000 K à 150 10⁶ km qui émet principalement dans le domaine visible), en considérant d'une part que la Terre absorbe tout le rayonnement solaire et qu'elle le réémet dans l'infrarouge car sa température est plus basse. L'effet de serre consiste à prendre en compte l'effet de l'atmosphère qui est transparente dans le visible mais très opaque dans l'infrarouge sous l'influence de la vapeur d'eau et de gaz tels que le CO₂. Du coup, le sol se trouve chauffé dans le visible par la soleil et dans l'infrarouge par son propre rayonnement, ce qui élève la température moyenne au sol par rapport à celle qu'il aurait en l'absence d'atmosphère. Une planète comme Vénus, avec une atmosphère très épaisse, a une température au sol très élevée. L'augmentation du taux de CO₂ dans l'atmosphère est probablement à l'origine du réchauffement actuel de la planète, par amplification de l'effet de serre.

Un phénomène analogue peut être observé dans les régions désertiques : par ciel clair, il peut y faire très chaud la journée sous le rayonnement solaire mais très froid la nuit car tout le rayonnement terrestre est rayonné dans l'espace ; si le ciel est couvert, il fera beaucoup plus doux la nuit.

9.6 Emission thermique et émission de corps noir

Pour la plupart des corps physiques, leur comportement radiatif peut s'approcher de celui du corps noir. La différence va se traduire par divers coefficients : Les corps non noirs absorbent une partie \mathcal{A} du rayonnement, en réfléchissent une partie \mathcal{R} et en transmettent une partie \mathcal{T} . La conservation de l'énergie implique $\mathcal{A} + \mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$. De plus, lorsque le corps est à l'équilibre, la quantité d'énergie émise est égale à l'énergie absorbée. On caractérise l'émission par un paramètre supplémentaire $\epsilon = \mathcal{A}$, appelé **émissivité** du corps. Tous les paramètres \mathcal{A} , ϵ , \mathcal{R} et \mathcal{T} dépendent a priori de la longueur d'onde λ .

Différents cas sont possibles :

Corps opaque : $\mathcal{T}(\lambda) = 0$ et $\epsilon(\lambda) = 1 - \mathcal{R}$ (exemple un mur, ou un écran).

Corps transparent : $\mathcal{T}(\lambda) \simeq 1$ et $\epsilon(\lambda) \simeq \mathcal{R} \simeq 0$ (exemple une lame de verre, ou une certaine épaisseur d'atmosphère). Remarque : même avec une faible émissivité ($\epsilon = 0.1$), l'atmosphère peut se révéler une source de photons parasites très importante devant l'intensité de l'étoile observée

Corps gris : $\epsilon(\lambda) = \text{constante}$ et $\mathcal{R}(\lambda) = \text{constante}$ (un corps opaque peut être gris, mais aussi un corps (incomplètement) transparent).

Corps Noir : $\epsilon(\lambda) = 1$, $\mathcal{R}(\lambda) = \mathcal{T}(\lambda) = 0$.

La figure 12 montre divers cas ainsi que celui d'un corps "sélectif", c'est à dire d'émissivité (donc de coefficient d'absorption) variant avec la longueur d'onde.

Dans le cas de la propagation à travers un milieu absorbant mais non complètement opaque, le rayonnement traversant une tranche d'épaisseur x est absorbé par un facteur $\exp(-\alpha x)$, où α est le coefficient d'absorption du milieu, qui s'exprime en m⁻¹. Si on effectue l'intégrale de proche en proche en supposant que d'une tranche à la suivante le coefficient de réflexion est nul, l'émissivité de la tranche est égale au coefficient d'absorption : $\epsilon = \mathcal{A} = 1 - \exp(-\alpha x)$. En dérivant on obtient le terme d'émissivité d'une épaisseur dx : $d\epsilon = \alpha \exp(-\alpha x) dx$ (émission αdx , atténuée par $\exp(-\alpha x)$). On peut écrire l'émission de la tranche dx comme $dF = d\epsilon F_{\text{CN}}$, où F_{CN} est le flux du corps noir (si $d\epsilon = 1$, la tranche rayonne comme un corps noir).

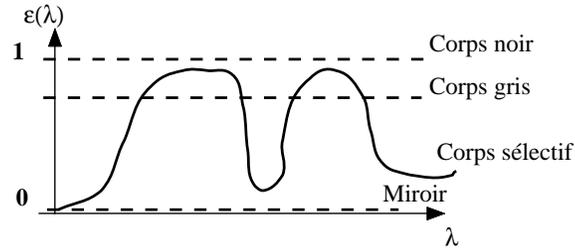


FIGURE 12 – Courbes d’emissivité de divers corps.

Pour une tranche d’épaisseur X , et si α est constant, on obtient :

$$F(X) = \int_0^X dF = \int_0^X \alpha \exp(-\alpha x) F_{CN} dx = F_{CN} [-\alpha \exp(-\alpha x)]_0^X = F_{CN} [1 - \exp(-\alpha X)] \quad (9)$$

Le résultat de l’équation (9) montre qu’un milieu incomplètement transparent ($\alpha \neq 0$) peut se comporter comme un corps noir s’il est suffisamment épais. Le terme décisif est $\tau = \alpha X$, l’**épaisseur optique** du milieu concerné : si $\tau \ll 1$, le milieu est transparent et $F(X) = \tau F_{CN}$; si $\tau \gg 1$, le milieu est opaque (“optiquement épais”), et rayonne comme un corps noir : $F(X) = F_{CN}$.

Exercice 14 : Effectuer le développement limité de l’expression (9) ci-dessus et démontrer le résultat énoncé ci-dessus.

Dans le formalisme de l’intensité spécifique, la calcul de la propagation du rayonnement à travers une atmosphère semi-transparente (fonction source $S = j/k = B_\nu(T)$, loi de Kirchhoff) s’écrit (toutes les grandeurs dépendent de la fréquence ν) :

$$\begin{aligned} dI &= -k.I ds + j.ds \\ \frac{dI}{d\tau} &= I - B(T) \\ \rightarrow I(\tau) &= I_0 e^{(\tau - \tau_{atm})} + B(1 - e^{(\tau - \tau_{atm})}) \end{aligned} \quad (10)$$

Dans l’équation (10), on retrouve au sol ($\tau = 0$) un terme atténué en $I_0 e^{-\tau_{atm}}$ et un terme d’émission parasite dû à l’atmosphère $B(1 - e^{-\tau_{atm}})$ dont le développement limité en fonction de $\tau \ll 1$ ou $\tau \gg 1$ donne respectivement $I_\nu = \tau_\nu B_\nu(T)$ (émission thermique) ou $I_\nu = B_\nu(T)$ (émission de corps noir). En conclusion, pour avoir émission de corps noir, il faut avoir émission thermique par un corps opaque.

9.7 Corps noir et limite quantique - thermique

On considère ici une autre approche des lois de Rayleigh-jeans ou Wien. La fonction de Planck (Eq. 4) qui décrit le rayonnement du corps noir permet d’exprimer le nombre moyen de photons émis par le corps noir au cours du temps, ainsi que les fluctuations autour de cette moyenne (bruit). Selon la forme que prend l’expression de ces fluctuations, ce bruit s’apparente au bruit quantique (statistique de Poisson, vision corpusculaire du rayonnement) ou au bruit thermique (faisant intervenir la température du corps noir, vision ondulatoire du rayonnement). La limite entre les deux domaines est déterminée par le rapport $h\nu/kT$: pour $h\nu \gg kT$, le bruit quantique domine et pour $h\nu \ll kT$, c’est le bruit thermique qui domine. De manière générale, pour les longueur d’onde de l’UV au proche infrarouge ($10\mu m$), et pour des températures de corps noirs inférieures à 3000 K, on sera toujours dans la vision quantique du rayonnement. La notion de bruit quantique (statistique) sera revue et approfondie à la section 26.

Dans le domaine visible, on détecte des photons individuels ayant chacun l'énergie $h\nu$. On *compte* des photons, ce qui introduit une incertitude statistique obéissant à la statistique de Poisson : on mesure $\langle n_\nu \rangle$ avec une incertitude ayant pour variance : $\sigma_\nu^2 = \langle n_\nu \rangle$.

Dans le domaine radio, on peut approximer la fonction de corps noir à : $B_\nu \approx 2kT/\lambda^2$; cela permet de "convertir" les puissances en température et on parle de "température de bruit".

La frontière entre les 2 domaines s'établit quelque part dans le domaine infrarouge. Pour cela, on considère le corps noir comme un gaz de photons (de nombre non fixé) et on calcule le nombre moyen de photons de fréquence ν (d'énergie $h\nu$) en considérant tous les états possibles (p photons d'énergie $h\nu$ avec une probabilité $\propto \exp(-ph\nu/kT)$) et en normalisant :

$$\langle n_\nu \rangle = \frac{\sum_0^\infty p e^{-p\alpha}}{\sum_0^\infty e^{-p\alpha}} \quad (11)$$

$$\langle n_\nu^2 \rangle = \frac{\sum_0^\infty p^2 e^{-p\alpha}}{\sum_0^\infty e^{-p\alpha}} \quad (12)$$

où $\alpha = h\nu/kT$.

Le calcul des séries

$$\sum_0^\infty e^{-p\alpha} = \frac{1}{(1 - e^{-\alpha})} \quad ; \quad \sum_0^\infty p e^{-p\alpha} = \frac{e^{-\alpha}}{(1 - e^{-\alpha})^2} \quad ; \quad \sum_0^\infty p^2 e^{-p\alpha} = \frac{e^{-\alpha}(1 + e^{-\alpha})}{(1 - e^{-\alpha})^3}$$

donne alors :

$$\langle n_\nu \rangle = \frac{e^{-\alpha}}{1 - e^{-\alpha}} = \frac{1}{e^\alpha - 1} \quad (13)$$

$$\langle n_\nu^2 \rangle = \frac{e^{-\alpha}(1 + e^{-\alpha})}{(1 - e^{-\alpha})^2} \quad (14)$$

et on obtient

$$\sigma_\nu^2 = \langle n_\nu^2 \rangle - \langle n_\nu \rangle^2 = \langle n_\nu \rangle \frac{\exp(h\nu/kT)}{\exp(h\nu/kT) - 1} = \langle n_\nu \rangle (1 + \langle n_\nu \rangle) \quad (15)$$

L'expression générale de la variance du bruit sur le nombre de photons détectés dans le rayonnement de corps noir est celle de la statistique de Poisson, affectée d'un coefficient correcteur en $1/[1 - \exp(-h\nu/kT)]$. Ce coefficient correcteur tend vers 1 lorsque $h\nu \gg kT$. La correction est inférieure à 1% pour $h\nu/kT \geq 5$. Comme toutes les observations au sol sont effectuées dans l'environnement du corps noir à 300K, les photons parasites et le bruit statistique sur leur nombre sont dominants et on se trouve quasiment toujours dans le mode "bruit de photons" (voir section 26.4.1), même si la source observée elle-même ne respecte pas la condition $h\nu \gg kT$.

A partir de la relation 15, on peut définir le rapport signal à bruit de l'opération :

$$\text{SNR} = \frac{n_\nu}{\sigma_\nu} = \frac{\sqrt{n_\nu}}{\sqrt{1 + n_\nu}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n_\nu}}}$$

De manière un peu difficile à concevoir a priori, la situation dans le visible ($h\nu \gg kT$) correspond à une situation où $n_\nu \ll 1$ (on est dans le cas $\sigma_\nu^2 \approx n_\nu$, $\text{SNR} \approx \sqrt{n_\nu}$). En pratique, cela correspond à un cas où les photons sont très énergétiques et leur nombre est plus réduit. Dans le domaine radio par contre ($h\nu \ll kT$), les photons sont très nombreux et $\text{SNR} \approx 1$ ($\sigma_\nu \approx n_\nu$).

9.8 Rayonnement de corps noir et luminosité stellaire

La température effective de surface T_{eff} d'une étoile de luminosité L et de rayon R est celle du corps noir tel que : $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$. Cependant ce résultat est intégré sur toutes les fréquences et si on souhaite quand

même utiliser le modèle de corps noir pour modéliser la densité spectrale d'émission d'une étoile, on peut écrire en parallèle :

$$\int B_\nu d\nu = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

$$\int L_\nu d\nu = L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

D'où on déduit :

$$L_\nu = \frac{L\pi}{\sigma T^4} B_\nu \quad (16)$$

A une distance d , le flux reçu de l'étoile s'écrit : $F_\nu = L_\nu/4\pi d^2$.

Exercice 15 : Etablir les formules permettant de calculer le flux monochromatique (en Jy) reçu à la longueur d'onde λ , d'un objet de luminosité L , considéré comme un corps noir à la température T , situé à la distance d . Calculer la température d'équilibre T d'un grain de poussière (ou d'une planète) en orbite à la distance r autour d'une étoile de luminosité L_\star et de température effective T_{eff} . On supposera que l'étoile et la planète rayonnent comme des corps noirs. Montrer que T varie comme \sqrt{r} . Application numérique pour Jupiter. Calculer la luminosité L_J de Jupiter en fonction de L_\star . Calculer le flux reçu sur Terre d'une planète Jovienne en orbite autour d'une étoile de type G à une distance de 10 pc.

9.9 Rayonnement de corps noir et mesure de température

A partir de la mesure de l'émission d'un corps approximé comme un corps noir, on peut déduire une mesure de sa température. Si on mesure $B_\lambda(T)$ pour λ_1 et λ_2 , on obtient :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{B_\lambda(\lambda_1)}{B_\lambda(\lambda_2)} = \frac{\lambda_2^5 \exp(hc/\lambda_2 kT) - 1}{\lambda_1^5 \exp(hc/\lambda_1 kT) - 1} \quad (17)$$

Le terme $hc/\lambda kT$ s'écrit : $14404/\lambda_{\mu\text{m}} T_K$. Les longueurs d'onde du visible sont inférieures au micron, et tant que la température du corps noir est inférieure à 10000 K (cas toujours réalisé pour des mesures en laboratoire, pas forcément toujours pour des mesures sur télescope), on a donc : $\exp(hc/\lambda kT) \gg 1$. On obtient alors :

$$\frac{B_1}{B_2} \approx \frac{\lambda_2^5 \exp(hc/\lambda_2 kT)}{\lambda_1^5 \exp(hc/\lambda_1 kT)} \quad (18)$$

$$= \frac{\lambda_2^5}{\lambda_1^5} \exp\left(\frac{1}{T} \cdot \frac{hc}{k} (1/\lambda_2 - 1/\lambda_1)\right) \quad (19)$$

et le logarithme du rapport des corps noirs (correspondant à une différence de magnitude) peut s'écrire comme $A - B.T$.

Exercice 16 : Calculer les coefficients A et B pour $\lambda_1 = 0.44 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0.55 \mu\text{m}$ (bandes B et V) ; pour $\lambda_1 = 0.55 \mu\text{m}$ et $\lambda_2 = 0.7 \mu\text{m}$ (bandes V et R).

9.10 Corps noir en laboratoire

La connaissance théorique de la loi de Planck rend les corps noirs des sources de rayonnement intrinsèquement calibrées. On trouve dans le commerce des sources "corps noir" qui comportent une surface d'émissivité élevée (≥ 0.99) dans une certaine gamme de longueur d'onde et dont la température est contrôlée à une fraction de degré près (mesure par thermocouple et régulation entre l'ambiante et quelques centaines de K au dessus de l'ambiante).

9.11 Cas du corps noir à 300K

On nomme ainsi le “corps noir ambiant” au sol, correspondant à l’émission parasite de l’environnement instrumental, du télescope et de l’atmosphère. Cette émission est produite avec une émissivité variable, par forcément égale à 1. Par exemple, l’émission en provenance de l’atmosphère peut s’écrire $\tau_\nu \cdot B_\nu$ (cf équation 9), avec une profondeur optique faible $\tau_\nu \ll 1$ pour les zones de longueur d’onde où l’atmosphère est transparente (visible et dans les fenêtres du proche infrarouge) mais une émission de corps noir qui peut être importante. Par ailleurs, l’environnement immédiat de l’instrument doit être correctement écranté (*baffled*) avec des écrans non seulement opaques mais *froids* de manière à ce que leur émission propre soit négligeable (voir également section 25.2).

Exercice 17 : Calculer $B_{2.2\mu m}(T)$ émis par une atmosphère à 300 K et $\tau = 0.2$ (Ce modèle est-il réaliste ?) Mettre ce résultat sous forme de brillance de fond de ciel en Jy.sr⁻¹. En déduire le nombre de photons par unité de temps reçu dans la bande K dans une étendue de faisceau moyenne (100 μm^2 .sr). Ré-écrire ce résultat en terme de magnitude / arcsec² dans la bande K. Comparer vos valeurs à celles publiées par l’ESO pour IRAC (voir Messenger No69, p 61)

Dans l’espace, les observations par satellite ont affaire à un environnement plus froid que 300 K. Encore faut-il protéger le télescope du rayonnement direct du soleil ou de la terre (un satellite en orbite “voit” la Terre sous un très grand angle solide). De plus, le satellite peut être une source de rayonnement parasite important. On refroidit donc également les systèmes spatiaux embarqués, par rayonnement passif (jusqu’à 50 K), et par utilisation d’Helium liquide.

Exercice 18 : On observe un reste de supernova (*Supernova Remnant, SNR*) à la fréquence $\nu_o = 100$ MHz et on mesure un flux $F_{\nu_o} = 1.6 \cdot 10^4$ Jy. On suppose l’émission d’origine thermique avec $h\nu \ll kT$.

- Sachant que le diamètre angulaire du SNR est de 4.3 arcmin, déterminer l’intensité spécifique moyenne correspondante. En déduire la température de brillance T_b de la source et vérifier l’hypothèse sur le rapport $h\nu/kT$.
- En pratique, la région émettrice est plus compacte que 4.3 arcmin. Quel effet cela a-t-il sur T_b ?
- On suppose de plus que l’émission est celle d’un corps noir ; déterminer la longueur d’onde du pic d’émission.

Exercice 19 : On considère un nuage sphérique (rayon R) homogène de gaz qui émet thermiquement une puissance p_ν ($\text{W}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{Hz}^{-1}$). Le nuage est situé à une distance d . On suppose que le nuage est optiquement fin ($\tau_\nu \ll 1$).

- Calculer l’intensité spécifique observée en fonction du paramètre d’impact b .
- Déterminer la température effective T_{eff} du nuage.
- Quel est le flux reçu de l’ensemble du nuage ?
- Comment se compare la température de brillance T_b avec la température T du nuage ?
- Mêmes questions si le nuage est optiquement épais ($\tau \gg 1$).

10 COEFFICIENTS D’EINSTEIN

10.1 Introduction

La plupart des relations ci-dessus sont présentées “à grande échelle”. Or les processus d’interaction matière - rayonnement font intervenir le niveau microscopique, par une interaction atome - photons.

Si on considère un atome à deux niveaux E et $E + h\nu_o$ qui interagit avec un photon de fréquence ν_o , on peut identifier 3 processus :

10.1.1 Emission spontanée

Avec une probabilité de transition de 2 vers 1 par seconde donnée par la *coefficient d’Einstein* A_{21} (en sec⁻¹).

10.1.2 Absorption

L'absorption ne peut intervenir qu'en présence de photons d'énergie $h\nu_o$. On la décrit grace au *coefficient d'Einstein* B_{12} tel que $B_{12}J$ est la probabilité de transition de 1 vers 2 par seconde (en sec^{-1}), et J est l'intensité moyenne du champ de rayonnement I_ν intégré sur la forme $\phi(\nu)$ de la raie 1-2 :

$$J = \int J_\nu \phi(\nu) d\nu$$

En effet, comme la raie 1-2 n'est pas infiniment mince, les photons qui interagissent avec l'atome n'ont pas tous exactement la fréquence ν_o .

10.1.3 Emission stimulée

Pour retrouver la loi de Planck à partir de l'interaction microscopique photon-atome, Einstein a postulé qu'il existait un autre processus dit d'émission stimulée tel que la probabilité de transition de 2 vers 1 (émission d'un photon de fréquence ν_o) est $B_{21}J$ (en sec^{-1}). B_{21} est le *coefficient d'Einstein* pour l'émission stimulée.

NB. Dans certains cas, les coefficients d'Einstein sont définis en utilisant la densité moyenne d'énergie u au lieu de J , ce qui introduit un coefficient $c/4\pi$ dans les relations.

10.2 Relations entre coefficients d'Einstein

On considère un milieu en équilibre thermodynamique, et si on nomme n_1 et n_2 le nombre d'atomes (par unité de volume, en m^{-3}) dans l'état 1 et 2 respectivement, on a :

$$n_1 B_{12} J (\text{abs.}) = n_2 A_{21} (\text{em.}) + n_2 B_{21} J (\text{em.stim.}) \quad \rightarrow \quad J = \frac{n_2 A_{21}}{n_1 B_{12} - n_2 B_{21}} = \frac{A_{21}/B_{21}}{(n_1/n_2)(B_{12}/B_{21}) - 1}$$

Ce qui donne l'intensité spécifique moyenne, en égalant le terme d'absorption (à gauche) et les termes d'émission (spontanée et stimulée, à droite).

A l'équilibre thermodynamique, le rapport de population n_1/n_2 est donné par :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} \exp(h\nu_o/kT)$$

D'où l'on tire, en écrivant que $J = B_\nu$ puisqu'on est à l'équilibre thermodynamique :

$$J = \frac{A_{21}/B_{21}}{(g_1 B_{12}/g_2 B_{21}) \exp(h\nu_o/kT) - 1} = B_\nu$$

Par identification avec la formule du corps noir (Eq. 4), on obtient :

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \tag{20}$$

$$A_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} B_{21} \tag{21}$$

Il est remarquable que les relations (20) et (21) ne fassent pas intervenir la température : elles décrivent donc des propriétés atomiques intrinsèques. On peut les utiliser même si le milieu n'est pas à l'équilibre thermodynamique. A partir de ces relations atomiques, on peut comprendre que la loi du corps noir résulte de l'interaction rayonnement-matière entre un ensemble de photons et d'atomes dans un milieu (gaz, four, etc.).

11 TRANSFERT DE RAYONNEMENT

11.1 Interaction rayonnement - matière

Lors de la propagation du rayonnement, I_ν se conserve sauf si le rayonnement interagit avec la matière sur le chemin. Cette interaction peut prendre diverses formes dont principalement :

11.1.1 Absorption vraie

Ce processus **retire** une partie de l'énergie le long d'un trajet ds : $dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds$; $\alpha_\nu = \rho \kappa_\nu$ ($[\kappa_\nu] \equiv \text{cm}^{-2} \cdot \text{g}^{-1}$; $[\alpha_\nu] \equiv \text{cm}^{-1}$). Profondeur optique $d\tau_\nu = -\alpha_\nu ds$: $dI_\nu/d\tau_\nu = I_\nu$.

11.1.2 Diffusion

Ce processus **retire et ajoute** simultanément de l'énergie au rayonnement le long du trajet ds . Si la diffusion est isotrope : $dI_\nu = -\sigma_\nu I_\nu ds + \sigma_\nu J_\nu ds$ ($[\sigma_\nu] \equiv \text{cm}^{-1}$). Le terme en $-\sigma_\nu I_\nu ds$ s'ajoute au terme en $-\alpha_\nu I_\nu ds$ dans la profondeur optique. On appelle extinction le terme somme $\chi_\nu = \alpha_\nu + \sigma_\nu$.

11.1.3 Emission spontanée

Dans ce processus, le milieu traversé **ajoute** de l'énergie au rayonnement : $dI_\nu = j_\nu ds$; ($[j_\nu] \equiv \text{W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$). Sur un trajet avec uniquement absorption vraie et émission spontanée, on a alors :

$$dI_\nu = (-\alpha_\nu I_\nu + j_\nu) ds \quad (22)$$

On appelle *fonction source* le terme $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$. Si on décrit I_ν par rapport à la variable $d\tau = -\alpha_\nu ds$, l'équation (22) devient (en divisant (22) par α_ν) :

$$\frac{dI_\nu}{d\tau} = I_\nu - S_\nu \quad (23)$$

11.1.4 Emission thermique

Un cas particulier important d'émission spontanée est celui où le milieu dans lequel on considère le transfert de rayonnement est à l'équilibre thermodynamique. La fonction source est alors la fonction de corps noir : $S_\nu = B_\nu \rightarrow j_\nu = \alpha_\nu B_\nu$.

11.2 Equation de transfert complète

Dans le cas où on a absorption, diffusion isotrope et émission (thermique) :

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds - \sigma_\nu I_\nu ds + \sigma_\nu J_\nu ds + \alpha_\nu B_\nu ds \quad (24)$$

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu (I_\nu - B_\nu) - \sigma_\nu (I_\nu - J_\nu) \quad (25)$$

$$= -(\alpha_\nu + \sigma_\nu) I_\nu + \alpha_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu \quad (26)$$

$$(27)$$

En utilisant l'extinction dans la profondeur optique :

$$d\tau_\nu = -(\alpha_\nu + \sigma_\nu) ds = -\chi_\nu ds$$

On obtient une équation intégrodifférentielle avec une fonction source qui inclut l'émission thermique et la diffusion (toutes deux isotropes) :

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad ; \quad S_\nu = \frac{\alpha_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu} \quad (28)$$

Dans l'équation ci-dessus, on peut distinguer deux termes dans la fonction source, un lié à l'absorption vraie et l'autre à la diffusion. On définit la probabilité d'absorption vraie :

$$\varepsilon_\nu = \frac{\alpha_\nu}{\alpha_\nu + \sigma_\nu} \quad (29)$$

et de même la probabilité de diffusion : $(1 - \varepsilon_\nu)$. Ce terme est aussi appelé l'albedo de diffusion simple (*single scattering albedo*). A partir de ces définitions, on peut ré-écrire la fonction source en distinguant la part de la diffusion et de l'émission thermique :

$$S_\nu = (1 - \varepsilon_\nu)J_\nu + \varepsilon_\nu B_\nu \quad (30)$$

A partir de α_ν et σ_ν , on définit également les profondeurs optiques d'absorption et de diffusion pour un milieu de taille L :

$$\tau_a = \alpha_\nu L \quad ; \quad \tau_s = \sigma_\nu L$$

Lorsque les deux phénomènes sont présents, on calcule la profondeur optique effective du milieu : $\tau_* = \sqrt{\tau_a(\tau_a + \tau_s)}$.

La résolution de l'équation (28) est possible "simplement" dans certains cas seulement, avec diverses approximations.

On suppose tout d'abord que le milieu où le rayonnement se propage est "stratifié" (calcul *plan-parallèle* : les propriétés du milieu (T , χ , etc.) ne dépendent que de l'altitude z) et on écrit : $d\tau = -\chi ds = dz/\mu$, où $\mu = \cos \theta$. Pour détailler l'équation de transfert, il faut prendre en compte le fait que I_ν dépend de z et θ . Certaines équations différentielles sur I_ν en fonction de z font intervenir $\partial I_\nu / \partial z$.

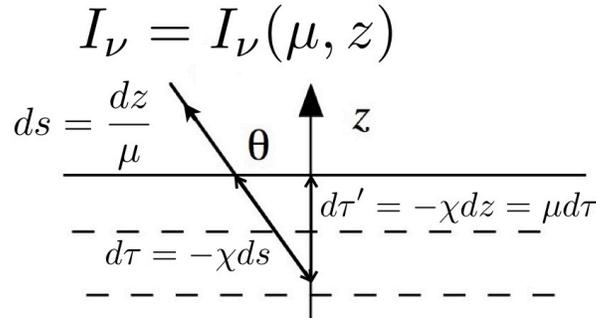


FIGURE 13 – Géométrie plan parallèle. Profondeur optique $\tau = -\chi ds$ et profondeur optique normal $\tau' = -\chi dz = \mu\tau$

11.3 Diffusion radiative - Approximation de Rosseland

L'équation de transfert (28) peut s'écrire, avec $ds = dz/\mu$:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial I_\nu(z, \mu)}{\partial z} &= -\chi_\nu (I_\nu - S_\nu) \\ \rightarrow I_\nu &= S_\nu - \frac{\mu}{\chi_\nu} \frac{\partial I_\nu(z, \mu)}{\partial z} \end{aligned}$$

L'Approximation de Rosseland consiste à supposer qu'on se trouve en "atmosphère profonde" : on fait l'hypothèse que tous les termes d'intensité spécifiques valent B_ν au premier ordre, et on fait apparaître la température du milieu où les photons se propagent :

$$I_\nu = B_\nu(T) - \frac{\mu}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial z} = B_\nu(T) - \frac{\mu}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (31)$$

On calcule le flux monochromatique F_ν en intégrant I_ν sur tous les angles solides :

$$F_\nu = \int I_\nu \mu d\Omega = \int B_\nu(T) \mu d\Omega - \int \frac{\mu^2}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} d\Omega \quad (32)$$

le premier terme de l'équation (32) vaut 0 par isotropie de la fonction B_ν .

En géométrie plan-parallèle, par symétrie de révolution, l'élément d'angle solide vaut $d\Omega = -2\pi d\mu$. Pour toutes les valeurs de θ de 0 à π (symétrie de révolution autour de $0z$ en géométrie plan-parallèle), c'est à dire pour $\cos \theta$ allant de +1 à -1. On obtient :

$$F_\nu = 2\pi \int_{+1}^{-1} \frac{1}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \mu^2 d\mu = -2\pi \int_{-1}^{+1} \frac{1}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \mu^2 d\mu = -2\pi \frac{1}{\chi} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \int_{-1}^{+1} \mu^2 d\mu = -\frac{4\pi}{3} \frac{1}{\chi} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (33)$$

Le flux intégré sur toutes les fréquences est :

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu = -\frac{4\pi}{3} \frac{\partial T}{\partial z} \int_0^\infty \frac{1}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu \quad (34)$$

On calcule alors une extinction χ_ν moyenne sur ν avec une pondération en $\frac{\partial B_\nu}{\partial T}$ (opacité de Rosseland) en écrivant :

$$\int_0^\infty \frac{1}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu = \frac{1}{\chi_R} \int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu \quad (35)$$

C'est à dire :

$$\frac{1}{\chi_R} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\chi_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu} \quad (36)$$

avec :

$$\frac{1}{\chi_R} \frac{\partial}{\partial T} \int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{1}{\chi} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\sigma T^4}{\pi} \right) = \frac{4\sigma T^3}{\pi} \quad (37)$$

et on obtient finalement :

$$F(z) = \frac{-16\sigma T^3}{3\chi_R} \frac{\partial T}{\partial z}$$

qui donne la diffusion radiative dans les étoiles. Le transport d'énergie dans les couches profondes d'une étoile, ou dans un milieu suffisamment optiquement épais pour que I_ν approche raisonnablement B_ν , obéit à une loi de type "conduction de la chaleur" avec une conductivité effective

$$K = \frac{16\sigma T^3}{3\chi_R}$$

11.4 Approximation d'Eddington

L'approximation qui est développée dans ce paragraphe ne fait plus forcément l'hypothèse que $I_\nu \approx B_\nu$, mais seulement que I_ν approche l'isotropie. On fait alors un développement limité de I_ν au premier ordre en μ (on considère des petits écarts à l'isotropie) :

$$I_\nu = I_{0\nu}(\tau) + I_{1\nu}(\tau)\mu$$

A partir de ce DL, on réécrit les 3 moments de l'intensité spécifique (en intégrant de -1 à $+1$, ce qui compense le signe dans $d\Omega = -2\pi d\mu$) :

$$J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu d\mu \quad (38)$$

$$H_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu d\mu \quad (\text{terme de flux}) \quad (39)$$

$$K_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu^2 d\mu \quad (\text{terme de pression de radiation}) \quad (40)$$

en remplaçant I_ν par son développement limité, on obtient (on omet le terme de fréquence pour simplifier) :

$$J = \frac{1}{2} [I_0]_{-1}^{+1} + \frac{1}{2} [I_1 \frac{\mu^2}{2}]_{-1}^{+1} = I_0 \quad (41)$$

$$H = \frac{1}{2} [I_0 \frac{\mu^2}{2}]_{-1}^{+1} + \frac{1}{2} [I_1 \frac{\mu^3}{3}]_{-1}^{+1} = \frac{I_1}{3} \quad (42)$$

$$K = \frac{1}{2} [I_0 \frac{\mu^3}{3}]_{-1}^{+1} + \frac{1}{2} [I_1 \frac{\mu^4}{4}]_{-1}^{+1} = \frac{I_0}{3} = \frac{J}{3} \quad (43)$$

L'équation (43) est l'*Approximation d'Eddington*. Elle correspond à la relation entre la pression de radiation et la densité moyenne d'énergie ($p = u/3$) mais pour un champ de rayonnement pas totalement isotrope. A noter que J , H et K sont ici des intermédiaires de calcul, et qu'à part la relation (43), on n'a pas encore avancé.

On considère maintenant une nouvelle variable de profondeur optique τ' qui mesure la profondeur optique selon la normale au milieu plan-parallèle (profondeur optique normale) : $\tau' = \mu\tau$, voir figure 13. L'équation de transfert (28) devient :

$$\mu \frac{dI}{d\tau'} = I - S \quad (44)$$

En intégrant (44) sur μ , on obtient alors :

$$\frac{\partial H}{\partial \tau'} = J - S$$

(en utilisant les équations (38) et (39) et en simplifiant par 2). De même en effectuant la même intégration en multipliant (28) par μ , on trouve :

$$\frac{\partial K}{\partial \tau'} = H$$

car l'intégrale de $(\mu S d\mu)$ donne 0. L'approximation d'Eddington ($K = J/3$) permet alors d'écrire :

$$H = \frac{\partial K}{\partial \tau'} = \frac{1}{3} \frac{\partial J}{\partial \tau'}$$

Si on dérive encore une fois, on obtient :

$$\frac{1}{3} \frac{\partial^2 J}{\partial \tau'^2} = \frac{\partial H}{\partial \tau'} = J - S$$

En reprenant l'expression de la fonction source $S = (1 - \varepsilon)J + \varepsilon B$, on obtient alors :

$$\frac{1}{3} \frac{\partial^2 J}{\partial \tau'^2} - \varepsilon J = -\varepsilon B \quad (45)$$

Si on connaît la structure en température du milieu de propagation, on connaît B_ν , et on peut alors résoudre l'équation (45) et donc déterminer $S = (1-\varepsilon)J + \varepsilon B$. Connaissant S , on peut résoudre l'équation de transfert. Ainsi :

$$J''(\tau') - 3\varepsilon J(\tau') = -3\varepsilon B \quad \rightarrow \quad J(\tau') = C_1 e^{\tau' \sqrt{3\varepsilon}} + C_2 e^{-\tau' \sqrt{3\varepsilon}}$$

Pour que J garde des valeurs physiques, on choisit $C_1 = 0$ et on obtient finalement (en supposant que $B(\tau')$ ne varie pas :

$$J(\tau') = C_2 e^{-\tau' \sqrt{3\varepsilon}} + B$$

$$\text{Donc } S = (1 - \varepsilon)C_2 e^{-\tau' \sqrt{3\varepsilon}} + B$$

11.5 Equation de transfert et coefficients d'Einstein

En prenant en compte l'interaction rayonnement - matière au niveau microscopique, on peut exprimer les coefficients d'absorption et d'émission macroscopiques α_ν et j_ν en fonction des coefficients A et B d'Einstein. On ne prend pas ici en compte la diffusion.

11.5.1 Emission

En considérant que chaque atome "émet" $h\nu$ selon le profil $\phi(\nu)$ en fréquence, dans 4π stéradian, on peut écrire :

$$j_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} n_2 A_{21} \phi(\nu) \quad \text{en W.m}^{-3}.\text{Hz}^{-1}.\text{sr}^{-1}, \text{ cf. sect. 11.1.3}$$

N.B. Si le profil $\phi(\nu)$ est suffisamment étroit, on peut approximer le terme $h\nu = h\nu_o$ ci-dessus.

11.5.2 Absorption

L'absorption du rayonnement incident (décrit en moyenne par J) fait intervenir les coefficients B_{21} (absorption vraie de 1 vers 2), et le coefficient B_{12} qui correspond à l'émission stimulée. Ce dernier terme intervient donc comme un terme négatif dans le bilan de l'absorption. On ne peut le rattacher au terme d'émission "vraie" car il n'existe pas en l'absence de rayonnement. On obtient :

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) = \frac{h\nu}{4\pi} n_1 B_{12} \left(1 - \frac{g_1 n_2}{g_2 n_1}\right) \phi(\nu) \quad (\text{en utilisant la relation (20)}) \quad (46)$$

Si on ne prend en compte que le premier terme dans l'équation 46, on obtient le coefficient d'absorption non corrigé de l'émission stimulée.

11.5.3 Fonction Source

En reportant α_ν et j_ν ainsi exprimés dans l'équation (22), on obtient :

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \frac{h\nu}{4\pi} (n_1 B_{12} - n_2 B_{21}) \phi(\nu) + \frac{h\nu}{4\pi} n_2 A_{21} \phi(\nu)$$

La fonction source est :

$$S_\nu \frac{n_2 A_{21}}{n_1 B_{12} - n_2 B_{21}} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(\frac{g_2 n_1}{g_1 n_2} - 1 \right)^{-1} \quad (47)$$

On vérifie que si le milieu est à l'équilibre thermodynamique, comme on a $n_1/n_2 = g_1/g_2 \times \exp(h\nu/kT)$, on retrouve les expressions correspondant à l'émission thermique :

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} n_1 B_{12} \left[1 - \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right) \right] \phi(\nu) \quad (48)$$

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} = B_\nu \quad (49)$$

On distinguera bien Emission thermique ($S_\nu = B_\nu$) et émission de corps noir ($I_\nu = B_\nu$).

Mais la relation (47) permet également de décrire la fonction source d'une population d'atomes qui ne suivent pas la distribution de Maxwell-Boltzmann.

Enfin, le formalisme précédent permet aussi de traiter les cas où le niveau 2 est plus peuplé que le niveau 1 (inversion de population, $n_1/g_1 < n_2/g_2$), et d'expliquer le phénomène du LASER (ondes optiques), ou MASER (ondes radio).

12 VERS LA DÉTECTION DU RAYONNEMENT

12.1 Les intégrales de l'intensité spécifique détectée

Une grande partie de ce cours porte sur la détection du rayonnement, c'est à dire dans pratiquement tous les cas, la "conversion" de l'intensité spécifique en signal électrique, via une interaction rayonnement - matière dans le détecteur. Cette interaction fait intervenir des processus d'échange d'énergie. Dans tout système de détection, il s'agit donc de passer des $W.m^{-2}.Hz^{-1}.sr^{-1}$ de I_ν , à des Joules correspondant à une énergie effectivement détectée. Cette opération fait intervenir un certain nombre d'**intégrales** qui sont fixées notamment par :

- la bande passante considérée (définie par le filtre) ;
- la surface du collecteur (téléscope utilisé) ;
- l'angle solide visé par pixel (échelle focale par pixel) ; ce point a déjà été évoqué à la section 8.2 ;
- le temps de pose (temps d'intégration, nombre de poses additionnées) ;

NB. Ces intégrales sont prises au sens pratique du terme, elles sont différentes des intégrales sur l'angle solide vues au paragraphe précédent.

Ces points seront précisés dans la section 20. Chacune des intégrales citées ci-dessus fait disparaître une dépendance en fonction d'une des variables de l'équation (1). Selon quelle intégrale a été effectuée ou pas, l'unité de mesure du rayonnement reçu évolue pour tendre vers des Joules qui comptabilisent un nombre de photons ou de "coups", donnant lieu à des électrons.

12.2 Les unités de mesure du rayonnement

Le choix d'une unité commune pour toutes les mesures de rayonnement est une condition importante pour pouvoir clairement comparer plusieurs mesures entre elles. Le système international MKSA est censé être utilisé en physique mais par un phénomène curieux le système CGS réapparaît fréquemment dans le monde de la recherche au delà de l'année de Master. Les mesures de rayonnement doivent pouvoir exprimer autant que possible toute l'information transportée par l'intensité spécifique. Il est donc conseillé d'utiliser le plus fréquemment possible le **Jansky**, qui vaut $10^{-26} W.m^{-2}.Hz^{-1}$, pour une distribution de flux F_ν , ou le $W.m^{-2}$ pour les flux intégrés (voir table 4). L'utilisation des magnitudes n'est pas uniquement une

TABLE 4 – Exemples d'unités employées dans le visible et l'IR.

$erg.s^{-1}.m^{-2}.Hz^{-1}.Sr^{-1}$	\leftrightarrow	$W.cm^{-2}.\mu m^{-1}.arcsec^{-2}$
$W.cm^{-2}.\mu m^{-1}$	\leftrightarrow	$10^{-26} W.m^{-2}.Hz^{-1}$
$erg.s^{-1}.cm^{-2}$		$\log(erg.sec^{-1}.cm^{-2}.Hz^{-1})$

réminiscence de l'histoire ancienne de l'astronomie : elle fournit une échelle logarithmique des mesures de rayonnement qui peut être utile pour comparer des mesures s'étendant sur de nombreux ordres de grandeur. Pour les mesures de brillance, le $Jy.sr^{-1}$ peut être utilisé ; cette unité fournit parfois des nombres imposants et certains utilisent le $Jy.arcsec^{-2}$.

Exercice 20 : Calculer la conversion $arcsec^2 \leftrightarrow$ stéradian. A combien de Jy/sr correspond une brillance de fond de ciel de 22 magnitude par $arcsec^2$ dans le filtre V ?

Exercice 21 : Intensité et Flux On observe un nuage sphérique de rayon R situé à la distance d qui émet des photons dans le domaine des rayons X au taux Γ (photons par unité de volume et par seconde) et on néglige l'absorption dans le nuage, voir figure (14). On utilise un détecteur (dont on ne précise pas ici le principe de détection) qui reçoit les photons dans un angle solide $d\Omega$ (délimité par exemple par un diaphragme).

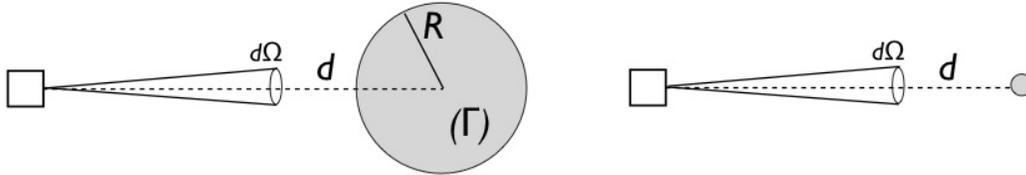


FIGURE 14 – Objet (sphérique) observé, complètement résolu (gauche, mesure de I_ν), complètement non-résolu (droite, mesure de F_ν)

- On suppose que la source est complètement résolue ; indiquez à quelle relation cela correspond entre R , d et $d\Omega$. Quelle intensité spécifique (en $\text{ph}/\text{sec}/\text{m}^2/\text{sr}$) observe t-on si on vise le centre du nuage ?
- On suppose que la source est complètement non résolue. Quelle intensité *moyenne* (\bar{I} , flux total / angle solide) mesure t-on lorsque le nuage est vu dans $d\Omega$? Expliquer la différence entre les deux cas ci-dessus. Comment varie \bar{I} si on réduit $d\Omega$ d'un facteur 2 (en gardant le nuage entièrement résolu). En déduire une explication du phénomène dit de *dilution de faisceau*.

13 VOCABULAIRE et UNITÉS, DE L'OPTIQUE A LA RADIO

La mesure du rayonnement dans différents domaines de longueurs d'onde faisant appel à des techniques parfois très différentes, chaque "école" a donné lieu à un jargon spécifique. L'évolution des méthodes observationnelles rend les différences de jargon, historiques et techniques, de plus en plus ténues. Le tableau 5 fournit un "dictionnaire - bilan" pour divers termes dans le domaine optique et le domaine radio.

Ainsi, les radioastronomes ont depuis longtemps adopté le *Jansky* (Jy) comme unité de flux monochromatique ($1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$), du nom de l'ingénieur des Bell Labs qui a le premier utilisé des antennes de télécommunication pour faire de la radio-astronomie. Dans le domaine visible et infrarouge, le système d'unité employé n'est pas encore aussi normalisé, et flux et magnitudes (voir section 15) qui introduisent une échelle logarithmique, se partagent le terrain. Le tableau 4 donne un aperçu des nombreuses unités utilisées dans la littérature (source : catalogue d'observations IR de D. Gezari). Dans le domaine des hautes énergies, on comptera le nombre de 'coups' par intervalle d'énergie (eV).

Exercice 22 : Effectuer les calculs de conversion entre unités du tableau 4 repérées par des flèches \leftrightarrow dans le tableau 4.

14 OPTIQUES ET FILTRES DANS LE VISIBLE ET L'IR

La notion d'"optique" (lentilles, miroirs, polariseurs, filtres, etc.) et la technologie utilisée pour la réaliser dépend beaucoup de la longueur d'onde du rayonnement considéré. Cette section s'intéresse à l'optique "classique", dans un domaine qui irait de l'ultra-violet à l'infrarouge assez lointain. On verra dans les sections qui touchent à la radioastronomie, ou aux rayons X ou gamma, que les dispositifs utilisés pour canaliser, sélectionner, focaliser le rayonnement incident peuvent être très différents de ceux utilisés dans le visible.

TABLE 5 – Equivalences Radio - Optique

RADIO	OPTIQUE
Général	
Flux Indice spectral Radiation Calibrateur (de Phase)	Magnitude Indice de couleur Lumière Etoile de référence
Images	
Carte Source Plan Image Plan UV Cloture de Phase	Image Objet Plan Image Plan de Fourier Bispectre
Collecteur	
Antenne Lobes secondaires Support de secondaire Dirty beam Efficacité	Télescope Anneaux d'Airy Araignée PSF Rapport de Strehl
Signal	
Dynamique Récepteur(s) Corrélation Guide d'onde Cornet	Contraste "CCD" Recombinaison de faisceau Fibre optique Adaptateur de fibre

14.1 Matériaux optiques

La réponse spectrale d'un système optique est déterminée par le produit des réponses individuelles de tous les composants de la chaîne radiométrique : transmission / réflexion des matériaux dans la chaîne (traitement de surfaces), transmission des filtres, réponse spectrale du détecteur utilisé.

La plupart des matériaux optiques dans l'infrarouge possèdent des indices de réfraction élevés (de 1.5 à 4). Il est souvent nécessaire de les revêtir d'une couche mince antiréfléchissante. Le traitement antiréfléchissant à une couche est calculé pour être efficace à une longueur d'onde λ donnée (épaisseur optique $\lambda/4$). Pour élargir le domaine spectral d'action, on utilise des revêtements multicouches (fragiles !).

De manière générale, la plupart des verres coupent le rayonnement au delà de 2 à 2.5 μm (figure 15). Pour travailler à des longueurs d'onde plus élevées, il faut employer des composés tels que CaF_2 , ZnSe , TeCd , ou des cristaux mono ou poly cristallins comme les halogénures : NaCl (protégé car il est très hygroscopique), CaF_2 , BaF_2 , ou même du Silicium ou du Germanium.

Le verre ordinaire avec sa bande passante limitée dans l'IR est utilisé dans les capteurs à effet de serre (cf. section 9.5). Une autre conséquence est que le filament d'une ampoule en verre peut être invisible à 2.5 μm tandis que le bulbe de l'ampoule lui même sera visible à 10 μm parce qu'il est chaud.

Le Silicium et le Germanium peuvent également être employés comme matériaux optiques dans le proche infrarouge (voir figure 16).

14.2 Filtres

La mesure du rayonnement se fait souvent dans une gamme spectrale (fréquence ou longueur d'onde) bien définie, ne serait-ce que pour contrôler la bande passante utilisée. En effet, il serait illusoire de penser détecter toutes les longueurs d'onde car la transparence atmosphérique est sélective, et les détecteurs ont une zone de sensibilité qui ne prend pas en compte toutes les longueurs d'onde du spectre. De plus, la

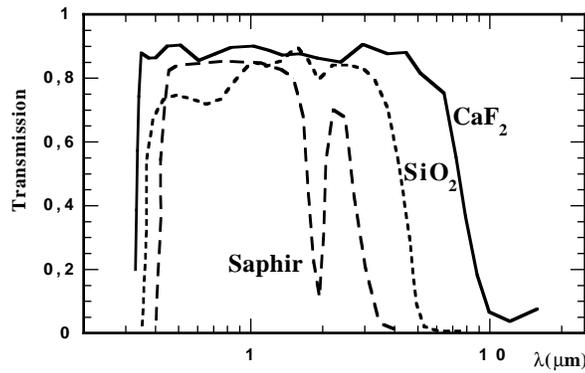


FIGURE 15 – Transparence de quelques composés dans l’infrarouge. Les verres en SiO_2 et composés similaires coupent rapidement au delà de $2\ \mu\text{m}$.

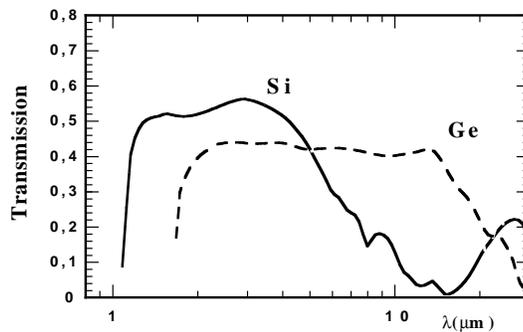


FIGURE 16 – Courbes de transmission du Silicium et du Germanium.

détermination de la température d’un corps émissif par mesure dans l’infrarouge requiert la plupart du temps une mesure à deux longueurs d’onde au moins. Il existe plusieurs filtres ‘standards’ permettant de définir diverses bandes passantes répertoriées en photométrie visible et infrarouge. Le choix de ces fenêtres est essentiellement basé sur les bandes de longueur d’onde où l’atmosphère est transparente elle aussi.

Un filtre est déterminé par sa courbe de transmission que l’on peut mesurer au spectrographe (voir par exemple la figure 17). Cette courbe est une fonction $0 \leq x(\lambda) \leq 1$, non nulle entre deux longueurs d’ondes λ_1 et λ_2 qui définissent la bande passante du filtre ; attention, si le filtre n’est pas une fonction ‘porte’ carrée, la bande passante équivalente n’est pas égale à la différence $\lambda_1 - \lambda_2$ (voir figure 17). De plus, la notion de bande passante est relative, on peut parler de bande passante à 1% (0.01), 0.001, 0.0001, etc. Si $F(\lambda)$ est le flux monochromatique incident (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\mu\text{m}^{-1}$), après passage à travers le filtre on récupère :

$$F = \int F(\lambda)x(\lambda)d\lambda \quad (50)$$

en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$. On définit la longueur d’onde effective λ_e et le flux effectif (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\mu\text{m}^{-1}$) comme le flux à (simplement) multiplier par l’intégrale de la transmission du filtre pour obtenir le résultat F (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$). On a ainsi :

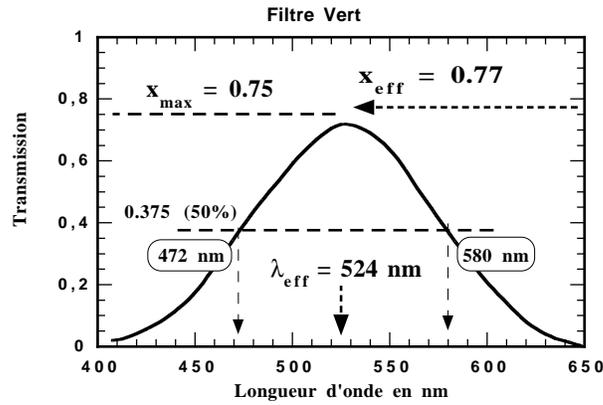


FIGURE 17 – Courbe de transmission du filtre vert du système de la caméra CCD Meade 416XT.

$$\lambda_e = \frac{\int \lambda x(\lambda) d\lambda}{\int x(\lambda) d\lambda} \quad (51)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\int x(\lambda) d\lambda}{x(\lambda_e)} \quad (52)$$

$$F_e = \frac{\int F(\lambda) x(\lambda) d\lambda}{\int x(\lambda) d\lambda} \quad (53)$$

Enfin, le passage des longueurs d'onde aux fréquences se fait en écrivant la conservation de l'énergie entre les deux domaines, ce qui donne, avec une certaine approximation : $F_\nu d\nu = F_\lambda d\lambda$, ce qui donne : $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2$.

Exercice 23 : Donner l'expression de la bande passante d'un filtre en fonction de la fréquence ν .

Dans la pratique, les filtres du commerce sont plutôt symétriques. Le constructeur fournit la bande passante à mi-hauteur **FWHM** ($|\lambda_1 - \lambda_2|$), ainsi parfois que la bande passante à 1% (**CBW**, *centibandwidth*) ou à 1 pour mille (**MBW**, *millibandwidth*). La longueur d'onde efficace λ_e est la longueur d'onde centrale (**CWL** : $(\lambda_1 + \lambda_2)/2$). Lorsqu'il est important de bloquer précisément un domaine spectral donné, il faut tenir compte du facteur de forme de la montée en transparence du filtre qui peut s'exprimer comme : $(\lambda_{OD0.3} - \lambda_{OD5})/\lambda_{OD0.3}$: plus le facteur de forme ainsi défini est faible et plus le flan de la courbe x_{λ} est raide. La densité optique OD donne en échelle logarithmique la valeur de $1/x$ (OD0.3 : transmission 50%).

15 MAGNITUDES VISIBLES ET IR...

15.1 Introduction

La mesure du flux reçu à différentes longueurs d'ondes ou énergies est une problématique partagée quel que soit le domaine considéré, des rayons gamma aux ondes métriques. Dans tous les cas on cherche à déterminer d'où vient le photons (cartes ou images) et quelle est son énergie (spectroscopie). Le vocabulaire utilisé peut varier selon le domaine de longueur d'onde considéré. Dans le visible et l'infrarouge, la notion de *magnitude*, une échelle de mesure logarithmique du flux, est très généralisée. On donne ici quelques détails sur ces notions et leur utilisation pratique.

15.2 Transparence atmosphérique

L'atmosphère n'est pas transparente à toutes les longueurs d'onde. Dans le proche infrarouge, par exemple, il existe de nombreuses raies (essentiellement moléculaires) qui absorbent parfois intégralement le rayonnement transmis, notamment dans le proche infrarouge (voir figure 18). Cette variation de la transparence a pour conséquence de rendre "lumineuse" l'atmosphère à travers laquelle se propage le rayonnement dans le proche infrarouge. L'atmosphère étant en moyenne à une température proche de 300K, cette émission se détecte surtout entre 3 et 20 microns.

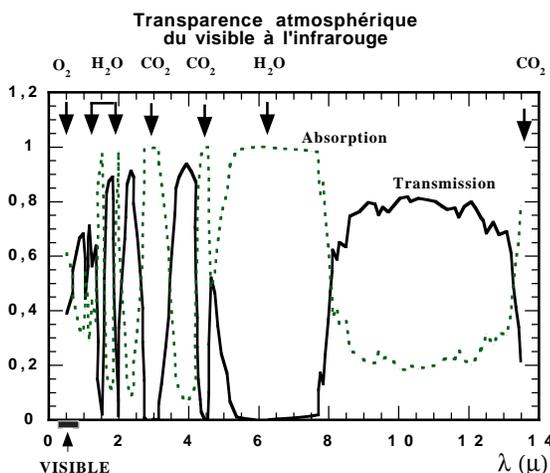


FIGURE 18 – Courbe de transparence atmosphérique du visible au proche infrarouge. La courbe en pointillé est obtenue par soustraction à 1 de la courbe de transmission en trait plein.

La figure 18 fait apparaître les principales molécules responsables des bandes d'absorption. Les deux plus importantes sont H_2O et CO_2 . L'absorption subie par un faisceau traversant une portion d'atmosphère dépend de la quantité totale de molécules d'eau présentes sur le trajet (souvent sous forme de vapeur). Pour donner une mesure de cette quantité globale, on parle de *hauteur d'eau précipitable* (= quantité d'eau rencontrée sur un trajet donné), en comptant les molécules présentes dans le faisceau comme si elles étaient sous forme liquide. On utilise ensuite des tables de transmission qui donnent, longueur d'onde par longueur d'onde, la transmission atmosphérique pour différentes valeurs de hauteur d'eau précipitable (HEP). Ces valeurs sont données pour un trajet horizontal "au niveau de la mer" car l'absorption atmosphérique dépend de la pression, donc de l'altitude ; les bandes d'absorption sont élargies par pression par effet Doppler à la suite de la distribution des vitesses correspondante. De plus, l'humidité relative diminue avec l'altitude. Les fenêtres atmosphériques de 1 à 20 μm .

15.3 Largeur de Filtre et Bandes Photométriques

L'utilisation de filtres dans l'observation astronomique vient évidemment du besoin de standardiser les observations afin de permettre la répétabilité des mesures comme dans tout domaine de la physique, mais aussi de l'existence imposée de véritables "fenêtres" atmosphériques en dehors desquelles l'atmosphère est opaque. Il est inutile de définir un filtre dans un domaine où l'atmosphère n'est pas transparente. Au mieux on perd inutilement du signal, au pire, comme on le verra dans le domaine infrarouge, on rajoute du signal parasite qui diminue les performances générales de l'observation. Les filtres utilisés sont définis par leur longueur d'onde centrale (efficace) et leur largeur à mi hauteur (voir également section 14). Dans le visible, il existe plusieurs systèmes de filtres, de largeur de bande variable :

- La photométrie large bande utilise des filtres de largeur $\Delta\lambda \approx 1000 \text{ \AA}$. C'est le cas des filtres UBVRI (Cousins, Johnson) ou $CMT_1 T_2$ (Washington)

- En bande intermédiaire, les filtres ont une largeur $\Delta\lambda \approx 100 \text{ \AA}$. C'est le cas des filtres Stromgren (*uvby*) ou (Thuan)-Gunn (*uvgriz*).
- En bande étroite, pour mesurer les raies d'émission par exemple ($H\alpha$, OIII, etc.), on utilise des filtres de largeur $\Delta\lambda \approx 0.1 - 1 \text{ \AA}$.

En photométrie large bande les filtres sont répertoriés par des lettres. De l'ultraviolet au proche infrarouge, les appellations des filtres ainsi que leurs principales caractéristiques sont données dans la table 6. Au delà de $1\mu\text{m}$, la forme des filtres est définie en pratique par celle des "fenêtres" de transparence de l'atmosphère terrestre (voir figure 18). Ce n'est plus vrai lorsqu'on observe dans l'espace ; ainsi les filtres "J, H, K" de la caméra infrarouge du HST ne correspondent pas directement à ceux utilisés au sol. Ils sont référencés par leur longueur d'onde centrale et leur largeur. Ainsi, F160W repère un filtre large bande (**Wide**) centré sur $1.60\mu\text{m}$, F212N est un filtre étroit (**Narrow**) centré sur la raie de l'hydrogène moléculaire à $2.12\mu\text{m}$. Pour comparer des mesures obtenues dans différents observatoires (y compris deux observatoires au sol), il est nécessaire d'effectuer des conversions de magnitudes d'un système de filtres dans un autre (voir section 16.4).

TABLE 6 – Bandes photométriques standards et flux de références pour le visible et le proche infrarouge.

Bande	λ_o (μm)	$\Delta\lambda$ (μm)	$\Delta\nu$ (THz)	ν_o (THz)	$h\nu_o$ (10^{-20} J)	F_ν (Jy) / $m_\lambda = 0$
U	0.36	0.068	157.4	830	52.17	1880
B	0.44	0.098	151.9	700	42.68	4440
V	0.55	0.098	97.19	560	34.14	3810
R	0.70	0.089	54.49	430	26.83	2880
I	0.90	0.22	81.48	330	20.87	2240
J	1.25	0.24	46.08	240	15.02	1520
H	1.65	0.38	41.87	180	11.38	980
K	2.20	0.34	21.07	136	8.54	620
L	3.60	0.48	11.1	86	5.22	280
M	4.80	0.55	7.16	63	3.91	153
N	10	0.80	2.4	30	1.88	37
Q	20	5	3.75	15	0.94	10

NB. Les valeurs indiquées dans la table 6 sont indicatives à 5% près. Une autre façon de donner les caractéristiques des filtres est d'indiquer uniquement pour chaque filtre sa résolution $d\lambda/\lambda = d\nu/\nu$ (au signe près).

On peut trouver sur le site de l'Observatoire Virtuel Espagnol (SVO) les paramètres de pratiquement tous les filtres utilisés dans les observatoires mondiaux et spatiaux : <http://svo.laeff.inta.es/theory/filters/>.

Par exemple, si F_ν est le flux incident en Jy et N_ν le nombre de photons incidents correspondant, on peut écrire :

$$F_\nu = N_\nu \times h\nu \quad (54)$$

$$10^{-26} \text{Wm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \quad \text{ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \quad (55)$$

$$N_\nu = \frac{10^{-26}}{h\nu} F_\nu \quad \text{en ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{Hz}^{-1} \quad \text{si } F_\nu \text{ en Jy} \quad (56)$$

$$N = N_\nu d\nu = \frac{10^{-26}}{h} F_\nu \frac{d\nu}{\nu} \quad \text{ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \quad \text{dans un filtre de largeur } d\nu \quad (57)$$

$$N = 1.5 \cdot 10^7 F_\nu(\text{Jy}) \frac{d\nu}{\nu} \quad \text{ph s}^{-1} \text{m}^{-2} \quad (58)$$

Exercice 24 : Pour le filtre V, le terme $dv/v \approx 0.2$; calculer le flux de photons incidents (par seconde et par m^{-2}) pour une magnitude $V = 22$.

15.4 Magnitude relative

Les “magnitudes” sont une mesure logarithmique du flux des étoiles dont la définition se raccorde aux premiers catalogues établis par les Grecs (voir le satellite Hypparcos. . .). Un écart de magnitude mesure un rapport de flux (équation (59)). Une étoile plus faible a donc une magnitude plus grande.

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \quad (59)$$

15.5 Magnitude calibrée

On peut définir également une magnitude comme une mesure (logarithmique) de flux en utilisant des flux de référence dans une relation analogue à celle de l'équation 59.

$$m(\lambda) = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_\lambda}{F_\lambda^0} \right) \quad (60)$$

Les différentes longueurs d'onde centrales (effectives), bandes passantes et flux de référence sont définis pour les bandes du visible et du proche infrarouge, lesquelles sont repérée par des lettres : U,B,V,R,I,J,H,K,L,M,N, et Q. Au delà de $20 \mu m$, les observations depuis le sol deviennent très difficiles, sinon impossibles (à part dans des cas très spéciaux comme l'observation en Antarctique), et les magnitudes ne sont pas référencées. Au début des années 80, le satellite IRAS a réalisé une couverture complète du ciel dans des bandes situées entre 10 et $100 \mu m$; les mesures obtenues sont exprimées en flux (Janskys) dans 4 bandes repérées par leur longueur d'onde efficace (voir section 14) à 12, 25, 60 et $100 \mu m$. La liste des flux de référence intervenant dans l'équation (60) est donnée dans le tableau 6. La bande passante des filtres en fréquence peut s'approxi-mer par : $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda^2$.

Dans le visible, la définition des magnitudes se raccorde à la sensibilité de l'œil au niveau où la limite d'acuité visuelle correspond normalement à une magnitude $V = 6$.

Exercice 25 : On mesure la magnitude intégrée d'une source binaire $J(1+2)=9.8$, ainsi que le rapport de flux entre le primaire et le secondaire $F_1/F_2 = 5$. Calculer J_1 et J_2 .

15.5.1 Magnitude bolométrique

La magnitude est ainsi a priori définie longueur d'onde par longueur d'onde. Pour estimer la luminosité de l'étoile, on définit la magnitude bolométrique (ainsi appelée parce qu'un bolomètre intègre le flux dans une très large bande de longueurs d'onde) :

$$m_{bol} = -0.25 + 5 \log_{10} D - 2.5 \log_{10} \left(\frac{L}{L_\odot} \right) \quad (61)$$

Le flux de référence intégré sur toutes les longueurs d'onde pour la magnitude bolométrique est $F_b = 2.52 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}$.

On appelle correction bolométrique (BC) la différence entre la magnitude Visible m_V et la magnitude bolométrique m_{bol} . L'échelle est choisie de telle manière que BC vaille 0 pour une étoile de type F5 V (6500 K). La correction bolométrique peut aller jusqu'à -4 pour une B0 ou une M8.

15.5.2 Magnitude absolue et module de distance

La magnitude définie par l'équation(60) est une magnitude observée. Si la distance est inconnue, la luminosité ne peut pas être déduite de m . Si la distance à la source est connue (soit D en pc), on définit la

magnitude absolue M qui est celle qu'on observerait si l'étoile était située à une distance de 10 pc. On a donc la relation suivante entre m et M :

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} D_{\text{pc}} \quad (62)$$

La différence entre magnitude apparente m et magnitude absolue M donne le **module de distance** :

$$DM = 5 \log_{10} D_{\text{pc}} - 5$$

le Soleil a une magnitude visuelle absolue $M_V = 4.82$, comme toutes les étoiles de type G2 sur la séquence principale (classe V), et une magnitude bolométrique absolue $M_{\text{bol}} = 4.75$.

Le module de distance intervient lorsqu'on cherche à comparer modèles et observations. Les calculs théoriques d'émission des étoiles produisent des résultats absolus, et on peut vouloir estimer quel sera le signal reçu si l'objet est placé à telle ou telle distance. Par exemple, une naine brune de $0.05 M_{\odot}$ et d'âge 4 Myr, aura une magnitude absolue $M_K = 7.2$. Située dans le nuage moléculaire du Serpens (AD 18H30, DEC +01°), à la distance de 260 parsec, elle aura une magnitude apparente $K = 7.2 + 7.1 = 14.3$. On peut ainsi prévoir si elle sera observable et dans quelles conditions.

15.6 Incertitude de mesure et rapport signal sur bruit

La définition des magnitudes (échelle log et facteur 2.5) permet une relation simple entre l'incertitude de mesure sur les magnitudes et le rapport signal sur bruit correspondant : une incertitude $\Delta m = 0.1$ correspond à $S/N = 10$, $\Delta m = 0.01$, $S/N = 100$, etc.

En effet, on a :

$$S/N = \frac{F_0 10^{-m/2.5}}{F_0 10^{-m/2.5} - F_0 10^{-(m+\Delta m)/2.5}}$$

qui donne :

$$S/N = \frac{1}{1 - 10^{-\Delta m/2.5}}$$

Si $\Delta m/2.5 \ll 1$, alors on utilise le développement limité de 10^x qui s'écrit $\approx 1 + 2.3x$, ($\log_{10} e = 2.3$) ce qui donne :

$$S/N \approx \frac{1}{\Delta m}$$

(à 10% près, en prenant $2.3 \approx 2.5$).

16 PHOTOMÉTRIES

16.1 introduction

Le terme de photométrie s'adresse à l'étude et la mesure de la propagation des photons. Un photon de longueur d'onde λ transporte une énergie hc/λ . Si P_{λ} [Watt] est la puissance transmise (émise par une source et reçue par un récepteur) à une seule longueur d'onde λ , le nombre de photons transmis par seconde correspondant est $N_{\lambda} = P_{\lambda} \cdot \lambda / hc$ [ph/sec].

Exercice 26 : Démontrer la relation $N_{\lambda}(P_{\lambda})$ ci-dessus. Expliquer la nécessité d'une seule longueur d'onde.

Quel que soit le terme employé, on va chercher à caractériser la propagation de l'énergie - ou, si le phénomène est stationnaire - la puissance associée au rayonnement en fonction de divers paramètres physiques. On verra plus loin que les détecteurs de rayonnement sont souvent étudiés en fonction de leur réponse à une puissance minimum reçue.

16.2 Mesures

La photométrie actuelle d'effectue à partir de mesure de signal sur détecteurs, les CCD. Le signal incident est constitué des photons de l'objet observé, qui sont "triés" par l'instrument (en longueur d'onde par exemple par un système de filtres) puis "convertis" en électrons par le détecteurs et "comptés" par l'électronique qui gère le système. La mesure de compte est le "coup", ou "ADU" (Analog to Digital Unit). Les différents étages du système peuvent avoir différents gains et un ADU peut représenter plusieurs électrons, c'est à dire à peu près le même nombre de photons si le rendement quantique est proche de 1 (cas général).

Le signal mesuré sur CCD consiste en une certaine intensité I ramenée à une seconde de temps de pose, et mesurée par exemple en ADU. Si l'étoile concernée est étalée sur un certain nombre de pixels n_{pix} , l'intensité est obtenue par une somme du genre : $I = \Sigma I_{ij} - n_{pix} \cdot i_{ciel}$ pour soustraire l'émission de fond de ciel.

La calibration est obtenue par la formule :

$$m = z_p - m' = z_p - 2.5 \log I$$

Le terme z_p , ou *zero point* représente la magnitude d'une source dont le signal n'est pas distinguable du bruit. Généralement cette mesure est effectuée à l'aide d'un logiciel comme IRAF qui utilise le gain du système (en e⁻/ADU) pour fournir une magnitude à partir d'un nombre d'ADU. On mesure les points zéros en observant une série d'étoiles standards dont la magnitude est connue.

16.3 Calibration

Deux méthodes de calibration de la photométrie du visible au proche IR cohabitent actuellement : le système Vega et le système AB.

16.3.1 Système Vega

Dans le système Vega, on postule que la magnitude de l'étoile Vega est nulle à toute les longueurs d'onde. Cela revient à exprimer la magnitude d'un objet comme :

$$mag_{Vega}(Obj) = -2.5 \log \left[\frac{\int F_v(Obj) x_v dv}{\int F_v(Vega) x_v dv} \right] \quad (63)$$

Où les intégrales sont calculées sur le domaine de sensibilité x_v du récepteur. NB. cette définition peut s'écrire en fonction de la longueur d'onde. Ceci suppose que le spectre de Vega soit parfaitement mesuré et calibré, et adopté de la même façon dans tous les observatoires, ce qui n'est évidemment pas le cas. On trouve parfois mention de $V(Vega) \approx 0.03$. Avec une photométrie visible précise à mieux que 1%, ce décalage est parfaitement détectable.

16.3.2 Système AB

Dans le système AB, on ne fait référence à aucun objet particulier et on écrit simplement :

$$mag_{AB}(Obj) = -2.5 \log \left[\frac{\int F_v(Obj) x_v dv}{\int x_v dv} \right] - 48.6 \quad (64)$$

De manière à ce que si le flux de l'objet est constant avec la fréquence (idem avec les longueurs d'onde), la magnitude de l'objet soit indentique dans toutes les bandes de mesure.

On en déduit le terme de transformation d'un système dans l'autre :

$$mag_{AB}(Obj) = mag_{Vega}(Obj) + mag_{AB}(Vega) \quad (65)$$

16.4 Systèmes photométriques divers

16.4.1 Photométrie visible : le système de filtres UBVRI

La nécessité de standardiser les observations effectuées dans la bande visible, en particulier par les astronomes, a amené à définir une série de filtres dont les longueurs d'onde centrales et les bandes passantes sont (à peu près) fixées. Ces longueurs d'ondes sont situées dans le bleu, le vert, le rouge et l'infrarouge (très proche), d'où l'intitulé ubvri. L'ancêtre des systèmes de filtres dans le visible a été défini par Johnson et Morgan dans les années 1950 & 1960. En toute rigueur d'ailleurs, la définition précise d'un système de photométrie dépend non seulement des filtres mais aussi de tout le système utilisé avec (détecteurs, optique, etc.). Les types et performances de détecteurs dans le visible et le proche IR ont énormément progressé depuis les premières définitions des bandes photométriques il y a près de 40 ans. Aujourd'hui, il existe différents systèmes de photométrie dans le visible : filtres **Cousins** (1973, 1976), **Bessel**, **Gunn**, etc. C'est un vrai problème de comparer des mesures de photométrie d'un système à l'autre (que ce soit dans le visible ou le proche IR d'ailleurs). Il est toujours essentiel de bien préciser dans quel système de filtre on a effectué ses mesures, bien que, lorsque les résultats physiques correspondant ne sont pas critiques (en fonction des magnitudes), les auteurs se contentent la plupart du temps de prendre note des petites différences sans les corriger. La figure 19 montre les courbes de transmission de quelques filtres dans le domaine visible disponibles au CFHT. Une liste complète est disponible sur le Web et peut être consultée pour la préparation des observations.

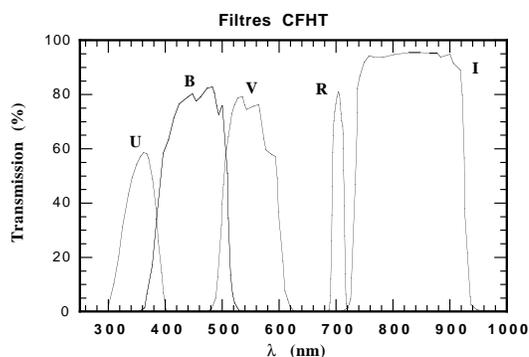


FIGURE 19 – Système de filtres UBVRI utilisé au CFH, extraits d'une longue liste disponible avec les courbes de transmission sur le Web, à l'adresse <http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Filters/>.

16.4.2 Passage en système standard

Il est cependant préférable de tenter d'unifier les mesures. Bessel et Brett (1988, PASP 100, 1134) ont étudié les principaux systèmes photométriques disponibles et ont proposé un système "standard" (le leur...) dans le proche infrarouge. Le passage d'un système dans l'autre varie avec le type spectral de l'étoile observée. Le principe du calcul est le suivant :

$$M_{\text{STD}} = m_{\text{OBS}} + \underline{z_p} + \underline{k} \cdot AM_{\text{OBS}} + \underline{k'} \cdot (B-V)_{\text{STD}}$$

Les termes soulignés dans l'équation précédente doivent être déterminés par une série de mesures sur des étoiles de référence, dont la magnitude est connue dans le système visé. On utilise ensuite ces coefficients pour déterminer M à partir des mesures de m. Note : parfois c'est le terme $X=(1-AM)$ qui est utilisé à la place de AM. Des exemples peuvent être trouvés dans Massey et al. (1989), AJ 97, 107 et Da Costa et al. (1992), ASP series 23, 90.

mais ils sont moins bien répertoriés que dans le visible. Les principaux systèmes infrarouges sont les systèmes *Johnson* (LPL, university of Arizona), SAAO (south Africa Astronomical Observatory), ESO (European Southern Observatory), CIT/CTIO (Cerro Tololo Interamerican Observatory), MSO (Mount Stromlo & Siding Spring Observatory) et AAO (Anglo Australian Observatory).

Pour comparer entre elles différentes observations, on applique des opérations de transformation analogues à celles rencontrées dans les équations précédentes. On pourra consulter à ce sujet les références Bessel & Brett (88), PASP, 100, 1134 ; Bouchet et al. (91), A&AS, 91, 409 ; Koornneef (83)a&b, A&AS, 51, 489 et A&A, 128, 84.

17 ATMOSPHERE, ATMOSPHERE ...

En paraphrasant Maximilien de Béthune (Sully), on pourrait dire que Transparence et Turbulence sont les deux mamelles de l'atmosphère. Ce sont en tout cas deux de ses propriétés qui agissent de façon fondamentale sur le rayonnement incident, en affaiblissant son intensité, de manière chromatique ou non, ou en déformant les fronts d'ondes incidents.

17.1 Transparence

La transparence de l'atmosphère étant variable, sa profondeur optique l'est aussi. Dans le visible, les conditions de transparence sont bonnes mais il faut appliquer un coefficient correcteur pour l'absorption résiduelle. Ce coefficient dépend de la longueur d'onde, et de la direction de pointage, autrement dit des coordonnées de l'étoile observée et de l'angle horaire : pour une étoile donnée, l'absorption est minimum lors du passage au méridien, et pour un angle horaire donné, elle est minimum pour les étoiles dont l'ascension droite est égale à la latitude du lieu d'observation (l'étoile passe au zénith).

On appelle **masse d'air** (*airmass*, AM) le terme exponentiel du coefficient multiplicateur appliqué au coefficient d'absorption au zénith (équation (66)). La figure 21 donne la courbe d'extinction au sommet du Mauna Kea (télescope CFH).

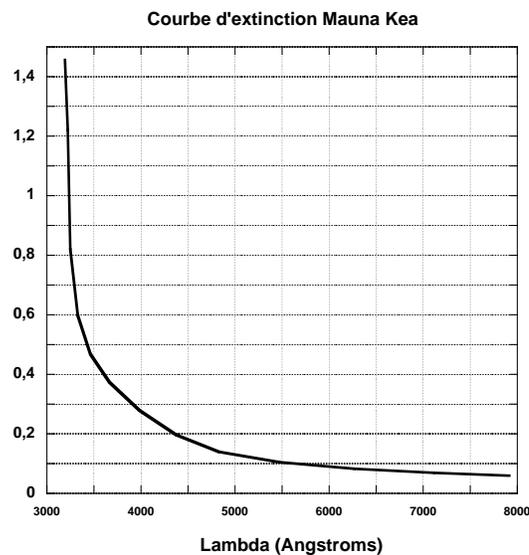


FIGURE 21 – Courbe d'extinction (en magnitude / masse d'air unité en fonction de la longueur d'onde) au sommet du volcan Mauna Kea où est installé le télescope Franco-Canadien CFHT.

$$I_v = I_v^0 \exp[-AM. \int_0^{\text{atm}} \kappa_v(z) dz] \quad (66)$$

Dans l'équation (66), AM est le terme de masse d'air, qui s'exprime comme $AM = 1/\cos(\theta)$ en atmosphère plan-parallèle (θ est l'angle décart au zénith, ou *distance angulaire zénithale*, voir figure 13). Dans l'infrarouge et les ondes radio, les conditions d'observations peuvent être rendues plus difficiles du fait de l'émissivité atmosphérique aux longueurs d'onde utilisées. En résolvant l'équation de transfert à travers un milieu où coexistent absorption et émission thermique (fonction source = fonction de Planck), on obtient l'intensité reçue au sol, qui peut s'écrire :

$$I_\nu = I_\nu^o e^{-\tau_\nu} + B_\nu(1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (67)$$

Si la profondeur optique est faible, le terme d'émission thermique se réduit à $E_\nu = \tau_\nu B_\nu$; si la profondeur optique est importante, l'atmosphère devient un véritable corps noir et $E_\nu = B_\nu$.

Pour corriger les mesures de la transparence (imparfaite) de l'atmosphère, il est nécessaire de les calibrer, en comparant les observations à celles d'étoiles de référence de flux connu, si possible avec un type spectral proche ou identique de l'objet étudié (pour limiter les effets de chromaticité de la transparence), et situées à une masse d'air comparable.

17.2 Turbulence

Une règle de calcul rapide donne la résolution limitée par la diffraction théorique d'un instrument d'optique dans le domaine où on raisonne avec les longueurs d'ondes :

$$0.2''/m/\mu m$$

(le diamètre et la longueur d'onde jouent évidemment en sens inverse).

Ainsi un télescope de 4m de diamètre observant dans le visible ($\lambda \approx 0.5 \mu m$) peut théoriquement atteindre une résolution de $0.025''$ (25 mas). Du fait de la turbulence atmosphérique, la résolution pratique atteignable ne sera guère meilleure que $1''$ (pour $r_o \approx 10$ cm).

Pour compenser les effets de la turbulence atmosphérique et retrouver une résolution proche de la résolution théorique de l'instrument λ/D , on utilise la technique dite de l'optique adaptative.

17.3 Optique Adaptative et Qualité d'image

La présence de l'atmosphère influe aussi sur la qualité des images. La turbulence atmosphérique entraîne des fluctuations aléatoires d'indice de réfraction qui déphasent le plan d'onde incident selon le lieu de propagation. L'image d'une source ponctuelle n'est plus un point ou une fonction d'Airy uniquement définie par l'instrument d'optique utilisé pour l'observation. L'atmosphère introduit une fonction de transfert supplémentaire dont la résolution angulaire dans des conditions moyenne est de 1 seconde d'arc.

Un des principaux enjeux de l'observation sur très grands télescopes (classe des 8-10 m aujourd'hui, 40-100 m d'ici peu de décennies) est d'exploiter non seulement leur puissance en terme de collection de lumière ($S \propto R^2$), mais aussi leur puissance en terme de résolution spatiale ($\alpha \propto \lambda/R$). Le HST constitue dans de nombreux cas encore la référence en matière de qualité d'image, du fait de sa situation en dehors de l'atmosphère terrestre. De plus, cet instrument a accès à une fenêtre qui reste quasiment fermée depuis le sol, le domaine ultraviolet ; sa limite de résolution dans le visible est de l'ordre de $0.04''$. Cependant, le VLT équipé de l'instrument d'optique adaptative NAOS a accès à une sensibilité bien meilleure du fait de sa grande surface collectrice, et atteint des résolutions spatiales de l'ordre de $0.03''$ à 1 micron de longueur d'onde, c'est à dire la résolution théorique d'un télescope de 8 m à cette longueur d'onde. L'avantage du spatial apparait donc fortement réduit vu sous cet angle, surtout si on compare les coûts des deux instruments. Sans optique adaptative, l'image d'une source ponctuelle se trouve dégradée par la turbulence atmosphérique. La figure 22 montre les variations de la forme de l'image au fur et à mesure que le nombre de cellules de turbulence (de diamètre r_o) sur la pupille du télescope augmente. Pour $D/r_o \approx 1$, l'image est proche de la fonction théorique donnée par la loi de la diffraction. Si $D/r_o \gg 1$, l'image "éclate" en un

Diamètre Télescope

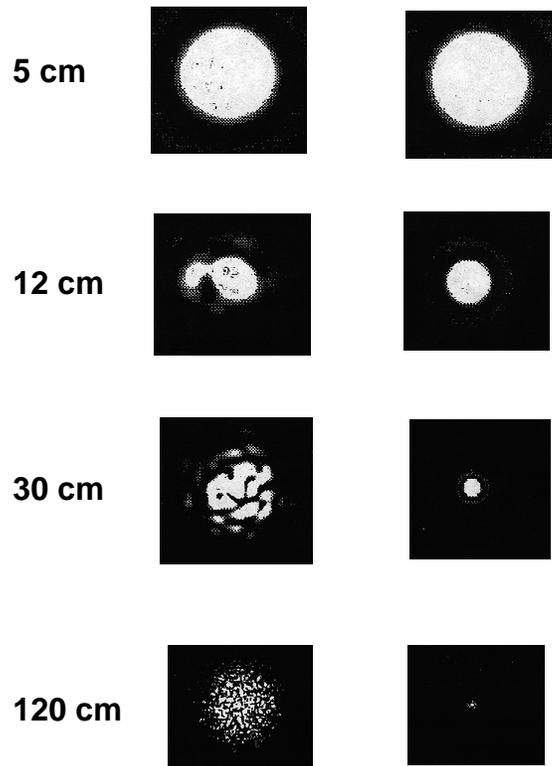


FIGURE 22 – Variation de la qualité d’image au foyer d’un télescope en fonction du rapport D/r_o . Les images sont obtenues pour une turbulence moyenne ($r_o = 10$ cm).

nombre $N \approx (D/r_o)^2$ de tavelures (*speckles*, une tavelure par cellule de turbulence). Chaque speckle a la largeur à mi-hauteur de la figure de diffraction du télescope ($\propto \lambda/D$), et l’ensemble du groupe de tavelure a la dimension de la tache de seeing ($\propto \lambda/r_o$). Pour une turbulence ‘moyenne’ ($r_o = 10$ cm), les images portées sur la figure 22 correspondent de haut en bas à $D/r_o = 0.5, 1, 3$ & 12 .

Il existe deux systèmes de mesure du front d’onde pour calculer les corrections à effectuer ensuite : mesure par système de Shack-Hatmann et mesure de courbure du front d’onde incident. La figure 23 montre les deux méthodes. En sortie d’un instrument utilisant l’optique adaptative, l’image d’un point source (étoile non résolue par exemple) n’est cependant pas parfaite, et se trouve la plupart du temps être la superposition d’un pic central de largeur limitée par la diffraction (cœur cohérent ou entièrement corrigé) et d’un halo de largeur limitée par le seeing (cf. figure 24). On peut qualifier la qualité de cette image de plusieurs façons :

- FWHM : largeur à mi hauteur de l’image du point source. Cette grandeur varie comme $\lambda/r_o \propto \lambda^{-0.2}$ si l’image n’est pas corrigée (halo), et comme $\lambda/D \propto \lambda$ si l’image est complètement corrigée (pic central).
- S_r : le rapport de Strehl s’exprime comme le rapport de l’énergie lumineuse contenue dans le pic central sur l’énergie totale (cœur + halo).
- E_r Energie contenue dans un cercle de rayon r .

Lorsque la correction est partielle, comme dans la figure 24, on peut montrer que l’on a :

$$\text{Contraste} \frac{I_A}{I_B} = \frac{S_r}{1 - S_r} \left(\frac{D}{r_o} \right)^2 \quad (68)$$

Exercice 27 : Démontrer la relation de l’équation (68). Quel paramètre dépend de l’instrument ? De

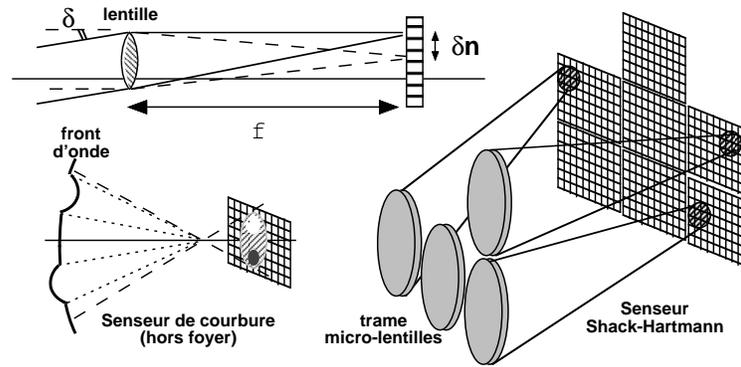


FIGURE 23 – Estimation de la déformation du front d’onde par mesure de Shack-Hartmann (matrice de micro-lentilles) et mesure de courbure (hors foyer).

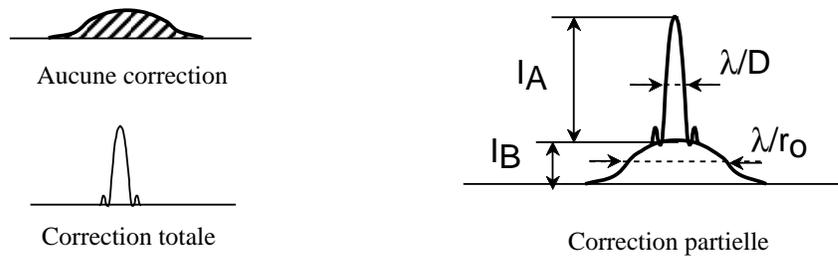


FIGURE 24 – Image partiellement corrigée d’une source ponctuelle, superposition d’un cœur cohérent et d’un halo de la taille du seeing.

l’atmosphère ? Comment le terme $(D/r_o)^2$ peut-il intervenir dans l’amélioration du contraste ?

17.4 Turbulence : résumé

La table 7 donne les valeurs d’une série de paramètres qui définissent la qualité d’image après traversée d’une atmosphère “standard”, en fonction de la longueur d’onde.

TABLE 7 – Conditions d’observation standard ($\lambda/r_o \propto \lambda^{-1/5}$) du point de vue de la turbulence

λ (μm)	0.5	2.2	3.6	5	10
r_o (m)	0.1	0.6	1.1	1.6	4
N_c (4 m)	1600	45	13	6	1
N_c (8 m)	6400	180	52	24	4
τ_c (ms)	10	60	110	160	360
θ_{iso} (")	3	20	40	60	120
λ/D (") 4m	0.025	0.11	0.18	0.25	0.5
Seeing (")	1	0.73	0.65	0.62	0.56

Dans la table 7, les divers paramètres considérés en fonction de la longueur d’onde sont :

- r_o : paramètre de Fried, c’est le diamètre d’un “téléscope équivalent” donnant la même résolution λ/r_o (=seeing) que la turbulence atmosphérique. On considère aussi que r_o donne le diamètre des cellules de turbulence atmosphériques.
- N_c : nombre de cellules de turbulence présentes sur un miroir de télescope de diamètre ϕ donné (4 m ou 8 m). $N_c \propto \phi^2/r_o^2$. N_c correspond au nombre de speckle présents dans l’image.

- τ_c : temps de cohérence de la turbulence atmosphérique ; pendant τ_c , la turbulence est considérée comme “figée”. τ_c donne une estimation du temps de pose maximum pendant lequel l’information présente dans les images permet de remonter à la résolution du télescope.
- θ_{iso} : angle d’isoplanétisme, donne le champ de vue sur lequel les propriétés de la turbulence sont identiques. C’est un paramètre essentiel lorsqu’on souhaite corriger la forme d’une source par une source ponctuelle proche.

18 ABSORPTION ET ROUGISSEMENT INTERSTELLAIRE

Avant d’entrer dans l’atmosphère, le rayonnement des étoiles subit des interactions avec le milieu interstellaire. Lors de sa propagation, l’intensité spécifique se conserve ; elle n’est modifiée que par interaction avec du matériau émissif ou absorbant. L’essentiel de cette interaction intervient dans notre galaxie, et c’est pourquoi on parle d’absorption par le milieu interstellaire (MIS). C’est par l’étude “à rebours” de cette interaction que l’observateur peut remonter aux propriétés de la source émettrice ou du milieu situé entre la source et lui. Cette absorption par les molécules et poussières du MIS est sélective en longueur d’onde : de l’UV au millimétrique, elle décroît avec λ . C’est pourquoi on parle également de rougissement interstellaire. La figure 25 donne la section efficace en cm^2 de l’absorption interstellaire par atome d’hydrogène de MIS. Cette absorption correspond à une augmentation de magnitude (diminution du flux) notée A_V : à l’augmentation de magnitude due à l’éloignement s’ajoute un terme d’absorption par le matériau présent sur la ligne de visée (absorption circumstellaire et interstellaire). La magnitude observée s’écrit finalement : $m_\lambda = M_\lambda + 5 \log_{10} D - 5 + A_\lambda$. On peut remarquer que dans le domaine de longueurs d’ondes considéré

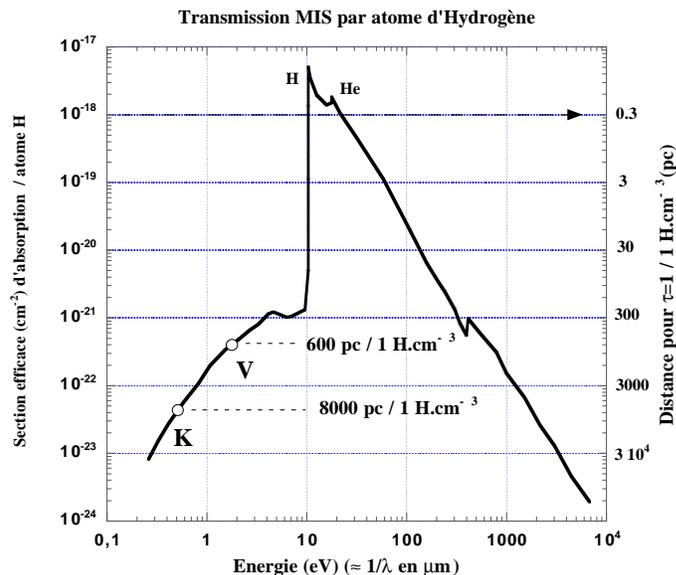


FIGURE 25 – Variation de l’absorption interstellaire avec la longueur d’onde

dans ce cours, A_V décroît avec λ . Les ondes radio permettent de sonder profondément les nuages interstellaires (voir par exemple la figure 26). Cependant, on peut aussi sonder les régions opaques à courte longueur d’onde, telles que les rayons X. Les satellites X lancés ces dernières années ont permis de trouver par exemple nombre d’étoiles jeunes enfouies.

Le tableau 8 donne la dépendance de l’absorption A_V moyenne en fonction de la longueur d’onde. La plupart de ces valeurs sont extraites de l’article de Rieke & Lebofsky (1985, ApJ 288, 618). D’autres données concernant les opacités de grains selon divers mélanges de graphites et silicates peuvent être trouvées dans Wolfire & Cassinelli (1986, ApJ 310, 207). La figure 27 donne par exemple la section efficace de diffusion σ et d’absorption κ d’un mélange de grains de graphite et de silicate calculés pour une distribution de taille

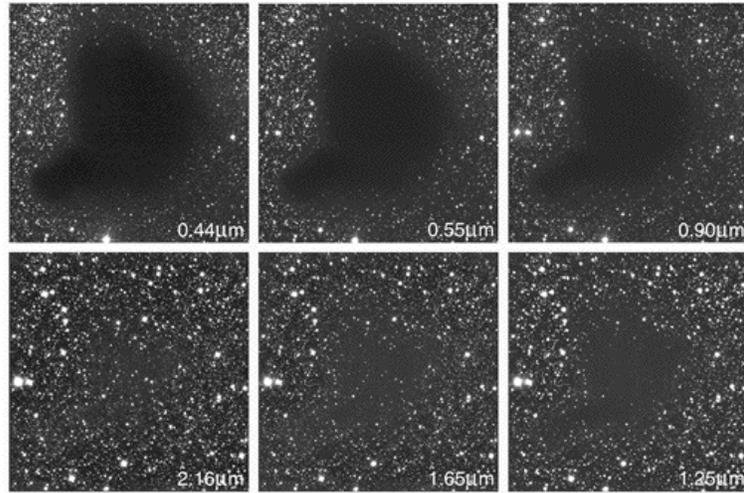


FIGURE 26 – Illustration de la variation de A_λ (cf courbe de la figure 25 et valeurs de la table 8) du bleu ($0.44 \mu\text{m}$) au proche infrarouge (K : $2.2 \mu\text{m}$), à partir d’observations du globule de Bok B68 réalisées à l’ESO. ²

en $a^{-3.5}$ (cf distribution de Mathis, Rumpl & Nordsieck 1977, ApJ 217, 425, MRN).

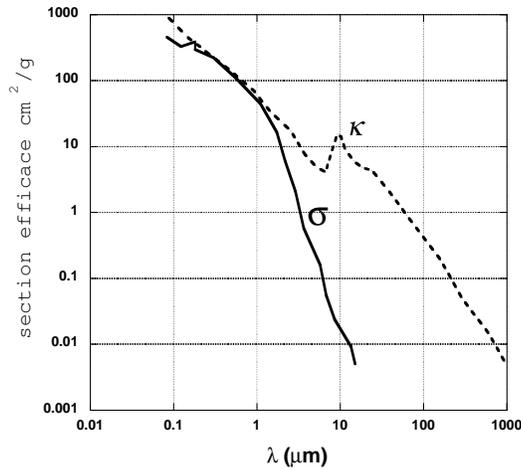


FIGURE 27 – Courbes théoriques de section efficace calculées en cm^2 par gramme de gaz (mass totale) pour un mélange de grains de graphites et silicates avec une distribution de taille “à la MRN”.

Dans la galaxie, en moyenne, l’absorption visuelle A_V augmente de 1 par kpc (avec une forte dépendance en fonction de la direction) .

18.1 Excès de couleur et absorption

L’absorption différentielle en λ détaillée dans la table 8 étant connue, on peut établir une relation entre A_V (qui chiffrera l’absorption) et l’excès de couleur qui apparait du fait du rougissement d’une photosphère “normale”. La première relation utilisée historiquement concerne les mesures dans les bandes B et V :

$$A_V = \mathcal{R} \times E(B - V)$$

Diverses études ont été menées sur l’absorption interstellaire et par exemple dans Rieke & Lebofski (1985, ApJ), on trouve $\mathcal{R} = 3.09$. En fait, à partir de la table 8, on peut exprimer A_V en fonction de n’importe quel excès de couleur. Par exemple :

TABLE 8 – . Variation de A_λ/A_V avec λ .

λ (μm)	Bande	A_λ/A_V
0.14		2.73
0.20		2.80
0.32		1.74
0.364	(U)	1.531
0.40	(B)	1.524
0.548	(V)	1.00
0.60		0.88
0.71	(R)	0.748
0.871	(I)	0.482
0.97		0.47
1.06		0.40
1.25	(J)	0.282
1.65	(H)	0.175
2.20	(K)	0.112
3.4	(L)	0.058
4.9	(M)	0.023
10.0	(N)	0.01

$$R_o \rightarrow R = R_o + A_R$$

$$I_o \rightarrow I = I_o + A_I$$

Pour un A_V donné, on a : $A_R = 0.748 A_V$ et $A_I = 0.482 A_V$, donc :

$$\begin{aligned} E(R - I) &= (R - I) - (R_o - I_o) \\ &= A_R - A_I \\ &= (0.748 - 0.482) A_V \\ A_V &= \frac{1}{0.748 - 0.482} = 3.76 E(R - I) \end{aligned}$$

Exercice 28 : On mesure les magnitudes J et K d'une étoile M0 (TTS) : $J=12.6$ et $K=10.4$; déterminer A_V sur la ligne de visée e de cette étoile si sa couleur intrinsèque est $(J - K)_o = 0.83$.

NB. Les valeurs portées dans la table 8 sont calculées pour des filtres large-bande. Les valeurs A_λ/A_V peuvent être différentes pour certains types de filtres plus étroits.

18.2 Indice de couleur et vecteur de rougissement

La forte absorption rencontrée dans le domaine visible dans les nuages interstellaires où se forment les étoiles empêche de fait l'utilisation de ce domaine de longueur d'onde pour étudier les étoiles jeunes. Dans le proche infrarouge ($\lambda \leq 2.2 \mu\text{m}$), l'absorption tombe rapidement (cf table 8), et les détecteurs restent faciles à utiliser. On emploie donc souvent les bandes J, H et K pour étudier les populations des régions de formation d'étoiles. A partir de mesures dans ces trois bandes, on peut construire divers diagrammes : couleur-magnitude (un diagramme HR), ou couleur-couleur, qui permet de classer les sources indépendamment de leur distance. La figure 28 montre un diagramme couleur-couleur J-H versus H-K d'un ensemble de sources dans une région de formation stellaire. Plusieurs lieux théoriques sont également indiqués : le lieu de la séquence principale, qui donne les couleurs des étoiles en fonction de leur type spectral, la branche des géantes (idem) et le lieu qu'occupent les étoiles T Tauri entourées d'un disque d'accrétion qui provoque

un excès de couleur (voir Meyer et al., 1997, AJ 114, 288). De plus, on a porté les *vecteurs de rougissement* qui donnent le déplacement dans le diagramme pour une absorption A_V donnée. Les vecteurs portés sur la figure 28 ont été calculés pour $A_V = 10$ et suivant les valeurs de Rieke et Lebofski, 1985 (cf. table 8).

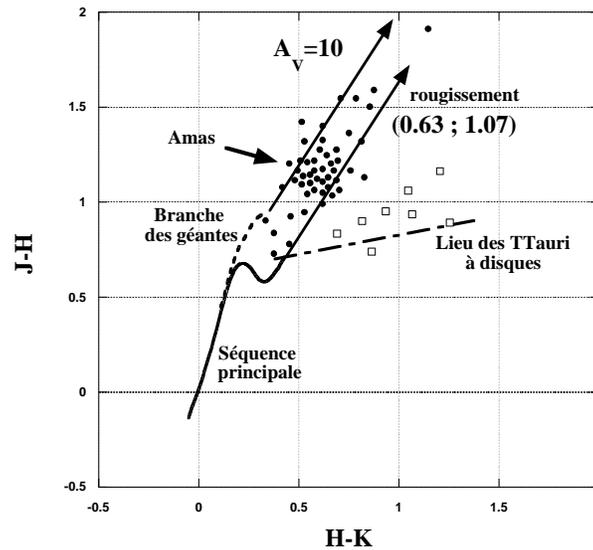


FIGURE 28 – Vecteur de rougissement pour $A_V = 10$. Les points noirs sont des étoiles de la SP ou des géantes rouges à divers niveaux (noter la présence de l’amas de sources se trouvant toutes à un A_V équivalent). Les carrés blancs sont des étoiles à disques rougies également.

18.3 Ombre et opacité : influence sur la forme des images de disques

Une conséquence de la variation $A_\lambda(\lambda)$ est visible dans les images de disques circumstellaires autour d’étoiles jeunes. Lorsque le disque est optiquement épais (comme dans HH 30, un objet jeune de quelques millions d’années au plus, observé dans le visible par le Télescope Spatial Hubble), l’ombre portée par les couches internes du disque donnent à celui-ci une allure de “sandwich” coupé par une bande sombre. Inversement, dans un objet beaucoup plus évolué comme celui de β Pic (100 millions d’années), le disque est pratiquement dispersé, optiquement mince dans le visible, et le disque prend l’aspect d’un fuseau parce que la lumière diffuse librement dans toute la structure du disque (voir les modèles affichés sur la figure 29). Un disque qui serait observé dans plusieurs longueurs d’onde du visible au domaine radio passerait progressivement de l’allure de sandwich à celle de fuseau.

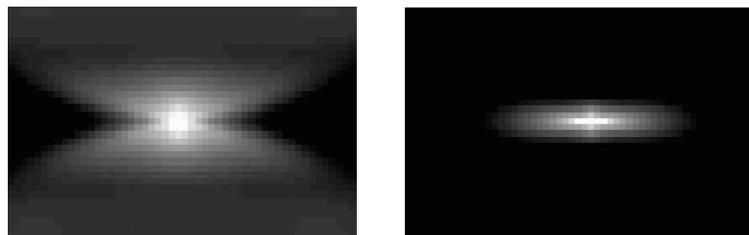


FIGURE 29 – Deux modèles de disques circumstellaires vus par la tranche pour une densité 100 fois plus faible à droite qu’à gauche.

19 MIROIRS ET TELESCOPES

19.1 introduction

Les solutions mises en oeuvre dans les miroirs et télescopes utilisés pour recueillir le rayonnement dépendent fortement des propriétés de ce dernier, et de la physique de l'interaction rayonnement-matière à la longueur d'onde concernée. Ainsi, si les miroirs optiques travaillent tous en incidence normale, les miroirs X doivent être utilisés en incidence rasante, pour éviter que les photons incidents, tels des balles de fusil, pénètrent dans le matériau. De même, la notion de miroir (télescope) et de détecteur est très variable d'un domaine à l'autre. Du visible à la radio, on distingue bien télescope et détecteur comme deux étages différents successifs d'un système global. Dans le domaine des hautes énergies, télescope et détecteur se confondent parfois (voir section 32). En pratique, le télescope assure plusieurs fonctions : 1) collecte du plus grand nombre de photons possible, ce qui amène à augmenter sa surface ou sa *section efficace* d'interaction avec le rayonnement ; 2) détermination de l'angle solide (valeur et direction) dans lequel le photon arrive (ce qui permet de faire des images). Dans certains détecteurs (notamment dans le domaine des hautes énergies), le principe de détection donne accès à l'énergie du photon incident (ce qui permet de faire de la spectroscopie) ainsi qu'à sa direction d'origine (ce qui permet de faire des images). Le télescope proprement dit devient ainsi inutile en tant qu'étage séparé du système. De même, dans le domaine des rayons gamma (voir HESS), c'est l'atmosphère elle-même qui sert de télescope.

19.2 Visible et Infrarouge

C'est historiquement le domaine de longueur d'onde où les télescopes ont le plus d'ancienneté. Galilée, Newton, Herschell, et bien d'autres ont tour à tour travaillé à concevoir et mettre en pratique des télescopes de plus en plus perfectionnés. Pour collecter de plus en plus de photons, les miroirs ont vu leur taille augmenter au cours des siècles. Monolithique et toujours plus lourde jusque dans les années 1970, leur structure s'est grandement complexifiée. Après l'avènement des miroirs extrêmement minces avec les télescopes du VLT (17 cm d'épaisseur pour 8 m de diamètre), ce qui nécessite de les soutenir en temps réel à l'aide de pistons (optique active), les très grands miroirs sont maintenant segmentés. Cela pose de nouveaux défis technologiques passionnants pour maintenir en phase des dizaines de miroirs indépendants. Le futur E-ELT de l'ESO comprendra près de mille miroirs pour une surface totale approchant les 1000 m².

On passera rapidement en revue en séance quelques concepts de miroirs et télescopes utilisés depuis l'invention de la lunette en 1610.

19.3 Antennes et ondes radio

Développée par Jansky pendant et après la 2e guerre mondiale en récupérant des antennes radar, la radio astronomie utilise des réflecteurs métalliques plus ouverts que les télescopes du domaine visible ou infrarouge. Longtemps utilisées avec un seul détecteur ("mono pixel"), les antennes radio sont la plupart du temps utilisées au foyer Cassegrain. La section 31 présente quelques éléments de radioastronomie, sur les antennes, les récepteurs et le traitement de signal radio.

19.4 Télescopes à haute énergie

Les énergies mises en jeu au delà du keV obligent à travailler en incidence rasante, voire sans optique du tout pour les rayons X et les rayons gamma. La figure 30 donne la réflectivité en fonction de l'énergie du rayonnement incident pour un angle d'incidence de 1 degré. Si on veut récupérer une fraction significative du rayonnement incident, il est clair qu'on ne peut adopter la notion d'incidence normale (perpendiculaire aux miroirs) utilisée dans le visible et l'IR.

Pour travailler en incidence rasante tout en assurant une surface collectrice raisonnable, on utilise des miroirs à symétrie axiale, de profil hyperbolique puis parabolique, pour faire converger en séquence les

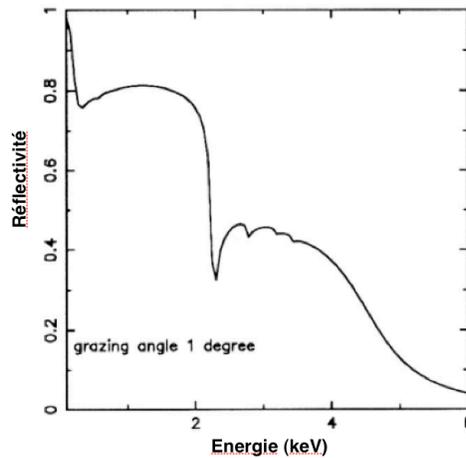


FIGURE 30 – Réflectivité fonction de l’angle d’incidence pour des énergies < 5 keV

rayons incident au foyer de l’instrument. Plus l’énergie du rayonnement est forte, et plus l’incidence doit être rasante, donc la distance focale importante. L’instrument embarqué ”SYMBOL-X” prévoit d’utiliser un satellite constitué d’une partie miroir et d’une partie détecteur volant de concert en orbite pour assurer une grande distance focale.

Pour le rayonnement gamma, les distance focales nécessaires sont trop importantes (plusieurs centaines de mètres) et on utilise des ”télescope-détecteurs” grace à des masques codés (3 cm de tungstène pour arrêter les rayons).

Certains ”télescopes” à haute énergie utilisent des montages et des processus physiques similaires à ceux utilisés en physique des particules. Si on se souvient qu’un télescope est principalement destiné à recueillir le rayonnement incident en gardant l’information de la direction de provenance du photon, on peut concevoir des ”télescopes - détecteurs” (voir section (32)).

20 LES DÉTECTEURS DE RAYONNEMENT

Cette section se divise en considérations générales (notion de réponse, NEP, SNR, plutôt au début), puis en informations plus particulièrement adaptées à tel ou tel détecteur. Le principe d’un détecteur est toujours, par un processus d’interaction rayonnement - matière, de fournir un signal (électrique) à partir d’un flux de photons ou d’une puissance incidente, mais selon le domaine de longueur d’onde ou d’énergie considéré, la physique de la détection peut être différente.

20.1 Réponse d’un détecteur à l’intensité spécifique intégrée

Le but d’un détecteur est de transformer un signal lumineux, ici un flux de photons, en un signal (généralement électrique) utilisable. Le détecteur fournit en sortie un signal $x(t)$ à partir de la brillance d’entrée intégrée sur l’ensemble des variables dont elle dépend :

$$x(t) = x_o(t) + \mathcal{F} \left[\int_{\Delta\nu} \Phi(\nu) d\nu \int_{\Delta\Omega} I(\Omega, \nu, t) P(\Omega) d\Omega \right] \quad (69)$$

Le terme $x_o(t)$ représente la réponse du détecteur sous éclaircissement nul. On appelle aussi ce terme “courant d’obscurité”, ou “courant noir” ou “offset” (selon le type de signal en sortie).

La fonction $\Phi(\nu)$ caractérise la réponse spectrale du détecteur et la fonction $P(\Omega)$ sa réponse angulaire, (indiatrice de réception, réponse impulsionnelle à un éclaircissement ponctuel). Le terme anglosaxon pour la réponse impulsionnelle d’un système d’imagerie est : *Point Spread Function* ou PSF.

Pour un bon détecteur, la fonction \mathcal{F} doit être linéaire. Si $\mathcal{F}(I) = 0$ pour $I < I_s$, le détecteur présente un effet de seuil, et si $\mathcal{F}(I) = 0$ pour $I > I_m$, il y a saturation (I_m existe quasiment toujours, I_s pas forcément). La figure 31 montre la courbe de réponse “moyenne” pour un détecteur (les défauts ont été exagérés).

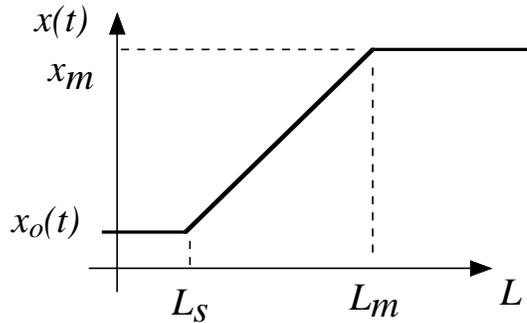


FIGURE 31 – Courbe de réponse “typique” d’un détecteur

20.2 Détecteurs linéaires et quadratiques

Du point de vue du principe de détection, on distingue deux sortes de récepteurs : linéaires ou quadratiques. Les premiers sont sensibles au champ électrique de l’onde incidente : $x(t) \propto \Re[E_o \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}]$. On appelle parfois ces détecteurs “linéaires” ou “cohérents”. On rencontre ces détecteurs dans le domaine des ondes radio ($\lambda \geq 1$ mm).

Dans le domaine de longueurs d’onde considéré dans ce cours ($\approx 0.2 - 20 \mu\text{m}$), on aura uniquement affaire aux détecteurs **quadratiques**, sensibles à la puissance moyenne de l’intensité de l’onde incidente, autrement dit au flux moyen de photons incident :

$$x(t) \propto \langle E(t)E^*(t) \rangle \propto \langle N_{hv}(t) \rangle \quad (70)$$

Ces derniers récepteurs sont dits “linéaires relativement à l’intensité”, “quadratiques” ou “incohérents”.

Il existe deux modes de lecture des détecteurs quadratiques : 1) lecture en continu (figure 32-a), de manière *analogique*, par exemple le courant délivré par une photodiode, ou bien la tension aux bornes d’un photoconducteur dans un pont de résistance, on mesure alors le flux, et 2) lecture à des instants bien déterminés (figure 32-b), après intégration du signal (courant) dans une capacité dite de stockage ; on mesure alors l’énergie déposée dans le détecteur au bout d’un temps ΔT .

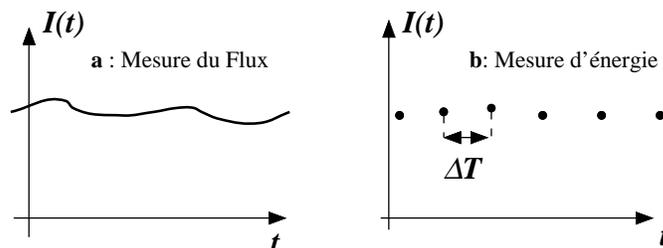


FIGURE 32 – Deux modes de lectures pour les détecteurs quadratiques.

Dans ce cas là, la moyenne exprimée dans l’équation (70) devient :

$$x(t) \propto \frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} E(t)E^*(t) dt = \frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} N(t) dt. \quad (71)$$

où ΔT est le **temps d'intégration** du détecteur ; ce mode de lecture introduit un effet de filtre passe-bas. C'est le mode de "lecture" d'une plaque photo ou d'une matrice de CCD ; on peut également appeler un tel mode de lecture *numérique*, ou échantillonné.

20.3 Paramètres de caractérisation des détecteurs

Chaque détecteur peut être caractérisé par une série de paramètres permettant de le comparer ensuite à d'autres dispositifs. Certains de ces paramètres ne s'appliquent pas à tous les détecteurs, selon le principe physique de détection utilisé. On essaye autant que possible d'exprimer la réponse d'un détecteur en terme de rapport signal sur bruit dans des conditions bien précises. Les paramètres les plus importants sont étudiés dans les paragraphes suivants (le terme anglais est éventuellement indiqué entre parenthèses).

N.B. Les sections 20.3.1 à 20.3.4 concernent les paramètres industriels des détecteurs ; l'ensemble de ces paramètres peut évidemment être repris en astrophysique instrumentale, sachant que l'on y parle alors plus souvent de NEP et bruit de lecture que de D^* .

20.3.1 Réponse

Egalement nommée sensibilité (*Responsivity* ou *Sensitivity* en anglais) S . Donne la réponse du détecteur pour une entrée unité : flux d'un Watt. Selon le principe de détection, S s'exprime en V/W ou A/W. Si la réponse du détecteur varie avec la longueur d'onde, la sensibilité est donnée à la longueur d'onde "pic" (là où S est maximum !). Pour une variation dv (ou di) détectée en sortie, on peut écrire :

$$dv = \frac{\partial v}{\partial F} dF + \frac{\partial v}{\partial i} di = S_v dF + z di \quad (72)$$

$$di = \frac{\partial i}{\partial F} dF + \frac{\partial i}{\partial v} dv = S_i dF + g dv \quad (73)$$

Les équations (72) et (73) font apparaître des termes que l'on reprend lorsqu'on établit le schéma équivalent électrique du détecteur (voir figure 33).

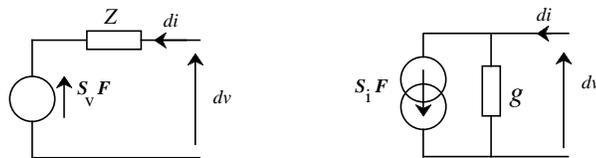


FIGURE 33 – Schémas électriques équivalents (tension / courant) simplifiés d'un détecteur photométrique établis à partir des équations (72) et (73).

En écrivant l'expression du flux incident en fonction de l'éclairement sur la surface A du détecteur, on peut également écrire $S_v = dv/AdE$.

Réponse spectrale. Si le détecteur est sensible à plusieurs longueurs d'ondes, la réponse spectrale d'un détecteur donne la variation de cette réponse en fonction de la longueur d'onde du rayonnement d'entrée. Les paramètres les plus fréquemment fournis par les constructeurs pour caractériser la réponse spectral sont la **longueur d'onde au pic** (peak wavelength λ_p) pour laquelle la réponse du détecteur est maximale, et la **longueur d'onde de coupure** (cutoff Wavelength λ_c) à laquelle la réponse du détecteur est réduite à 50% (parfois 10%) de sa valeur au pic. Dans la figure 34, on montre la réponse de deux détecteurs photovoltaïques sensibles dans deux domaines de longueur d'onde différents.

Les courbes de la figure 34 sont données pour une température de fonctionnement de 77 K (azote liquide).

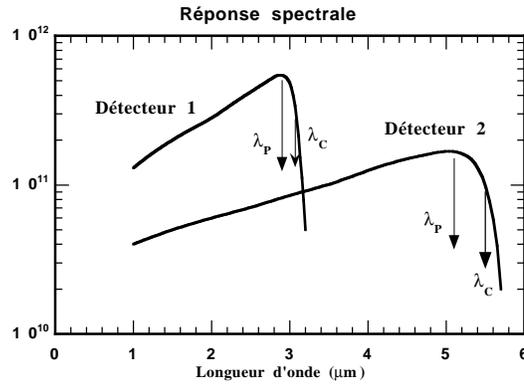


FIGURE 34 – Réponse spectrale de détecteurs photovoltaïques. On a indiqué pour chacun d’eux la longueur d’onde au pic et la longueur d’onde de coupure à 50%.

La réponse spectrale peut être déterminée en utilisant un monochromateur. Un tel système peut être réalisé (dans l’infrarouge) à l’aide d’un corps noir et d’une série de filtres étroits en corrigeant chaque mesure de la réponse du filtre et de la variation de flux du corps noir en fonction de λ .

La figure 36 présente un grand nombre de réponses spectrales (Détektivité normalisée, définie plus loin) de détecteurs dans le proche infrarouge, selon le principe de détection et/ou le composé semi-conducteur utilisé. Les détecteurs quantiques présentent une longueur d’onde de coupure due au gap de détection, tandis que les détecteurs thermiques ont une réponse constante sur tout l’intervalle spectral d’utilisation.

Exercice 29 : A partir d’un modèle de détecteur où le flux de photons est transformé en courant avec une efficacité η (rendement quantique), montrer que la détektivité d’un détecteur quantique doit nécessairement augmenter avec la longueur d’onde λ . Justifier physiquement cette dépendance $D(\lambda)$.

20.3.2 Réponse en fonction du temps - modulation

Certains détecteurs ne passent pas le continu, c’est à dire qu’ils ne peuvent détecter qu’un signal variable. C’est le cas par exemple des détecteurs de présence qui réagissent aux *variations* de signal dans une scène observée a priori constante. On est alors amené à étudier comment les détecteurs répondent à un signal variable (faisceau IR modulé). La **constante de temps** du détecteur caractérise son temps de réponse à une impulsion d’éclairement. C’est le temps mis pour que la réponse du détecteur atteigne $(1 - 1/e) \approx 63\%$ de sa valeur finale lors d’une attaque par un créneau d’éclairement. La constante de temps peut être déterminée par mesure de la réponse du détecteur en utilisant un modulateur de faisceau (“chopper”, roue crantée, voir figure 35).

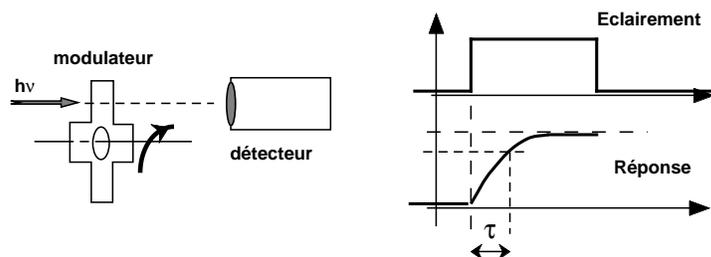


FIGURE 35 – Réponse d’un détecteur et constante de temps lors de l’éclairement par un signal modulé.

L’existence d’une constante de temps dans la réponse du détecteur entraîne une **fréquence de coupure temporelle**, c’est à dire une variation de la réponse du détecteur lorsque le signal d’entrée varie au cours du temps. Cette fréquence de coupure **temporelle** ne doit pas être confondue avec la fréquence ou longueur

d'onde de coupure **spectrale**, déterminée par le filtre ou par le détecteur lui-même. Ce paramètre important du détecteur (un détecteur avec une fréquence de coupure trop basse pourrait ne pas "voir" un événement trop court) est déterminé par mesure de la réponse du détecteur à un signal d'amplitude constante, modulé. Si S_o est la réponse (sensibilité) du détecteur à la fréquence nulle (flux incident continu), la réponse à la fréquence f est :

$$S(f) = \frac{S_o}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} \quad ; \quad \omega_c = 2\pi f_c = 1/\tau$$

Lorsqu'un détecteur ne fonctionne qu'avec une modulation, (par exemple les détecteurs pyroélectriques, voir § 22.2), il est impératif de connaître la fréquence de coupure de modulation du détecteur.

20.3.3 Puissance équivalente au bruit - Défectivité

(*noise equivalent power, NEP* en anglais). La sensibilité du détecteur donne la réponse à un éclairage donné mais ne donne pas la limite de détection, qui est définie par le bruit en sortie. Le NEP est le plus petit signal détectable, généralement exprimé en Watt. Lorsque le flux d'entrée est égal au NEP, le rapport signal/bruit vaut 1. Plus le NEP est faible (par exemple $5 \cdot 10^{-13}$ W pour des détecteurs photovoltaïques InSb), meilleur est le détecteur. Déterminer le NEP en diminuant le flux incident serait une mesure difficile, et il est plus pratique de déterminer d'une part la réponse du détecteur, par exemple S_v et d'autre part le bruit en sortie : σ_v . On en déduit le NEP si la réponse est linéaire :

$$\text{NEP} = \frac{\sigma_v}{S_v} \quad (\text{en Watt})$$

Eclairement équivalent au bruit [NEI : Noise Equivalent Irradiance]. De la détermination du NEP on peut déduire celle du NEI : $\text{NEI} = \text{NEP}/A$ en $\text{Watt} \cdot \text{m}^{-2}$.

Défectivité (D). La défectivité est définie comme l'inverse du NEP : $D = 1/\text{NEP}$, mesurée en Watt^{-1} . Ce terme donne ainsi le rapport signal/bruit pour un éclairage unité du détecteur. Un bon détecteur aura donc un NEP faible (peu de bruit) et une défectivité élevée.

Défectivité normalisée D^* . Afin de pouvoir autant que possible comparer des performances de détecteurs différents, on définit une défectivité normalisée qui tient compte de la surface du détecteur et de la bande passante de modulation utilisée : $D^* = D \sqrt{A \cdot \Delta f}$, exprimé en $\text{m} \cdot \text{Hz}^{1/2} / \text{W}$.

Attention de nombreux catalogues affichent D^* en $\text{cm} \cdot \text{Hz}^{1/2} / \text{W}$! C'est le cas dans la figure 36, et dans la plupart des figures (extraites de documents commerciaux) de ce cours.

La défectivité D^* donne le rapport signal sur bruit obtenu lorsqu'un détecteur d'un mètre carré est éclairé par un Watt modulé à 1 Hz. La défectivité normalisée est généralement donnée avec les paramètres de détermination. Ainsi, l'indication $D^*(500 \text{ K}, 900, 1)$ signifie une défectivité mesurée sur toute la bande spectrale pour le rayonnement d'un corps noir à 500 K, modulé à 900 Hz, et pour une bande passante électrique de 1 Hz. L'indication $D^*(\lambda_p, 900, 1)$ signifie la même chose mais pour une mesure effectuée à la longueur d'onde au pic.

20.3.4 Rendement quantique et Dynamique

La caractérisation complète d'un détecteur passe par la prise en compte de certains paramètres complémentaires.

Niveau de saturation Valeur du signal au delà de laquelle la réponse ne varie plus (en continu) ou devient nulle (en relatif).

Rendement quantique η (quantum efficiency QE). C'est le rapport entre le nombre de photons injectés et le nombre d'électrons effectivement détectés. Comme son nom l'indique, ce paramètre n'a de sens que pour les détecteurs utilisant l'effet photo-électrique (dans les métaux ou les semi-conducteurs).

TABLE 9 – Liste d’une série de détecteurs dans le domaine optique donnant la grandeur physique “utilisée” (modifiée) lors de la détection et le type de détection.

Grandeur physique modifiée	Nom	Type
Tension	Cellule photovoltaïque	Quantique
	Cellule photoEM	Quantique
	Thermocouple	Thermique
	Pyroélectrique	Thermique
Résistance	Bolomètre	Thermique
	Photoconducteur	Quantique
	Phototransistor	Quantique
Charge	CCD	Quantique
	CID	Quantique
Excitation électronique	Plaque photo	Quantique
Emission électronique	Cellule à gaz	Quantique
	Photomultiplicateur	Quantique
	Intensifieur d’image	Quantique
Pression	cellule de Golay	Thermique
Composition chimique	œil	Quantique
	Plaque photo	Quantique

quelque sorte). En utilisant une série de flux surfaciques monochromatiques de référence, on écrit :

$$m(\lambda_o) = -2.5 \log \frac{F}{F_o} \quad (74)$$

Par temps clair, l’œil distingue des étoiles plus brillantes qu’une magnitude 6. Le mode de détection de l’œil utilise deux types de cellules différents, les cônes (plutôt sensibles à la couleur) et les bâtonnets (plutôt sensibles au flux). La courbe de sensibilité de l’œil est donnée sur la figure 37, avec la courbe d’émission d’une lampe au tungstène à 2850 K.

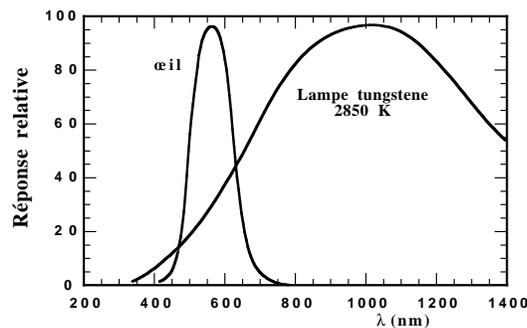


FIGURE 37 – Réponse spectrale relative de l’œil.

Exercice 31 : On considère que l’œil humain voit dans une bande passante de 100 nm centrée sur 550 nm (figure 37). Le flux de référence pour la longueur d’onde du visible (≈ 500 nm) est de $F_o = 3810 \cdot 10^{-26} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{Hz}^{-1}$. Calculer à quelle limite de puissance F reçue correspond la magnitude 6 de sensibilité de l’œil. • A combien de photons par seconde cette sensibilité correspond-elle (diamètre de la pupille ≈ 5 mm) ?

21.2 La plaque photographique

La plaque photographique possède des propriétés qui la rendent encore difficile à remplacer dans certaines applications où un grand nombre de pixels est nécessaire, pour des poses longues. Cependant On commence à utiliser en astronomie des détecteurs à base de CCD mis bout à bout qui rassemblent plus de 10^8 pixels (une plaque photo peut atteindre 10^{10} pixels) pour un rendement quatique et une facilité d'utilisation incomparables. Un des paramètres de choix de la photométrie étant le temps de réponse du détecteur, on n'étudiera pas en détail ce type de "détecteur" basé sur des réactions chimiques : les photons incidents libèrent des électrons ($\text{Br}^- \rightarrow \text{Br} + e^-$) qui créent des sites ionisés (germes de sensibilité) sur lesquels des ions A^+ viennent se fixer, créant des agrégats d'atomes d'argent sur le lieu d'arrivée du photon. La densité de la plaque photo peut ensuite être mesurée pour quantifier la quantité de rayonnement incident reçu.

22 DÉTECTEURS THERMIQUES

22.1 Introduction

Les détecteurs thermiques sont historiquement les plus anciens détecteurs infrarouges. C'est en 1800 qu'Herschel montre l'existence de radiations infrarouges à l'aide d'un thermomètre qui s'échauffait lorsqu'il était placé dans le faisceau en sortie d'un prisme au delà du rayonnement de couleur rouge. De manière générale, dans les détecteurs thermiques, le flux infrarouge incident provoque un apport d'énergie thermique qui modifie les propriétés physiques du cristal, ce qu'on détecte par la suite. Un des avantages des détecteurs thermiques est de ne pas avoir de coupure en longueur d'onde. Leur détectivité est constante du visible au moyen IR (voir figure 36).

22.2 Détecteurs pyroélectriques

Les détecteurs pyroélectriques sont des composants diélectriques dont les propriétés de polarisation dépendent fortement de la température. Placé dans un condensateur polarisé, un détecteur pyro éclairé provoquera une modification de la charge qui pourra être détectée.

Fonctionnant à température ambiante, ils possèdent des détectivités spécifiques réduites (de l'ordre de $D^* \approx 1 - 3 \cdot 10^8 \text{ cm} \sqrt{\text{Hz/W}}$, source : catalogue *Hamamatsu*, 1993), ce qui les destine à des applications peu exigeantes en sensibilité comme la détection de présence ou des mesures avec signal relativement important. Comme les bolomètres, il n'ont pas de sélectivité particulière en longueur d'onde et leur domaine de sensibilité est déterminé par la transmission de la fenêtre placée devant le détecteur (Figure 38) ainsi que par des filtres rajoutés éventuellement. Ces détecteurs étant livrés tout montés, il convient de choisir la bande spectrale en fonction de l'application.

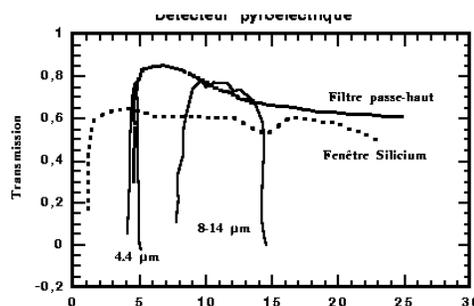
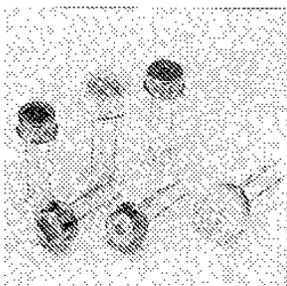


FIGURE 38 – Détecteurs pyroélectriques et courbes de sensibilité en longueur d'onde définies par la fenêtre d'entrée du détecteur et un filtre supplémentaire (source : catalogue *Hamamatsu*).

22.3 Thermocouples et thermopiles

Un thermocouple est une jonction (soudure) entre deux métaux différents, généralement deux alliages, par exemple Fer / Constantan (55% Cu, 45% Ni) qui génère un faible voltage. Cette force électromotrice varie avec la température selon un coefficient de l'ordre de $50 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. Une thermopile est constituée de la mise en série d'un grand nombre de thermocouples pour en additionner les effets. En gardant une partie des soudures à température constante, on peut déterminer la quantité d'énergie reçue par les soudures exposées au rayonnement par la détermination de la différence de tension aux bornes de la thermopile.

22.4 Cellule de Golay

Une cellule de Golay est un récepteur où la grandeur modifiée est la pression du gaz dans une chambre fermée par une membrane. Sous l'effet d'un rayonnement, le gaz se dilate, déformant la membrane. On mesure ensuite cette déformation par mesure de capacité d'un condensateur dont la membrane est une électrode (détecteur de Luft) ou par contrôle interférentiel (détecteur de Golay). $D^* \approx 10^9 \text{ cm.Hz}^{1/2}.\text{W}^{-1}$ à 30 Hz.

23 BOLOMETRES

Les bolomètres sont des détecteurs thermiques où la grandeur physique modifiée avec la température est la résistance électrique ; ils sont utilisés dans des montages électriques du type de celui de la figure 39. On présente ici plusieurs principes de détecteurs thermiques mais seuls les *bolomètres* sont actuellement réellement utilisés en astrophysique. Ils font partie des détecteurs les plus sensibles disponibles actuellement dans les gammes de longueur d'onde où ils sont utilisés (par exemple, instruments SPIRE et PACS du satellite Herschel lancé en 2009). Les bolomètres actuels atteignent des NEP de 10^{-9} W sans refroidissement, 10^{-14} W lorsqu'ils sont refroidis à 2 K, et 10^{-16} W lorsqu'ils sont refroidis à 0.3 K (bolomètres PACS du satellite Herschel).

Soit U l'énergie interne du détecteur, C sa capacité calorifique et T sa température. Une fluctuation de température dT provoque une fluctuation d'énergie $dU = CdT$. Si W_s , W_a et W_d sont respectivement les puissances en provenance du signal utile, du rayonnement parasite ambiant (toutes deux reçues par le détecteur) et rayonnée par le détecteur, on peut écrire (voir figure 39) :

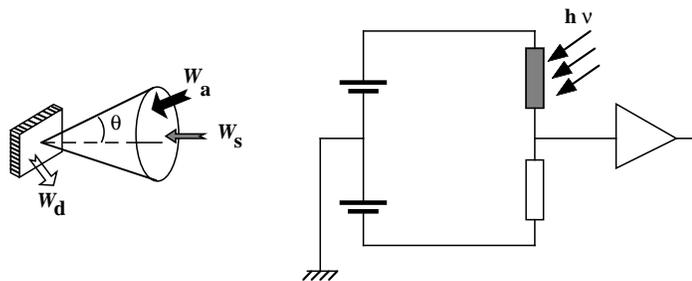


FIGURE 39 – Bilan énergétique d'un détecteur thermique et montage électronique utilisé pour la récupération du signal lorsque la grandeur modifiée est la résistance électrique.

$$\frac{dU}{dt} = C \frac{dT}{dt} = W_s + W_a - W_d \quad (75)$$

La puissance utile reçue par le détecteur s'exprime en fonction du flux de signal incident : $W_s = \epsilon F \approx F$ (on fait en sorte que le détecteur absorbe au mieux le rayonnement incident).

La puissance parasite en provenance de l'ambiante s'exprime en fonction de la luminance intégrée sur toutes les fréquences que multiplie l'étendue de faisceau $G = A\pi \sin^2 \theta$ où A est la surface sensible et θ est le demi-angle de vue du détecteur sur le fond ambiant : $W_a = GL_a = G\sigma T_a^4/\pi = A\sigma T^4$ si $\theta = \pi/2$.

La puissance rayonnée par le détecteur s'exprime de même : $W_d = A\sigma T^4$, et l'équation (75) devient : $CdT/dt = F - A\sigma(T^4 - T_a^4)$. Si on pose $\Delta T = T - T_a$ la fluctuation de température, la variation de T^4 s'obtient en différenciant T^4 , soit : $CdT/dt = F - 4A\sigma T^3 \Delta T$.

Le bolomètre est maintenu à l'équilibre par le liquide refroidissant (état stationnaire) : $dT/dt = 0$. Sous l'effet d'un flux F , on obtient alors un écart ΔT à la température ambiante qui dépend de F : $F = 4A\sigma T^3 \Delta T$. La sensibilité du détecteur thermique s'exprime alors : $S = \Delta T/F = 1/(4A\sigma T^3)$. On a donc intérêt à travailler à température la plus basse possible pour augmenter S .

Si le détecteur à la température T est utilisé avec une bande passante *de modulation* Δf , on peut montrer que la détectivité D s'écrit :

$$D = \frac{1}{NEP} = \frac{1}{4 \sqrt{Ak\sigma T^5 \Delta f}} \tag{76}$$

$$D^* = \frac{1}{4 \sqrt{k\sigma T^5}} \tag{77}$$

Le détectivité réduite peut ainsi s'écrire :

$$D^* = 1.82 \cdot 10^8 \left(\frac{T}{300 K}\right)^{-2.5} \text{ m.Hz}^{1/2} \cdot \text{W}^{-1}$$

23.1 Transition Edge Sensors (TES)

Les TES sont des dispositifs bolométriques où un paramètre physique varie en fonction de la température de manière abrupte autour d'une certaine valeur. Dans la partie où la température effectue sa "transition", la sensibilité du détecteur est extrême.

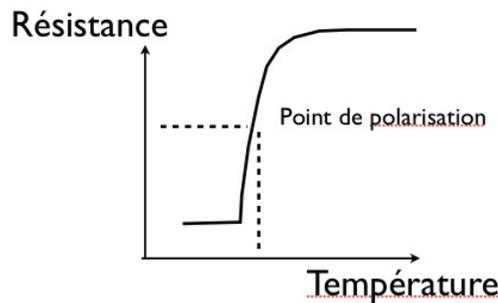


FIGURE 40 – Transition Edge Sensor : la résistance du bolomètre varie brutalement en fonction de T autour du point de polarisation.

24 DÉTECTEURS QUANTIQUES

Dans ce paragraphe, on décrit essentiellement la détection par interaction photon - électron, en privilégiant plutôt le domaine visible - infrarouge (avec une vision corpusculaire du rayonnement qui fait écho à l'aspect corpusculaire des électrons). On verra plus loin que les effets quantiques interviennent également dans la détection pour des domaines de longueur d'onde plus élevées (domaine (sub)millimétrique).

24.1 Effet photoélectrique dans le vide

On appelle “détecteurs photoélectriques” les détecteurs basé sur le principe de l’émission d’un électron sous l’influence de l’arrivée d’un photon d’énergie $h\nu = hc/\lambda$. Un tel détecteur comporte trois étages : un étage “émetteur” d’électron, un étage amplificateur et un étage permettant la visualisation du flux d’électrons généré. Ces actions peuvent se dérouler dans le vide ou dans les solides. On est dans le domaine $h\nu \gg kT$, c’est à dire pour des détecteurs UV, visible et infrarouge $\lambda < 100 \mu\text{m}$.

24.1.1 Photomultiplicateur

Un photon incident est capable d’arracher un électron à un métal si son énergie $h\nu$ est supérieure au seuil d’extraction ΔE_o du métal. Une photocathode fonctionne sur ce principe. Le ou les électrons arrachés au métal sont ensuite accélérés par un dispositif polarisé sous haute tension. La gerbe électronique finale peut être détectée soit en provoquant la luminescence d’un dispositif au Phosphore (figure 41), soit en “bombardant” un CCD (electron bombarded CCD, EBCCD).

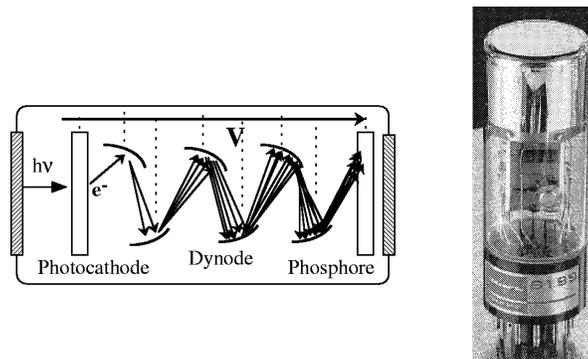


FIGURE 41 – Gauche : principe du tube photomultiplicateur ; le photon incident arrache un électron qui déclenche une gerbe secondaire qui excite le dispositif fluorescent au phosphore, assurant l’intensification du rayonnement incident. Droite : photographie d’un tube photomultiplicateur avec photocathode à l’avant ; il existe aussi des tubes avec détection par côté.

On appelle parfois en abrégé les photomultiplicateurs des “PM”.

Exercice 32 : Le PM de la figure 41 est polarisé sous 10 kV “répartis” sur 10 électrodes qu’on considère comme équidistantes. Calculer l’énergie cinétique acquise par un électron lors de son trajet d’une électrode à l’autre. Comparer cette énergie à celle du photon incident (longueur d’onde dans la bande V).

24.1.2 Galettes de micro-canaux

Une autre configuration d’intensificateur existe utilisant des dispositifs intégrés pour l’amplification du signal électronique généré. Il s’agit de dispositifs à galettes de micro-canaux. Sous l’effet d’une haute tension appliquée aux micro-tubes résistifs, les photo-électrons sont guidés et accélérés dans les tubes tout en produisant des électrons secondaires (figure 42). A la sortie du tube, la gerbe est détectée.

Les dispositifs photomultiplicateurs permettent de détecter l’arrivée d’une *seul photon*, permettant d’effectuer ce qu’on appelle du **comptage de photons** (voir également § 29.4). Cependant ces détecteurs sont d’un emploi délicat et doivent être utilisés pour détecter et intensifier des flux de photons très faibles sous peine de détruire le dispositif. De plus ils comportent un bruit excédentaire dû aux fluctuations du gain d’amplification.

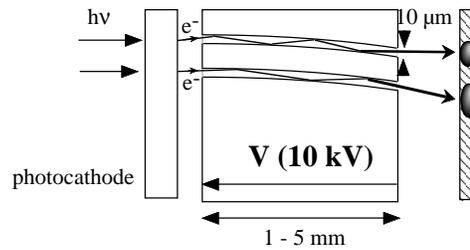


FIGURE 42 – Dispositif utilisant une galette de micro-canaux polarisés sous haute tension.

24.2 Effet photoélectrique dans les solides

24.2.1 Semiconducteurs et interaction rayonnement - matière

Le rayonnement incident sur le détecteur est constitué de photons d'énergie $E = h\nu = hc/\lambda$. La plupart des détecteurs utilisent les propriétés des semiconducteurs pour "transformer" un flux de photons en un signal électrique. On peut d'ailleurs noter que dans le cas de l'œil et de la plaque photo où le principe de détection est chimique, c'est également une interaction photon - électron qui permet la détection.

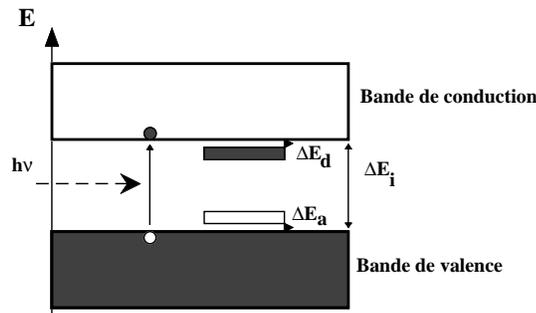


FIGURE 43 – Diagramme de bandes d'énergie d'un semi-conducteur. A 0 K, la bande de valence est pleine et la bande de conduction est vide, ni l'une ni l'autre ne peuvent participer à la conduction électrique. Sous l'effet d'un photon incident, un électron peut être arraché à la bande de valence et être ensuite détecté.

Dans un cristal, les niveaux énergétiques des électrons autour des atomes individuels interagissent pour se fondre dans des bandes d'énergie permises. Les niveaux profonds sont peu perturbés et les niveaux externes donnent lieu à deux bandes, la bande de valence et la bande de conduction. La possibilité qu'aura le cristal de conduire l'électricité dépend du remplissage de la bande de conduction. Si à 0 K la bande de conduction est partiellement remplie, le cristal est un conducteur, par exemple un métal. Si à 0 K la bande de conduction est vide, le cristal sera isolant à cette température. On parle alors de semi-conducteur car à $T > 0$ K, ou sous l'influence d'un flux de photons, des charges électriques pourront gagner l'énergie nécessaire pour passer de la bande de valence à la bande de conduction et rendre le cristal (partiellement) conducteur, voir figure 43.

24.2.2 Semiconducteur intrinsèque

Le semiconducteur le plus utilisé aujourd'hui est le Silicium (Si). Sa structure atomique est telle que chaque atome du cristal possède 4 électrons sur sa couche externe. Pour compléter cette couche et atteindre les 8 électrons nécessaires à sa stabilité, chaque atome partage ses électrons en une liaison covalente avec ses voisins. Le cristal possède alors une structure stable où il n'est pas facile de déloger un électron de son atome parent. A 0 K, le Silicium est un isolant. Lorsque la température augmente, l'agitation thermique des électrons amène certains d'entre eux à quitter leur atome parent, laissant derrière eux un site ionisé Si^+

pour participer à la conduction du courant électrique. Dans le Silicium, l'énergie nécessaire pour casser une liaison atome-électron est d'environ 1 eV ($\Delta E_i \approx 1.6 \times 10^{-19} J$ sur la figure 43). A la température ambiante, la densité électronique ainsi obtenue est de l'ordre de $10^{13} e^- \cdot \text{cm}^{-3}$, nettement inférieure à la densité électronique ($10^{22} e^- \cdot \text{cm}^{-3}$) disponible dans un métal. Ce processus n'est donc pas très efficace (en comparaison de la conduction observée dans les métaux), et on appelle le Silicium un *semiconducteur*. Ce semiconducteur est dit "intrinsèque" car son comportement électrique (conduction réduite) est observé avec *Si* seul.

Lorsqu'un électron quitte son atome parent, il laisse derrière lui un atome Si^+ avec un "trou" d'électron. Il est possible que ce trou soit rapidement rempli par un autre électron qui laisse lui-même un autre trou, etc. Tout se passe comme si l'on avait une charge Si^+ qui se déplace en sens inverse des électrons. On considère donc que la conduction dans les semiconducteurs est assurée par les électrons et par les trous. Dans un semiconducteur intrinsèque, la concentration d'électrons est la même que celle des trous. On appelle les électrons et les trous des *porteurs* (de charge électrique), respectivement négatifs et positifs.

NB. En toute rigueur, dans un cristal, chaque ion, chaque noyau, chaque électron (tous ceux qui restent liés à leur atome parent) porte une charge. On ne donne le titre de "porteur" qu'aux charges *mobiles*, libres de se déplacer et de trans-*porter* une charge d'un point à l'autre du cristal, selon le champ électrique ambiant.

24.2.3 Semiconducteur dopé

On "dope" un cristal de Silicium en y introduisant des "impuretés", c'est à dire des atomes possédant des caractéristiques proches de celle du Silicium, avec un électron de plus ou de moins sur leur couche périphérique. On utilise ainsi le Phosphore (*P*, un électron de plus), le Gallium (*Ga*, un électron de moins), l'Indium (*In*, un électron de moins), etc. La densité de dopants ainsi introduits est de l'ordre de $10^{15} e^- \cdot \text{cm}^{-3}$, c'est donc elle qui va contrôler la conductivité du cristal.

Semiconducteur dopé P

Si on dope le Silicium avec des atomes possédant un électron *de moins* sur leur couche périphérique (par exemple *In*), on introduit dans le cristal des sites porteurs de "trous" qui ont tendance à accepter des électrons arrachés aux atomes de Silicium du cristal. Lorsqu'un électron vient occuper un site *In* initialement neutre, on obtient un ion In^- fixe dans le cristal et un "trou" sur un atome de Silicium voisin. Ce trou peut ensuite participer à la conduction et (énormément) augmenter celle-ci par rapport à la conduction du Silicium intrinsèque. A température ambiante, pratiquement tous les sites *In* sont ionisés (on obtient tout un ensemble de sites fixes dans le cristal, portant une charge négative), et la concentration de porteurs (libres) est égale à la concentration de dopants introduits dans le cristal. On peut ainsi contrôler cette concentration, c'est à dire la conductibilité du semiconducteur dopé. Dans le cas de dopage avec des impuretés de type "accepteur" (d'électrons), on dit qu'on obtient un semiconducteur "de type P" : la conduction est principalement assurée par les porteurs **P**ositifs que sont les trous. On n'a alors plus égalité entre les concentrations d'électrons et de trous, ces derniers sont massivement majoritaires. Le cristal reste bien sûr électriquement neutre, les porteurs (libres) positifs en excès se trouvent compensés par les sites (fixes) négatifs des ions In^- .

Semiconducteur dopé N

Si on dope du Silicium avec des atomes possédant un électron *de plus* en couche périphérique (par exemple du Phosphore *P*), on introduit des électrons supplémentaires dans le cristal (après ionisation des sites Donneurs), qui peuvent participer à la conduction électrique. Les sites fixes ionisés sont cette fois positifs. Les porteurs majoritaires sont les électrons **N**égatifs, le semiconducteur est dit "de type N".

24.3 Sensibilité en longueur d'onde

Du point de vue du diagramme de bandes et de la détection des photons, la présence d'impuretés crée des bandes d'énergie situées à proximité des bandes de valence et de conduction. Les bandes de dopant P sont

TABLE 10 – Longueur d’onde de coupure de divers composés détecteurs à base de semi-conducteurs dopés ou intrinsèques.

Matériau	λ_c (μm)
Si	1.1
Ge	1.8
Si :In	7.4
Si :Ga	17.8
Si :Bi	18.7
Si :As	24
Ge :Ga	120
$\text{Hg}_{(1-x)}\text{Cd}_x\text{Te}$	$\lambda_c(x) < 20 \mu\text{m}$

situées légèrement en dessus de la bande de valence et les bandes de dopants N sont situées légèrement en dessous de la bande de conduction (ΔE_a et ΔE_d sur la figure 43). Ainsi, l’énergie nécessaire pour arracher et détecter un électron est beaucoup plus faible et la longueur d’onde correspondante d’autant plus grande. Le silicium intrinsèque utilisé comme détecteur dans les CCD a un gap ΔE de l’ordre d’un electron-Volt, ce qui correspond à une longueur d’onde de coupure de $1.14 \mu\text{m}$. Le Germanium coupe à $1.88 \mu\text{m}$.

Exercice 33 : Expliquer pourquoi les optiques à base de Silicium transmettent le rayonnement à partir de $1 \mu\text{m}$. Même question pour le Germanium à partir de $2 \mu\text{m}$ (voir section 14.1 et figure 16).

Les détecteurs dans le proche infrarouge sont constitués avec des semiconducteurs dopés dont les bandes ΔE_a ou ΔE_d permettent la détection de photons de moindre énergie. Ainsi Si :In (gap 0.16 eV) permet une longueur d’onde de coupure de l’ordre de $7 \mu\text{m}$, Si :Ga (gap 0.065 eV) coupe vers $17 \mu\text{m}$, etc. (voir tableau 10). Il existe également des composés plus complexes à base d’alliages ternaires comme les détecteurs CMT (HgCdTe), ou InGaAs. Dans de tels semiconducteurs, on ajuste la longueur d’onde de coupure en ajustant la concentration relative des ions, par exemple dans le cas du CMT : on remplace les ions Cd par des ions Hg dans un substrat de CdTe : composition $\text{Hg}_{(1-x)}\text{Cd}_x\text{Te}$.

En modifiant la concentration en ions Mercure dans un substrat CdTe, (on remplace des sites Cd par des sites Hg), on modifie la longueur d’onde de coupure du matériau (figure 44). C’est ce qui rend ce composé si apprécié dans la conception des détecteurs du proche infrarouge.

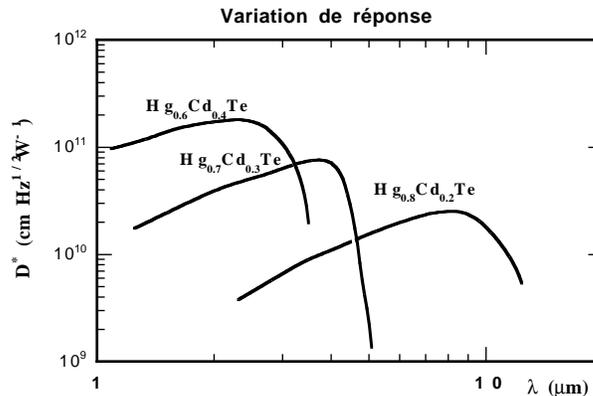


FIGURE 44 – Variation de la courbe de réponse de 3 détecteurs à base de CMT, en fonction de la composition relative Hg / Cd

Dans le cas de détecteurs à base de InGaAs, le composé $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ a une bande passante de 0.8 à $2.5 \mu\text{m}$, tandis que le composé $\text{In}_{0.82}\text{Ga}_{0.18}\text{As}$ (source : catalogue *Sensors Unlimited*, USA) a une bande passante différente.

Dans le visible, on utilisera des photodiodes ou photoconducteurs à base de Si ou Ge, monopixels ou multi-éléments selon l’application choisie.

24.4 Détecteurs photoconducteurs

Dans un photoconducteur, les photons incidents amènent l'énergie nécessaire pour arracher des électrons à la bande de valence et les faire participer à la conduction du semiconducteur. Le photoconducteur est donc une résistance dont la valeur décroît sous flux incident.

24.4.1 Utilisation analogique

On peut utiliser un photoconducteur dans un montage du type de celui de la figure 45. Le réseau de caractéristiques montre que plus le flux incident est important, plus la résistance du détecteur est faible. L'ampli de détection comporte un filtrage passe-bas.

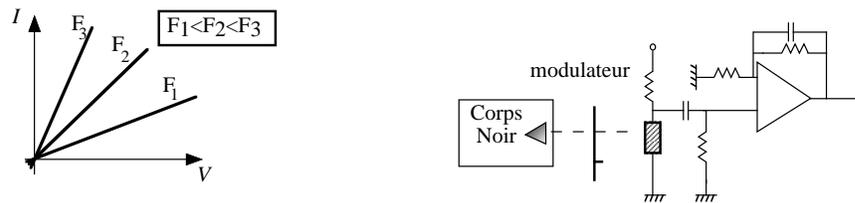


FIGURE 45 – Réseau de caractéristiques courant-tension et montage "analogique" d'utilisation d'un photoconducteur.

24.4.2 Utilisation échantillonnée

On peut aussi imaginer un montage où le photoconducteur travaille en intégration. La photorésistance doit alors être associée à un condensateur (figure 46). Ce genre de dispositif est utilisé dans les matrices de détection à base de semiconducteurs.

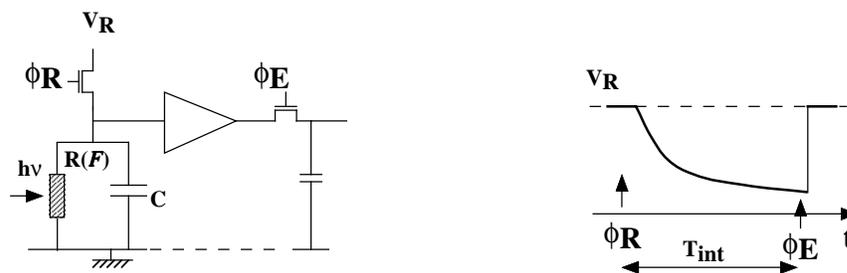


FIGURE 46 – Montage d'utilisation de photoconducteur en mode "échantillonné" avec intégration des charges pendant un temps T_{int} .

Le fonctionnement échantillonné impose de laisser poser le détecteur puis de venir lire la valeur intégrée. Ce mode de fonctionnement impose de disposer de signaux logiques supplémentaires, les *phases* qui rythment les différents stades du processus détection / lecture. Sur la figure 46, le condensateur est rechargé à la tension V_R par le biais de l'interrupteur commandé par ϕ_R (transistor CMOS) qui définit ainsi l'instant de début d'intégration du flux de photons \mathcal{F} . En fonction de ce flux, le condensateur C se décharge d'autant plus vite que la résistance du détecteur est faible. Au bout du temps de pose T_{int} , on lit (échantillonne) la tension V_S . De $V_R - V_S$ on déduit \mathcal{F} .

24.5 Détecteurs photovoltaïques

24.5.1 introduction

Un détecteur photovoltaïque est constitué d'une jonction de deux semiconducteurs dopés de type différents (voir figure 47).

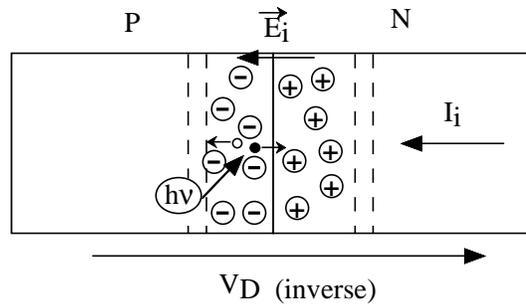


FIGURE 47 – Jonction PN utilisée comme détecteur de photons.

Les détecteurs photovoltaïques peuvent être utilisés de deux manières, en photopile (fonctionnement en circuit ouvert CO) ou en photodiode (fonctionnement en court circuit CC).

24.5.2 Photopile

En dehors de toute polarisation, un photon incident génèrera une paire électron-trou qui sera séparée par le champ électrique régnant dans la zone de charge d'espace de la jonction, entraînant une tension aux bornes du détecteur : $\delta v = e\delta x/\epsilon S$, où δx est l'épaisseur de la jonction, S sa surface et ϵ la permittivité électrique du matériau, le détecteur fonctionne en *photopile*. La figure 48 montre le montage électronique et le point de fonctionnement d'une photopile.

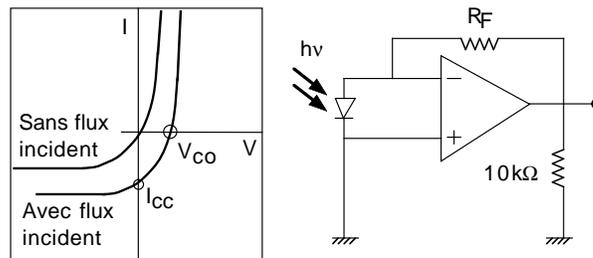


FIGURE 48 – Fonctionnement d'une photopile (d'après catalogue *Graseby Infrared*).

Les variations de tension aux bornes de la photopile sont détectées puis amplifiées par le montage électronique à la suite de la diode. L'impédance d'entrée de l'amplificateur est très grande, correspondant au point de fonctionnement en circuit ouvert (CO ; "open circuit" OC en anglais).

24.5.3 Photodiode

Si la jonction est polarisée en inverse, le courant inverse de diode est un courant de porteurs minoritaires. Le champ interne \vec{E}_i de la jonction est renforcé par V_D (la zone de charge d'espace s'élargit). Un photon incident créera une paire électron-trou qui pourra être séparée par \vec{E}_i et participer au courant inverse I_i . En l'absence de photons incidents, la seule "source" de porteurs provient de l'agitation thermique du réseau. Sous flux de photons, le courant inverse est augmenté d'une quantité proportionnelle au flux de photons incident. Ce courant global peut ensuite être détecté directement (voir figure 49) ou intégré dans

un condensateur pour être lu plus tard (principe de certains détecteurs matriciels infrarouges), le détecteur fonctionne alors en *photodiode*. Même si elle existe, la tension de polarisation inverse est d'amplitude très faible (quelques dizaines de mV), et on peut parler de fonctionnement en court-circuit (CC ; "short circuit, SC en anglais).

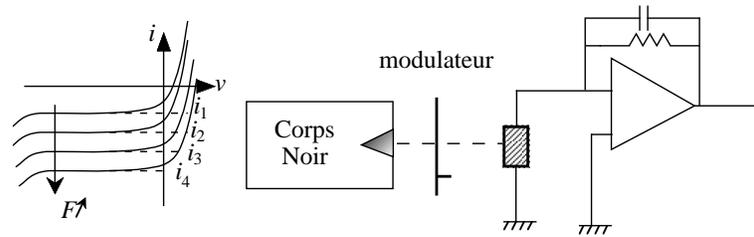


FIGURE 49 – Montage de détection utilisant une photodiode.

24.5.4 Photodiode à avalanche

Lorsqu'elle est polarisée fortement en inverse, une photodiode peut connaître le phénomène d'avalanche (équivalent au claquage d'une diode "normale" sous trop forte tension inverse). Pour appliquer ce principe à la détection de flux faibles, on utilise des photodiodes à avalanche (APD, selon leur acronyme anglais). La détection d'un photon entraîne le passage d'un électron dans la bande de conduction, qui se trouve ensuite accéléré par le champ inverse de la diode, entraînant par collision avec le réseau la production de nouveaux électrons, faisant croître le courant inverse exponentiellement. On détecte alors une impulsion de courant qui peut être importante et résultant de l'arrivée d'un seul photon, comme dans le cas d'un PM (figure 41). Les APD sont donc dédiées aux faibles flux. Une photodiode à avalanche est caractérisée entre autre par le facteur de multiplication M qui correspond au phénomène d'avalanche. Ce facteur multiplicatif s'applique ainsi également au courant d'obscurité. La tension de claquage de la photodiode correspond au moment où le facteur de multiplication devient infini (en pratique lorsque le courant inverse sous obscurité atteint une valeur limite prédéfinie). La présence d'un facteur multiplicatif rajoute du bruit par rapport au bruit de grenaille théorique, du fait des variations de l'amplification. On introduit un facteur de bruit excessif F tel que $F = M^x$ où x est le coefficient de bruit en excès. Le bruit de courant de la photodiode est : $\sigma_i^2 = 2eI_oM^2FB$, où I_o est le courant à facteur d'amplification $M = 1$.

24.5.5 Rendement quantique

C'est le rapport entre le nombre de (paires) électrons (-trous) créés et le nombre de photons incidents : $\eta = n_e/n_{hv}$. Si I_p est le photocourant généré et P_o la puissance lumineuse incidente, le rendement quantique peut s'écrire :

$$\eta = \frac{I_p/e}{P_o/h\nu} = \frac{hc I_p}{\lambda e P_o} \quad (78)$$

Il est clair que si l'énergie du photon n'est pas suffisante pour arracher des électrons à la bande de valence, le rendement quantique devient nul. L'énergie de gap ΔE du semiconducteur définit la longueur d'onde de coupure du détecteur : $\Delta E = hc/\lambda_c$.

D'autres facteurs peuvent limiter le rendement quantique et notamment le coefficient d'absorption du matériau dans lequel la diode est réalisée. Si les photons sont absorbés avant d'atteindre la zone sensible (jonction PN où les électrons seront accélérés), ils ne peuvent être détectés. De même le coefficient de réflexion sur le dioptre d'entrée du détecteur diminuera le rendement quantique "effectif" du détecteur. Ainsi les diodes CdHgTe sont recouvertes d'un traitement antireflet pour diminuer le coefficient de réflexion du CdTe qui est de l'ordre de 30%.

Par ailleurs, la taille de la zone sensible jouera aussi sur le rendement quantique global. Si on éclaire uniformément un détecteur dont la courbe de réponse spatiale est trop piquée, on ne collectera pas tous les photons disponibles.

Tous ces facteurs doivent être ajustés pour optimiser le rendement de la diode, moyennant quoi on atteint couramment des rendements quantiques bien supérieurs à 50%.

Exercice 34 : Utiliser la courbe de réponse en A/W de la figure 50 pour calculer le rendement quantique de la photodiode au Silicium concernée, pour $\lambda = 900 \text{ nm}$. Vérifier que $\eta(\lambda)$ est sensiblement constant de 400 à 900 nm.

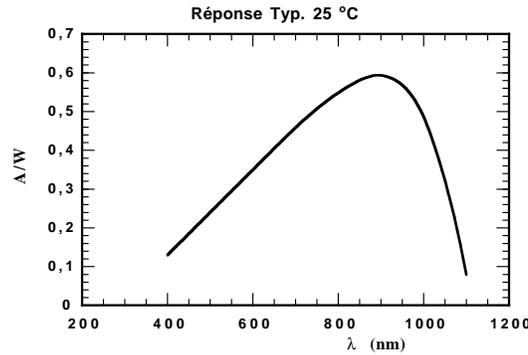


FIGURE 50 – Courbe de réponse en A/W d’une photodiode au Silicium

24.5.6 Schéma équivalent

Une photodiode peut se modéliser comme une source de courant débitant dans une capacité en parallèle avec très forte résistance, selon le schéma équivalent de la figure 51.

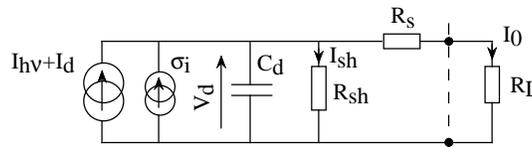


FIGURE 51 – Schéma équivalent de photodiode.

Les différents paramètres du schéma sont :

I_{hv} photocourant proportionnel au flux de photons incidents

I_d courant inverse de la diode ; c’est un courant parasite supplémentaire qui augmente avec la température.

C_d capacité de la jonction de la diode. C’est le principal facteur déterminant la bande passante (fréquence de coupure) du détecteur.

R_{sh} Résistance “shunt” parasite due par exemple aux courants de fuite de la diode ; sa valeur est généralement très élevée ($\geq 10^7 \Omega$).

R_s Résistance série de sortie de la diode ; sa valeur est faible (quelques Ω).

V_d Tension aux bornes de la diode.

I_{sh} Courant de fuite dans la résistance shunt.

I_0 Courant circulant dans la charge R_L .

σ_i Source de courant de bruit (voir § 26).

24.5.7 Défectivité d'un détecteur photovoltaïque

Soit un détecteur de surface A et d'angle solide "de vue" Ω , dans un environnement à la température T . Si le détecteur est utilisé avec la bande passante Δf , on peut montrer que le plus petit signal détectable est :

$$NEP = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda} \cdot A \cdot \Delta f \cdot \sigma T^4 \sin^2 \theta} \quad (79)$$

où σ est la constante de Stefan et θ est le demi angle de vue du détecteur ($\Omega \approx \pi \sin^2 \theta$ pour de petits angles (voir section 7)). On en déduit le terme D^* d'un détecteur photovoltaïque :

$$D^* = \frac{\sqrt{A \cdot \Delta f}}{NEP} \quad (80)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{2hc}{\lambda} \cdot \sigma T^4 \sin^2 \theta}} \quad (81)$$

On obtient finalement :

$$D^* = \frac{\sqrt{\lambda}}{\theta} T^{-2} \frac{1}{\sqrt{2hc\sigma}} \quad (82)$$

$$\approx 6.6 \cdot 10^{12} \lambda_{\mu m}^{1/2} T_K^{-2} \cdot \theta^{-1} \quad \text{mW}^{-1} \text{Hz}^{1/2} \quad (83)$$

On vérifie que la défectivité augmente avec λ , et qu'il faut refroidir les détecteurs pour obtenir une sensibilité meilleure (ce qui n'est pas toujours requis !). D^* dépend également du champ de vue (Field of view, FOV) et les performances des détecteurs sont données par exemple pour un FOV de 60° .

25 TEMPÉRATURE ET DÉTECTIVITÉ

25.1 Électrons photoniques et thermiques

Dans tous les détecteurs basés sur l'effet photoélectrique, la détection des photons (photoélectrons) est en concurrence avec la production d'électrons thermiques. Cet effet existe quelle que soit la longueur d'onde de coupure mais est d'autant plus sensible que celle-ci est haute (voir figure 52, ainsi que la table 10).

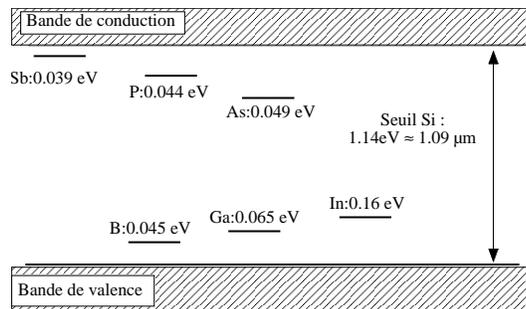


FIGURE 52 – Différents niveaux de dopage du Silicium dans le proche infrarouge. La largeur du gap initial est de l'ordre d'un eV.

Si le détecteur n'est pas à 0 K, il existe toujours une énergie d'agitation thermique qui permet à certains électrons de la bande de valence de passer dans la bande de conduction. La densité de porteurs de charges est proportionnelle à un coefficient fortement dépendant de la température : $n \propto T^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$. Dans tous les détecteurs basés sur l'effet photoélectrique, on aura intérêt à abaisser la température de fonctionnement. la

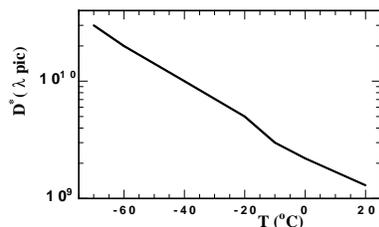


FIGURE 53 – Variation de la détectivité d’un photoconducteur avec la température.

figure 53 montre comment varie la détectivité réduite d’un photoconducteur de la série P3981 sensible de 2 à 5 μm (source catalogue *Hamamatsu*, 1993).

De manière générale, les détecteurs sont plus performants lorsqu’ils sont refroidis (voir calcul de la sensibilité d’un détecteur thermique § 22.1 par exemple). Lorsqu’un refroidissement est nécessaire, les détecteurs sont placés dans un cryostat (figure 54) avec un réservoir qu’on peut remplir de liquide cryogénique. On emploie généralement de l’azote liquide (LN_2) à 77 K à pression atmosphérique, qui est très simple d’emploi, ou de l’hélium liquide (LHe) qui permet d’atteindre des températures beaucoup plus basses à 4 K, mais qui est d’emploi beaucoup plus complexe. Certains cryostat utilisent des systèmes de refroidissement avec compresseur (Joule-Thompson ou cycle Stirling).

NB : En plus de la détectivité, la courbe de réponse spectrale n’est pas la même à température ambiante et à 77 K ! Ce problème bien connu de décalage de la bande passante lorsqu’on utilise des filtres interférentiels refroidis ne doit pas être sous estimé dans le cas des détecteurs. Il faut bien vérifier que la longueur d’onde au pic est donnée pour la température de fonctionnement envisagée. Même si le décalage est faible, il peut être significatif au regard des performances visées.

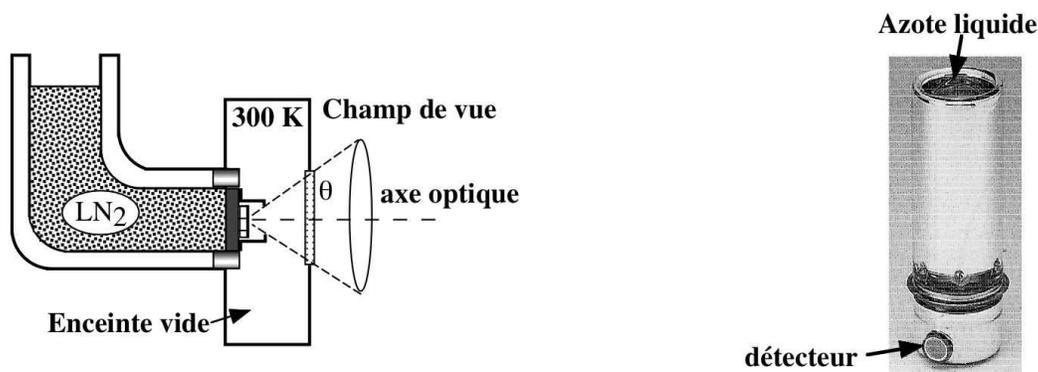


FIGURE 54 – Schéma de principe d’un cryostat de laboratoire pour composant infrarouge (gauche). Le détecteur est isolé au rayonnement à 300 K ambiant et son champ de vue est défini par un diaphragme froid. La photo à droite montre un cryostat du commerce.

25.2 Éléments de cryogénie

Pour faire en sorte de ne détecter que les électrons issus de photons utiles, on agit d’une part sur la température de fonctionnement du détecteur (montage cryogénique), d’autre part sur le montage optique placé en amont du détecteur. Le système cryogénique sera d’autant plus sophistiqué que l’on souhaite utiliser le détecteur à une température basse et stable. Dans un montage où la température est fixée par un bain de gaz liquéfié, on souhaitera ne pas avoir à refaire le plein trop souvent. Les systèmes à cryogénérateur (“frigos”) sont autonomes mais peuvent entraîner des vibrations ; ils doivent également être alimentés électriquement, ce qui peut être pénalisant, par exemple pour une expérience embarquée sur satellite. Selon le type de détecteur utilisé, ils devront être plus ou moins refroidis. Le liquide de refroidissement le plus

simple à utiliser est l'azote liquide (77K) ; en abaissant la pression sur la cuve d'azote, on peut l'amener à se solidifier, ce qui abaisse sa température près de 50 K. On utilise aussi l'Helium liquide (4K) mais il est d'utilisation beaucoup plus complexe et coûte beaucoup plus cher.

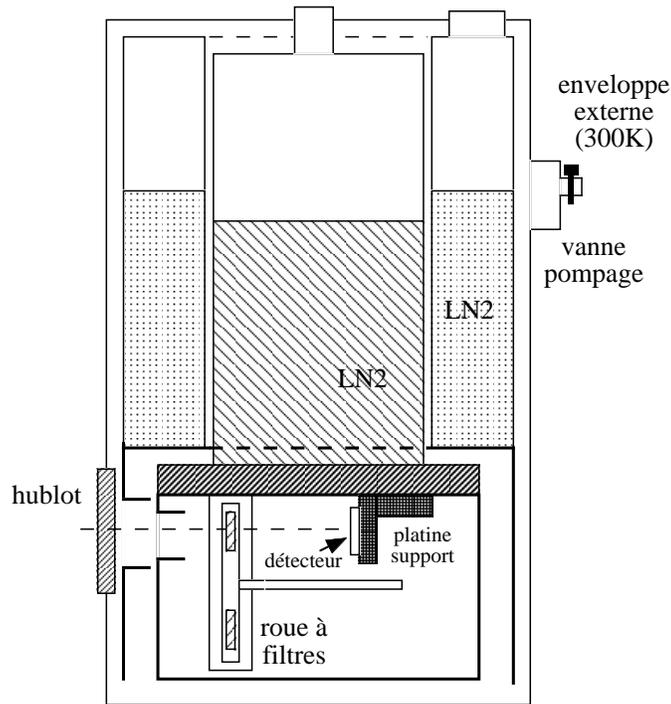


FIGURE 55 – Schéma de principe d'un cryostat simple utilisé en observatoire. Le schéma montre un cryostat à deux cuves pour augmenter l'autonomie.

La figure 56 montre un exemple de montage d'optique "froide" de manière plus détaillée. On peut noter que ce montage fait en sorte que l'image de la pupille d'entrée du télescope soit réimagée sur un diaphragme froid, de sorte que toute l'émission de l'environnement proche (corps noir à 300K, émissivité = 1, $I = B$) est stoppée par l'écran froid. Le signal envoyé sur le détecteur ne contient que de l'émission de fond de ciel (émissivité < 1, $I = \tau.B$).

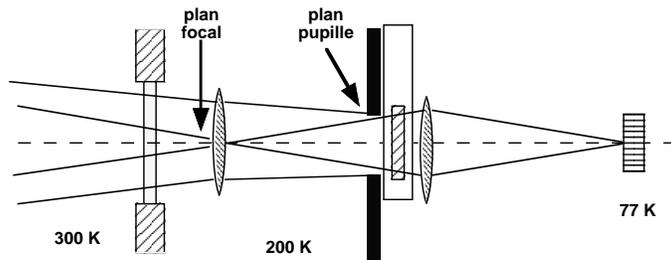


FIGURE 56 – Schéma d'optique froide à l'intérieur d'un cryostat.

26 SIGNAL ET BRUIT, OPERATEURS

26.1 Introduction

Le bruit (*noise* en anglais) est un signal aléatoire généralement à moyenne nulle, qui se superpose au signal utile. Dans le cas de la photodiode, on peut représenter ce terme supplémentaire par une source de

courant σ_i . Lors de la mesure d'un signal (ici un flux lumineux), la présence de bruit empêche d'obtenir une précision infinie sur la mesure. Deux mesures répétées à un certain intervalle de temps ne donneront pas le même résultat en présence de bruit. Plus l'amplitude du bruit sera forte et plus la différence entre les mesures sera importante. Si S est l'amplitude du signal utile et B celle du bruit, on appelle rapport Signal à Bruit le terme : S/B (S/N en utilisant la terminologie anglo-saxonne).

Dans les détecteurs, le bruit peut être de diverses origines : bruit thermique Johnson noise), bruit de grenaille (shot noise), bruit en $1/f$, bruit statistique ("bruit de photons"), bruit d'amplification. On peut également imaginer d'autres sources de bruit (d'incertitude) sur la mesure : bruit spatial (inhomogénéités de réponse des multiples éléments d'un détecteur CCD), bruit de quantification (incertitude sur la conversion analogique - digitale d'un signal à $\pm 1/2$ LSB). Certaines des sources de bruits peuvent être réduites en améliorant la qualité du montage (interférences avec le 50 Hz en améliorant le blindage, bruit $1/f$ en améliorant les connexions), certaines sources de bruit sont d'origine fondamentale et ne peuvent être dépassées (bruit thermique à T donnée, etc.).

Pour caractériser un niveau de bruit, on utilise la notion de **densité spectrale de puissance** (DSP), qui définit la répartition de la puissance du bruit par intervalle de fréquence df :

$$S(f) \propto \frac{dv^2(f)}{df} \propto \frac{di^2(f)}{df}$$

La caractérisation en tension ou en courant dépend du type de détecteur utilisé et du modèle adopté. Si le circuit détecteur + électronique associée est utilisé avec la bande passante Δf , la puissance de bruit rajoutée au signal sera :

$$P = \int_{\Delta f} S(f)df \tag{84}$$

On rencontre généralement du bruit à toutes les fréquences, on aura donc intérêt à filtrer le signal si celui-ci est placé dans une bande de fréquences limitée. Il se trouve que la plupart des détecteurs fonctionnent intrinsèquement en filtrage passe-bas ou en mode d'intégration (fonctionnement échantillonné), ce qui réduit naturellement la bande passante (voir section 26.2).

26.2 Bande passante d'un intégrateur

Un circuit intégrateur réalise l'opération suivante :

$$y(t) = \int_t^{t+\tau} x(t)dt$$

On trouve la fonction de transfert en appliquant l'opérateur à une fonction exponentielle complexe $e^{2i\pi ft}$:

$$\int_t^{t+\tau} e^{2i\pi ft} dt = \frac{1}{2i\pi f} [e^{2i\pi f(t+\tau)} - e^{2i\pi ft}] \tag{85}$$

$$= \frac{1}{2i\pi f} e^{2i\pi ft} [e^{2i\pi f\tau} - 1] \tag{86}$$

$$= G(f)e^{2i\pi ft} \tag{87}$$

la fonction de transfert est donc :

$$G(f) = \frac{1}{2i\pi f} [e^{2i\pi f\tau} - 1] \tag{88}$$

$$= \tau e^{i\pi f\tau} \text{sinc}(\pi f\tau) \tag{89}$$

La bande passante de l'intégrateur s'écrit :

$$B = \frac{1}{G_{\max}^2} \int_0^\infty |G(f)|^2 df = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\infty |\tau e^{i\pi f\tau} \text{sinc}(\pi f\tau)|^2 df = \frac{1}{2} \int_0^\infty \text{sinc}^2(\pi f\tau) df = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\Pi_{\tau/2})^2 dt$$

Ce qui donne $1/2\tau$ en utilisant le théorème de Parseval-Plancherel (conservation de l'énergie entre le domaine des temps et des fréquences).

26.3 Bruit thermique

Le bruit thermique provient de l'agitation électronique à la température T à l'intérieur des conducteurs utilisés (détecteurs, montages, etc.). Les micro-déplacements aléatoires des électrons correspondent à des micro-courants aléatoires qui fournissent une puissance se superposant au signal utile en brouillant celui-ci. La densité spectrale de bruit en tension aux bornes d'une résistance R à la température T est $S(f) = 4kTR$ (en V^2/Hz). C'est un bruit blanc (d'amplitude constante à toutes les fréquences) et la variance du bruit à travers une bande passante B est : $e^2 = 4kTRB$.

26.4 Bruit de grenaille ("shot noise")

Ce bruit résulte de la nature quantique des photons ou des électrons comptabilisés dans les détecteurs. Ces particules obéissent à la statistique de Poisson et si on mesure un nombre moyen N de particules (photons ou électrons) la variance de cette mesure vaut $\sigma^2 = N$.

26.4.1 Bruit de photons

L'appellation "bruit de photons" (ou bruit "de signal") est un abus de langage mais elle recouvre l'incertitude statistique sur la mesure du nombre N de photons incidents (si $N = 0$, il n'y a pas d'incertitude). Le bruit de photon est obligatoirement présent dans le signal, et détermine le rapport signal sur bruit initial dans la chaîne de détection : $S/N = \sqrt{N}$. Dans un pixel de CCD où l'on intègre 100000 photons, le rapport S/N vaut ≈ 300 . Par la suite, ce rapport signal sur bruit ne pourra que décroître.

26.4.2 Cas des électrons

Dans la plupart des détecteurs, on passe des photons aux électrons par le rendement quantique : le nombre (moyen !) d'électrons détectés vaut $N_e = \eta N$. Cette relation peut être trompeuse car le rendement quantique η n'est pas un gain fixé. Dans la capacité de stockage du détecteur, les électrons arrivent également suivant une statistique de Poisson et la mesure de N_e est entachée d'une incertitude d'écart-type $\sigma_e = \sqrt{N_e}$. On peut ainsi voir que le rapport S/N a déjà baissé lors du passage des photons aux électrons :

$$S/N(e) = \sqrt{N_e} = \sqrt{\eta N} = \sqrt{\eta} S/N(ph) < S/N(ph)$$

Car $\eta < 1$.

Il faut être vigilant sur les nombres à utiliser pour calculer le rapport S/N de la mesure. La relation $\sigma = \sqrt{N}$ ne s'applique qu'aux électrons ou aux photons et pas aux ADU (obtenus après amplification dans le système de lecture). Ainsi, dans un CCD où le gain du système vaut par exemple $G = 3.5$ électrons par ADU, si on a obtenu $N_{ADU} = 50000$ (déterminé généralement par le système de conversion analogique - numérique, ici sur 16 bits : < 65536), on a en fait $N_e = 3.5 \times 50000 = 175000$ électrons détectés, et le rapport S/N vaut $\sqrt{175000} = 418$ et pas $\sqrt{50000} = 224$. En définitive, le rapport S/N peut s'écrire : $S/N = \sqrt{G} \sqrt{N_{ADU}}$.

26.4.3 Bruit dans une diode

Si on considère un détecteur en courant comme un dispositif qui intègre un flux N de charges pendant un temps de pose τ , le courant moyen obtenu est : $I = Ne/\tau$. L'intégration pendant le temps τ revient à filtrer le signal avec un filtre passe-bas de bande passante $B = 1/2\tau$ (voir § 26.2). Le processus d'arrivée des électrons est un processus Poissonien, la variance sur le nombre N est donc : $\sigma_N^2 = N$. On passe de la

variable N à la variable I en multipliant par le coefficient constant e/τ , on déduit alors la variance sur le courant I : $\sigma_i^2 = (e/\tau)^2 \sigma_N^2$ et on obtient :

$$\sigma_i^2 = \left(\frac{e}{\tau}\right)^2 \frac{\tau}{e} I = \frac{eI}{\tau} = 2eIB \tag{90}$$

La variance du bruit dû à la nature discontinue du signal (électrons individuels) est proportionnelle au courant moyen dans la diode. La densité spectrale de ce bruit est également blanche et la variance est d'autant plus grande que la bande passante du système de mesure est importante.

26.5 Bruit en 1/f

Le bruit en $1/f$ caractérise des fluctuations aléatoires supplémentaires dont l'amplitude augmente lorsque la fréquence diminue, c'est à dire lorsque l'intervalle de temps entre deux mesures augmente. Ce bruit est très dépendant de la technologie des composants. Par exemple, une source de bruit en $1/f$ peut-être l'existence de mauvais ("faux") contacts à l'intérieur du détecteur. La densité spectrale d'un tel bruit s'écrit : $S(f) \propto \frac{K}{f^\beta}$, avec $0 < \beta < 2$.

Au total, la variation de la densité spectrale du bruit généralement rencontré dans les détecteurs avec la fréquence, se présente comme sur la figure 57. L'existence d'un bruit en $1/f$ (surtout sensible aux basses fréquences) et d'un bruit blanc dont l'effet se fait sentir lorsqu'on augmente la bande à haute fréquence justifie l'utilisation de modulateurs (avec détection synchrone) en photométrie.

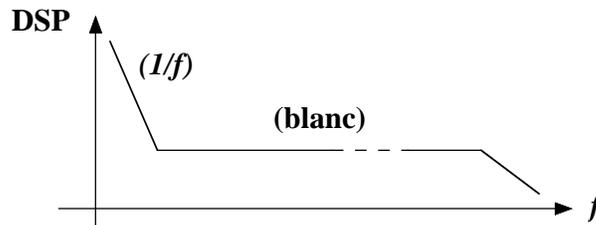


FIGURE 57 – Densité spectrale de bruit "typique" rencontré dans un détecteur : bruit en $1/f$, bruit blanc, limite en bande passante.

26.6 Bruit de lecture

On pourrait donner ce nom à n'importe lequel des bruits intervenant dans la mesure du signal d'un détecteur, mais on réserve souvent cette appellation au bruit propre du circuit effectuant la lecture. Ce bruit est généralement dominé par l'étage de la chaîne électronique le moins bon, et s'il s'agit de l'amplificateur de sortie, il peut être donné en μV , et il faut connaître la capacité équivalente de sortie de l'étage C_e pour convertir ce bruit en tension en un nombre de charges. Si σ_V est le bruit en Volt en sortie de l'ampli, cela correspondra à un bruit $\sigma_e = C_e \cdot \sigma_V / e$ en nombre d'électrons. On détermine le bruit de lecture en effectuant une mesure de la tension de sortie pour un signal d'entrée nul (détecteur placé dans le noir, c'est à dire dans le froid si c'est un détecteur infrarouge).

26.7 "Bruit" de numérisation

Il n'y a pas forcément d'étage de numérisation du signal dans une chaîne radiométrique mais lorsqu'on veut effectuer un traitement informatique du signal, on est amené à utiliser un convertisseur Analogique Digital (CAD ou ADC, figure 58).

Lors de la numérisation du signal de sortie, on code une gamme de tension à l'aide d'un nombre en base 2. Un codage sur N bits permet de distinguer 2^N niveaux de tensions différents régulièrement répartis entre

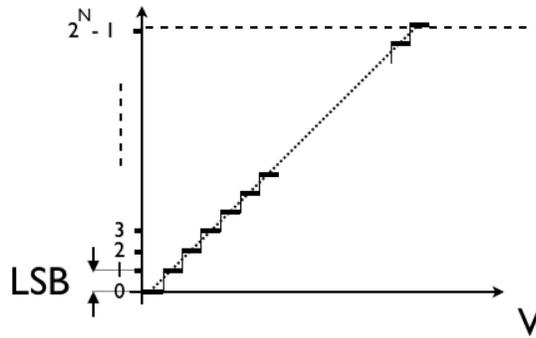


FIGURE 58 – Réponse d’un convertisseur Analogique Digital : en entrée la tension, en sortie, par une série de “marches d’escaliers” le nombre codant cette tension.

V_{\min} et V_{\max} (le plus souvent 0 V et 5 V, mais pas toujours). Sur 16 bits, on peut donc distinguer 65536 niveaux différents.

Si la valeur de la tension d’entrée du CAD tombe entre deux niveaux de numérisation, le CAD ne saura pas choisir entre les deux valeurs et le nombre binaire associé aura une incertitude égale à $1/2\text{LSB}$, soit $(V_{\max} - V_{\min})/2^N$ (voir figure 59). Ce bruit est parfois appelé bruit de numérisation (ou quantification mais la connotation avec le bruit quantique peut amener des confusions).

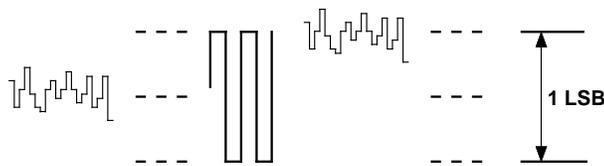


FIGURE 59 – Exemple de CAD inadapté au bruit de sortie de la chaîne à numériser. A gauche, le convertisseur fournit un bruit nettement amplifié ; à droite, la présence de bruit est ignorée, ce qui fausse la mesure.

Lorsqu’on utilise un CAD dans une chaîne de mesure, il faut vérifier que le bruit global de la chaîne analogique est nettement supérieur au demi-pas de numérisation. Une règle d’ajustement peut-être par exemple de coder 1σ (amplitude du bruit de la chaîne) sur 1 LSB.

Pour conclure, le bruit de numérisation présenté ici n’est pas un bruit à proprement parler ; si la chaîne est bien réglée (indépendamment de la qualité de ses composants), le CAD ne fait que numériser le signal. Par contre si le réglage est mal ajusté, il peut apparaître en sortie du CAD un bruit arbitrairement grand.

Exercice 35 : Calculer le bruit maximum admissible (1σ) d’une chaîne de mesure connectée à un convertisseur sur 12 bits possédant une gamme de tension d’entrée ajustée sur [0-5 V].

26.8 Bruit total sur la mesure

On considère les différentes sources de bruit comme indépendantes, et on obtient la variance du bruit total comme la somme quadratique des variances des bruits pris individuellement :

$$\sigma_T^2 = \Sigma\sigma^2 \quad (91)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_G^2 + \sigma_C^2 + \sigma_f^2 + \sigma_N^2 + \sigma_L^2 + \sigma_{LSB}^2} \quad (92)$$

Dans la plupart des cas réels, il se trouve souvent un des termes de bruit qui domine, ce qui permet de simplifier l’expression (91).

26.9 Détecteur BLIP

Dans le visible, le bruit de photon est souvent le bruit dominant lorsqu'on observe une source brillante avec un détecteur de bonne qualité. Dans l'infrarouge, au delà de $2\ \mu\text{m}$, le flux de fond de l'environnement à 300 K devient très important. Dans de nombreuses applications, le bruit statistique sur le nombre de photons du fond domine tous les autres bruits ($\sigma_T^2 \approx \sigma_N^2$) et tout se passe comme si le détecteur n'avait aucun bruit propre, il est dit **BLIP** (Background Limited Performance). Pour une application où l'on est certain que la mesure sera BLIP, il est inutile de choisir un détecteur trop performant.

Exercice 36 : On considère un détecteur recevant dans la bande H ($1.65\ \mu\text{m}$) un flux $F = 3.75 \cdot 10^{-15}\ \text{W}$. le détecteur fonctionne en intégration à la cadence vidéo (25 Hz), avec un rendement quantique $\eta = 80\%$, un bruit de lecture de 30 électrons, et un courant d'obscurité de 5 électrons/seconde. • Déterminer les différentes sources de bruit dans la mesure ; en déduire le bruit de lecture total. Quel est le bruit dominant ? le détecteur est-il BLIP ? Si l'ampli de sortie a une capacité équivalente de 0.05 pF, quel pas de conversion faut-il choisir à l'entrée du convertisseur analogique - digital qui numérise le signal, pour ne pas dégrader le rapport S/N lors du passage au numérique ?

27 COMMENT CHOISIR UN DÉTECTEUR ?

27.1 Principaux critères

On choisira un détecteur en suivant plusieurs critères (pas forcément indépendants !) dont les plus importants sont :

- Domaine de sensibilité en longueur d'onde : dans le visible, on optera pour un dispositif à base de Silicium par exemple. Dans le proche infrarouge, on emploiera un dispositif dont la longueur d'onde de coupure est adaptée au domaine spectral visé (attention également à la transmission de l'optique). Si on doit pouvoir détecter dans un large domaine spectral, un détecteur thermique peut être nécessaire.
- Défectivité : il est inutile de choisir un détecteur très sensible pour une application où le flux à mesurer est important. Par exemple, dans de nombreuses applications de laboratoire, on est souvent maître de la source de lumière (pour faire de la caractérisation spectrale d'un matériau par exemple) et on peut alors utiliser un détecteur moins sensible et moins coûteux ou plus simple d'utilisation. De plus, certains détecteurs peuvent être inutilisables car saturés en permanence, ou même être carrément détruits si le signal incident est trop fort (cas des intensificateurs par exemple).
- Temps de réponse et / ou bande passante nécessaire dans la chaîne radiométrique mise en place. Il faut également distinguer les cas où on aura besoin d'une mesure en continu (fonctionnement analogique) ou si on souhaite effectuer une mesure échantillonnée (avec intégration).
- Facilité d'utilisation et coût : Un détecteur sensible peut exiger un système de refroidissement peu commode à mettre en oeuvre pour atteindre effectivement les performances visées. Si celles-ci sont hors spécification, la dépense de temps et d'énergie pour mettre le détecteur en oeuvre est inutile.
- Source ponctuelle ou source étendue : si l'application visée n'impose pas de mesurer une information spatiale (de faire des images), on aura avantage à prendre un détecteur ponctuel sur lequel on concentrera tout le signal reçu ; ce critère est à comparer à la facilité d'utilisation de certains CCD du commerce (si une mesure en mode échantillonné est acceptable).

Les différentes caractéristiques des détecteurs du commerce sont décrites dans les catalogues constructeurs (Hamamatsu, Sofradir, Laser Focus, Grazeby, Sensor unlimited, GEC-Marconi, Philips, Fujitsu, Burle, Inframetrics, HGH, etc.).

27.2 Adaptation du rapport S/N nécessaire

Une fois que l'on a choisi un détecteur pratique dans la bonne gamme de longueur d'onde, on peut essayer d'estimer le rendement signal à bruit S/N obtenu. La défectivité D^* (exprimée par exemple en

cm.Hz^{1/2}.W⁻¹ donne le rapport S/N pour un flux d'un Watt tombant sur un détecteur de surface 1 cm² utilisé avec une bande passante d'un Hz. A partir de l'estimation du flux tombant sur le détecteur utilisé, on peut en déduire le rapport S/N attendu pour une application donnée.

Exercice 37 : On choisit un détecteur de $D^* = 10^{11}$ cm.Hz^{1/2}.W⁻¹ dont la surface sensible est de 1 mm², qu'on utilisera avec une bande passante de 10 Hz. Calculer le rapport S/N attendu lorsqu'on observera une source ponctuelle émettant une puissance $P = 1$ Watt dans toute la bande passante $\Delta\lambda$ de sensibilité du détecteur, et située à 2 m de distance. En déduire la valeur de P_{\min} détectable à 2 m par le détecteur utilisé dans ces conditions. Quel est le rapport entre P_{\min} et le NEP du détecteur ?

28 IMAGERIE VISIBLE

28.1 Introduction

Les dispositifs à transfert de charge (Charge Coupled Device : CCD) sont devenus une référence en matière de photométrie dans le domaine visible et proche infrarouge. Il peut arriver, néanmoins, que lorsqu'un large champ de vue n'est pas indispensable, des questions pratiques de mise en oeuvre amènent l'utilisateur à préférer un imageur à un seul pixel (photodiode au silicium), ou une barette, associée à un système de balayage,

Dans le visible depuis les années 70, et plus récemment dans le proche infrarouge, on trouve les CCD partout : dans les caméscopes, les appareils photos numériques, les caméras de télévision, les instruments scientifiques où une grande sensibilité est nécessaire (en astronomie notamment).

Les premiers paragraphes de cette section s'intéressent aux aspects mathématiques et théoriques de l'imagerie avec un multi-détecteur. Dans une deuxième partie, on approchera les questions touchant à la physique de la détection.

28.2 Formation d'image et théorème d'échantillonnage

De manière générale, un signal $x(t)$ peut être remplacé sans perte d'information par une série d'échantillons $x_n = x(t_n) = x(n.\delta t)$ si les échantillons sont pris à des intervalles de temps δt suffisamment courts : $\delta t < \frac{1}{2.F_{\max}}$ où F_{\max} est la fréquence maximale présente dans le spectre $X(f)$ de $x(t)$ (figure 60).

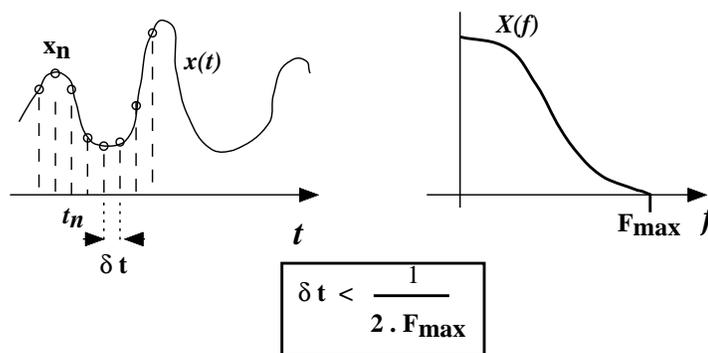


FIGURE 60 – Théorème d'échantillonnage

Une image est un signal à 2 dimensions, et obéit de même au théorème de l'échantillonnage. Le spectre d'une image, d'un signal à 2 dimensions comporte des fréquences à deux dimensions, dites *fréquences spatiales* là où le spectre d'un signal à une dimension comporte des fréquences à une dimension, dite fréquences temporelles.

Sur la figure 61, on note l'évolution de la qualité de l'échantillonnage de 512 x 512 pixels à 8 x 8 (de gauche à droite et de bas en haut).

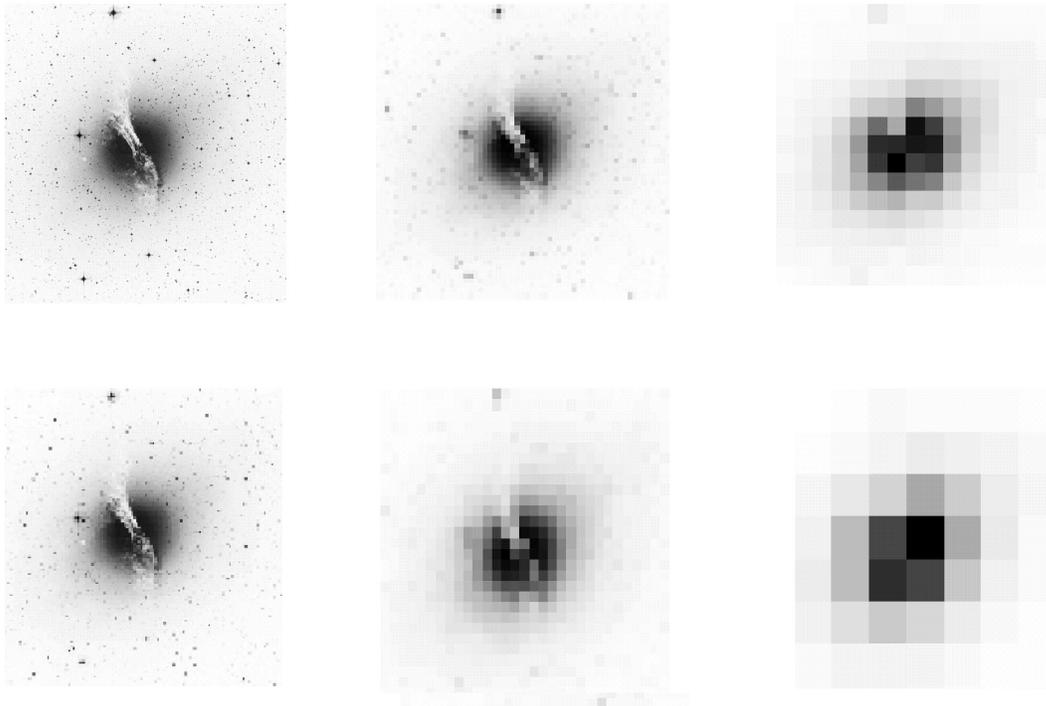


FIGURE 61 – Si on ne prend pas suffisamment d'échantillons pour numériser l'image, on perd irrémédiablement de l'information.

Dans un dispositif utilisant un CCD, le système de mesure ou d'imagerie comporte un dispositif optique qui reforme l'image de l'objet observé sur le détecteur. Chaque pixel du détecteur mesure le flux incident sur une certaine étendue $x \times x$ (typiquement $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$). Il n'y a pas d'espace mort entre les pixels et pour conserver toute l'information présente dans l'image, il faut placer au moins deux pixels pour analyser la réponse impulsionnelle du système optique. La réponse impulsionnelle (PSF) est l'image que donne le système lorsqu'il est éclairé par une source ponctuelle (figure 62). La taille de la réponse impulsionnelle donne l'échelle de la fréquence maximum que passe le système d'imagerie.

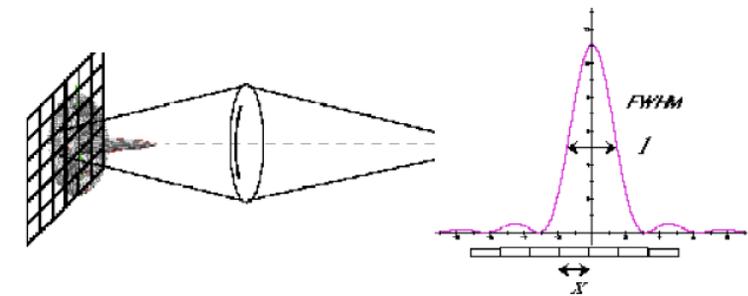


FIGURE 62 – La réponse impulsionnelle d'un instrument d'optique est une fonction d'Airy. Le théorème d'échantillonnage impose d'avoir deux éléments d'analyse par image ponctuelle.

Pour un instrument d'optique de diamètre D observant à la longueur d'onde λ , la PSF est la **tache d'Airy**, de diamètre angulaire λ/D . En toute rigueur, on peut approcher la notion de résolution de différentes manières ; le critère de Rayleigh, par exemple, considère le premier anneau noir de la tache d'Airy, qui se trouve à la distance angulaire $1.22\lambda/D$ de l'axe. Une analyse basée sur la notion de fréquences spatiales amène plutôt à une résolution théorique égale à λ/D . La fréquence (spatiale) que passe le système est : $F_{\text{max}} = D/\lambda$. Les deux valeurs sont de toute façon très proches et une règle de calcul rapide donne comme résolution spatiale : $0.2'' \cdot \lambda_{\mu\text{m}}/D_{\text{m}}$.

A la distance focale f , la tache d'Airy a un diamètre linéaire $l = f.D/\lambda$. Si on observe à la limite de diffraction, le théorème d'échantillonnage impose que $x \leq f.\lambda/2.D$ (figure 62).

Exercice 38 : Déterminer l'échelle focale (pixel/arcsec) nécessaire pour adapter un CCD ayant des pixels de $15\ \mu\text{m}$ de côté à un caméscope possédant une pupille d'entrée de 5 cm observant dans le Vert ($\lambda_V \approx 500\ \text{nm}$), si on souhaite fonctionner à la limite de diffraction.

28.3 Cas d'un détecteur à facteur de remplissage < 1

Lorsqu'on analyse une image au foyer d'un instrument d'optique (qui conjugue le plan du ciel et le plan focal), on réalise une carte d'un coup. Il est alors évidemment impossible de respecter la condition de mesure par décalage de demi-lobes comme dans en radio-astronomie et le facteur de remplissage est forcément inférieur à 1 (figure 63). On vérifie que pour que l'image soit correctement échantillonnée, il faut $f_c \leq 1/2p$, autrement dit, la fréquence (spatiale) d'échantillonnage $1/p$ doit être au moins deux fois plus importante que la fréquence (spatiale) de coupure dans le spectre de l'image analysée. En pratique, f_c existe toujours, elle peut être déterminée par l'instrument d'optique lui même (téléscope de diamètre $D \rightarrow f_c = D/\lambda$) ou par la qualité de la turbulence atmosphérique.

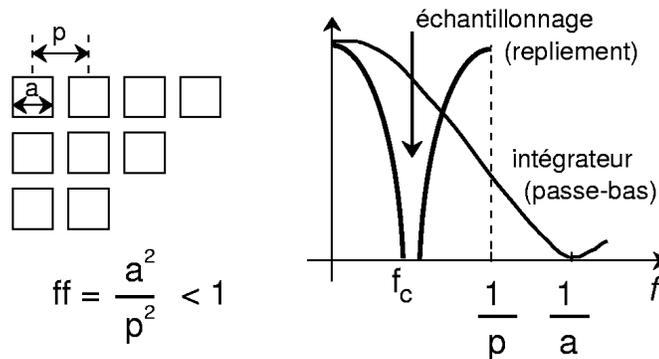


FIGURE 63 – Utilisation d'un multidétecteur pour mesurer une image : le facteur de remplissage est toujours ≤ 1 et la mesure n'est correcte que si on respecte le théorème de Shannon : $f_c < 1/2p$.

Exercice 39 : Calculer l'espacement nécessaire pour échantillonner correctement la limite de diffraction dans le visible au foyer du télescope CFH à Hawaii : diamètre 3.60 m, ouverture $f/35$ (focale équivalente $\approx 100\text{m}$), $\lambda = 0.5\ \mu\text{m}$. Quel CCD (dans l'exemple de la section 28.12 faudrait-il utiliser ?

28.4 Seeing

A cause de la turbulence atmosphérique qui perturbe les images, la PSF d'un instrument d'optique n'est plus une fonction d'Airy lorsque le diamètre de l'instrument devient trop grand. La frontière entre le domaine limité par la diffraction et le domaine limité par la turbulence se situe pour des diamètres de l'ordre de 10 cm lorsqu'on observe dans le visible (pour une résolution de l'ordre de une seconde d'arc). Lorsqu'on est limité par la turbulence atmosphérique, la PSF est bien approximée par une fonction gaussienne, dont la largeur à mi-hauteur définit la qualité d'image qu'on appelle aussi le **seeing**.

28.5 Relation Flux - Amplitude dans une PSF gaussienne

On se pose la question du rapport entre l'amplitude au pic de la PSF et le flux intégré sous cette PSF dans une image, par exemple obtenue à l'aide d'un CCD.

Soit F le flux intégré sous la PSF ; la PSF est considérée comme une gaussienne d'amplitude A et de largeur à mi hauteur ω (FWHM).

Relation entre σ et FWHM pour une gaussienne :

Pour une gaussienne $y = \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$, la fonction y vaut 1/2 lorsque $x = \sigma\sqrt{2\ln 2}$. On a donc la relation :

$$\text{FWHM} = \omega = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma \approx 2.35\sigma$$

De même, lorsque $x = \sigma$, $y \approx 0.6065$.

Par ailleurs, l'intégrale de la fonction de Gauss s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2}) dx = \sigma\sqrt{2\pi}$$

Donc à deux dimensions on obtient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}) dx dy = 2\pi\sigma^2$$

et l'intégrale sous la gaussienne s'écrit :

$$F = 2A\pi\sigma^2$$

En utilisant la largeur à mi hauteur $\varpi \approx 2.35\sigma$, la relation amplitude-intégrale devient :

$$A \approx \frac{2.35^2}{2\pi} \frac{F}{\varpi^2} \approx 0.88 \frac{F}{\varpi^2} \quad (93)$$

Du point de vue des unités (et de l'homogénéité des relations), le signal peut être exprimé en électrons / pixel, l'intégrale s'exprime alors en électrons, et la largeur à mi hauteur s'exprime en $\sqrt{\text{pixel}}$ (un pixel est un carré et le terme FWHM exprime le côté de ce carré).

En pratique (à 10% près environ), tout se passe comme si le flux était étalé sur un nombre de pixel égal au carré de ϖ exprimé en unité de pixel : si FWHM=2 pixels, $A/F \approx 0.22 \approx 1/4$; si FWHM=3, $A/F \approx 0.1 \approx 1/9$. En partant de l'hypothèse que le système imageur est bien conçu, l'image est au moins échantillonnée à Shannon et $\varpi \approx 3$. Lorsqu'on ne connaît pas en détail tous les paramètres du système, on pourra donc prendre $F/A = 10$.

Exercice 40 : Utiliser le résultat de l'équation (93) pour calculer l'expression de la différence de magnitude $\Delta m(r)$ détectable en fonction de la distance r au centroïde d'une source de magnitude M donnée, en supposant la mesure dominée par le bruit de signal.

Exercice 41 : Expliquer quelle approximation supplémentaire on a faite pour exprimer F/A dans la relation (93).

28.6 Détection

Un pixel de CCD est constitué d'une électrode (grille) implantée sur un substrat de Si dopé p et isolée de celui-ci par une couche d'oxyde (figure 64-a). On appelle une telle grille une grille MOS (Métal-Oxyde-Semiconducteur). Si on polarise l'électrode sous un potentiel V_G , les paires électron-trou générées par le rayonnement incident sont séparées par le champ électrique régnant dans le cristal sous l'effet de la polarisation et les électrons s'accumulent sous la grille. Un CCD est donc une matrice (une mosaïque) de condensateurs qui se chargent au cours du temps en fonction du flux de photons incidents. La capacité de Si/SiO₂ est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$ pF par μm^2 de surface.

Exercice 42 : Calculer la charge maximum stockable sous une grille de CCD de $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ par Volt de polarisation. Quel est le bruit statistique sur cette charge ? Calculer le rapport signal sur bruit S/N correspondant. Comment varie S/N avec la tension de polarisation des grilles ? Avec la surface des grilles ? Pourquoi n'utilise-t-on pas des grilles les plus grandes possibles ?

Un CCD visible possède une charge maximum d'intégration de l'ordre de 10^5 électrons. Cette capacité est limitée par le souci de réaliser des pixels de plus en plus petits pour intégrer sur un même circuit des

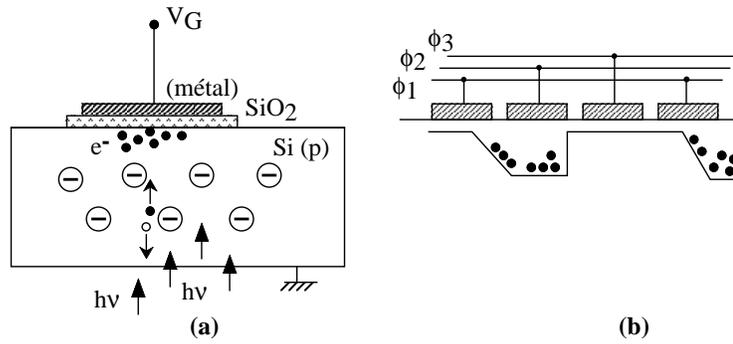


FIGURE 64 – Schéma d’une grille individuelle de CCD (a) et des phases de tension de polarisation appliquées pour le transfert des charges et la lecture (b).

détecteurs de plus en plus grands (on dispose aujourd’hui de CCD allant jusqu’à 2048×2048 , soit plus de 4 millions de pixels), ainsi que par le souci de minimiser le bruit de lecture. En effet, le bruit de recharge d’une capacité C augmente avec cette capacité : $\sigma^2 = kTC$ (en Coulomb). Cette limite thermodynamique ne peut être abaissée. En diminuant C , on diminue le bruit minimum atteignable avec un CCD. Dans les cas où on cherche à détecter des sources faibles, la capacité totale n’est pas un paramètre critique, contrairement au bruit de lecture, donc de recharge.

La charge de la capacité de stockage par les photoélectrons est en concurrence avec la charge due aux électrons thermiques. Dans un caméscope ou un appareil photo numérique, les CCD ne sont a priori pas refroidis. Dans certains cas, le CCD peut être refroidi par effet Peltier jusqu’à quelques dizaines de degrés au dessous de 0° Celsius. Dans un CCD refroidi à la température de l’azote liquide (77 K), le courant d’obscurité devient extrêmement faible (\approx quelques électrons par heure).

28.7 Lecture

Lorsque la capacité du pixel considéré est pleine, on applique à l’ensemble des grilles du CCD une série de tensions de polarisations qui vont transférer les photo-électrons de proche en proche jusqu’à un étage de sortie où une dernière capacité est chargée en entrée d’un amplificateur de forte impédance d’entrée. Le CCD est un détecteur particulier en ce sens que c’est la même partie du composant qui assure à la fois la détection et la lecture : les grilles qui définissent les pixels sont polarisées à une tension fixe pendant la pose puis reçoivent une “onde” de tensions alternées qui transfèrent ensuite les charges détectées vers la sortie, permettant la lecture de l’image stockée dans le CCD. Un CCD peut donc être vu comme une mémoire.

Il existe d’autres systèmes de lecture de grilles de CCD où chaque pixel peut être adressé individuellement par le biais d’un transistor **CMOS**, appellation utilisée pour caractériser ce type de lecture. Le multiplexage des données lues est effectué plus loin dans l’étage électronique, au lieu d’être effectué “en interne” dans le détecteur (CCD). Un des avantages de ce dispositif est de permettre plusieurs lectures successives non destructives du signal qui permettent ainsi d’augmenter la précision sur la lecture ; si N lectures ont ainsi lieu le rapport S/N augmente comme \sqrt{N} . On peut ainsi atteindre des bruits de lecture de l’ordre de 1 électron.

28.8 Bruit

Le bruit dans un CCD est essentiellement constitué de deux termes : le bruit de lecture σ_L , qui peut être dominé par l’étage de sortie et le bruit de photons, c’est à dire l’incertitude statistique sur le nombre de charges stockées lors de leur arrivée selon un processus Poissonien. Si N_e est le nombre d’électrons stockés pendant le temps d’intégration T_i , le bruit de photons correspondant est $\sigma_e = \sqrt{N_e}$ et le bruit total σ s’écrit :

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \sigma_L^2 + \sigma_e^2 \\ &= \sigma_L^2 + N_e\end{aligned}\quad (94)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_L^2 + N_e} \quad (95)$$

Pour comparer le bruit de l'amplificateur de sortie (en V) au bruit de photons (en électrons), il faut connaître la capacité équivalente du condensateur d'entrée de l'amplificateur. Cette capacité est de l'ordre de la capacité de stockage d'un pixel puisque toute la charge intégrée doit pouvoir y tenir lors de la lecture.

Il existe d'autres sources de bruit en lecture d'un CCD. Le courant d'obscurité I_D (e-/s) qui donne lieu à $N_D = t_i \cdot I_D$ électrons en sortie au bout d'un temps de pose t_i entraîne une incertitude statistique supplémentaire de sigma égal à $\sqrt{N_D}$. Cependant, les valeurs actuelles de courant d'obscurité dans un CCD visible ou même proche infrarouge sont telles (quelques électrons par heure) que le nombre d'électrons noirs générés et l'incertitude sur ce nombre sont complètement négligeables. Dans des cas de plus en plus nombreux, on ne mesure même plus de pose CCD de courant noir (*Dark frame*), on se contente de mesurer le biais (*bias*) qui correspond à la dispersion des points zéros en sortie des amplis des circuits de lecture.

Exercice 43 : On considère un CCD fonctionnant à 77 K, et où les grilles de $90 \mu\text{m}^2$ sont polarisées sous 1.2 V. Calculer le bruit de recharge de ce CCD. Calculer le flux de photons incidents pour lequel le bruit de photons devient égal au bruit de recharge si le temps de pose est de 1 mn (on prendra un rendement quantique unité). Déterminez si le bruit statistique sur les électrons d'obscurité est significatif (courant d'obscurité : 1 électron/seconde).

On entend parfois dire que telle ou telle méthode de lecture "réduit" le bruit. C'est inexact, tout ce que l'on peut modifier en observation, c'est le rapport signal / bruit de la mesure globale. Après N tirage d'une variable aléatoire X (donnant ici le nombre d'électrons lus en sortie d'un pixel de CCD), on obtient, en additionnant N tirages :

$$E\left(\frac{1}{N}\sum X\right) = \frac{1}{N}E(X) \quad (96)$$

$$\sigma_{\frac{1}{N}\sum X}^2 = \frac{1}{N}\sigma_X^2 \quad (97)$$

$$\frac{E\left(\frac{1}{N}\sum X\right)}{\sigma_{\frac{1}{N}\sum X}} = \sqrt{N}\frac{E(X)}{\sigma_X} \quad (98)$$

Le comportement du rapport signal/bruit final après somme de N poses dépendra du bruit dominant. Dans le visible, l'incertitude statistique sur le signal ("bruit de signal") et / ou le bruit de lecture dominant l'incertitude statistique sur le signal de fond de ciel ("bruit de fond" de ciel). Dans l'infrarouge, c'est souvent l'inverse.

Si $N_* = \Phi_* \cdot t_i$ est le nombre de photons utiles, $N_B = \Phi_B \cdot t_i$ le nombre de photons de fond, et $N_D = I_D \cdot t_i$ est le nombre d'électrons générés par le courant d'obscurité, on a affaire aux bruits suivants : $\sigma_*^e = \sqrt{\eta N_*}$, $\sigma_B^e = \sqrt{\eta N_B}$ et $\sigma_D = \sqrt{I_D \cdot t_i}$ sont les incertitudes sur le signal de source, de fond et de courant d'obscurité, auxquels s'ajoutent le bruit de lecture σ_L . Le rapport signal / bruit global est alors donné par l'équation (99) :

$$\frac{S}{N} = \frac{\eta N_*}{\sqrt{\eta N_* + \eta N_B + I_D \cdot t_i + \sigma_L^2}} \quad (99)$$

La figure 65 présente les différents régimes de fonctionnement, et le bruit de lecture global, selon qu'on est dominé par le bruit de lecture (fixe) du détecteur ou par le bruit de signal (ou de fond), variable.

Exercice 44 : Calculer pour quelle valeur de temps de pose un courant d'obscurité d'un électron par seconde engendre un bruit égal au bruit de lecture de la caméra infrarouge de l'instrument NAOS ($\sigma_L = 25 e^-$).

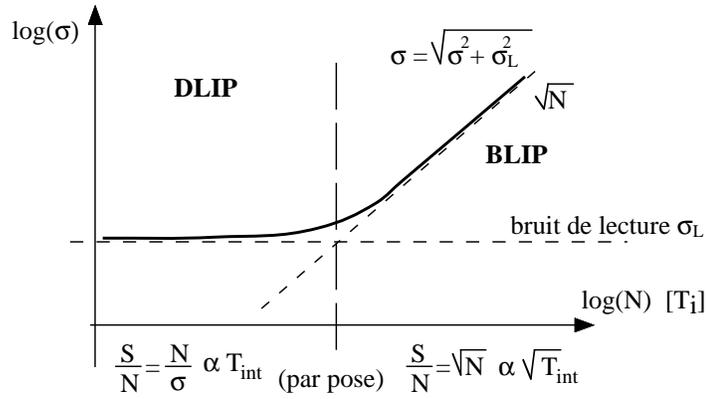


FIGURE 65 – Variation du bruit de sortie global σ en fonction du nombre d'électrons détectés N .

Exercice 45 : On se place dans les conditions suivantes : flux de fond de ciel en K : 12.9 magnitude/arcsec² ; échelle focale : 0.025''/pixel ; capacité de stockage maximale du détecteur : 300.000 électrons. Calculer le temps de pose maximum possible avant saturation. Commenter.

28.9 Prix d'un électron parasite (/seconde)

En raisonnant par pixel, on part du flux d'électron parasite : N_e (s⁻¹). Pour un rendement quantique η , ce flux correspond à un flux de photons $N_{ph} = N_e/\eta$. A la fréquence ν_o , ce flux transporte la puissance $P_{ph} = N_{ph} \times h\nu_o$ (à 1 μm de longueur d'onde, un photon transporte 2 10^{-19} J). Le flux correspondant s'obtient en divisant P par la surface du télescope et la transmission du système (atmosphère + télescope + optique) : $F = P/(A\tau)$. La bande passante du filtre permet ensuite de déterminer le flux en Janskys.

Exercice 46 : En utilisant les données de l'exercice précédent, on raisonne maintenant par pixel de détecteur ; on se pose le problème de calculer à quel flux dans la bande J ($\lambda_o = 1.25 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 0.15 \mu\text{m}$) correspond un courant parasite de 1 électron par seconde. On prendra également un rendement quantique de 0.8 et une surface de télescope de 50 m² (VLT).

Une autre façon d'aborder cette question est d'écrire le rapport signal à bruit SNR obtenu (par pixel ou sous la PSF) sur une pose, avec les hypothèses suivantes : surface par pixel p ("), seeing ϖ ("), bande passante $\Delta\nu$, temps de pose T , surface télescope S , transmission (y compris RQE) τ , énergie d'un photon E_o , flux de référence F_o , magnitude de la source m , magnitude de fond de ciel par arcsec m_B , nombre de pixels sous la PSF : $n_{PSF} = \pi\varpi^2/4p$:

$$SNR(\text{PSF}) = \frac{T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m/2.5}}{\sqrt{T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m/2.5} + T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m_B/2.5} \times p \times \pi\varpi^2/4p + N_D + \pi\varpi^2/4p \times RON^2}}$$

Si on est limité par le background uniquement :

$$SNR(\text{PSF}) = \frac{T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m/2.5}}{\sqrt{T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m_B/2.5} \times p \times \pi\varpi^2/4p}}$$

Limite de détection à 1 σ :

$$\frac{T^2 \frac{F_o^2}{E_o^2} \Delta^2\nu S^2 \tau^2 10^{-2m/2.5}}{T \frac{F_o}{E_o} \Delta\nu S \tau 10^{-m_B/2.5} \times \pi\varpi^2/4} = 1$$

$$10^{\frac{m_B - 2m}{2.5}} = \frac{\pi E_o \varpi^2}{4 T F_o \Delta \nu S \tau}$$

$$m = \frac{m_B}{2} - 1.25 \log \frac{\pi E_o \varpi^2}{4 T F_o \Delta \nu S \tau}$$

28.10 Bruit et D^* dans un CCD

Le paramètre D^* n'est pas très utilisé en instrumentation en astronomie. Les mesures étant souvent rapportées en nombre de photons, les performances des détecteurs sont exprimées en électrons. Cependant, si on considère qu'une pose d'un temps T_{int} correspond à une fréquence de modulation $f = 1/T_{int}$, on peut réconcilier les deux visions, en connaissant la surface des pixels.

Exercice 47 : Un CCD a un bruit de lecture σ et observe à la longueur d'onde λ avec un temps de pose T_{int} . Calculer le D^* équivalent à σ . Le résultat dépend-il de T_{int} ? Pourquoi?

28.11 Double échantillonnage corrélé

En anglais : *correlated double sampling*. L'échantillonnage du signal en sortie de CCD par exemple, est indispensable pour obtenir une conversion numérique de ce signal. Cependant, le signal intéressant n'a pas une valeur de tension absolue, c'est la différence de tension avec l'état "sans photon" qui nous intéresse. Pour effectuer cette mesure relative, on effectue deux opérations d'échantillonnage, l'une sur la tension de référence, l'autre sur le point du signal où les photons ont été détectés (voir figure 66). Les deux opérations d'échantillonnage sont reliées entre elles, d'où l'appellation de double échantillonnage corrélé (DEC). Cette

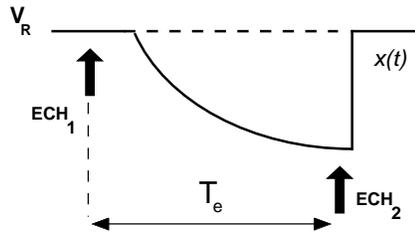


FIGURE 66 – Double échantillonnage corrélé : on prélève un échantillon de signal sur la tension de référence (ECH_1) et sur la tension correspondant au signal (ECH_2), après T_e . C'est la différence entre les deux mesures qui donne le signal recherché.

opération n'a pas seulement le mérite de donner la mesure différentielle du signal (on pourrait tout aussi bien mesurer V_R une seule fois), elle effectue un filtrage supplémentaire du signal. On peut rapidement retrouver la fonction de transfert de ce filtre en calculant l'opération :

$$S(t) = x(t) - x(t - T_e) \quad (100)$$

Les exponentielles complexes sont les fonctions propres des opérateurs linéaires ; on trouve la fonction de transfert en effectuant l'opération 100 sur une fonction exponentielle :

$$x(t) = e^{i\omega t} \rightarrow S(t) = e^{i\omega t} (1 - e^{-i\omega T_e}) \quad (101)$$

$$= x(t) \cdot e^{-i\omega \frac{T_e}{2}} \cdot 2i \sin\left(\frac{\omega T_e}{2}\right) \quad (102)$$

Et la fonction de transfert est : $h(\nu) = e^{-i\omega \frac{T_e}{2}} \cdot 2i \sin\left(\frac{\omega T_e}{2}\right)$ dont le module en dB est : $|h(\nu)| = 20 \log(2 \sin \pi \nu T_e)$ (voir figure 67).

On vérifie que la fonction de transfert du DEC est nulle pour le continu et ne laisse passer qu'une gamme de pulsations ω centrée autour de $1/T_e$. le DEC agit comme un filtre passe-bande.

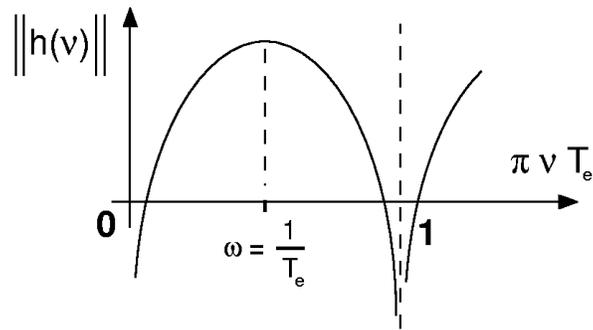


FIGURE 67 – Fonction de transfert du Double échantillonnage corrélé. C’est en fait un filtre passe-bande centré sur $1/T_e$; les hautes fréquences, comme les basses, sont totalement éliminées.

28.12 Quelques exemple de CCD dans le visible

On trouve (par exemple sur www.ccd.com) des CCD de toutes tailles et de performances variées. Trois exemples sont donnés dans la figure 68 et le tableau 11.

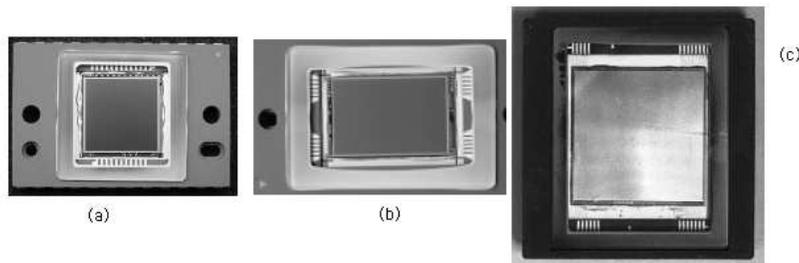


FIGURE 68 – Trois exemples de CCD. Leur performances sont résumées dans le tableau 11

TABLE 11 – Caractéristiques des 3 CCD représentés figure 68

CCD	(a)	(b)	(c)
dim	512×512	2184×1472	2048×2048
pixel (μm)	20	6.8	9
Stock. (e^-)	$2 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^4$	10^5
bruit (e^- rms)	14	10	14
dark. (pA/cm^2)	15 @ 25°C	15 @ 25°	10 @ 25°

Exercice 48 : Calculer le courant d’obscurité en électrons / pixel pour les 3 CCD dont les caractéristiques sont données dans le tableau 11. En déduire les temps de pose maximum possibles sous obscurité pour chacun d’entre eux.

28.13 Chaîne de détection

La figure 69 répertorie les opérations appliquées à *un pixel* lors de la détection des photons jusqu’à leur “conversion” par l’ADC. Les photons sont détectés (passage à une statistique de Poisson sur les électrons avec une baisse de rapport signal sur bruit égale à la racine carrée du rendement quantique). Le temps d’intégration entraîne un filtrage passe-bas. L’échantillonnage du signal pour conversion numérique ultérieure amène un repliement du spectre, suivi d’un autre filtrage passe-bas dû au blocage. Enfin la conversion Analogique / Numérique fournit un signal stockable sur disque.

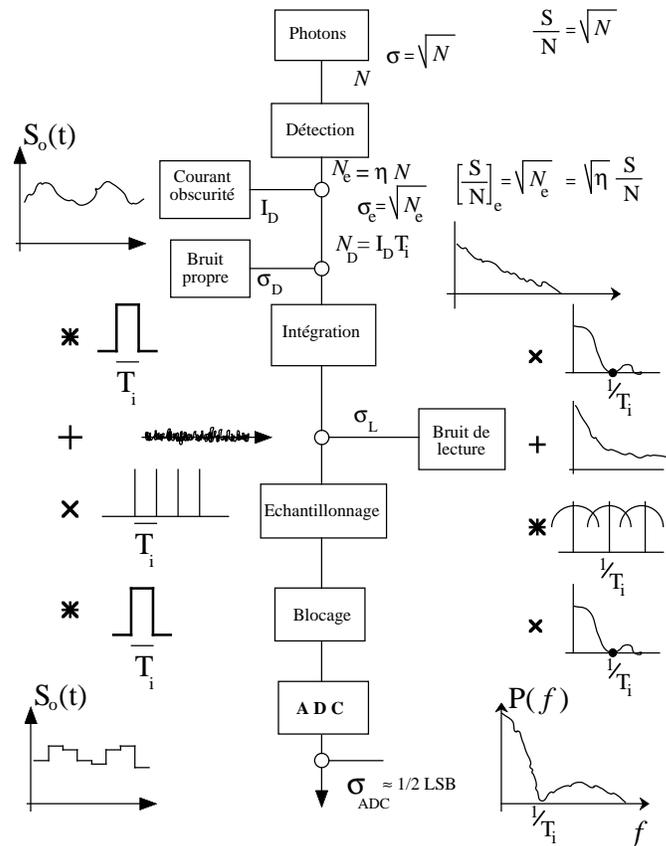


FIGURE 69 – Opérations subies par le signal au cours de la chaîne de détection depuis les photons jusqu’à l’ADC.

28.14 Au delà du CCD : les APS

Une solution alternative aux CCD pour la lecture des pixels d’un détecteur matriciel est en train d’émerger. Il s’agit des dispositifs à *Active Pixel Sensor (APS)*. L’idée générale (qui existe déjà plus ou moins dans certains imageurs infrarouges) est d’effectuer “sur place”, à l’aide de composants électroniques intégrés au pixel, un certain nombre d’opérations de traitement du signal optique (soustraction de fond, filtrage, etc.). On rend ainsi les détecteurs “intelligents” en leur intégrant des fonctions de traitement du signal, la technologie des microprocesseurs étant également basée sur le Silicium.

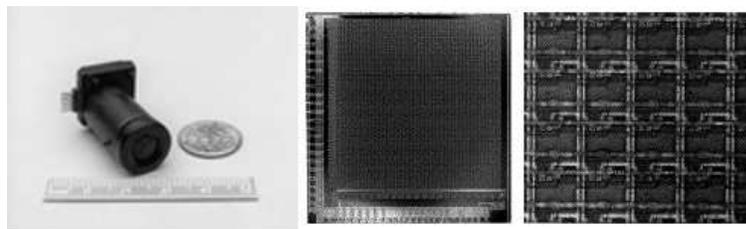


FIGURE 70 – Système intégré de caméra incluant des APS. A gauche le système global miniaturisé, au milieu le chip, à droite une vue détaillée de quelques pixels

29 IMAGERIE INFRAROUGE

29.1 Détecteurs dans l'industrie

Dans les dispositifs d'imagerie infrarouge, le silicium, composant principal de la "fonderie" des circuits intégrés, n'est plus sensible au rayonnement incident ($\lambda_c \approx 1.14 \mu\text{m}$). On réalise donc des dispositifs imageurs en couplant une matrice de détecteurs (par exemple des photodiodes au CdHgTe) et un CCD en Silicium. L'hybridation du détecteur est réalisé par l'intermédiaire de plots en Indium (voir figure 71), conducteurs et possédant des propriétés mécaniques qui évitent les problèmes de dilatation différentielle entre l'étage détecteur (substrat CdTe) et l'étage de lecture (substrat Si).

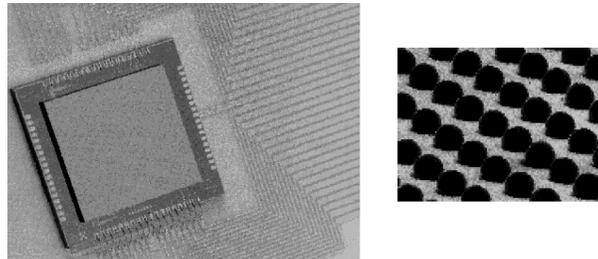


FIGURE 71 – Gauche : Vue d'une mosaïque de 128×128 détecteurs (photodiodes au CdHgTe) hybridée sur circuit de lecture CCD. Le détecteur est collé sur un support céramique sur lequel sont gravées les connexions en or. Droite : vue partielle de la matrice de 128×128 billes d'Indium servant à la connexion électrique et "mécanique" (technologie Sofradir).

Plusieurs dispositifs sont disponibles sur le marché dont certains sont construits sur le site Grenoblois par la société SOFRADIR, qui commercialise entre autres, des matrices de photodiodes à base de CdHgTe sensibles de 3 à $5 \mu\text{m}$, et de 8 à $12 \mu\text{m}$ (selon la concentration en Mercure du composé). Les dispositifs de lecture peuvent être à base de CCD ou de circuit CMOS.

La société Inframetrics commercialise une caméra thermique de 256×256 pixels refroidie par un compresseur Stirling. La partie détection est une matrice de photo-diodes PtSi.

Un autre système commercialisé par Laser-focus concerne une matrice de photodiodes InGaAs hybridée sur un circuit de lecture CMOS de la société Rockwell. La figure 72 montre le dispositif (FPA : Focal Plane Array) à côté du graphe montrant la réponse du détecteur et la distribution de l'éclairage par le ciel (fluorescence des molécules de la haute atmosphère qui se désexcitent pendant la nuit).

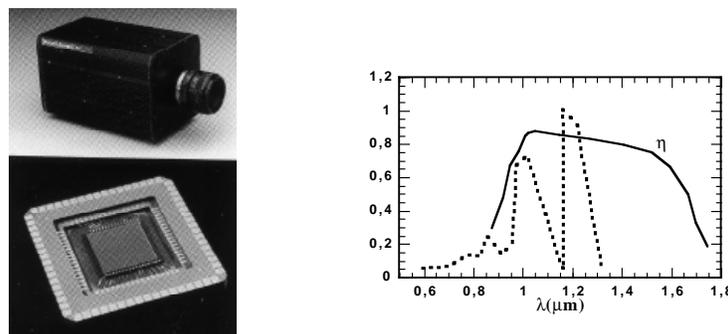


FIGURE 72 – Matrice de détecteurs SiGaAs fonctionnant à température ambiante et courbe de réponse (traits pleins) superposée à l'émission de fond de ciel nocturne (trait pointillé).

Dans ce cas, le détecteur ne détecte pas uniquement l'émission propre des objets observés (qui existe toujours) mais leur image lorsqu'ils sont "éclairés" en lumière proche infrarouge ($1 - 1.5 \mu\text{m}$) par le fond de ciel.

29.2 CCD en astronomie

Il est difficile, et probablement inutile étant donnée la rapidité d'évolution des instruments, de donner une liste exhaustive des instruments utilisant des CCD dans les principaux observatoires du monde. On pourra cependant aller consulter les sites suivants (adresses récupérées en nov 2003) pour se faire une idée :

- Caméra Megacam au foyer du CFHT :
<http://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Imaging/Megacam/megaprimecomponents.html>
- Spectro-imageur ISAAC au foyer du VLT :
<http://www.hq.eso.org/instruments/isaac/#Description>
- Spectro imageur LRIS au Keck :
<http://alamoana.keck.hawaii.edu/inst/lris/idx-specs.html>

29.3 Infrarouge : conditions d'observation

La disponibilité de mosaïques infrarouges rend les observations au delà de $1\mu\text{m}$ très similaires aux observations dans le visible. Pour les détecteurs IR, on parle souvent de "CCD infrarouges". La plus grande différence vient des changements drastiques des conditions d'observation qui interviennent soudainement vers $2\mu\text{m}$. Dans le visible, le ciel est "noir", avec des brillances de fond de ciel de plus de 20 magnitude par arcsec² ; dans le proche infrarouge, le corps noir ambiant à 300 K devient brutalement très brillant, avec une augmentation de l'émission parasite de plus d'un facteur 1000 entre 2 et $5\mu\text{m}$. De plus, à partir de $1.5\mu\text{m}$, on commence à trouver des raies d'émission de molécules de la haute atmosphère comme OH qui se trouvent excitées pendant la journée et reviennent à l'état d'équilibre en rayonnant dans le proche IR pendant la nuit (*Airglow*, voir par exemple Oliva & Origlia 1992, A&A 254, 4660 ; Jones et al. 1996, PASP 108, 929). A partir de 2 microns, on observe quasiment toujours dans des conditions limitées par le bruit de photon du fond (cf figure 65).

Exercice 49 : Une caméra IR fait des poses de 10 secondes et possède un bruit de lecture de 100 électrons. Quelle est la sensibilité obtenue par pose en Jy sur un télescope de 4m de diamètre dans la bande H ? Quelle est la magnitude limite obtenue à 3σ en une heure de travail, sachant que l'on observe alternativement la source et le ciel voisin et que l'efficacité d'acquisition est de 80 % ? Quel est le courant d'obscurité maximum admissible si on veut rester limité par le bruit de lecture ? En supposant une émissivité de fond de ciel de l'ordre de celle affichée par l'ESO à La Silla (voir Messenger No69, p 61), à partir de quel temps de pose le détecteur devient-il "parfait" si l'échelle focale est de 0.2 arcsec/pixel ?

Exercice 50 : On se place dans des conditions d'observations avec un seeing de 0.7" dans le visible. Quel est le seeing à 4.8 microns (bande M) pour une turbulence pleinement développée ? Etablir la carte (2D) de la résolution utile (atmosphère + télescope) entre 0.5 et 10 microns de longueur d'onde (axe x), et pour un diamètre de télescope de 1 mètre à 10 mètres (axe y). Peut-on séparer 2 étoiles de 0.8 masses solaires (sur la séquence principale), distantes l'une de l'autre de 10 AU, situées toutes deux à 16 pc, avec un télescope de diamètre 2 m, en observant à 2.2 microns (bande K) ? Est-on limité par le seeing ou la résolution du télescope ? Quelle est la sensibilité limite (à 1σ) nécessaire de l'instrument utilisé ?

29.4 Comptage de photons (Visible et IR)

Ce paragraphe s'appuie en grande partie sur un cours donné par Philippe Feautrier à Aussois.

29.4.1 Introduction

La problématique du comptage de photons intervient en détection lorsqu'on est capable de compter les photons un par un. On est donc dans un cas où les photons sont en petit nombre (sources faibles), et si on veut pouvoir distinguer "un" photon, il est nécessaire de disposer de détecteurs très sensibles : si on compte

les photons, le bruit du détecteur n'intervient quasiment pas et la statistique du signal est déterminée par la loi de Poisson : $SNR = \sqrt{N}$, où N est le nombre moyen de photons détectés. La plupart des détecteurs à comptage de photons intègrent un gain g qui donne le ratio entre le nombre d'électrons collectés à la sortie sur le nombre de photo-électrons produits après détection (conversion photon / photo-électrons avec le rendement quantique η). Si $g \gg 1$, il est possible de se trouver dans des conditions où même en présence de bruit de lecture, un seul photon détecté donne lieu à ηg électrons et surpasser ainsi le bruit.

29.4.2 Discrimination - Temps mort

Chaque photon incident donne lieu à un certain nombre d'électrons qui procurent une impulsion de tension en sortie du détecteur. Pour être validée, chaque impulsion doit dépasser un certain seuil dit de discrimination en dessous duquel l'impulsion est considérée comme du bruit. Les impulsions n'étant pas infiniment minces dans le temps, la largeur de cette 'fonction impulsion' (PSF), avec le seuil de discrimination, déterminent un intervalle de temps pendant lequel l'ensemble n'est pas capable de distinguer deux photons d'un seul (*dead time* = DT). En conséquence, au lieu de compter M impulsions par seconde, la présence de DT amène le taux de comptage à devenir $N = M/(1 - M.DT)$. Pour déterminer DT, on effectue une mesure en augmentant régulièrement le flux de photons incident. A fort flux, la réponse devient non linéaire et la modélisation de cette non linéarité permet de remonter à DT.

29.4.3 Rapport Signal / Bruit - NEP

La mesure d'un signal n s'effectuant généralement par soustraction d'un signal "noir" (courant d'obscurité d), qui intervient donc deux fois, le rapport SNR de la mesure s'écrit (statistique de Poisson) :

$$SNR = \frac{n_e}{\sqrt{n_e + 2d}} = \sqrt{\frac{n_e^2}{n_e + 2d}} = \sqrt{\frac{(\eta n)^2}{\eta n + 2d}}$$

Si le signal domine ($n \gg d$), $SNR \approx \sqrt{\eta} \sqrt{n}$ et passer de $\eta = 1\%$ à $\eta = 2\%$ peut significativement changer le SNR.

Exemple : pour une mesure de une seconde, avec $n = 5 \cdot 10^4$ (photons) et $d = 10^4$ (électrons), passer de 0.01 à 0.02 pour η fait passer SNR de 3.5 à 6.9

Le NEP correspond à un signal n tel que $SNR=1$. On est amené à résoudre une équation du second degré et pour des flux > 0.5 , on peut écrire $NEP \approx \sqrt{2d}$

30 POLARISATION OPTIQUE (VIS et IR)

30.1 Introduction

Dans l'équation qui introduit l'intensité spécifique (1), on fait l'impasse sur l'aspect vectoriel de la lumière, autrement dit sur la direction d'orientation du champ électrique associé, c'est à dire sa polarisation. La lumière dite *naturelle* n'est pas polarisée (cas de l'émission de corps noir) : la direction du champ \vec{E} est aléatoire, mais dans de nombreux cas, soit à l'émission, soit par interaction avec le milieu traversé, la lumière se retrouve partiellement polarisée. Lors de son interaction avec le milieu interstellaire, la lumière peut être polarisée par réflexion ou par transmission. Lors de la réflexion sur un miroir, la lumière se retrouve polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Lors de la polarisation par traversée d'un milieu constitué de conducteurs alignés (fils, grains allongés), la lumière se retrouve polarisée dans la direction perpendiculaire à la direction des conducteurs (figure 73).

Après réflexion sur un miroir, la polarisation de la lumière réfléchie varie avec l'angle d'incidence. Pour un angle dit de *Brewster*, l'onde réfléchie est totalement polarisée (près de 53° pour un indice de 1.5). Ainsi, il est fréquent que la lumière se retrouve polarisée à la traversée d'un instrument d'optique. Les

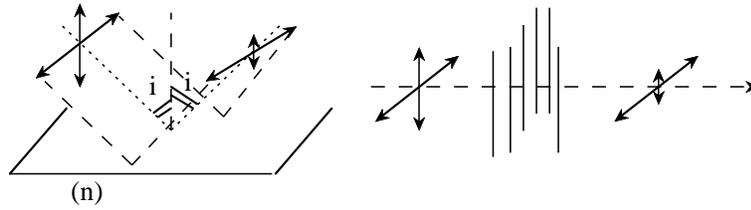


FIGURE 73 – Différents mécanismes de polarisation de la lumière.

réflexions à 45° par exemple, qui peuvent être fréquentes, sont très polarisantes car proches de l'angle de Brewster ! Si l'intensité du rayonnement est la seule grandeur mesurée, l'influence sera minime, mais si on mesure la polarisation incidente, ou dans des montages interférométriques, il est essentiel de suivre (et de minimiser !) la polarisation instrumentale. Déjà au siècle dernier, Arago avait constaté que deux faisceaux polarisés perpendiculairement n'interféraient pas.

30.2 Onde polarisée

Soit une onde monochromatique plane se propageant selon l'axe Oz (vecteur d'onde \vec{k}). Si l'onde est représentée par le champ électrique $\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$, l'état de polarisation de l'onde dépend du déphasage $\delta\varphi$ entre E_x et E_y :

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = E_{ox} e^{-i(\omega t - kz - \varphi_{ox})} \vec{i} + E_{oy} e^{-i(\omega t - kz - \varphi_{oy})} \vec{j} \quad (103)$$

$$\delta\varphi = \varphi_{oy} - \varphi_{ox} \quad (104)$$

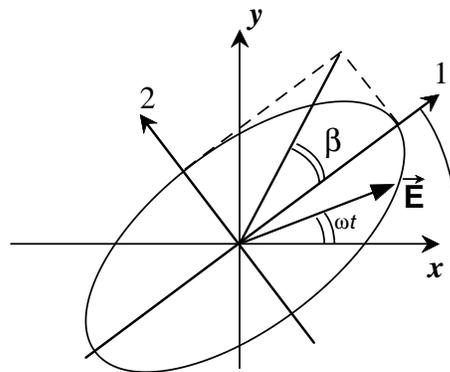


FIGURE 74 – Ellipse de polarisation.

Si $\delta\varphi$ est aléatoire, l'onde n'est pas polarisée : il n'existe pas de relation de phase stable entre E_x et E_y . Si $\delta\varphi$ a une valeur déterminée, l'onde est polarisée (cf figure 74). Selon la valeur de $\delta\varphi$, l'aspect géométrique de cette polarisation est différent :

- $0 < \delta\varphi < \pi \rightarrow$ pol elliptique gauche
- $\pi < \delta\varphi < 2\pi \rightarrow$ pol elliptique droite
- $\delta\varphi = 0$ (ou π) \rightarrow pol rectiligne

Dans le cas particulier où $E_{ox} = E_{oy}$, si $\varphi = \pm\pi/2$, on a respectivement une onde polarisée circulairement gauche ou droite.

30.3 Composants optiques utilisés en polarisation

Plusieurs composants optiques sont nécessaires par rapport à ceux utilisés en optique “classique” pour mesurer le degré de polarisation d’une onde EM.

30.3.1 Polariseur linéaire

Un polariseur se présente sous la forme d’un écran qui intercepte le rayonnement incident. En sortie du polariseur, le rayonnement est totalement polarisé dans la direction définie par le polariseur. Si la lumière incidente est non polarisée d’intensité I_o , à la sortie du polariseur, l’intensité transmise est $I_o/2$. Les polariseurs par transmission sont réalisés à partir de grilles de fils conducteurs qui polarisent dans la direction perpendiculaire aux fils. On peut aussi utiliser des “polaroids” constitués de longues chaînes de macromolécules remplaçant les fils.

30.3.2 Composants biréfringents

L’apparition d’une polarisation résulte de l’existence d’un déphasage entre les deux composantes du vecteur champ électrique de l’onde. Si ce déphasage a une valeur bien définie (0 ou π) l’onde sera polarisée rectilignement mais dans la plupart des cas, l’onde sera polarisée elliptiquement. On introduira un déphasage entre E_x et E_y après traversée d’un milieu biréfringent : les deux composantes du vecteur électrique de l’onde ne se propagent pas à la même vitesse. Un composé biréfringent possède deux axes, l’un “rapide”, correspondant à un indice n_l plus élevé et un “lent”, correspondant à un indice n_r plus bas. A la traversée d’une lame biréfringente d’épaisseur e , l’onde se retrouve polarisée avec un déphasage $\delta\varphi = (2\pi/\lambda).(n_l - n_r).e$.

La plupart des lames utilisées sont calibrées pour introduire des déphasages fixes multiples de $\pi/2$ (déphasage quart d’onde). Une lame *quart d’onde* produit de la lumière polarisée elliptiquement à partir de lumière polarisée linéairement (voir figure 75-a).

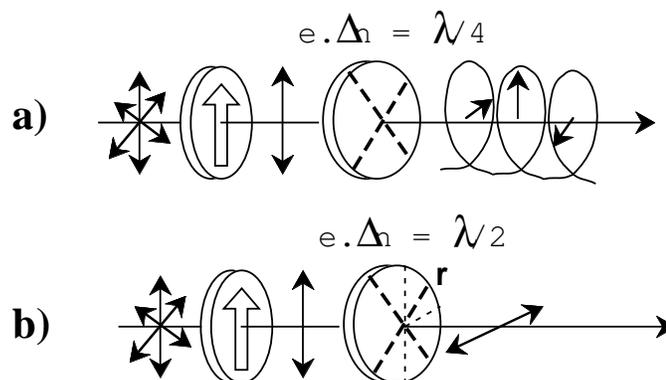


FIGURE 75 – Effet d’une lame quart d’onde (a) et demi-onde (b) sur un rayonnement polarisé linéairement

Une lame demi-onde transforme une onde polarisée rectilignement en une onde également polarisée rectilignement mais orientée de manière symétrique par rapport à l’axe *rapide* de la lame (fig 75-b). Ce dispositif est utilisé dans les polarimètres pour fournir une onde polarisée tournante.

30.3.3 Prisme de Wollaston

Un prisme de Wollaston est un composant biréfringent qui dévie différemment un rayon lumineux en fonction de sa polarisation. A la sortie d’un prisme de Wollaston, les deux composantes polarisées perpendiculairement dans le rayonnement incident sont déviées dans deux directions différentes. Un tel dispositif est utilisé dans les polarimètres astronomiques (voir section 30.6.2).

30.4 Formalisme de Stokes

On peut montrer que l'état de polarisation d'une onde EM peut être entièrement déterminé par 4 paramètres, les *paramètres de Stokes*. Le vecteur de Stokes (I, Q, U, V) contient toute l'information concernant le vecteur \vec{E} de l'onde. I caractérise l'intensité totale de l'onde, U et Q caractérisent le degré de polarisation linéaire, et V le degré de polarisation circulaire. L'expression de ces 4 paramètres en fonction des composantes du champ \vec{E} de l'onde défini en section 30.2 est :

$$I = E_{ox}^2 + E_{oy}^2 \quad (105)$$

$$Q = E_{ox}^2 - E_{oy}^2 \quad (106)$$

$$U = 2E_{ox}E_{oy} \cos \delta\varphi \quad (107)$$

$$V = 2E_{ox}E_{oy} \sin \delta\varphi \quad (108)$$

Pour une onde totalement polarisée, on a toujours : $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$; pour une onde partiellement polarisée, on a :

$$I^2 = I_{\text{pol}}^2 + I_{\text{np}}^2 > Q^2 + U^2 + V^2 = I_{\text{pol}}^2$$

30.5 Mesure des paramètres de Stokes

A partir de la notation complexe des composantes de \vec{E} , on peut exprimer le résultat de diverses mesures. Avec deux polariseurs linéaires selon X et Y , on mesure : $I_X = E_x E_x^*$ et $I_Y = E_y E_y^*$, d'où on déduit :

$$I = E_x E_x^* + E_y E_y^* \quad ; \quad \text{intensité totale}$$

$$Q = I_X - I_Y$$

En plaçant les polariseurs à 45° , on mesure $I_+ = E_+ E_+^*$ et $I_- = E_- E_-^*$, où $E_+ = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_x + E_y)$ et $E_- = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_y - E_x)$, et on obtient

$$U = I_+ - I_-$$

Enfin, en utilisant une lame quart d'onde et un polariseur linéaire, on réalise une mesure sur une "base tournante" qui fournit : $E_D = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_x - iE_y)$ et $E_G = \frac{\sqrt{2}}{2}(E_x + iE_y)$. $I_D = E_D E_D^*$; $I_G = E_G E_G^*$. Et on mesure :

$$V = I_D - I_G = i(E_x E_y^* - E_x^* E_y)$$

A partir des paramètres de Stokes, on déduit le taux de polarisation P et l'angle de position de la direction de polarisation :

$$P = \frac{\sqrt{U^2 + Q^2}}{I} \quad (109)$$

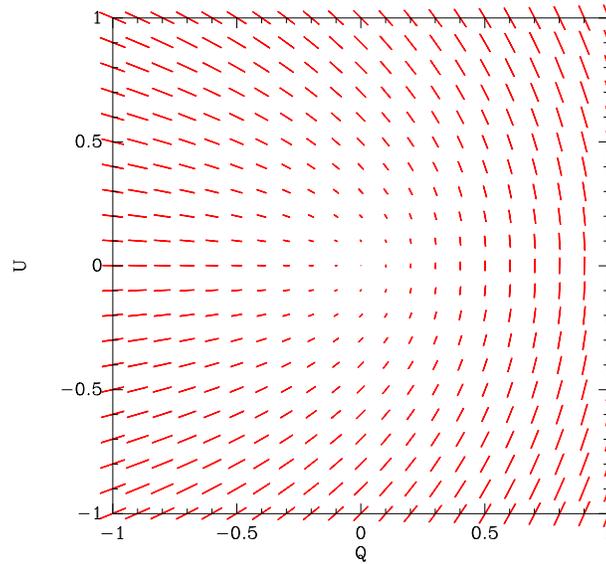
$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{U}{Q}\right) \quad (110)$$

La figure 76 montre les vecteurs de polarisation obtenus, pour toutes les valeurs possible de Q et U entre -1 et 1. La polarisation est donc nulle au centre du graphe ($Q=U=0$). Les vecteurs sont orientés comme observés sur le ciel, à partir du Nord et en tournant vers l'Est (à gauche). L'aspect de l'orientation globale de l'ensemble des vecteurs provient du facteur 1/2 dans l'expression de l'angle de position θ (équation 110).

Exercice 51 : La figure de vecteurs représentée sur la figure 77 est une modélisation de la polarisation instrumentale du polarimètre installé sur FORS1 au VLT (Patat et Romaniello 2004, PASP, in press). Comment a-t-on modélisé la polarisation représentée sur la figure 77 ? Montrer que les paramètres Q et U calculés ci-dessous permettent de reproduire la polarisation cherchée :

$$Q = -ar^2 \cos[2\arctg(\Delta y/\Delta x)] \quad ; \quad U = -ar^2 \sin[2\arctg(\Delta y/\Delta x)]$$

avec $r^2 = \sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y}$, où Δx et Δy sont les distances mesurées par rapport au centre de l'image ($\Delta x = x - 1024$, $\Delta y = y - 1024$ pour une image 2048×2048).



Polar sur le ciel pour (Q,U) variant. N up, E left.

FIGURE 76 – Orientation du vecteur polarisation depuis le Nord vers l’Est pour les valeurs de Q et U comprises entre -1 et +1.

30.6 Mesures de polarisation sur télescope

30.6.1 Utilisation de 3 polariseurs linéaires

On suppose la lumière polarisée partiellement dans une direction θ par rapport au Nord. On note $I_T = I + I_p$ l’intensité lumineuse reçue.

On effectue trois mesures à travers 3 polariseurs linéaires à 3 angles déterminés : 0, 60 et 120 degrés par rapport au nord, qui fournissent I_1, I_2 et I_3 .

Rappel : A travers un polariseur linéaire, une intensité I non polarisée devient $I/2$ et une intensité totalement polarisée devient $I \cos^2 \theta$.

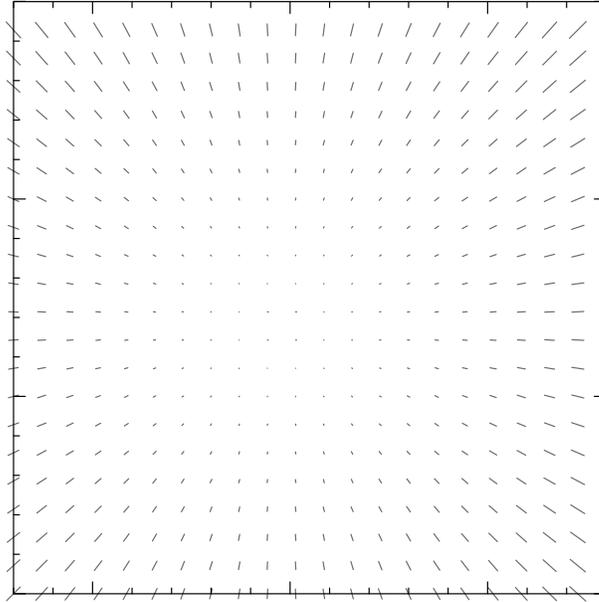
Les trois mesures donnent donc :

$$I_1 = \frac{I}{2} + I_p \cos^2 \theta \quad (111)$$

$$I_2 = \frac{I}{2} + I_p \cos^2(60^\circ - \theta) \quad (112)$$

$$I_3 = \frac{I}{2} + I_p \cos^2(120^\circ - \theta) \quad (113)$$

On obtient :



Polar sur le ciel pour (Q,U) variant. N up, E left.

FIGURE 77 – Modèle de polarisation instrumentale radiale observée dans l'instrument FORS1

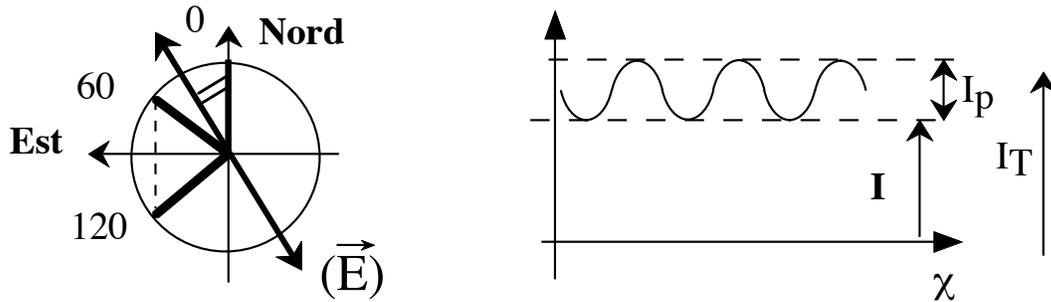


FIGURE 78 – Mesure de polarisation à l'aide de 3 positions de polariseur linéaire, à 0° , 60° et 120° . Si le polariseur pouvait prendre toutes les positions χ , l'intensité mesurée serait modulée en fonction de χ .

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{I}{2} + I_p \cos^2 \theta \\
 I_2 &= \frac{I}{2} + I_p \left[\frac{\cos \theta}{2} + \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{2} \right]^2 \\
 &= \frac{I}{2} + I_p \left[\frac{\cos^2 \theta}{4} + \frac{3}{4} \sin^2 \theta + \frac{\sqrt{3} \cos \theta \sin \theta}{2} \right] \\
 I_3 &= \frac{I}{2} + I_p \left[-\frac{\cos \theta}{2} + \frac{\sqrt{3} \sin \theta}{2} \right]^2 \\
 &= \frac{I}{2} + I_p \left[\frac{\cos^2 \theta}{4} + \frac{3}{4} \sin^2 \theta - \frac{\sqrt{3} \cos \theta \sin \theta}{2} \right]
 \end{aligned}$$

On déduit :

$$I_2 + I_3 = I + I_p \left[\frac{3}{2} - \cos^2 \theta \right]$$

Or : $I_p \cos^2 \theta = I_1 - \frac{I}{2}$, et après quelques calculs, il vient :

$$I_T = \frac{2}{3} [I_1 + I_2 + I_3] \quad (114)$$

$$I_p \cos 2\theta = \frac{2}{3} [2I_1 - I_2 - I_3] \quad (115)$$

$$I_p \sin 2\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} [I_2 - I_3] \quad (116)$$

Des équations (116) et (115), on tire :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left[\sqrt{3} \frac{I_2 - I_3}{2I_1 - I_2 - I_3} \right] \quad (117)$$

$$P = \frac{I_p}{I_T} = \frac{\sqrt{(2I_1 - I_2 - I_3)^2 + 3(I_2 - I_3)^2}}{I_1 + I_2 + I_3} \quad (118)$$

Ces calculs correspondent aux expressions de θ et P obtenus à l'aide des paramètres de Stokes I_T , Q et U (la polarisation circulaire est négligée), avec :

$$I_T = \frac{2}{3} [I_1 + I_2 + I_3] \quad (119)$$

$$Q = \frac{4}{3} I_1 - \frac{2}{3} (I_2 + I_3) \quad (120)$$

$$U = \sqrt{\frac{4}{3}} (I_2 - I_3) \quad (121)$$

avec :

$$P = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I_T} \quad (122)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{U}{Q} \right) \quad (123)$$

En considérant les termes Q et U comme deux variables indépendantes, on peut établir un calcul d'erreurs :

$$P = f(Q, U) \quad ; \quad \theta = f(Q, U)$$

On suppose que l'erreur sur les mesures est dominée par l'incertitude statistique sur le signal : $\sigma = \sqrt{I}$. On calcule les incertitudes à partir des termes dont elles dépendent :

$$\sigma^2 [f(x, y)] = \sigma^2(x) \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \sigma^2(y) \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\sigma_Q^2 &= \sigma_{I_1}^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial I_1}\right)^2 + \sigma_{I_2}^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial I_2}\right)^2 + \sigma_{I_3}^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial I_3}\right)^2 \\
&= \frac{16}{9} I_1 + \frac{4}{9} (I_1 + I_2) \\
\sigma_U^2 &= \sigma_{I_1}^2 \left(\frac{\partial U}{\partial I_1}\right)^2 + \sigma_{I_2}^2 \left(\frac{\partial U}{\partial I_2}\right)^2 + \sigma_{I_3}^2 \left(\frac{\partial U}{\partial I_3}\right)^2 \\
&= \frac{4}{3} (I_2 + I_3) \\
\sigma_{I_T}^2 &= \frac{4}{9} (I_1 + I_2 + I_3) \\
\sigma_P^2 &= \frac{P^2}{(Q^2 + U^2)^2} [Q^2 \sigma_Q^2 + U^2 \sigma_U^2] + \sigma_{I_T}^2 \frac{P^2}{I_T^2} \\
\sigma_\theta^2 &= \frac{1}{4} \frac{Q^2 \sigma_U^2 + U^2 \sigma_Q^2}{(U^2 + Q^2)^2}
\end{aligned} \tag{124}$$

Si on compare les expressions de σ_P et σ_θ , en négligeant σ_I/I , et en prenant de plus $U \approx Q$ et $\sigma_U \approx \sigma_Q$, on obtient : $\sigma_\theta \approx 1/2 \sigma_P/P$ (exprimé en radian). Si on ramène l'expression en degrés, on obtient :

$$\sigma_\theta \approx 29^\circ \cdot \frac{\sigma_P}{P} \tag{125}$$

La relation (125) a une grande conséquence dans les mesures pratiques de polarisation. Si on veut déterminer l'angle de position de la polarisation incidente à mieux que 1 degré par exemple, il faut que l'amplitude du vecteur de polarisation soit connue à mieux que 3% près. Quand on sait que P mesure déjà un écart à l'intensité constante, et que cet écart est souvent inférieur à 1%, on mesure la précision nécessaire dans ces observations : 0,03% !

Exercice 52 : En supposant que la seule source d'incertitude sur la mesure est le bruit statistique de signal, estimer l'intensité nécessaire pour atteindre la précision de 0.03% mentionnée précédemment. Si le système de mesure utilise un CCD converti sur 16 bits avec un gain de $1.5 e^- / \text{ADU}$, combien de poses faudra-t-il prendre ?

Note : Les calculs peuvent être menés de manière plus élégante en partant dès le départ du formalisme de Stokes : on considère que le faisceau de lumière incidente comporte une partie non polarisée $I = I_T - \sqrt{Q^2 + U^2}$, superposée à une partie Q totalement polarisée selon la direction 0° , et une partie U totalement polarisée selon la direction 45° . De sorte qu'après un polariseur orienté selon α (par rapport au nord céleste), on mesure :

$$I(\alpha) = \frac{I}{2} + Q \cos^2(\alpha - 0^\circ) + U \cos^2(\alpha - 45^\circ) \tag{126}$$

On obtient une équation matricielle (3 équations à 3 inconnues) appliquée au vecteur $(1, Q, U)$ qui donne le vecteur mesuré (I_1, I_2, I_3) . On inverse la matrice et on trouve les relations fournissant Q et U précédemment données dans les équations (120) et (121). On trouve ensuite I_T en réalisant que l'on mesure l'intensité transmise atténuée d'un facteur 2 et cela 3 fois dans 3 filtres, ce qui donne la relation (119).

30.6.2 Utilisation d'une lame demi-onde tournante

Le principal inconvénient de la méthode des 3 polariseurs provient de la non simultanée des mesures. Si une variation de transparence de l'atmosphère intervient entre deux mesures successives, on ne saura pas distinguer la variation de signal reçu d'une différence due à une polarisation de la source. Cette méthode n'est donc applicable qu'en cas d'excellente qualité de transparence du ciel. Pour s'affranchir des fluctuations de transparence, on utilise des systèmes bi-canal où le faisceau de lumière incidente est séparé en deux

(rayons ordinaire et rayon extraordinaire) par un prisme de Wollaston. L'analyse de la direction de polarisation se fait en amont dans le faisceau par rotation d'une lame demi-onde qui fait tourner la polarisation de l'onde incidente. (voir figure 79).

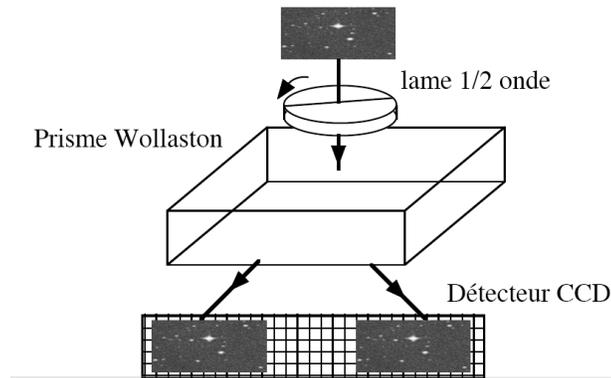


FIGURE 79 – mesure de polarisation sur une image entière à l'aide d'un prisme de Wollaston associé à une lame demi-onde en rotation.

L'avantage d'un tel système est de séparer, pour analyse, deux directions de polarisation simultanément. Couplé à un CCD, ce dispositif permet d'obtenir deux images dont l'analyse fournit la polarisation du faisceau incident en s'affranchissant des fluctuations de transparence du ciel. Un tel polariseur est disponible par exemple sur l'instrument FORS du VLT.

31 ÉLÉMENTS DE RADIOASTRONOMIE

31.1 Introduction

On parle de radio-astronomie pour des longueurs d'ondes typiquement supérieures au mm. Cependant, comme de nombreuses "frontières" en observation astronomique, celle du millimètre devient plus floue à mesure que se développent des projets spatiaux ou d'observatoires situés dans des sites où la transparence permet d'étendre le domaine observable, tels que le site du projet ALMA au Chili. Le domaine d'investigation de la radio-astronomie "descend" ainsi dans le sub-millimétrique pour venir rejoindre celui du lointain infrarouge. Comme les longueurs d'ondes considérées sont notablement plus grandes, les résolutions angulaires atteintes en sont réduites d'autant. Comme on ne peut pas construire des radio-télescopes "monstres", l'observation à une résolution angulaire minimum amène à utiliser des longueurs d'ondes pas trop supérieures au mm, ou à se tourner vers les techniques d'imagerie par interférométrie. C'est d'ailleurs dans le domaine des ondes radio, où les contraintes techniques sont moins fortes, que cette méthode a été développée en premier.

De nombreux objets astrophysiques émettent significativement dans le domaine millimétrique. On peut citer rapidement :

- Brehmstrahlung thermique (free-free) dans les régions HII, avec un spectre en ν^2 puis plat.
- Corps noir cosmologique à 3K
- Rayonnement synchrotron, spectre en loi de puissance ν^α , $\alpha = -1 \dots -4$.
- Rayonnement (continu) des poussières du millimétrique au sub-millimétrique (et jusque dans l'infrarouge), avec un spectre en ν^2 dans la partie Rayleigh-Jeans du spectre.

De nombreuses raies peuvent également être observées dans le domaine radio.

- Raies de recombinaison de H, He, C : $\Delta n = 1 \rightarrow \alpha$, $\Delta n = 2 \rightarrow \beta$, etc.
- Raie hyperfine de H à 21 cm (10^{-7} s^{-1} ; $N \gg 1$).
- Raies moléculaires : la molécule H_2 n'ayant pas de moment dipolaire, elle n'émet pas, et l'étude du milieu interstellaire se fait grâce à des raies de CO et de divers isotopes. On adopte fréquemment le

rapport $[\text{CO}]/[\text{H}_2] \approx 10^{-4}$.

De nombreuses molécules possèdent des raies dans le domaine radio et ont pu être détectées dans le milieu interstellaire (HCN, CN, CH_3CN , $\text{C}_3\text{CH}_2\text{OH}$, etc.).

Comme dans le visible, certaines fenêtres radio de l'observation au sol sont déterminées par les fenêtres de transparence atmosphérique. Les bornes de ces fenêtres sont principalement déterminées par les raies telluriques dans la troposphère (élargies par pression) de O_2 , H_2O , etc. à haute fréquence et par la fréquence plasma de l'ionosphère (ou de la galaxie) à basse fréquence. La fréquence de coupure de plasma dépend de la densité électronique : $\nu_p(\text{Hz}) = 9 \sqrt{n_e(\text{m}^{-3})}$. De jour ($n_e \approx 10^{12} \text{ m}^{-3}$), $\nu_p \approx 10 \text{ MHz}$ ($\lambda = 30 \text{ m}$); de nuit ($n_e \approx 10^{11}$), $\nu_p \approx 3 \text{ MHz}$ ($\lambda = 100 \text{ m}$). Pour les observations extragalactiques, c'est la Voie Lactée qui coupe, avec $n_e \approx 10^8$, $\nu_p \approx 100 \text{ KHz}$.

La figure 80 donne la transparence du ciel au zénith à 3000 m d'altitude de $30 \mu\text{m}$ à 10 mm de longueur d'onde (en deçà de 1000 GHz).

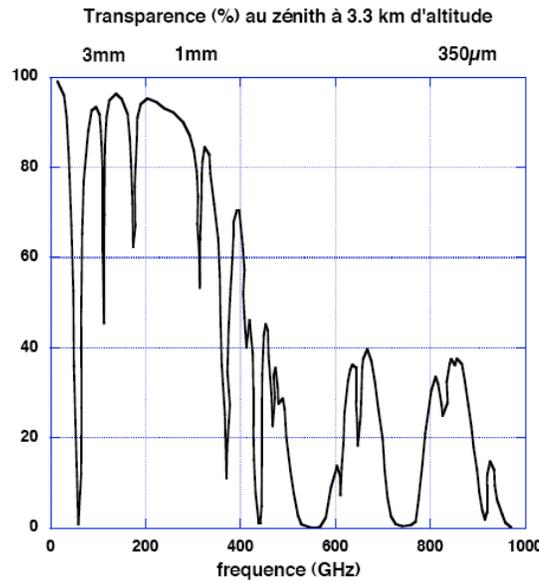


FIGURE 80 – Transparence du ciel dans le domaine des ondes millimétrique et sub-millimétrique.

Du point de vue historique, la radio astronomie a démarré à partir de techniques de télécommunications. Cela a encore des conséquences sur le “jargon” des radio-astronomes : les atténuation sont exprimées en dB et pas en magnitudes, mais il s’agit dans les deux cas d’une échelle logarithmique ; voir également le tableau 5 pour une liste des équivalences de principe entre le domaine visible et le domaine radio. C’est au début des années 30 que Karl Jansky a détecté le rayonnement radio du centre galactique en cherchant l’origine d’un bruit dans des transmissions radios, qui variait périodiquement sur une période proche de 24h (jour sidéral).

31.2 Détection

Dans le domaine de longueurs d’ondes du millimétrique, la vision du rayonnement est entièrement ondulatoire : $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. La détection s’effectue de manière cohérente, les détecteurs “suivent” le champ électrique incident au cours du temps. On peut avoir une petite idée des énergies mises en jeu dans la détection radio-astronomique – et donc des performances des détecteurs utilisés – depuis les débuts de cette technique il y a environ 50 ans : on manipule des flux de l’ordre du Jansky avec des bandes passantes de l’ordre de 100 MHz , pour une surface mondiale de $(1000 \text{ m})^2$ de radiotélescope, et on vérifie que l’énergie totale ainsi recueillie est inférieure à 10^{-3} J , soit l’énergie dégagée par la chute d’une miette de pain (0.1 mg)

d'un mètre de hauteur !

31.2.1 Bolomètres

Les bolomètres sont des détecteurs thermiques dont la réponse est indépendante de la longueur d'onde du rayonnement incident car l'énergie du "photon" est convertie en agitation thermique (couplage aux phonons du cristal), modifiant ensuite la résistance du matériau détecteur. On peut montrer que la sensibilité du détecteur thermique à un flux F (voir section 23) s'exprime comme : $S = \Delta T / F = 1 / (4A\sigma_B T^3)$. L'utilisation de bolomètres refroidis à très basse température (jusqu'à 0.2-0.1 K) permet d'atteindre de très grandes performances. Les bolomètres sont utilisés pour détecter le continuum, sans pouvoir permettre une analyse spectroscopique détaillée ; pour analyser les composantes cinématiques dans un signal (détermination de déplacement de sources par effet Doppler), on utilise des détecteurs hétérodynes.

31.2.2 Récepteur hétérodyne

La particularité de la détection du signal radio est que pour ces "basses" fréquences, on dispose de la technologie nécessaire pour utiliser des récepteurs qui suivent le signal $\vec{E}(t)$, contrairement au domaine optique où on est obligé de détecter la moyenne de l'intensité pendant un temps ΔT : $\langle E(t).E^*(t) \rangle_{\Delta T}$. On utilise pour cela un *oscillateur local* (OL) à une fréquence proche de celle du signal considéré : $V_o \cos \omega_o t$, assorti à un élément non linéaire comme une diode (voir figure 81), qui donne : $I = I_o + a_1 V + a_2 V^2 + \dots$

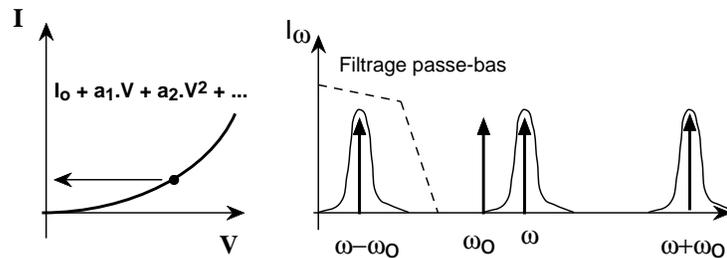


FIGURE 81 – Utilisation d'un oscillateur local et d'un élément non linéaire pour décaler le signal en fréquence avant détection. Le spectre correspondant est dupliqué de part et d'autre de la fréquence de l'OL.

L'élément récepteur peut être une diode "Schottky" (jonction métal - supraconducteur) ou "SIS" (Supra - Isolant - Supra). On commence par *mélanger* le signal utile avec le signal de l'OL : $V = v \cos \omega t + V_o \cos \omega_o t$, puis on utilise l'élément non linéaire :

$$I = I_o + a_1 v \cos \omega t + a_1 V_o \cos \omega_o t + a_2 v^2 \cos^2 \omega t + a_2 V_o^2 \cos^2 \omega_o t + 2a_2 V_o v \cos \omega t \cos \omega_o t + \dots$$

$$I = I_o + a_1 v \cos \omega t + a_1 V_o \cos \omega_o t + a_2 v^2 \frac{\cos 2\omega t - 1}{2} + a_2 V_o^2 \frac{\cos 2\omega_o t - 1}{2} + a_2 V_o v [\cos(\omega + \omega_o)t + \cos(\omega - \omega_o)t + \dots]$$

le dernier terme se décompose en un terme à basse fréquence ($\omega - \omega_o$) et un terme à haute fréquence ($\omega + \omega_o$). Le terme à basse fréquence est isolé par filtrage passe-bas et détecté.

Après filtrage passe-bas et amplification, l'analyse du signal à la fréquence intermédiaire peut se faire par diverses méthodes : batterie de filtres, autocorrélation (puis TF) ou spectromètre acousto-optique.

Lors du traitement des données radio, on obtient le plus souvent des spectres qui contiennent des raies d'émission ou d'absorption superposées à un continu modulé par la dispersion de réponse des différents canaux du spectrographe (figure 82-a). L'unité du signal est généralement une température représentant la puissance du signal (voir paragraphe suivant) ; on estime et on supprime en même temps la modulation de réponse et le signal de fond en ajustant un polynôme de degré $n \geq 1$ sur la ligne de base, en ayant au

préalable défini la fenêtre où le signal est présent et doit être ignoré. Pour estimer les paramètres physiques de la raie étudiée, on ajuste ensuite une courbe (gaussienne ou autre) à la forme de la raie.

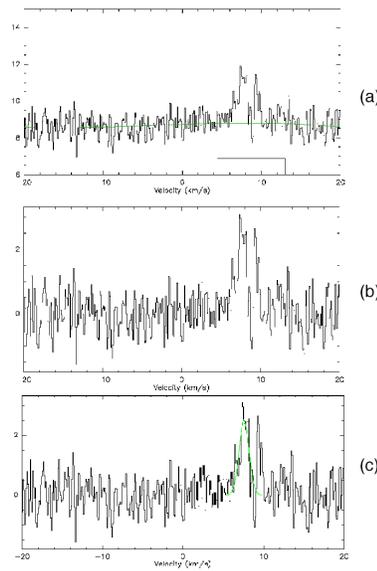


FIGURE 82 – Traitement de base appliqué à une mesure de spectre en radio : a) données brutes avec fit de ligne de base pour soustraire le fond ; b) signal ramené à un fond nul ; c) estimation des paramètres de la raie par fit de gaussienne.

31.2.3 Puissances et Températures

Dans le domaine radio, on a souvent (mais pas toujours !) $h\nu \ll kT$, et on exprime les puissances détectées sous forme de températures ($B_\nu(T) \propto T$).

On nomme **température de brillance** la température d'un **corps noir** (CN) donnant la même puissance en sortie du récepteur. Si $h\nu \ll kT$, dans le domaine de Rayleigh-Jeans (RJ) du corps noir, on a :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \rightarrow \frac{2kT}{\lambda^2}$$

En fait, la température de brillance est, par définition :

$$T_b = \frac{c^2}{2k} \frac{B_\nu}{\nu^2} \quad (127)$$

Note : cette définition de la température de brillance à partir d'un terme d'émission physique permet de conserver la notion, même lorsque l'approximation RJ n'est plus valable. En particulier, la source peut ne pas avoir un spectre thermique (ex : synchrotron) et/ou ne pas présenter une seule température physique.

De même, selon l'objet observé, la relation $h\nu \ll kT$ n'est plus forcément réalisée. Ainsi, pour observer le MIS (10 K) à 300 GHz, on se trouve dans le cas $h\nu/kT = 1.44$. On garde cependant la définition de la température sachant qu'il y a alors une relation entre la température de brillance et la température vraie.

Le transfert de rayonnement peut alors s'exprimer en fonction des températures. A l'ETL, on a (fonction source = fonction de Planck) :

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - B_\nu(T)$$

Avec l'approximation de RJ :

$$\frac{dT_b(s)}{d\tau} = T_b(s) - T(s) \quad (128)$$

aboutissant à une solution du type (cf equation (67)) lorsque le milieu est isotherme :

$$\rightarrow T_b(s) = T(1 - e^{-\tau_v(0)}) + T_o e^{-\tau_v(0)}$$

31.2.4 Limite de sensibilité

Lors de la réception d'un signal radio, on appelle **Température d'antenne** la température d'une **résistance** R qui donnerait la même puissance en sortie :

$$\langle v^2 \rangle = 4kTR\Delta\nu \quad ; \quad P = \frac{\langle v^2 \rangle}{R} = 4kT\Delta\nu$$

La température d'antenne est donc une mesure "à l'arrivée" du signal disponible (le récepteur ne sait pas ce que l'antenne observe, il obtient simplement un signal S identique en sortie). Elle se compare directement au bruit du système par exemple. Le bruit d'un récepteur radio, comme celui d'une résistance est blanc, et on a pris l'habitude de le mesurer en terme de température (de bruit) T_{rec} . La qualité d'un "système" (détecteur + télescope + atmosphère, etc.) s'exprime par :

$$T_{sys} \propto T_{rec} + T_{ciel} + T_{sol} \quad (129)$$

(On place les résistances en série...). Du coup, la température système augmente lorsque τ_{atm} augmente, c'est à dire lorsque la quantité de vapeur d'eau dans l'atmosphère augmente, mais aussi lorsqu'on s'éloigne de la visée au zénith. Une valeur "typique" est $T_{sys} \approx 500$ K à 230 GHz.

A partir de T_{sys} , on évalue le plus petit signal détectable (en terme de température) dans un canal de largeur $\Delta\nu$ pendant un temps de pose t_i , en considérant que l'on effectue $\Delta\nu$ estimations par seconde d'un bruit d'amplitude T_{sys} pendant un temps t_i . On obtient alors un "signal" moyen donné par la formule statistique en $1/\sqrt{N}$ (N échantillons), avec un facteur 2 dans l'expression exacte :

$$\sigma_T = \frac{T_{sys}}{\sqrt{2\Delta\nu t_i}} \quad (130)$$

La spectroscopie d'une raie moléculaire peut s'effectuer par exemple sur une bande totale de 10 MHz avec des canaux de 100 kHz . La largeur $\Delta\nu$ donne la résolution en vitesse que la mesure permet d'obtenir : $\Delta V = c\Delta\nu/\nu_o$ (km.s⁻¹); combinée au temps de pose, elle donne la sensibilité (en Température d'antenne) que la mesure permettra d'obtenir.

Exercice 53 : Déterminer la relation $t_i - T_{sys}$ pour obtenir un rapport signal sur bruit de 10 au centre d'une raie en ¹³CO d'amplitude 2 K à 230 GHz avec des canaux de 100 kHz. Quel t_i faut-il adopter pour $T_{sys} = 500$ K ?

On détermine T_{sys} en "connectant des résistances" à l'entrée du récepteur, c'est à dire en pratique en plaçant dans le faisceau une 'charge' (un absorbant jouant le rôle de corps noir) à une température connue. Si V_C et V_F sont respectivement les signaux obtenus sur la charge chaude (T_C , à l'ambiante) et la charge froide (T_F , obtenue à l'azote liquide), on a :

$$\begin{aligned} V_C &= G(T_C + T_{sys}) \\ V_F &= G(T_F + T_{sys}) \end{aligned}$$

Soit $Y = V_C/V_F$, on déduit :

$$T_{sys} = \frac{T_C - YT_F}{Y - 1}$$

Exercice 54 : Quelle température système obtient-on si on mesure un rapport $Y = 2$?

31.3 Réponse d'un radio-télescope

Les radio-télescopes sont des antennes paraboliques de grande dimension (10-100 m) en configuration Cassegrain. La dimension des antennes est imposée par les contraintes de sensibilité et de résolution angulaire visée (≈ 10 arcsec à 230 GHz pour le télescope de 30 m de l'IRAM). Les antennes utilisées dans l'interféromètre du plateau de Bure possèdent une grande précision de surface ($50 \mu\text{m rms} \equiv \lambda/20$ à 1mm) et peuvent pointer une source (montage alt-azimutal) avec une précision de quelques secondes d'arc.

La réponse en tension en sortie d'un radio-télescope s'exprime par une intégrale sur la surface de l'antenne A (*far field voltage polar diagram*) :

$$V(\vec{k}) = \iint_A g(\vec{x}) \cdot e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{x}^2 \cdot E e^{i\omega t} \quad (131)$$

La fonction complexe $g(\vec{x})$ est la *fonction d'illumination* du radio télescope ($g = 0$ en dehors de l'antenne (A)) et prend en compte en particulier le couplage de l'antenne au guide d'onde qui reçoit le signal. La source émettrice étant à grande distance, on applique le formalisme de la diffraction à l'infini et la réponse en tension représente la Transformée de Fourier de la surface de l'antenne pondérée par le facteur $g(\vec{x})$.

La réponse en puissance (*power polar diagram in the far field*), autrement dit la forme du faisceau (*beam pattern*) en sortie du détecteur s'exprime alors : $P(\vec{k}) = \|V(\vec{k})\|^2 = V(\vec{k}) \cdot V^*(\vec{k})$, soit :

$$P(\vec{k}) = \left| \int_A g(\vec{x}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^2\vec{x} \times \int_A g(\vec{x}') e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}'} d^2\vec{x}' \right| \quad (132)$$

Dont la TF donne :

$$TF(P)(\vec{u}) = \int g(\vec{x}) g(\vec{x} - \vec{u}) d^2\vec{x}$$

La réponse en puissance du radiotélescope est la Transformée de Fourier de l'autocorrélation de la fonction d'illumination.

31.4 Efficacités

On appelle **efficacité d'antenne** (*aperture efficiency*) le rapport de la surface collectrice effective à la surface géométrique de l'antenne :

$$\varepsilon_{ap} = \frac{A_e}{A}$$

Ce paramètre correspond au rapport de Strehl en optique. Dans le cas des observations radios, la qualité du faisceau dépend très peu des conditions atmosphériques et surtout des propriétés de figure de diffraction, couplage antenne/récepteur de l'instrument.

On appelle **efficacité de faisceau** (*beam efficiency*) le rapport entre la température d'antenne corrigée de l'absorption atmosphérique τ_ν et la température du corps noir donnant la même puissance en sortie :

$$B_{\text{eff}} = \frac{T_a e^{\tau_\nu}}{T_{mb}}$$

T_b est la vraie température de brillance de la source (température physique du corps noir de même brillance en approximation RJ), T_{mb} est la température de brillance d'une source *remplissant le lobe primaire* donnant la même température d'antenne que ce qui est observé. Si la taille de la source est égale au lobe primaire, alors $T_b = T_{mb}$. Si elle est étendue mais pas immense, on garde T_{mb} comme une approximation (légèrement) surestimée de T_b .

Les définitions de $T'_a = T_a e^{\tau_\nu}$ sont données dans la table 12 pour une même puissance reçue :

$$S = \frac{2k}{A_e} T'_a \quad (\text{source ponctuelle}) \quad (133)$$

$$S = \frac{2k}{\lambda^2} T_{mb} \Omega_b \quad (\text{corps noir étendu}) \quad (134)$$

La définition (133) fait intervenir une source ponctuelle : pas de dépendance en angle solide, seule la surface efficace intervient. La définition (134) fait intervenir l'angle solide, le faisceau du télescope Ω_b . L'efficacité de faisceau B_{eff} mesure le rapport entre l'étendue de faisceau parfaite $\approx \lambda^2$ (surface collectrice disponible totale A et angle solide égal à la limite de diffraction λ^2/D^2) et l'étendue de faisceau réelle ; l'existence de lobes secondaires dans la réponse du radio-télescope, qui "regardent" ailleurs que dans la direction de la source, fait perdre du flux (et rajoute du bruit de fond). On obtient alors :

$$B_{\text{eff}} = \varepsilon_{ap} \frac{A\Omega_b}{\lambda^2} \quad (135)$$

$$= 0.89 \varepsilon_{ap} \frac{\theta_b}{(\lambda^2/D^2)} \quad (136)$$

où θ_b est la largeur (en radians) du faisceau à mi-puissance (FWHP). L'efficacité de faisceau est l'intégrale de la PSF (normalisée à 1 en énergie) sur un cercle de rayon égal à la largeur à mi-hauteur (FWHP) de cette PSF ; c'est donc un facteur de couplage avec une source remplissant le lobe primaire.

On définit aussi **l'efficacité vers l'avant** (*Forward Efficiency* F_{eff} ou η_F), défini également comme une intégrale de la PSF mais sur 2π stéradians et qui exprime le facteur de couplage avec une source remplissant tout le ciel. C'est donc la fraction de la PSF qui voit le ciel, par opposition à ce que voient les lobes secondaires qui regardent le sol par exemple.

On a donc : $B_{\text{eff}} < F_{\text{eff}}$.

F_{eff} intervient aussi dans la détermination de la température système (cf. eq (129)) :

$$T_{\text{sys}} = T_{\text{rec}} + T_{\text{ciel}} + T_{\text{sol}} \quad (137)$$

$$\text{ou } T_{\text{ciel}} = F_{\text{eff}} T_{\text{amb}} (1 - e^{-\tau\nu}) \quad (138)$$

$$\text{ou } T_{\text{sol}} = (1 - F_{\text{eff}}) T_{\text{amb}} \quad (139)$$

Les valeurs de ε_{ap} , B_{eff} , $\theta_b/(\lambda/D)$ varient avec la fréquence (et en particulier avec le détecteur) d'observation. Ainsi pour l'antenne de 30 m de l'IRAM, avec le SIS à 230 GHz, on obtient : $\theta_b = 12.5'' = 1.39\lambda/D$; $\varepsilon_{ap} = 0.27$; $B_{\text{eff}} = 0.47$. Et le rapport du flux obtenu à la température T_{mb} est de 6.74. (NB. Ces chiffres sont certainement à réactualiser, en particulier en consultant le site WWW de l'IRAM).

La table 12 donne la liste des définitions, expression et formules numériques approchées des différentes "températures" de signal dans un radio-télescope.

TABLE 12 – Relations signal / température / puissance, en sortie d'un radio-télescope

	Température d'antenne T'_a (résistance équivalente)	Température de brillance T'_b Corps Noir équivalent
Expression générale :	$S = \frac{2k}{A_e} \int \frac{T'_a d\Omega_r}{P d\Omega_b}$	$\frac{2k}{\lambda^2} \int T_{mb} d\Omega_r = \frac{2k}{\lambda^2} \int T_b d\Omega_s$
Source ponctuelle :	$S = \frac{2k}{A_e} T'_a$	$S = \frac{2k}{\lambda^2} T_{mb} \Omega_b$
Source gaussienne :	$S = \frac{2k}{A_e} T'_a \frac{\theta_r^2}{\theta_b^2}$	$S = \frac{2k}{\lambda^2} T_{mb} 1.133 \theta_r^2$
Conversion :	$\frac{S}{J_y} = \frac{3516}{\varepsilon_{ap}} \frac{D^{-2}}{m^{-2}} \frac{T'_a}{K}$	$\frac{S}{J_y} = 2.64 \frac{\lambda^{-2}}{cm^{-2}} \frac{T'_{mb}}{K} \frac{\theta_r^2}{arcmin^2}$

D'après l'article de D. Downes, 1989, IRAM preprint No 151.

θ_b : largeur de faisceau (FWHP) ; θ_r : largeur de réponse (faisceau convolué avec forme de la source).

$d\omega_r$, $d\omega_b$, $d\omega_s$: intégrales respectives sur la réponse, le faisceau et la source.

31.5 Calibration du signal reçu

La température affichée dans le tracé de la figure 82 par exemple est le plus souvent la température de brillance T_{mb} . Si on adapte le facteur d'efficacité B_{eff} à la taille de la source observée, on obtient alors T_b .

31.6 Cartographie

La mesure d'une image en optique se fait en plaçant un multidétecteur au plan focal (CCD par exemple). Même si cette démarche semble évidente aujourd'hui, elle sous-tend un ensemble d'hypothèses qu'il est intéressant d'explicitier. Lorsqu'un radio astronome effectue une carte d'un nuage interstellaire, il mesure le rayonnement reçu dans un lobe d'antenne, ce qui lui fournit l'intensité en un point du ciel (de la carte). Pour réaliser une carte en deux dimensions, il doit déplacer l'antenne de proche en proche. Le théorème d'échantillonnage impose d'effectuer une mesure tous les demis-lobes ou mieux, afin de n'avoir aucun repliement de spectre (figure 83). En pratique, on peut vouloir réaliser un 'survey' rapide d'une région pour déterminer les zones plus intéressantes à approfondir. on effectue alors des mesures tous les 2-5 lobes d'antenne, quitte à revenir plus tard effectuer une cartographie détaillée de zones plus réduites, à la limite de résolution du système. Un ordre de grandeur de la résolution obtenue avec une antenne donnée est : une arcminute à 100 GHz pour 10 m de diamètre.

Exercice 55 : Quelle résolution permet d'atteindre l'antenne de l'IRAM de Pico Veleta ($\phi 30$ m) à 230 GHz ?

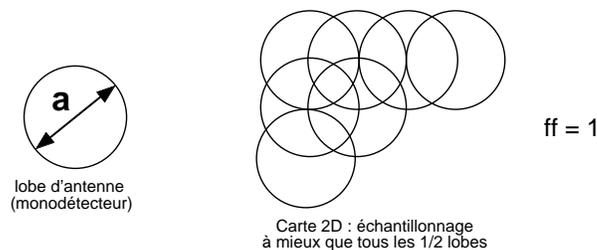


FIGURE 83 – Mesure de carte 2D de proche en proche

32 OBSERVATIONS À HAUTE ÉNERGIE

32.1 Domaine d'observation

Les mesures de rayonnement à haute énergie concernent des photons issus de phénomènes où le processus physique émetteur met en jeu des énergies importantes (micro Quasar, environnement de trou noir, binaires X) ; mais on utilise aussi des détecteurs en UV et en X pour étudier des régions de formation stellaire.

La figure 25 montre que dans le domaine des hautes énergies, la transparence du milieu interstellaire augmente. Ainsi, pour des photons de quelques keV, on a affaire à une opacité équivalente à celle de la bande K. C'est ainsi que de nombreuses étoiles T Tauri (équivalent du soleil à quelques millions d'années) ont été découvertes par leur émission en rayons X (étoiles NTTS).

Par contre, il est hors de question de faire traverser l'atmosphère à ces rayonnements, et les observations HE ont lieu quasi exclusivement sur des plate-formes embarquées sur satellite.

Dans le domaine des rayons gamma, on peut utiliser l'information résultant de l'interaction des particules incidentes avec l'atmosphère terrestre (effet Cerenkov). En détectant non pas la particule initiale, mais la gerbe de particules secondaires issue de sa collision avec les molécules atmosphériques, on arrive à remonter à la direction et à l'énergie de la particule initiale. On réalise ainsi la spectro-imagerie de l'objet émetteur, de manière similaire à ce qui est achevé dans le domaine visible. Par exemple l'instrument HESS (High Energy Stereoscopic System) détecte les éclairs de lumière bleue émis par effet Cerenkov lorsque des particules d'énergie supérieure au GeV pénètrent dans la haute atmosphère. Il utilise pour cela plusieurs télescopes équipés de caméras extrêmement rapides (temps de réponse 10 ns) sensibles dans le bleu (figure 84).



FIGURE 84 – Télescope Cerenkov HESS en Namibie. L’analyse du signal en provenance des télescopes du réseau permet de remonter à la direction et à l’énergie du photon incident.

32.2 Interaction rayonnement-matière à haute énergie

Le domaine considéré ici commence dès les rayons ultra-violet (10 -100 eV), englobe les rayons X (0.1 - 10 keV) et s’étend jusqu’aux rayons γ (≥ 1 MeV). Sur une telle gamme d’énergie (de fréquence) on n’utilise pas la même technologie de détection. La plupart des détecteurs à haute énergie mesurent deux quantités : 1) la direction d’incidence du photon (sa position en RA et DEC) ce qui correspond au processus d’imagerie, 2) l’énergie du photon incident, ce qui correspond au processus de spectroscopie.

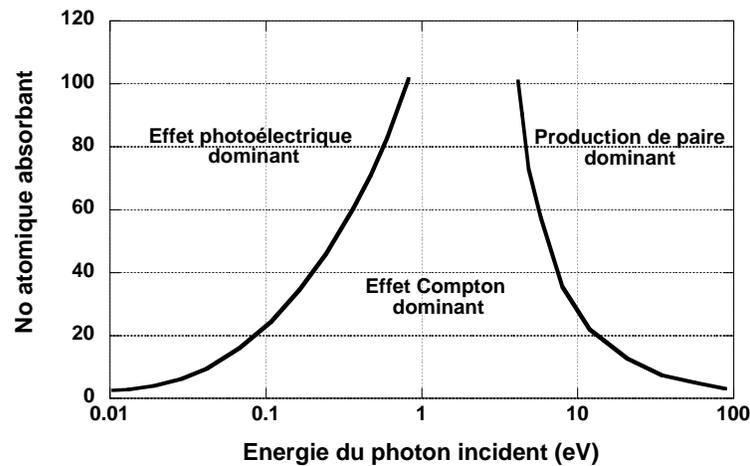


FIGURE 85 – Importance relative des différents processus d’interaction rayonnement-matière, en fonction de l’énergie du photon incident.

Selon le domaine d’énergie impliqué, la détection du rayonnement HE utilise l’un des 3 processus suivants (figure 85)

- l’effet photo-électrique (énergies < 10 keV)
- la diffusion Compton
- la création de paires e^-e^+ (énergies > 1.22 MeV).

Les détecteurs des télescopes gamma sont ”cousins” des détecteurs de la physique des particules. Ainsi, les paires e^-e^+ sont détectées dans des calorimètres associés. A partir de cette détection, on remonte à la direction et à l’énergie du rayon incident, donc on réalise le processus de spectro-imagerie.

32.3 Relation puissance - coups

L’unité la plus fréquente rencontrée dans le domaine des hautes énergies est le “coup” / $m^{-2}/sec/keV$ (nombre de photons considérés comme des particules, par intervalle de temps et d’énergie). Soit n_E cette densité de photons :

$$n_E = \frac{dn}{dE dS dt} = \frac{dn}{h\nu dS dt} = \frac{dE}{h^2\nu d\nu dS dt} = \frac{F_\nu}{h^2\nu}$$

En tenant compte du fait que les coups sont mesurés par keV (et pas par Joule), la relation à la puissance reçue par intervalle de fréquence, de surface et de temps peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$F_\nu(\text{W.m}^{-2}.\text{Hz}^{-1}) = n_e(\text{ph.s}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{keV}^{-1}) \times \frac{h^2\nu}{1.6 \cdot 10^{-16}}$$

32.4 Rapport Signal a Bruit - Sensibilité

Les "coups" détectés proviennent de la source observée (signal $N_S(E)$) et d'un "background" (parfois improprement appelé "bruit de fond") $N_B(E)$. Le rapport signal sur bruit SNR résultant pour une mesure à l'énergie E s'écrit donc :

$$SNR = \frac{N_S(E)}{\sqrt{N_S(E) + N_B(E)}}$$

On en déduit que le signal correspondant à un certain rapport SNR ($SNR = 3$ par exemple) obéit à l'équation :

$$N_S^2 - SNR^2 N_S - SNR^2 N_B = 0$$

Le discriminant Δ est toujours positif, et en gardant la solution positive :

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{N_B}SNR\sqrt{1 + \frac{SNR^2}{4N_B}}$$

$$N_S = \frac{1}{2}(SNR^2 + 2SNR\sqrt{N_B}\sqrt{1 + \frac{SNR^2}{4N_B}}) = SNR\sqrt{N_B}\left(\frac{SNR}{2\sqrt{N_B}} + \sqrt{1 + \frac{SNR^2}{4N_B}}\right)$$

$$N_{S\min}(E) \approx SNR\sqrt{N_B}$$

33 CALCULS DE PERFORMANCES D'INSTRUMENTS

Lors de la préparation d'une observation, il est essentiel de prévoir si les objectifs visés peuvent être atteints dans le temps de télescope auquel on a accès. S'il est possible de passer en temps réel de 10mn à 1 heure de temps de pose pour rattraper une mauvaise estimation du temps d'observation nécessaire, il n'est pas possible de passer de 1 heure à une semaine ! La démonstration de la *faisabilité* des observations planifiées est un des paragraphes-clé des dossiers de demande de temps de télescope.

La plupart des instruments aujourd'hui disponibles sur grands télescopes fournissent des outils d'assistance à la préparation des demandes de temps et des observations ; ce sont les 'ETC' (Exposure Time Calculator), disponibles sur le Web. Si ces outils sont des "machines à calculer" (des temps de pose), ce paragraphe se propose d'apprendre à "compter sur ses doigts" pour vérifier le résultat proposé par la calculatrice.

33.1 Un exemple dans le visible

Le simulateur de l'instrument FORS1, spectro-imageur disponible sur UT1, permet d'obtenir les résultats suivants.

```
Conditions de simulations :
{ Source ponctuelle de type K7
{ magnitude V=21 ; observée dans la bande V
{ fond de ciel : 21.4 mag/arcsec2
{ seeing : 0.8'' ; AM = 1.2
{ temps de pose : 100s
{ Echelle focale : 0.1''/pixell
Résultats de simulation :
```

```

{ probabilité d'obtenir le seeing souhaité : 66%
{ Nb de pixels dans la PSF : 202
{ fond de ciel : 301.5 e-/pixel
{ bruit de lecture : 4.7 e-
{ Nb d'électrons dus à la source dans la PSF : 45545 e-
{ Valeur max au pixel central (objet + ciel) : 925 e-

```

Le simulateur fournit également diverses courbes de variation du rapport S/N avec le temps de pose, ce qui permet d'estimer le temps de pose, donc d'observation nécessaire à la réalisation du projet visé.

Exercice 56 : En utilisant les données fournies ci-dessus, calculer les rapports S/N sur la PSF et le pixel central et vérifier les résultats fournis par l'ETC. Utiliser le résultat obtenu à la section 28.5 pour estimer le nombre de pixels couverts par la PSF pour les conditions de seeing données. Donner le bruit total sur la mesure dans le pixel central. Expliquer la relation entre le rapport S/N sur la PSF et sur le pixel central.

33.2 Un exemple dans l'infrarouge proche

Le simulateur de l'instrument ISAAC spectro-imageur dans le proche infrarouge permet d'obtenir les résultats suivants. Conditions de simulation :

```

{ source ponctuelle corps noir de temperature 4000 K
{ magnitude 18 (bande H)
{ Objectif S2 (0.15"/pixel)
{ seeing et AM : 0.8 arcsec ; AM=1.2
Résultats de simulation :
{ magnitude fond de ciel dans la bande 14.3 / arcsec2
{ temperature et émissivité fond de ciel 288 K ; 0.25 (Variabilité +/- 0.5)
{ Nombre de pixels dans la PSF : 93.00 pixels
{ Nombre total d'électrons dans la PSF (objet seul, 1 DIT) : 45471.14 e-/DIT
{ Fond de ciel, (avec raies d'émission) : 29714.24 e-/pixel/DIT
{ Intensité maximum sur le pixel central / DIT (e-, objet+ciel) : 31049.66 e-/DIT

```

Exercice 57 : Vérifier les rapports S/N fournis par le simulateur. Comparer le rapport S/N obtenu avec le rapport S/N limite limité par la magnitude de fond de ciel.

Exercice 58 : On donne m_3 la magnitude limite en une heure d'un instrument qui observe avec des poses de 3mn ; trouver la nouvelle magnitude limite m_1 atteinte si on passe à des poses de 1 mn ; distinguer le cas où l'instrument est limité par le bruit de photon, par le bruit de lecture. Conclure. On introduira toutes les définitions et notations nécessaires.

33.3 Un exemple en radioastronomie

L'information fournie par les mesures radio donnent accès à l'intensité du rayonnement émis mais aussi à la vitesse de la source par rapport à l'observateur. On observe avec un télescope de 30m de diamètre à 230 GHz (antenne IRAM). La résolution angulaire est alors de l'ordre de $10''$; pour réaliser une carte correctement échantillonnée, il faut effectuer un point de mesure tous les $5''$ environ. Pour une source à 150 pc, cette résolution angulaire correspond à 750 UA sur le ciel. Si on désire mesurer la vitesse de la source avec une résolution de 1 km/s, il faudra travailler avec des canaux de vitesse < 0.5 km/s ; ces canaux sont les équivalents des éléments de résolution (en longueur d'onde par exemple) en spectroscopie visible. à 230 GHz, on obtient une résolution de 0.5 km/s pour des canaux de largeur spectrale $\Delta\nu = \nu_o \Delta\nu/c$, soit ≈ 400 kHz. Si le corrélateur (spectrographe) possède des canaux plus étroits, on pourra résoudre des structures en vitesse plus fines. Une fois la bande passante d'un canal fixée, le rapport S/N dépend de la température système (équation 130). Avec des canaux de $B = 400$ kHz, et pour $T_{sys} = 150$ K, on obtiendra un rapport S/N de 10 sur une raie de 1 K en utilisant un temps de pose $t = T_{sys}^2 / B \cdot \sigma^2 \approx 6$ s.

Exercice 59 : Vérifier les calculs présentés ci-dessus. Application au cas où on souhaite mesurer l'émission d'un disque d'accrétion en orbite autour d'une étoile de $1 M_\odot$ dans le nuage du Taureau (distance 140 pc).

33.4 Un exemple en hautes énergies

... TBD ...

34 REDIGER UNE DEMANDE DE TEMPS DE TELESCOPE

Une demande de temps de télescope s'inscrit dans un projet scientifique : on peut vouloir acquérir des données pour augmenter la connaissance de la communauté astronomique sur les paramètres d'un objet ou d'un type d'objets astrophysiques (par exemple lors d'un relevé systématique, ou *survey*), ou bien valider une hypothèse physique à propos d'un objet astronomique pertinent.

Une fois que le projet scientifique est établi et justifié, il faut trouver l'instrument qui permettra d'effectuer les observations souhaitées. Si la mesure se situe dans un domaine où l'atmosphère est opaque, il faudra rechercher un instrument embarqué sur satellite. En premier lieu, il est évidemment inutile d'effectuer des mesures déjà connues : comme pour un article, une demande de télescope commence donc par un important travail de bibliographie, complété par une exploration des archives de l'instrument (comme par exemple pour l'ESO : <http://archive.eso.org/cms/>).

Une fois l'instrument adapté identifié, il faut vérifier que les mesures envisagées sont réalisables en un temps raisonnable (typiquement quelques heures, au plus quelques nuits). Aujourd'hui la plupart des instruments d'observation procurent des simulateurs accessibles sur le Web. On peut ainsi vérifier la *faisabilité* des observations prévues. Pour des instruments embarqués sur satellite (HST, XMM, etc.), des poses de plusieurs ksec voire

Les astronomes de la communauté Française ont accès directement à un certain nombre de télescopes et d'instruments que la France finance totalement ou partiellement. C'est le cas par exemple du CFHT, des télescopes de l'ESO, de l'IRAM, etc. D'autres instruments sont disponibles via des collaborations avec des astronomes étrangers aux USA par exemple. Dans ce cas, le responsable (Principal Investigateur, ou "PI") de la demande de temps sera le collègue concerné et vous ne serez qu'un associé dans une liste de co-Investigateurs ("co-I").

Une demande de temps de télescope est un dossier dans lequel on doit fournir un ensemble de renseignements factuels (noms & adresses du PI et de ses collaborateurs, liste des objets à observer et dates préférentielles pour les observations) ainsi qu'un argumentaire scientifique (contexte, présentation du problème, démonstration que les observations prévues permettront bien de répondre à la question posée) et technique (adaptation de l'instrument visé au projet, faisabilité des observations en un temps raisonnable, estimation du temps nécessaire). Tous les instruments fonctionnent quasiment maintenant (2008) avec des formulaires accessibles par Internet, mais la logique reste la même que lorsqu'on fournissait (parfois en 20 exemplaires !) des dossiers papiers.

La plupart des demandes de temps de télescope se déroulent en deux temps : on rédige un premier dossier en mettant l'accent sur l'intérêt scientifique du projet proposé, et si celui-ci est accepté, on doit alors préparer plus précisément les observations prévues, en préparant des "Blocs d'Observation" (OB) par exemple pour l'ESO, qui permettent de définir minute par minute les actions que le système télescope + détecteur vont effectuer, ou bien en préparant un script de commande, par exemple pour l'IRAM, où on décrit sous forme de procédure les actions du télescope et du systèmes de mesure qui lui est associé.

Dans le domaine visible et IR, pour l'ESO, les astronomes européens soumettent typiquement un millier de demandes tous les 6 mois, et les facteurs de pression (rapport du nombre de propositions déposées sur acceptées) varie entre 2 et 4 ou plus. Lors du 2e appel à propositions de l'instrument ALMA, ce sont également un millier de propositions qui ont été déposées.

35 LOGICIELS STANDARDS DE RÉDUCTION DE DONNÉES

Les performances des instruments se sont développées plus vite que la capacité des systèmes informatiques à traiter des données. Aujourd'hui encore, on obtient en une nuit de télescope un ensemble de données (images, spectres, interférogrammes, etc.) qu'il faut plusieurs semaines de traitement pour réduire. Dans un projet observationnel, la définition du projet scientifique peut prendre plusieurs jours (bibliographie, rédaction du dossier de demande de temps d'instrument), l'acquisition des données proprement dites prend quelques heures, et la réduction peut prendre des semaines. Les instruments sont de plus en plus souvent équipés de "pipeline", des programmes informatiques ou procédures qui fournissent (aussi rapidement que possible) les données dans un état interprétable (images nettoyées des effets de flat-field, rayons cosmiques et courant noir, puis calibrées en flux ; spectres calés en longueur d'onde et calibrés, etc.).

Il ne faut pas négliger l'intervention humaine dans le processus de réduction de données : c'est parfois un art où on peut décider de donner plus ou moins de poids à telle ou telle partie des données dans lesquelles "on croit". L'expérience de l'astronome impliqué dans le processus est souvent irremplaçable, d'où la difficulté de mettre au point un système entièrement automatique. Quoi qu'il en soit, il existe une véritable panoplie de logiciels (dont de nombreux gratuits) disponibles pour manipuler des images ou des spectres, souvent développés et maintenus par des astronomes dans une logique universitaire de logiciel "libre" (IRAF, IDL, MIDAS, GreG, Graphic, CLASS, AIPS++, SuperMongo, Yorick, etc.). L'ESO fournit sur son site un ensemble de logiciels scientifiques baptisé SCISOFT (voir <http://www.eso.org/sci/data-processing/software/scisoft/>, version 7.1, avril 2008) que l'on peut utiliser.

36 EXERCICES ET EXAMENS

Les exercices proposés dans cette section ont été pour la plupart proposés lors d'examens précédents de DEA / M2, depuis 1997. Les corrigés sont pour la plupart disponibles sur internet :

<http://ipag.obs.ujf-grenoble.fr/monin/enseignement/dea-astro/archives-m2-astro.html>

Les étudiants sont encouragés à pratiquer ces exercices en s'aidant (a posteriori) de la correction pour progresser. Dans le cas où la correction (succincte) disponible sur le site ne suffit pas, il est toujours possible alors d'interagir directement avec l'enseignant.

36.1 Examen 1997-1998

On se propose d'étudier comment varient les performances d'un instrument en fonction des conditions d'observation. Dans tout l'exercice, on suppose que l'on observe à travers une atmosphère plan-parallèle.

Le rayonnement de l'étoile à l'entrée de l'atmosphère est caractérisé par son intensité spécifique I_* . On note τ_o la profondeur optique intégrée de toute l'atmosphère lorsqu'on observe au zénith ($\tau_o = 0$).

1) Justifier l'emploi de l'intensité spécifique (et pas du flux par exemple) pour caractériser le signal reçu d'une source.

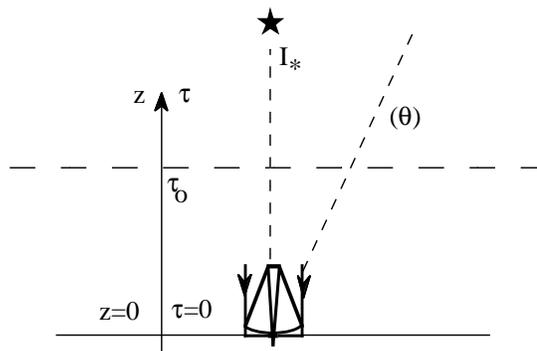


FIGURE 86 – Propagation de l'intensité spécifique à travers l'atmosphère

2) Résoudre l'équation de transfert du rayonnement à travers l'atmosphère avec les notations et les origines utilisées dans la figure 86, et montrer qu'on observe au sol :

$$I_o = I_* \exp(-\tau(\theta)) + S(1 - \exp(-\tau(\theta))) \quad (140)$$

où S est la fonction source de l'atmosphère.

3) Donner l'expression de $\tau(\theta)$, profondeur optique de l'atmosphère traversée pour une observation à un angle zénithal θ , en fonction de τ_o .

4) Etablir l'équation donnant τ pour obtenir une émission parasite double de celle obtenue au zénith. Calculer une solution approchée de cette équation lorsque l'atmosphère est optiquement mince.

La figure 87 plus loin donne la brillance au zénith du fond de ciel en photons par seconde, mètre carré seconde d'arc carrée et micron, à l'altitude du Mauna Kea sur l'île d'Hawaii.

La courbe de la partie droite de la figure est celle d'un corps noir de température $T_{atm}=230K$, et d'émissivité $\epsilon = 0.18$.

5) Dans quelle bande photométrique du proche infrarouge l'émission thermique de l'atmosphère commence-t-elle à dominer ?

6) A quoi est due l'émission (qu'on supposera indépendante de la longueur d'onde) sur la partie gauche de la figure ? Lorsque l'émission thermique domine, identifiez la fonction de corps noir et l'émissivité dans l'équation 140.

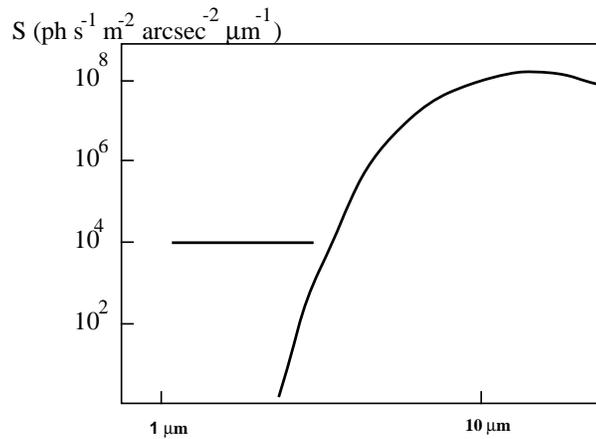


FIGURE 87 – Modèle simple de distribution de la brillance de fond de ciel dans le proche IR

7) En déduire quelle est la profondeur optique de l'atmosphère au zénith au sommet du Mauna Kea, dans l'infrarouge thermique.

8) Déduire de la courbe ci-dessus l'émissivité du fond de ciel en magnitude par seconde d'arc carrée dans les bande J, H, K, L et M du proche infrarouge.

On observe avec un détecteur sur un télescope avec les caractéristiques suivantes (tableaux ci-dessous). On utilise le détecteur à mi-dynamique.

9) Justifier l'utilisation à mi-dynamique.

Caractéristiques du télescope utilisé :

Diamètre 4m

Transmission optique 0.1

Emissivité négligeable.

Caractéristiques du détecteur utilisé :

Taille 512 x 512

Capacité 400.000 électrons

Rendement quantique 60 % (quelque soit λ) Bruit de lecture 100 électrons

Courant d'obscurité 10 électron/sec

Echelle(s) focale(s) 0.05 & 0.2 arcsec/pixel.

10) Calculer le temps de pose maximum imposé par le signal de fond en L pour les deux échelles focales disponibles.

11) Expliquer la notion de bruit de signal de fond de ciel.

12) Quel est le temps de pose pour lequel on passe d'une limitation par le bruit de lecture à une limitation par le bruit de signal du fond de ciel ? Quelle différence de stratégie observationnelle existe entre ces 2 domaines ?

13) Le courant d'obscurité est-il un paramètre dominant du problème ?

On observe sous un seeing de 0.7'' avec l'échelle focale la plus grande.

14) En faisant l'approximation que l'énergie reçue de l'étoile (ponctuelle) est répartie uniformément dans une tache circulaire de diamètre donné par le seeing, calculer la magnitude limite de l'étoile détectable à 3σ en une minute de temps de pose. Combien de poses individuelles faut-il stocker ? Quelle place occuperont-elles sur disque ? (vous justifierez le dimensionnement du système informatique d'acquisition et de stockage).

15) Que devient cette magnitude limite si le seeing passe à 0.4'' ? Conclure sur le mode de dépouillement de données à adopter.

On utilise ce détecteur derrière un système d'optique adaptative offrant une résolution après correction de 0.1''.

16) Quelle sera votre stratégie d'observation selon que vous privilégiez - la résolution maximale ? - la sensibilité maximale ?

17) Quelle sera la sensibilité obtenue à la résolution maximum ? La résolution obtenue à sensibilité maximum ?

On observe maintenant un objet étendu sur plusieurs secondes d'arc (une galaxie).

18) Quelle est la limite de détection atteinte et dans quelle unité s'exprime t-elle, pour un seeing de 0.7" ? Comment évolue cette limite si le seeing passe à 0.4" ? Conclure.

36.2 Examen 1998-1999

On se propose de déterminer l'écart de magnitude Δm détectable à 1σ à une distance r d'une source brillante de flux intégré F . On supposera pour simplifier que la forme de la PSF est une gaussienne de $\sigma = \varpi/2$ où ϖ est le seeing. On notera A l'amplitude au pic de la gaussienne principale, M sa magnitude ($M = -2.5 \log F/F_o$), et s la surface d'un pixel.

On pourra suivre le raisonnement suivant :

- Exprimer l'amplitude de la PSF à la distance r du centre.
- En déduire la variance s du bruit de photons en fonction de r
- En déduire le flux détectable à 1σ en fonction de r .
- Calculer la magnitude correspondante.
- Exprimer l'écart de magnitude $\Delta m(r)$ détectable à 1σ .
- Pourquoi trouve t-on que Δm augmente régulièrement avec r ?
- Qu'est-ce qui limite l'augmentation de Δm au bout d'un certain rayon ? On se propose de déterminer où sera placé le premier niveau significatif sur une image d'une source de magnitude m observée dans les conditions suivantes :
- Bande photométrique déterminée par un filtre de largeur $\Delta\lambda$ centré autour de λ_o , et caractérisé par un flux de calibration égal à F_o .
- Télescope de diamètre D . On prendra la transmission du système atmosphère + optique égale à τ .
- Valeur du seeing ϖ ; PSF gaussienne.
- Emission de background de fond de ciel : magnitude m_C par arcseconde au carré.
- Echelle focale sur le détecteur : α arcsec / pixel
- Courant d'obscurité I_D en électrons / seconde
- Temps de pose t en secondes
- Détecteur : bruit de lecture σ_L , rendement quantique η .
- Comment choisirez-vous le "premier niveau significatif" ? Justifiez.
- Comment comparez-vous le bruit "de signal" aux autres bruits ?
- Donner l'expression du premier niveau significatif en fonction des données.
- Quel est le rapport S/N au pic de la PSF ?
- Quel est le S/N sur l'ensemble de la PSF ? On réalise des observations dans la bande N au foyer d'un télescope de diamètre $D = 4$ m et de focale équivalente $f = 100$ m, avec un détecteur possédant des pixels de $18 \mu\text{m}$ de côté (rendement quantique η unité). - Justifiez l'approximation $\eta = 1$.
- Quelle est l'échelle focale en arcsec / pixel ?
- Quelle est l'étendue de faisceau vue par chaque pixel du CCD ?

Dans la suite de l'exercice, on adoptera la valeur de l'échelle focale de la caméra KIR au foyer de l'optique adaptative PUEO au CFHT : 0.035"/pixel.

On suppose que le flux parasite à $10 \mu\text{m}$ ne provient que de l'émission de fond de ciel, considéré comme un corps gris d'émissivité $\epsilon = 0.8$ et de température 250 K.

- Justifiez le choix de ces paramètres pour décrire l'émission atmosphérique et indiquez comment on peut imaginer un montage instrumental qui permette de se placer effectivement dans les conditions supposées.
- Indiquez (et justifiez rapidement) comment varie à votre avis avec le temps l'émissivité ϵ dans le modèle ci-dessus selon les échelles suivantes : seconde, minute, heure, jour, mois.

- Donner une estimation du flux de background (en électron / seconde) vu par chaque pixel du détecteur.
- En déduire le bruit de lecture en deçà duquel le détecteur pourra être considéré comme parfait.
- Comment varie le flux de background avec le diamètre du télescope ? Avec la résolution angulaire par pixel ? Justifiez.
- Montrer que si on observe à la limite de diffraction, le flux parasite ne dépend plus du diamètre du télescope utilisé.
- Pour quel type de sources (ponctuelle / étendue) l'utilisation des très grands télescopes est-elle sans concurrence à 10 microns ? On doit préparer une mesure dans le domaine radio destinée à étudier la cinématique d'un disque circumstellaire autour d'une étoile B7 situé dans le nuage du Taureau (dist : 140 pc). On utilise le radio-télescope de 30 m de l'IRAM dans une bande à 230 GHz.
- Quelle résolution angulaire δ peut-on atteindre dans ces conditions ?
- Si on veut réaliser une carte sans perte d'information, quel espacement angulaire α faut-il choisir entre deux points de mesure sur le ciel ?
- A quelle distance linéaire d cela correspond-il sur la source ?
- Quel écart de vitesse ΔV pourra t-on alors distinguer dans le meilleur des cas, de part et d'autre de l'étoile centrale si le disque est en rotation Képlerienne ?
- Qu'appelle t-on ici le meilleur des cas ?
- En déduire la bande passante B nécessaire d'un canal radio individuel.
- On travaille avec un corrélateur permettant d'obtenir des canaux de 100KHz. Quelle structure en vitesse pourra t-on alors résoudre ?
- A quelle résolution spectrale $R = \nu/\Delta\nu$ travaille alors le radio-télescope ?

On rappelle que le bruit sur une mesure dans le domaine radio s'exprime comme $T_{\text{sys}}/\sqrt{2Bt}$, où B est la bande passante du canal individuel d'analyse, t le temps d'intégration et T_{sys} la température système qui caractérise les performances de l'ensemble récepteur + télescope + atmosphère.

- Si on suppose que la raie observée a une amplitude de 1 K, quelle température système ne pourra t-on pas dépasser afin d'obtenir un rapport signal/bruit supérieur à 10 (au pic de la raie) en 1 mn ?
- La température système s'élève à 600 K. Combien de temps faut-il poser pour atteindre le rapport signal/bruit souhaité ?
- Combien de temps de télescope faudra t-il demander au total pour réaliser une carte de 10×10 points sur le ciel ?

36.3 Examen 1999-2000

On observe une source ponctuelle produisant sur un détecteur un flux total F (en électrons). L'échantillonnage du plan focal est calculé de telle sorte que l'on puisse obtenir des images à la limite de diffraction.

- Donner l'échelle focale en arcsec/pixel pour des observations effectuées à la longueur d'onde λ sur un télescope de diamètre D .

Dans un premier cas, la qualité d'image est limitée par le seeing dans des conditions de turbulence correspondant à $D/r_o = N$ (r_o paramètre de Fried). On note ϖ la largeur à mi-hauteur de la tache de seeing.

- Justifiez rapidement que l'on puisse considérer la forme de la PSF comme une gaussienne de largeur à mi hauteur égale à ϖ .
- Donner la valeur de ϖ en fonction de la limite de diffraction du télescope.
- Indiquer comment varie en fonction de ϖ le rapport signal/bruit par pixel au centre de la PSF lorsqu'on est limité :

par le bruit de lecture σ ?

par le bruit de photons ?

- Que gagne t-on lorsque l'on passe de N à $N/2$?

Quels sont alors selon vous les deux principaux avantages apportés par l'utilisation de l'optique adaptative ?

Si le rapport signal/bruit est égal à 20 sur le pixel central de la PSF, quelle est sa valeur à 5 pixels du centre pour un seeing de 0.9'' ?

On considère maintenant une image partiellement corrigée par l'optique adaptative. L'image d'une source ponctuelle est constituée d'un pic (approximation gaussienne) de largeur λ/D superposé à un halo (approximation gaussienne) de largeur λ/r_o (figure 88).

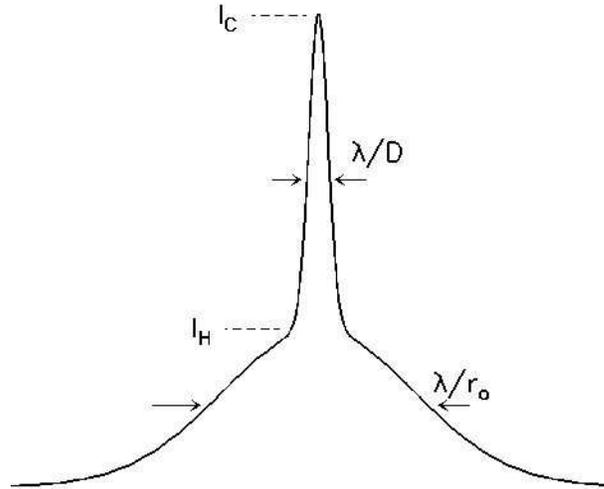


FIGURE 88 – PSF de source ponctuelle partiellement corrigée par l'optique adaptative

On définit le rapport de Strehl Sr comme le rapport entre l'énergie lumineuse contenue dans le pic central sur l'énergie totale (pic central + halo résiduel) ; on définit le contraste C comme le rapport de l'intensité au pic I_C sur l'intensité du Halo I_H .

- Justifiez la définition du contraste ci-dessus.
- Montrez que le contraste peut s'exprimer comme

$$C = \frac{Sr}{1 - Sr} \cdot N^2 \quad (141)$$

- Sur quelle partie du produit dans l'équation (141) l'utilisateur peut-il agir ?
- Dans l'expression (141), le contraste augmente quand les conditions de turbulence se dégradent (N augmente) ; discutez ce résultat ; est-il paradoxal ?

Exercice 66 : On observe avec un détecteur sur un télescope dans les conditions suivantes :

Télescope de diamètre 4m, Transmission optique 0.1 (Emissivité négligeable). Détecteur de Taille 512 x 512, Capacité 400.000 électrons, Rendement quantique 60 % a toutes longueurs d'onde, Bruit de lecture 100 électrons, Courant d'obscurité 10 électron/sec.

On utilise le détecteur à mi-dynamique.

- Justifier l'utilisation à mi-dynamique.
- Calculer le temps de pose maximum imposé par le signal de fond en L ($3.5 \mu\text{m}$) pour les deux échelles focales disponibles.
- Expliquer la notion de bruit de signal de fond de ciel.
- Quel est le temps de pose pour lequel on passe d'une limitation par le bruit de lecture à une limitation par le bruit de signal du fond de ciel ? Quelle différence de stratégie observationnelle existe entre ces 2 domaines ?
- Le courant d'obscurité est-il un paramètre dominant du problème ?

On observe sous un seeing de 0.7'' avec l'échelle focale la plus grande.

- En faisant l'approximation que l'énergie reçue de l'étoile (ponctuelle) est répartie uniformément dans une tache circulaire de diamètre donné par le seeing, calculer la magnitude limite de l'étoile détectable

à 3σ , en une minute de temps de pose. Combien de poses individuelles faut-il stocker ? Quelle place occuperont-elles sur disque ? Justifier le dimensionnement du système informatique d'acquisition et de stockage.

- Que devient cette magnitude limite si le seeing passe à $0.4''$? Conclure sur le mode de dépouillement de données à adopter (tri des images).

36.4 Examen 2000-2001

On observe à la longueur d'onde λ sur un instrument de diamètre D et on s'intéresse à la façon dont varie le rapport signal sur bruit (S/N) dans diverses configurations d'observation à haute résolution angulaire dans le proche infrarouge.

- Donner l'expression littérale de l'échelle focale par pixel nécessaire à l'analyse d'une image à la limite de diffraction.

- Que devient cette contrainte si les observations sont limitées par le seeing ϖ ? Exprimer ϖ en fonction de λ et du paramètre de Fried r_o .

On rappelle que le diamètre des cellules de cohérence r_o ainsi que le temps de cohérence de la turbulence τ_c varient comme $\lambda^{6/5}$.

- En déduire le seeing dans la bande L si ϖ vaut $0.8''$ dans le visible.

- On suppose qu'on observe une source ponctuelle de flux F sous un seeing ϖ . Comment variera le rapport $S/N(\lambda)$ sur le pixel central si la PSF est supposée gaussienne dans le cas où on est limité par le bruit de signal ? On effectuera le calcul pour un flux $F(\lambda)$ constant ; pour un flux de corps noir (dans le cas $h\nu \ll kT$).

- Déterminer la magnitude limite à 1σ en fonction du bruit de lecture (par pixel) σ et du seeing ϖ . Est-il nécessaire ici de faire l'hypothèse qu'on est limité par le bruit de lecture ? Pourquoi ?

- Rappeler le principe de l'imagerie par interférométrie à deux télescopes. Quelle relation existe entre le contraste des franges et la visibilité ? Qu'appelle-t-on degré complexe de cohérence du rayonnement ? Comment est-il relié à la distribution d'intensité de la source observée ?

Lorsqu'on dispose d'un seul télescope, l'interférométrie par retournement de pupille consiste à faire interférer l'image de la pupille du télescope avec son image renversée de 180° , comme indiquée sur la figure 89.

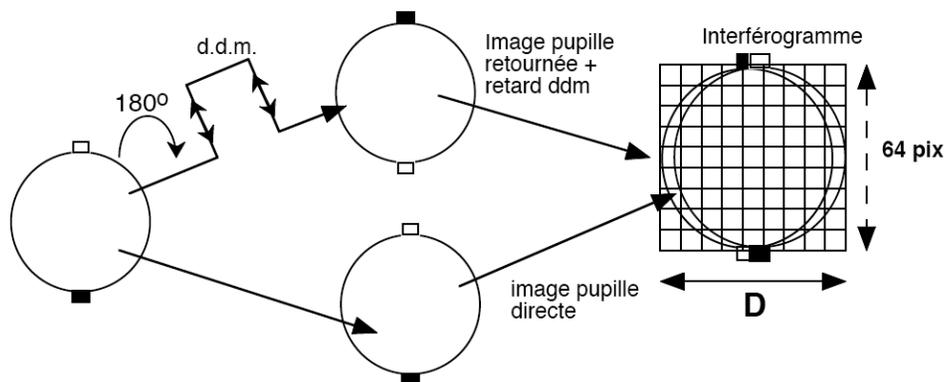


FIGURE 89 – Schéma de principe de l'interférométrie à retournement de pupille.

Chaque partie de la pupille interfère ainsi avec la partie diamétralement opposée ; de plus, la pupille retournée subit un retard de marche réglable dans l'instrument. La superposition des deux pupilles est ensuite imagée sur un détecteur infrarouge à deux dimensions. On peut ainsi analyser les fréquences spatiales

présentes dans le front d'onde incident sur la pupille du télescope, pixel par pixel, comme si on disposait d'un réseau de petits "télescopes".

On suppose qu'on travaille avec un détecteur de $N \times N$ pixels ($N = 64$) sur lequel on place exactement l'interférogramme formé de la pupille et de son image retournée (voir schéma de principe sur la figure 89).

- Pourquoi réalise-t-on l'interférogramme avant la détection ?

- Combien de cellules de turbulence indépendantes pourra-t-on ainsi analyser dans le front d'onde incident ? En déduire le seeing maximum *dans le visible* au delà duquel le front d'onde sera sous-échantillonné si on effectue les observations à la longueur d'onde $\lambda = 3.8 \mu\text{m}$ (bande L) sur un télescope de diamètre $D = 4.20 \text{ m}$ (télescope WHT). Quelle surface de la pupille voit chaque pixel ?

L'intensité de l'interférogramme ainsi détecté peut s'exprimer ainsi (pour chaque pixel xy du détecteur, et après intégration pendant un temps de pose donné) :

$$I_{xy} = C_{xy} + \eta B_{xy} + \eta P_{xy} [1 + |\gamma_{xy}| \cos(\phi_{xy} + \phi_{xy}^a + \phi_{ddm})] \quad (142)$$

C est le terme de courant d'obscurité ; B l'émission de fond ciel ; η est le rendement quantique du détecteur ; P est le flux photométrique reçu de la source. $|\gamma|$ et ϕ sont le module et la phase du degré complexe de cohérence $\vec{\gamma}$ dont la transformée de Fourier donne la distribution d'intensité de la source observée. ϕ^a est le terme de phase perturbatif dû à l'atmosphère et ϕ_{ddm} est le terme de phase introduit dans l'interféromètre par la différence de marche entre la pupille directe et la pupille retournée.

- En quelle unité est exprimée I dans l'équation (142) ? Exprimer le facteur multiplicatif nécessaire pour relier cette unité à un flux (en Jy).

Par la suite, on omettra le repérage xy des pixels pour traiter les images dans leur ensemble.

Plusieurs méthodes permettent d'extraire $|\gamma|$ et ϕ dans l'équation (142) ; l'une d'elle consiste à moduler la ddm pour donner à ϕ_{ddm} plusieurs valeurs connues. Dans la méthode dite "ABCD", on mesure 4 poses (4 images de l'interférogramme) en utilisant 4 valeurs de ddm décalées de $\lambda/4$ (figure 90) ; cet ensemble s'appelle une "série".

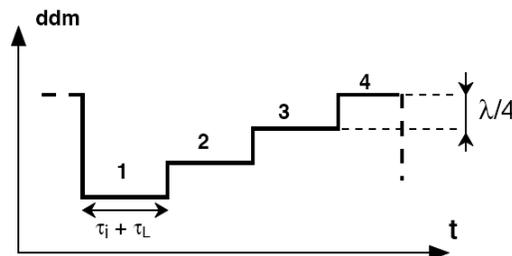


FIGURE 90 – Modulation de la ddm dans la méthode ABCD.

Une contrainte essentielle de cette méthode est de mesurer les 4 poses ($i = 1, 2, 3, 4$) de la série pendant que la turbulence est "figée", c'est à dire que ϕ^a reste identique $\forall i$, pendant le temps de cohérence τ_c .

- Justifiez cette contrainte. Que se passerait-il si elle n'était pas respectée ?

- Montrer que pour un nombre de cellules de turbulence et un temps de cohérence fixés, la bande passante B_p (en pixel/sec) nécessaire pour analyser toutes les cellules de turbulence sur la pupille, varie comme $\lambda^{-18/5}$. Si r_o et τ_c valent respectivement 50 cm et 100 ms dans la bande L, calculer B_p dans la bande K et montrer que les conditions d'observation y sont plus de 5 fois plus difficiles qu'en L.

- On suppose que le détecteur fonctionne par intégration puis lecture. Si τ_i est le temps d'intégration par pose, et τ_L le temps de lecture, quelle relation doit-on respecter entre τ_i , τ_L et τ_c ? En déduire le temps de pose maximum qu'on pourra utiliser dans la bande L si le temps de lecture du détecteur est de 5 ms. En pratique, on utilisera $\tau_i = 20 \text{ ms}$. Est-ce raisonnable ?

- En prenant la première pose comme origine, montrer que les 4 valeurs de ϕ_{ddm} peuvent s'écrire comme $\pi/2, \pi$ et $3\pi/2$. Dans la suite, on note I_i la pose correspondant à une ddm de $(i - 1)\pi/2$.

- Donner l'expression des 4 poses I_i à partir des termes intervenant dans l'équation (142). Montrer que la mesure des 4 poses permet d'accéder aux termes X et Y ci-dessous :

$$X = \frac{1}{2}(I_1 - I_3) = \eta P |\gamma| \cos(\phi + \phi^a) \quad (143)$$

$$Y = \frac{1}{2}(I_4 - I_2) = \eta P |\gamma| \sin(\phi + \phi^a) \quad (144)$$

$$(145)$$

- En déduire comment extraire le produit $\eta P |\gamma|$ à partir de la mesure des poses I_i . Pourquoi le terme de phase n'intervient-il plus ?

- Montrer que la mesure du terme $\frac{1}{4} \sum_1^4 I_i$ sur la source (P) et sur le fond de ciel voisin ($P = 0$) permet d'estimer indépendamment les termes ηP et $C + \eta B$. En déduire la méthode complète pour déterminer le module du degré complexe de turbulence $|\gamma|$.

Les caractéristiques du montage optique, du détecteur et de la chaîne électronique utilisée sont les suivantes :

Transmission optique (atmosphère + instrument) $\theta = 0.05$; capacité de stockage $N_{\text{STK}} = 10^6$ électrons ; bruit de lecture $\sigma = 100$ électrons ; conversion A/D sur 16 bits ; temps de conversion par pixel $t_{\text{adc}} = 1 \mu\text{s}$; taux d'écriture sur disque $T_T = 500$ Koctets/sec.

- En supposant la gamme d'entrée du convertisseur ADC calée sur toute la dynamique du détecteur, donner une estimation du gain du système en électron/ADU. Le bruit du détecteur est-il correctement échantillonné ?

- Vérifier que la bande passante d'acquisition du système permet bien d'observer en bande L comme calculé précédemment. Peut-on utiliser ce système en bande K ?

- On cherche maintenant à estimer les performances de la méthode. Donner l'expression de la magnitude limite en L à 1σ , en détaillant bien les étapes du calcul.

En pratique, les observations sur α Tau (L=-2.98) donnent un signal photométrique moyen par pixel de 3890 ± 10.3 ADU.

- Montrer que cette mesure est cohérente avec la détermination théorique précédente.

On s'intéresse maintenant à l'estimation de la phase.

- Montrer que X et Y permettent également d'évaluer un estimateur $\varphi + \varphi^a$ de $\phi + \phi^a$. Donner l'expression de $\varphi + \varphi^a$ en fonction de I_i , $i = 1, 2, 3, 4$. Quelle est la différence entre $\phi + \phi^a$ et $\varphi + \varphi^a$?

ϕ est un terme constant qui dépend uniquement de la structure de la source observée tandis que ϕ^a est un terme de phase aléatoire à moyenne $\langle \phi^a \rangle$ nulle, d'une série de poses I_i à l'autre.

- Expliquer rapidement l'origine de ϕ^a . Pourquoi ne peut-on pas extraire ϕ par l'opération $\phi = \langle \varphi + \varphi^a \rangle$?

La figure 91 donne les fluctuations de la "vraie" phase $\phi + \phi^a$ du front d'onde sur la pupille du télescope (avant détection et extraction par la méthode que vous avez proposée ci-dessus) pour 5 séries successives. • A t-on $\phi = \langle \phi + \phi^a \rangle$?

- Indiquer quelles valeurs $\varphi + \varphi^a$ seront déterminées par l'expérience (à partir des X et Y) ; on pourra rendre la figure avec la copie en indiquant les valeurs demandées dessus. Proposer une méthode pour "suivre" la phase de proche en proche malgré les discontinuités introduites par φ^a . Quelle condition doit-on respecter ? Quelle conséquence cela entraînera-t-il sur le rapport S/N ?

36.5 Examen 2001-2002

En décrivant rapidement les conditions de mesure du signal interférométrique dans le domaine visible et dans le domaine radio, expliquer la différence fondamentale existant entre les deux méthodes. Quel paramètre physique du rayonnement incident explique cette différence ? Pensez-vous que cette limite soit absolue ?

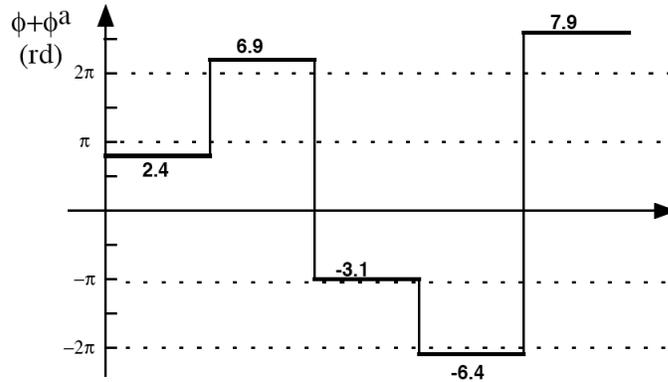


FIGURE 91 – Valeurs de la “vraie” phase $\phi + \phi^a$ du front d’onde sur la pupille.

Si on suppose qu’on observe une étoile de magnitude B qui illumine uniformément la pupille du télescope, et que l’ensemble des pertes peut se ramener à un unique facteur de transmission $\tau = 0.2$, calculer en fonction de B la puissance disponible par unité de surface de la pupille et par Hz. On rappelle que le flux de référence dans le bleu est de $F_{Bo} = 4440 \text{ Jy}$ pour $B=0$.

On se propose d’analyser le signal interférométrique sur la pupille à l’aide d’un détecteur CCD de 1024×1024 pixels dont le côté couvre exactement le diamètre du télescope.

Quelle fréquence spatiale maximum permet d’analyser ce montage ? Quelle fréquence spatiale minimum (donc quel champ de vue) permet d’analyser le montage ?

Calculer la surface de pupille analysée par pixel. Dans le cas des observations d’ α Ori en 1982, (voir Fig. 2), calculer le flux (en Jy) reçu en moyenne par pixel pour la bande passante centrée à 5350 \AA (bande V) ; on prendra $B-V=1.77$ (type spectral Betelgeuse M1). Entre quelles valeurs peut varier ce flux si on module la différence de marche ? Où va l’énergie lorsque l’on est sur une frange noire ?

Si le CCD a une capacité de 500000 électrons, en combien de temps de pose sera-t-il saturé si on observe à 5350 \AA avec le filtre de 90 \AA de large ? Quel bruit (“signal” ou lecture) domine à votre avis la mesure lors des observations de 1982 ?

Calculer le rapport de flux tombant sur un pixel de CCD entre 1980 et 1984.

36.6 Examen 2002-2003

On considère les données des figures 92 et 93 concernant les observations d’une étoile de la séquence principale (considérée comme une source ponctuelle) dans les bandes JHKL du proche infrarouge. L’échelle focale est la même pour toutes les images et vaut **0.1 arcsec / pixel** et toutes les images sont obtenues avec un **temps de pose de 1 seconde**. Les images sont en ADU/pixel. **PARTIE 1 : Qualité d’image**

1- A partir de ces données, déterminer la valeur ϖ du seeing pour chacune des bandes de 1 à $4 \mu\text{m}$. Pour chacune de ces mesures, on tâchera d’estimer l’incertitude.

2- Tracer le graphe $\varpi(\lambda)$ (page 6) et indiquer si le comportement de la turbulence en fonction de la longueur d’onde vous paraît normal.

3- Quel est le seeing dans le visible ?

PARTIE 2 : RAPPORT SIGNAL / BRUIT

4- A partir des coupes effectuées sur les observations, estimer le bruit en électrons sur les mesures de J à L , en prenant un gain du système de $4e/\text{ADU}$.

On considèrera que dans une distribution aléatoire d’écart-type σ , la probabilité de tirer une valeur à plus de 2.5σ de la moyenne, est négligeable (extension crête à crête $\approx 5\sigma$).

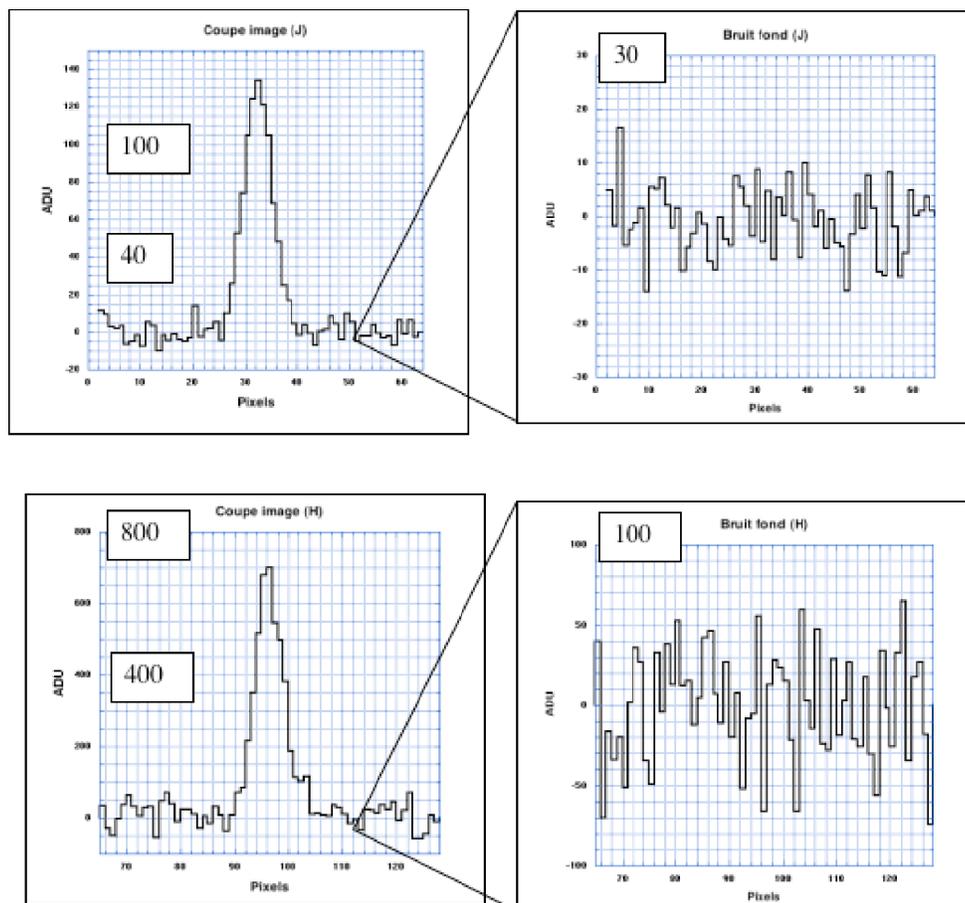


FIGURE 92 –

5- Quel est le rapport signal/bruit au pic de chacune des images ? Conclusion sur la caractéristique commune de toutes ces images ?

6- Quel est le rapport signal/bruit sur la PSF de chacune des images ? (on considèrera que la PSF s'étend sur un cercle de rayon égal au diamètre du seeing).

PARTIE 3 : CALIBRATIONS ET MESURES

Les observations sont effectuées sur un télescope de 4 m. Pour simplifier, on considèrera que le rendement quantique de l'instrument est constant ($\eta = 0.7$) dans les 4 bandes, et que la transmission atmosphère + télescope $\tau = 0.1$ est également constante.

• Quelle est la distance focale équivalente du montage sur télescope si les pixels du CCD font $10\mu\text{m}$ de côté ?

7- Calculer la sensibilité des observations (magnitude limite à 3σ) dans la bande K. En déduire la magnitude à 3σ en une heure si chaque pose est limitée par 30 secondes de temps de lecture et de gestion de l'instrument.

8- Calibrer les 4 observations ci-dessus et donner les flux (en Jy) et les magnitudes JHK de l'objet observé. Donner une estimation grossière de la température effective de cette étoile.

PARTIE 4 : PARAMETRES ASTRO-PHYSIQUES

A partir de ce point, on prendra $J - H = 1.90$ et $H - K = 0.92$.

• Ces valeurs sont-elles cohérentes avec vos mesures effectuées dans les questions précédentes ? Si non, à quelle cause principale attribuez vous cette différence ? Pour la suite du problème, vous utiliserez de toute façon les valeurs données ci-dessus.

9- Placer le point mesuré sur le diagramme couleur-couleur J-H/H-K fourni page 6. Sur ce diagramme,

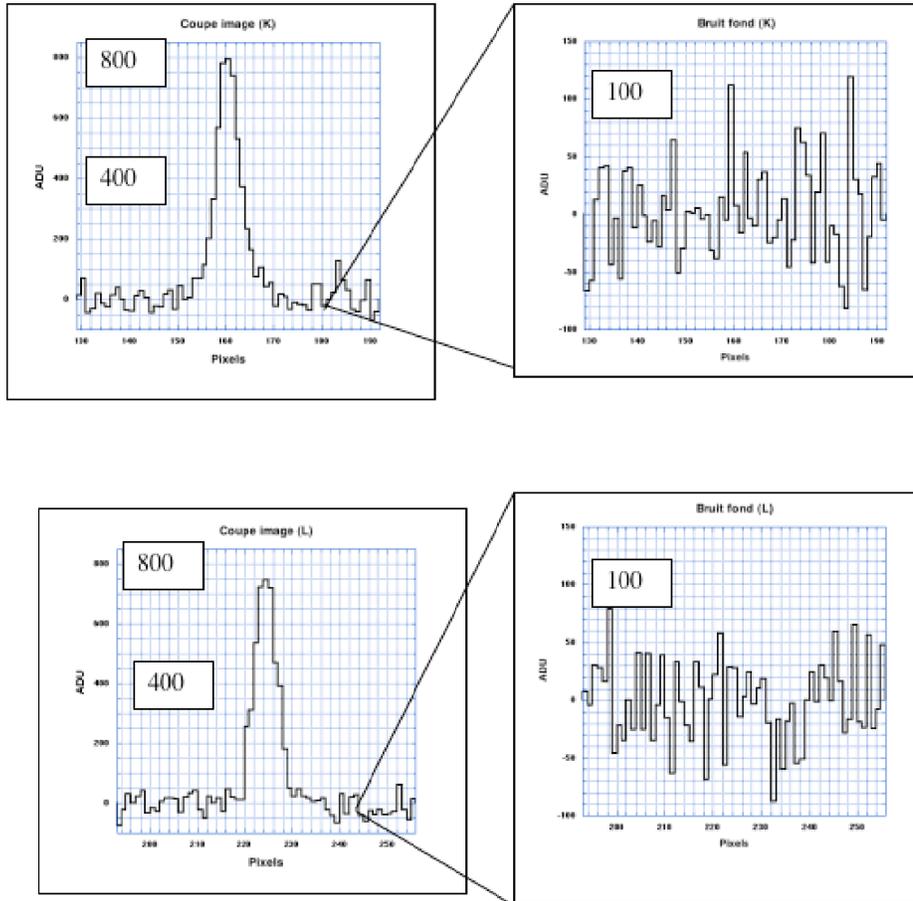


FIGURE 93 –

on a porté d'une part le tracé des étoiles de la séquence principale, avec quelques types spectraux et d'autre part un vecteur de rougissement correspondant à $A_V = 10$ pour une absorption interstellaire normale (voir tableau 7); utiliser cette information pour déroutir l'objet jusqu'à la séquence principale et estimer 1) l'absorption visuelle A_V sur la ligne de visée et 2) son type spectral.

10- Le point dérouti sur la séquence principale fourni les couleurs J-H/H-K intrinsèques de l'objet. A partir des indications fournies dans la table 13, en déduire une estimation plus précise du type spectral de l'objet observé. Cette estimation est-elle cohérente avec votre estimation précédente ?

11- Quelle est la température effective d'une étoile ayant un tel type spectral ? Cette valeur est-elle cohérente avec votre estimation rapide de la question 8 ? Pourquoi ?

12- Estimer la densité de colonne (en g/cm^2) sur la ligne de visée. Si la distance à l'étoile est de 100 pc, quelle est la masse de gaz par pixel sur la ligne de visée ? Rappel : Relation absorption visuelle / densité de colonne :

$$N(H_2) \approx 10^{21} \times A_V \text{ cm}^{-2}$$

36.7 Examen 2003-2004

On considère les résultats suivants qui résultent d'une interrogation du simulateur de performances de l'instrument FORS à l'ESO, pour une étoile de magnitude $V=20$ observée dans les conditions suivantes :

Type spectral : K7

TABLE 13 – Couleurs intrinsèques des étoiles de la séquence principale (d’après Bessel & Brett, 1988, PASP 100, 1134).

Type spectral	T_{eff}	V-K	J-K	H-K	K-L
G0	5950	1.41	0.36	0.05	0.05
G2	5790	1.46	0.37	0.052	0.05
G5	5560	1.58	0.41	0.06	0.05
K0	5150	1.96	0.53	0.08	0.06
K2	4830	2.22	0.59	0.09	0.07
K5	4410	2.85	0.72	0.11	0.10
M0	3840	3.65	0.86	0.17	0.14
M2	3520	4.11	0.86	0.21	0.16
M5	3170	6.12	0.94	0.32	0.29

Ecart a la nouvelle lune : 3 jours
 Brillance de fond de ciel : 21.7 mag/arcsec2
 Seeing : w=0.8 arcsec
 Exposure time : t=0.701 seconds
 Filtre : V

Signal to Noise over the PSF area : S/N(PSF)=20.000
 Number of pixels for PSF area : Np=51.000 pixels
 Plate scale : ps=0.200 arcsecs/pixel
 Electrons in the PSF area (object only): n(PSF)=1034.764 e-
 Sky background value : bg=10.108 e-/pixel
 Read-out noise level : ron=4.700 e-/pixel
 Peak pixel value (object+sky) : pic=65.568 e-
 Detector dark current : dc=5.000 e-/pixel/hour
 Detector saturation level : sat=98000.000 e-
 Signal to noise at central pixel : S/N(pic)=5.924

L’ensemble de l’exercice va consister à vérifier que l’on comprend bien les résultats annoncés et qu’ils sont conformes à ce que l’on connaît de la statistique des divers bruits intervenants dans une observation dans le visible. On aura donc intérêt à *bien expliciter les expressions physiques et statistiques utilisées et à ne pas mélanger les expressions littérales et numériques.*

On considère que la PSF est une gaussienne de sigma égal à la moitié du seeing.

1) Discuter les 2 approximations effectuées dans l’hypothèse sur la PSF adoptée ci-dessus. Ces deux approximations sont-elles indépendantes ? Laquelle vous semble la plus contraignante ?

2) Le simulateur considère que la PSF couvre une surface utile de 51 pixels. Jusqu’à quelle distance (en pixels) du centre de la PSF cette surface s’étend-elle ? Quelle fraction du signal au pic de la PSF a-t-on par pixel à cette distance ? Pensez vous que cette approximation devrait dépendre de la magnitude de la source ?

3) Combien d’électrons sous la PSF sont dus au courant d’obscurité ? A quel incertitude statistique correspondent-ils ? Conclusion.

On cherche maintenant à vérifier l’expression et la valeur des rapports signal/bruit impliqués dans l’observation.

On rappelle que l’écart-type σ_{Σ} de la somme de N variables aléatoires identiques (σ) est égal à $\sqrt{N}\sigma$.

4 Calculer la participation au bruit total sous la PSF du bruit de lecture donné en e-/pixel. Montrer que cette participation vaut $\sigma_{\Sigma L}^2 \approx 1127$ e.

5) Calculer de même la participation du fond de ciel (background) dans le bruit total. Montrer que cette participation vaut $\sigma_B^2 \approx 515$ e.

6) Donner l'expression littérale du bruit total sous la PSF. Laquelle des 3 contributions principales ("signal", lecture, background) domine ? Est-ce normal étant données les conditions d'observation ?

6.5) En déduire le rapport S/N(PSF) et vérifier que l'on obtient bien S/N=20 souhaité.

7) Vérifier que la valeur au pic (65.6 e) est bien cohérente avec le signal total obtenu sous la PSF. Vérifier de même que le rapport signal/bruit au pic est bien celui annoncé. Pourquoi est-il plus faible que celui obtenu sous la PSF ?

8) Lequel des deux rapports S/N (PSF ou pic) faut-il prendre en compte si on cherche à détecter une source ponctuelle ? La réponse est-elle la même pour une source étendue ?

La figure 94 donne la variation du rapport S/N obtenu sous la PSF lorsque le seeing varie.

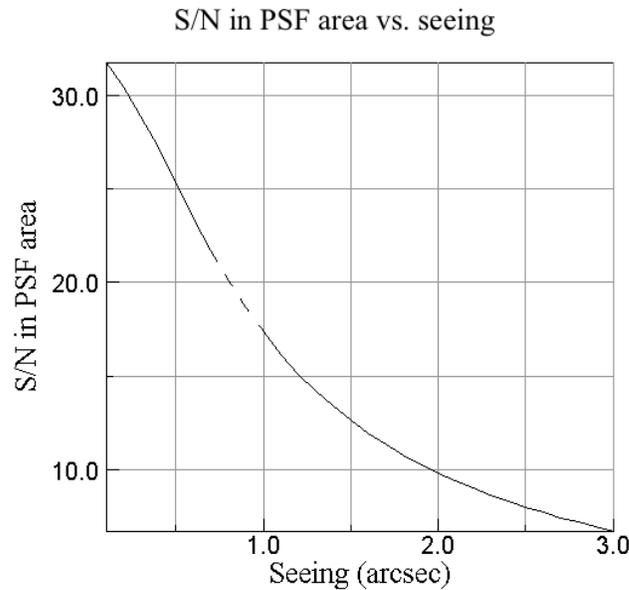


FIGURE 94 – Variation du rapport S/N(PSF) avec le seeing.

9) Expliquer pourquoi, alors que le flux de l'étoile reste identique ($V=20$, même s'il est étalé sur plus de pixels), le rapport S/N dépend du seeing. Quels sont les deux termes parasites en cause ? Montrer que plus le seeing se dégrade, plus on est dominé par le bruit de lecture.

10) Quelle est la surface de la PSF pour un seeing $\varpi = 2$ arcsec ? Recalculer le rapport S/N pour un seeing de 2 arcsec et montrer que l'on obtient bien une valeur de l'ordre de 10.

11) Est-ce que le signal sous la PSF peut dépasser 98000 e ? Pourquoi ?

12) Quel signal maximum pourra t-on intégrer sous la PSF avant saturation ? Montrer qu'une étoile de magnitude $V=12$ saturera le détecteur dans les conditions d'observations adoptées pour la simulation. Est-ce que le terme de background varie ?

13) Calculer le rapport S/N(PSF) obtenu sur une étoile de magnitude $V=14$ observée dans les mêmes conditions que précédemment. Quel est le terme de bruit dominant ?

14) En comparant le signal obtenu sous la PSF pour une étoile de magnitude $V=20$ et la brillance de fond de ciel égale à $21.7 \text{ mag/arcsec}^2$, montrer que le signal parasite dû au background est bien de l'ordre d'une dizaine d'électrons par pixel dans les conditions d'observations adoptées.

36.8 Examen 2004-2005

-I- Magnitude limite et bruit de lecture

On observe dans la bande J avec un instrument de magnitude limite (à 1 sigma) $m_{1\sigma} = 25$ par pixel.

1) En utilisant les paramètres donnés ci-dessus, calculer à quel nombre de photons $N_{1\sigma}$ la magnitude $m_{1\sigma}$ correspond si on fait des poses de 1 mn ?

2) En déduire le bruit de lecture σ_L en électrons par pixel et par pose si on fait des poses de 1 mn. On négligera l'influence du fond de ciel et du courant d'obscurité (est-ce raisonnable ?).

3) Les observations sont-elles limitées par le "bruit de signal" (fond ou étoile) ou par le bruit du détecteur σ ?

Dans la suite, on fera l'hypothèse que le bruit du détecteur est égal au signal correspondant à $m_{1\sigma}$.

4) En fonction de votre réponse à la question précédente, calculer le rapport Signal/bruit atteint si on fait des poses de 5 mn.

-II- Magnitude limite par pixel et par PSF

En pratique l'image d'une étoile (source ponctuelle) ne tombe jamais sur un seul pixel. On considèrera que l'image d'une source ponctuelle (la PSF) est une gaussienne de largeur à mi-hauteur fonction du seeing et d'amplitude A fixée par la magnitude m de la source.

1) Indiquer rapidement comment établir la valeur de A à partir de m .

On considère que la PSF s'étale sur un diamètre égal à 2 fois le seeing.

2) Discuter cette approximation.

3) A partir de $m_{1\sigma}$ par pixel et σ_L , calculer la magnitude limite effective $m_{1\sigma}^{\text{PSF}}$ de l'instrument atteinte pour 1 mn de temps de pose. Pourquoi a-t-on $m_{1\sigma}^{\text{PSF}} < m_{1\sigma}$?

-III- Magnitude limite et complétude

On considère qu'on observe un amas stellaire situé à une distance de 100 pc. L'amas en question est constitué d'étoiles de magnitudes absolues uniformément réparties entre $M = 10$ et $M = 25$. Pour fixer les idées, on considère qu'il y a cent étoiles par intervalle de magnitude.

1) Quel est le rapport de flux reçu entre les étoiles les plus faibles et les plus brillantes de l'amas ?

2) Tracer l'histogramme des magnitudes observées m correspondantes.

En pratique lorsqu'on observe des étoiles de magnitudes de plus en plus grandes, les étoiles de magnitude proches de la limite de détection ne sont pas toutes détectées ; c'est le problème de la complétude des observations.

On souhaite maintenant tracer l'histogramme des magnitudes réellement observées par l'instrument considéré à la partie 1. Pour simplifier, on considère que les probabilités de détection sont les suivantes :

$$m = m_{1\sigma} : P_1 = 10\%$$

$$m = m_{2\sigma} : P_2 = 60\%$$

$$m = m_{3\sigma} : P_3 = 95\%$$

3) En déduire l'histogramme des magnitudes observées par l'instrument (on le tracera sur le même diagramme que précédemment). Pour quelle magnitude est-on complet à 99% ?

4) Que pensez-vous de l'approche simplifiée ci-dessus ? Proposer une méthode plus réaliste de détermination de l'histogramme des magnitudes observées par l'instrument.

La figure 95 montre l'histogramme des sources détectées par 2MASS dans la bande J sur une fraction du nuage moléculaire du Taureau.

5) Expliquez la forme de cet histogramme

6) Indiquez où vous situez la magnitude de complétude à 99% de 2MASS ; la magnitude limite de 2MASS.

-IV- Bruit de lecture et bruit de fond

On reprend le calcul effectué à la partie 1 (bruit de lecture σ_L).

1) Que devient le bruit total sur la mesure (poses de 1 mn) si on prend cette fois en compte un fond de ciel de 16 magnitude par arcsec² (dans la bande J) et un courant d'obscurité de 5 électrons par seconde ?

36.9 Examen 2005-2006

Rapport signal / bruit en comptage de photons

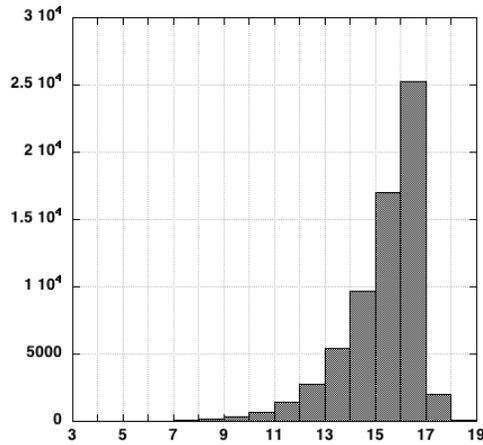


FIGURE 95 – Histogramme des sources détectées en J par 2MASS sur une fraction du nuage moléculaire du Taureau.

Dans le cas d'observations de faible flux, les dispositifs photomultiplicateurs (PM) comptent les photons avec un bruit de lecture négligeable. La seule cause d'incertitude sur la mesure provient des incertitudes statistiques sur l'arrivée des photons.

A- Théorie

L'arrivée des photons sur le détecteur suit la statistique de Poisson. La probabilité de recevoir n photons pendant un intervalle de temps Δt est :

$$P(n, \alpha) = \frac{\alpha^n}{n!} e^{-\alpha}$$

où $\alpha = \bar{n}$ est le nombre *moyen* de photons incidents reçus pendant Δt . On note qu'il y a une différence entre le nombre de photons n effectivement reçus pendant Δt (une mesure) et le nombre moyen \bar{n} de photons reçus pendant Δt (moyenne de N mesures).

1) En utilisant l'expression de $P(n, \alpha)$ ci-dessus, calculer $\bar{n} = \sum_0^\infty n P(n, \alpha)$ et montrer que l'on a effectivement $\bar{n} = \alpha$. On utilisera le fait que :

$$e^x = \sum_0^\infty \frac{x^n}{n!}$$

2) Calculer de même $\overline{n^2}$. Montrer d'abord :

$$\sum_0^\infty n^2 P(n, \alpha) = e^{-\alpha} \sum_0^\infty \frac{(n+1)\alpha^{n+1}}{n!}$$

Puis :

$$\sum_0^\infty \frac{(n+1)\alpha^{n+1}}{n!} = \alpha^2 \sum_1^\infty \frac{\alpha^{n-1}}{(n-1)!} + \alpha \sum_0^\infty \frac{\alpha^n}{n!}$$

NB. les calculs ci-dessus utilisent souvent les changements de variable $n \rightarrow n - 1$ (avec les changements de domaines de variation) et le fait que certains termes des sommes sur n ne contribuent pas à la somme globale (pour $n = 0$).

En déduire que $\overline{n^2} = \alpha^2 + \alpha$.

3) Exprimer alors l'écart-type σ de n en fonction de α et montrer que le rapport signal sur bruit SN_p pour les photons s'exprime bien comme $\sqrt{\bar{n}}$.

Dans le processus de détection, chaque photon a une probabilité η de donner lieu à un électron, de sorte que le comptage des électrons suit aussi une loi de Poisson.

4) Si \bar{n}_e est le nombre moyen d'électrons détectés, quel est le rapport signal sur bruit SN_e des électrons ? Exprimer SN_e en fonction de SN_p . Conclusion sur l'influence de η dans un détecteur moderne.

B- Mesures

Dans les questions 5 et 6, on considère un flux de photons incident de 10^4 s^{-1} . On utilise les photomultiplicateurs "bleu" et "rouge" dont les rendements quantiques sont donnés sur la figure (96).

NB. Lorsque les valeurs utilisées dans les calculs proviennent d'une mesure sur graphe, on indiquera l'incertitude sur la mesure.

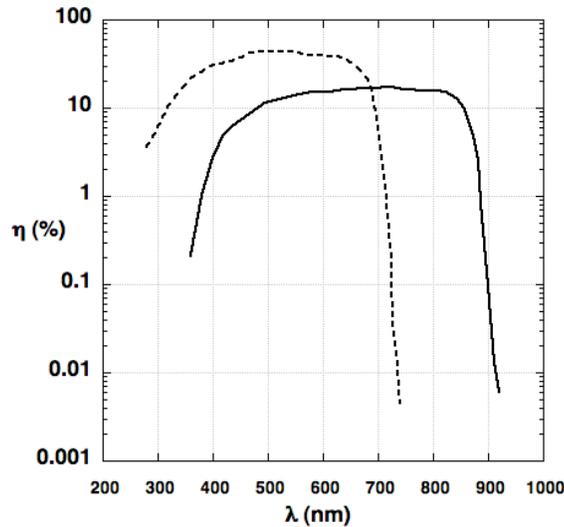


FIGURE 96 – Rendement quantique de 2 PM en fonction de λ

5) Déterminer quel PM est 'bleu' et quel PM est 'rouge' en justifiant l'appellation des deux PM. Donner les longueurs d'onde de coupure de chaque PM. Calculer le rapport signal sur bruit SN_e obtenu si on pose 0.1 s avec le PM bleu à 500 nm.

6) Que devient le rapport signal sur bruit si on utilise le PM bleu à 725 nm ?

On va maintenant prendre en compte l'influence du courant d'obscurité. Aux photoélectrons n_e s'ajoutent des électrons parasites provenant du détecteur. On note \bar{d} le nombre moyen d'électrons d'obscurité pendant une mesure. Une mesure s'effectue alors en 2 temps : a) mesure du signal total $A = \bar{n}_e + \bar{d}$; b) mesure du courant d'obscurité $B = \bar{d}$. On obtient \bar{n}_e par soustraction (A-B).

7) Montrer que le rapport signal sur bruit devient :

$$SN_e = \frac{\bar{n}_e}{\sqrt{\bar{n}_e + 2\bar{d}}} \quad (146)$$

8) En déduire SN_e en fonction du nombre moyen de photons détectés \bar{n}

9) Calculer SN_e dans les conditions suivantes : $\bar{n} = 5 \cdot 10^4$ photons comptés en 1 seconde, avec le PM rouge à 880 nm ; on suppose que ce PM a un courant d'obscurité de 1.6 fA.

10) Que devient SN_e si le rendement quantique est doublé ? Si le courant d'obscurité est doublé ? Conclusion.

11) Rappelez la définition du NEP. Soit \bar{n} le nombre de photons correspondant au NEP.

12) Si \bar{n} est obtenu à la longueur d'onde λ pendant le temps de pose t_{int} , montrer que dans le cas étudié dans l'équation (146), le NEP correspond au terme $\eta\bar{n}$ solution de l'équation du second degré :

$$(\eta\bar{n})^2 - (\eta\bar{n}) - (2\bar{d}) = 0$$

13) On suppose $\bar{d} \gg 1/8$ (est-ce raisonnable ?) ; en ne prenant en compte que la solution positive, montrer que le terme $(\eta\bar{n})$ recherché vaut $\approx \sqrt{2\bar{d}}$.

- 14) Exprimer le NEP en fonction de \bar{n} , du temps de pose et de la longueur d'onde d'observation.
- 15) En déduire l'expression NEP(λ) pour un détecteur à comptage de photons ayant un courant d'obscurité $i_D = 1.6$ fA et un rendement quantique de 10%. On présentera l'expression sous la forme NEP = Cst(W) / $\lambda(\mu\text{m})$.
- 16) Tracer la courbe NEP(λ) pour le PM rouge dans la zone où son rendement quantique est > 10%, pour des poses de 1 seconde. Interpréter la forme de la courbe.
- 17) Le NEP dépend-il de t_{int} ? Si t_{int} est multiplié par 2, comment est modifié le NEP ? Interprétation.
- 18) Comment varie le NEP avec η ? Interprétation.
- 19) Tracer les courbes des réponses en courant (A/W) pour les deux PM, entre 350 et 650 nm pour le PM bleu et entre 500 et 800 nm pour le PM rouge.

36.10 Examen 2006-2007

I- Systèmes de magnitudes Vega et AB

Un système de magnitude revient à définir une échelle logarithmique de flux par rapport à un flux de référence. Ce flux de référence peut être constant ou variable avec la longueur d'onde (resp. la fréquence).

• Le système dit "Vega" exprime la magnitude d'un objet de flux F_ν par rapport au flux de l'étoile Vega à la même fréquence :

$$m_\lambda^{\text{Vega}} = -2.5 \log \frac{\int F_\nu x_\nu d\nu}{\int F_\nu(\text{Vega}) x_\nu d\nu} \quad (147)$$

où tous les flux sont exprimés en $10^{-3} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1}$ et x_ν est la réponse instrumentale du système de mesure utilisé (téléscope + détecteur + filtre). On note m_{λ_0} la magnitude correspondant à un système dont la courbe de réponse est nulle sauf autour d'une bande de largeur $\Delta\lambda$ centrée sur λ .

1) Expliquer pourquoi, en toute rigueur, même si tous les observatoires utilisent des filtres identiques (par exemple correspondant à la magnitude V), fournis par le même constructeur, les mesures de magnitudes d'une même étoile peuvent varier d'un lieu à un autre.

2) Donner un ordre de grandeur des caractéristiques ($\lambda_0, \Delta\lambda$) du filtre centré sur la bande V.

3) Quelle est la magnitude de l'étoile Vega dans ce filtre V ? Dans tous les filtres du système ?

La figure 97 donne la variation du flux de Vega en Jansky, en fonction de la longueur d'onde.

En pratique et pour toute la suite de l'exercice, on considèrera que sur l'étendue $\Delta\lambda$ de la largeur des filtres utilisés, le flux des objets considérés peut être pris comme constant.

4) Quelle est la conséquence de cette approximation sur le calcul des magnitudes dans le système Vega ?

5) Calculer la magnitude Vega d'une étoile dont le flux est de 1 mJy à $3 \mu\text{m}$.

• Le système dit "AB" exprime la magnitude d'un objet de flux F_ν à partir de la relation :

$$m_\lambda^{\text{AB}} = -2.5 \log \frac{\int F_\nu x_\nu d\nu}{\int x_\nu d\nu} - 48.6 \quad (148)$$

où le flux est exprimé dans les mêmes unités que pour le système Vega, et la longueur d'onde de calcul de la magnitude est définie par la bande passante du système utilisé.

6) Quelle sera la caractéristique des magnitudes d'une source ayant un flux F_ν constant sur l'ensemble du spectre ?

7) Calculer en Jansky le flux d'une source de magnitude $V^{\text{AB}} = 0$.

8) Calculer la magnitude AB d'une source de magnitude Vega $m = 18$ à $3 \mu\text{m}$.

9) Calculer la formule de conversion de m_λ^{AB} en m_λ^{Vega} .

10) Calculer la magnitude AB de Vega à $3 \mu\text{m}$. Montrer qu'on peut retrouver ce résultat sans aucun calcul. Pourquoi ?

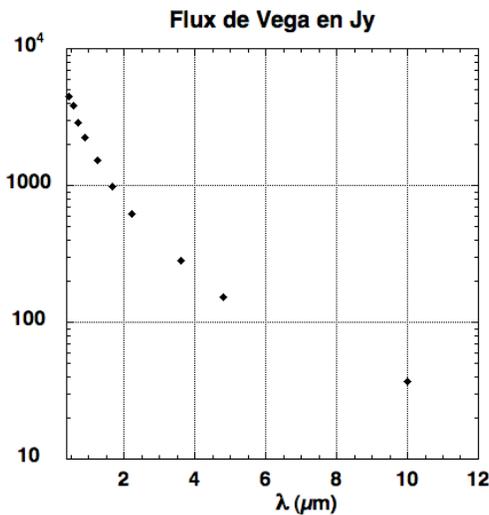


FIGURE 97 – Flux de Vega (Jy) à différentes longueurs d’onde

11) A quelle longueur d’onde les deux systèmes donnent-ils la même magnitude ?

12) Vega étant une étoile de température effective $T \approx 9500$ K, conclure sur l’unicité de la longueur d’onde à laquelle les deux systèmes donnent la même magnitude.

II- Magnitude de fond de ciel et magnitude limite

On cherche à établir une relation entre la brillance de fond de ciel exprimée en magnitude m par arcsec² dans une bande donnée de l’infrarouge et la magnitude limite correspondante.

Pour les calculs, on considèrera que la bande concernée est centrée sur la longueur d’onde λ , de largeur $\Delta\lambda$ et de flux de référence F_o . On cherche la magnitude limite atteinte pour une PSF de FWHM $\varpi = 1$ arcsec.

1) Exprimer le nombre N_B de photons de fond de ciel (par seconde, par m^2 et par Hz) correspondants à m .

2) Si la transparence totale du système est τ , la surface collectrice S et le rendement quantique η , calculer le nombre d’électrons N_e reçus sous la PSF pendant le temps de pose t .

3) Pouvez-vous choisir t librement ? Justifiez.

4) Donner la relation liant l’échelle focale α en arcsec/pixel, le bruit de lecture σ_L par pixel et N_e pour pouvoir considérer que la mesure est limitée par le bruit statistique de fond de ciel. On considèrera que la PSF s’étend sur un diamètre égal à deux fois ϖ .

5) Calculer alors le bruit sous la PSF.

6) En déduire la magnitude limite m_{lim} atteinte pendant t . Simplifier son expression pour relier m_{lim} à m par une relation du type $m_{lim} = A.m + B$. Montrer que $A = 1/2$. Est-ce normal ?

7) Quelle magnitude limite atteint-on en $t' = t/2$? En $t' = t/10$?

8) Pour quel temps de pose t_{lim} le bruit total devient-il limité par le bruit de lecture ?

III- Bruit de lecture et Défectivité.

On considère un CCD ayant des pixels de $10 \mu m$ de côté et un bruit de lecture σ . On donne également : le rendement quantique η , la fréquence centrale du filtre utilisé ν_o , sa bande passante $\Delta\nu$ et le temps de pose t .

1) Calculer le NEP des mesures ainsi effectuées par ce CCD.

2) En déduire la détectivité correspondante D en W^{-1} .

- 3) Calculer enfin la détectivité réduite D^* de ce détecteur en $\text{cm.Hz}^{1/2}/\text{W}$.
- 4) Application numérique pour $\sigma = 5$ e et $t = 60$ s dans la bande R

IV- Polarisation et incertitude

Plusieurs méthodes sont utilisables pour mesurer la polarisation d'un rayonnement incident. L'une d'entre elle consiste à mesurer l'intensité transmise à travers un polariseur linéaire que l'on place à différentes positions angulaires sur le ciel.

En pratique on mesure 3 intensités reçues avec le polariseur placé à 0 , 60 et 120° . Ces 3 intensités sont nommées I_1 , I_2 et I_3 . On en déduit le degré de polarisation P et l'orientation de la polarisation θ à partir de deux paramètres Q et U et de l'intensité totale I_T :

$$Q = \frac{4}{3}I_1 - \frac{2}{3}(I_2 + I_3) \quad (149)$$

$$U = \sqrt{\frac{4}{3}}(I_2 - I_3) \quad (150)$$

$$I_T = \frac{2}{3}(I_1 + I_2 + I_3) \quad (151)$$

$$P = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I_T} \quad (152)$$

$$\theta = \frac{1}{2}\text{arctg}\left(\frac{U}{Q}\right) \quad (153)$$

On suppose que la source d'incertitude dominante est l'incertitude statistique sur le signal : $\sigma = \sqrt{I}$ et on calcule la propagation des erreurs à partir de l'expression quadratique de l'erreur sur une fonction de plusieurs variables :

$$\sigma^2[f(x, y)] = \sigma_x^2 \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]^2 + \sigma_y^2 \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]^2$$

- 1) Calculer les incertitudes σ_Q , σ_U et σ_{I_T} en fonction de I_1, I_2, I_3 .
- 2) Calculer de même σ_P et σ_θ en fonction des incertitudes σ sur Q, U, I_T .
- 3) Etablir la relation entre I_1, I_2 et I_3 permettant d'avoir $\sigma_Q = \sigma_U = \sigma$.
- 4) En négligeant alors $\frac{\sigma_{I_T}^2}{I_T^2}$ devant $\frac{\sigma^2}{(Q^2+U^2)}$, montrer qu'on peut alors écrire $\sigma_\theta^2 = \frac{1}{4} \frac{\sigma_P^2}{P^2}$.
- 5) Justifiez l'approximation adoptée à la question 4).
- 6) On mesure une polarisation $P = 2\%$, $\theta = 30^\circ$ à 10% près ($\Delta P/P = 0.1$). Dessiner la boîte d'erreur du vecteur polarisation mesuré.

36.11 Examen 2007-2008

I- Tri d'images et rapport signal / Bruit

On s'intéresse au processus de *Lucky Imaging* (Law et al., 2007) qui consiste à recentrer pour les co-additionner des images en sélectionnant une certaine proportion des $x\%$ meilleures avant co-addition. Sur une source ponctuelle, les variations de seeing au fil des images entraînent des variations d'amplitude au pic. La distribution de ces variations est représentée sur la figure 98, qui donne l'intensité du pic obtenu sur les $x\%$ meilleures ($x = 1, 10, 50, 100\%$) images de la série. L'intensité est normalisée par rapport à l'intensité obtenue en triant les 1% meilleures images.

Un exemple du résultat de la méthode est donné sur la figure 99 qui montre le résultat comparé entre une

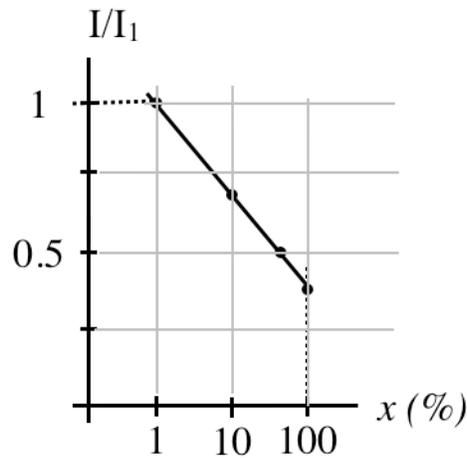


FIGURE 98 – Variation de l’intensité du pic des sources ponctuelles après coaddition d’images en fonction de la proportion de meilleurs images retenues, normalisé au résultat obtenu en triant 1 % des meilleures images.

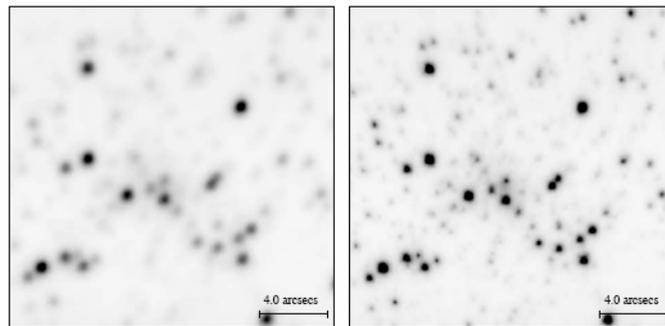


FIGURE 99 – Comparaison entre co-addition sans tri (à gauche) et avec tri des 10% meilleures images (droite).

co-addition recentrée sans tri (à gauche) et une co-addition sur les 10 % meilleures images.

- 1- A partir de la figure 99, commentez en quelques mots l’intérêt de la méthode en indiquant sur quels paramètres de la mesure finale elle permet de gagner
- 2- Quelle intensité au pic obtient-on en additionnant toutes les images sans en trier aucune ? On note N le nombre total d’images de la série, et SNR_{100} le rapport signal à bruit obtenu en additionnant toutes les images sans les trier.

Pour simplifier, on suppose que la mesure est limitée par un bruit constant par image.

- 3- Calculer, en fonction de SNR_{100} le rapport signal/bruit obtenu si on trie la meilleure moitié des images ? Si on trie les 10 % meilleures ? Les 1 % meilleures ?
- 4- Conclure sur la question précédente selon qu’on privilégie le rapport signal/bruit ou la qualité d’image au final.

II- Rougir et Dérougir

La présence de poussières interstellaires a pour effet de rougir le rayonnement reçu d’étoiles éloignées. La figure 100 donne la variation de la section efficace de la poussière interstellaires entre les bandes V et K.

0 Qu’appelle t-on rougissement du rayonnement ?

- 1- Montrer que le coefficient d’absorption α (qui intervient dans l’équation de transfert $dI = -\alpha I ds$) du milieu traversé est 10 fois plus fort dans la bande V que dans la bande K.
- 2- Proposer une interprétation physique de cet effet.

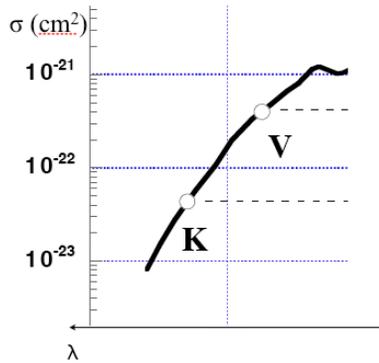


FIGURE 100 – Section Efficace (en cm^2) de la poussière interstellaire de la bande V ($0.55 \mu\text{m}$) à la bande K ($2.2 \mu\text{m}$).

Si I_{V_o} est l'intensité du rayonnement avant absorption dans la bande V (respectivement I_{K_o}), on note $A_V = -2.5 \log(I_V/I_{V_o})$ le terme d'absorption (en magnitude). le logarithme utilisé ici est le logarithme décimal.

3- Montrer qu'on a alors $A_K = A_V/10$.

En pratique, on utilisera par la suite la table de valeurs publiées par Rieke & Lebofski (1985) dans le proche infrarouge : $A_J/A_V = 0.28$; $A_H/A_V = 0.17$; $A_K/A_V = 0.11$.

On travaille maintenant sur le diagramme couleur-couleur J-H/H-K d'un ensemble d'étoiles observées à travers un nuage de poussières interstellaire. On utilisera la figure 102 où on a porté la position des étoiles de la séquence principale. Cette figure (feuille séparée) est à rendre avec la copie.

4- On considère une étoile de magnitudes non rougies V_o, J_o, H_o, K_o , vue à travers une absorption $A_V = 5$. Calculer les magnitudes V, J, H, K de l'étoile après rougissement. Calculer également le rougissement $J - H$ et $H - K$ (indices de couleur) subi par l'étoile dans le proche infrarouge.

5- Tracer sur le diagramme 102 le vecteur qui trace le rougissement d'une étoile K7 à travers une absorption $A_V = 10$, depuis la séquence principale. A quelle longueur (en cm) cela correspond-il ?

On considère maintenant un objet correspondant au point de mesure $M(0.9; 1.9)$ dans le diagramme de la figure 102 après rougissement. On suppose que l'étoile appartient à la séquence principale et on souhaite estimer son type spectral ST et son rougissement A_V .

6- Proposer une solution au problème posé (estimation de ST et mesure de A_V). La solution est-elle unique ? Pourquoi ?

7- Les indices de couleur permettent-ils de remonter à la distance de la source ? Quelle information supplémentaire la connaissance de A_V apporte-t-elle sur ce point ? Expliquez.

On s'interroge maintenant sur la distance à laquelle peut se trouver la source observée. Une méthode consiste à considérer en parallèle du diagramme couleur-couleur, un diagramme magnitude-couleur (CMD, cf. figure 103-b), équivalent d'un diagramme HR) de la même séquence principale, tracé en magnitude absolue $M = m - DM$.

8- Retracer sur la partie a) du diagramme figure 103 les 2 solutions trouvées précédemment. Montrer que pour chacune de ces solutions possibles, l'utilisation du diagramme CMD permet d'ajouter une information sur la distance de la source via son module de distance $DM = 5 \log(d_{pc}) - 5$. Donner les deux valeurs de DM et de la distance correspondante pour les deux solutions. La figure (feuille séparée) est à rendre avec la copie.

9- La source visée est située dans la direction du nuage moléculaire du Taureau (140 pc) ; Quel est le type spectral le plus probable de cette source ?

III- Performances de CCD

L'entreprise e2V a publié en 2007 des données préliminaires sur un nouveau CCD dont les caractéristiques sont indiquées ci-après (figure 101).

On se propose de déterminer quelques unes des performances de ce nouveau détecteur, en supposant qu'il est utilisé à 173 K, au foyer d'un télescope de 4 m, dans la bande photométrique R du visible ($h\nu(R) \approx 3 \cdot 10^{-19}$ J).

1- Deux types de CCD sont disponibles : BB ou ER1 ; quel type de CCD choisirez-vous ?

2- Déterminer la capacité (pF) de l'étage de sortie.

3- Déterminer le NEP et la détectivité D de ce détecteur lorsqu'on effectue des poses de 1 seconde.

Si on effectue des poses de 1 seconde, on peut considérer que la bande passante du système électronique d'acquisition est de 1 Hz. Déterminer alors la détectivité réduite D^* .

4- A partir des données constructeur, déterminer la magnitude R atteinte à 3σ en 5 mn de temps de pose. On détaillera les calculs et les hypothèses avec soin.

5- Quel sera le champ de vue du détecteur si l'ouverture du foyer est de $f/4$?

6- En combien de temps le détecteur sera-t-il saturé par le courant d'obscurité ? Conclusion.

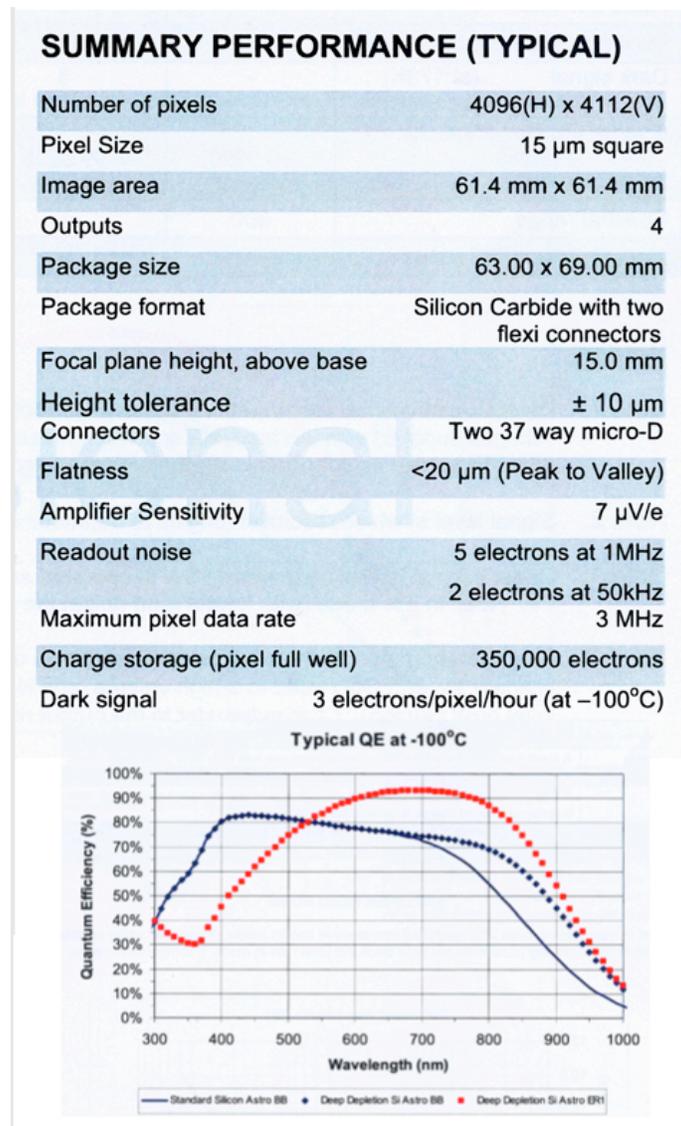


FIGURE 101 – Performances du nouveau CCD e2V publiées en 2007

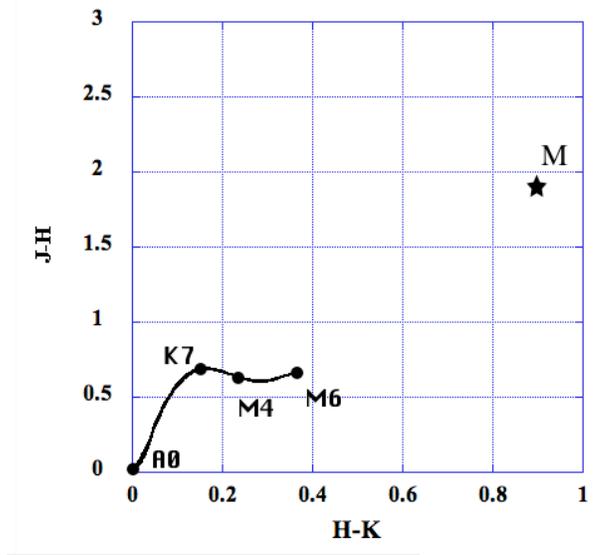


FIGURE 102 – Diagramme couleur-couleur générique J-H/H-K. La courbe trace la position des indices de couleur des étoiles de la séquence principale, du type A0 ($J - H = H - K = 0$) jusqu'au type M6. A RENDRE AVEC LA COPIE

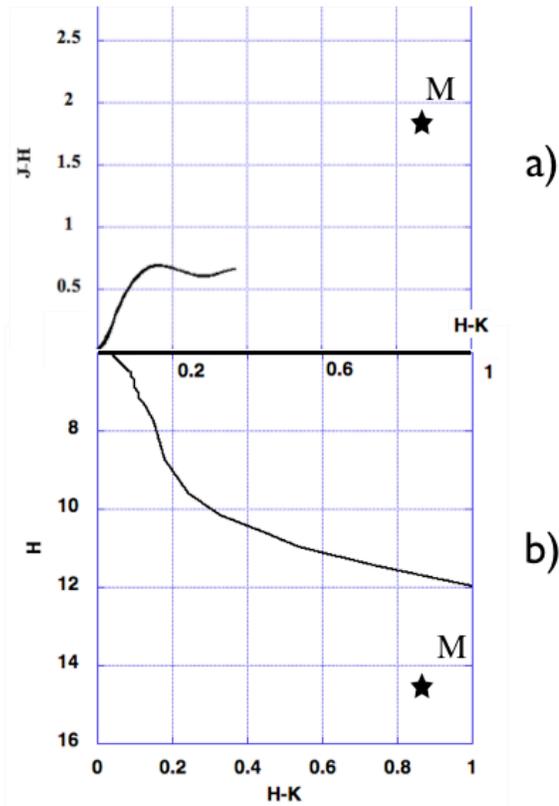


FIGURE 103 – Diagramme couleur-couleur J-H/H-K combiné avec un diagramme Couleur-magnitude H/H-K. A RENDRE AVEC LA COPIE

36.12 Examen 2008-2009

I- Inefficacité de transfert de CCD dans le visible [10]

Les dispositifs à transfert de charges sont maintenant omniprésents dans les instruments astronomiques. Dans tout l'exercice, on considère un CCD 1024x1024. Une des caractéristiques essentielles des CCD est le bruit de lecture σ_V , mesuré en tension après l'étage de sortie et converti en électrons σ_e via la capacité C de cet étage.

1- Rappelez la relation qui lie σ_V et σ_e via C et montrer pourquoi on a intérêt à travailler avec des capacités de sortie les plus faibles possibles.

2- Si la relation charge - tension en sortie est de $8 \mu V$ par électron, quel bruit en tension ne doit-on pas dépasser pour avoir un bruit de lecture de $5 e^-$? Calculer la valeur de la capacité de sortie correspondante.

Lors du fonctionnement d'un CCD, les électrons sont transférés de proche en proche d'un pixel à l'autre jusqu'à la sortie. La géométrie de ces transferts comporte 1024 registres en parallèles (coordonnée y) qui se déversent dans un registre série au bout duquel se situe l'étage de sortie (coordonnée x , figure 104). On repère les pixels par leurs coordonnées entières (x, y) : le premier pixel lu est le plus proche de l'ampli de sortie (1,1), le dernier est l'opposé en diagonale (1024,1024).

3- Si la fréquence de sortie est de F pixels par seconde, en déduire la fréquence de transfert de pixel à pixel dans le registre série F_S ainsi que dans les 1024 registres parallèles F_P .

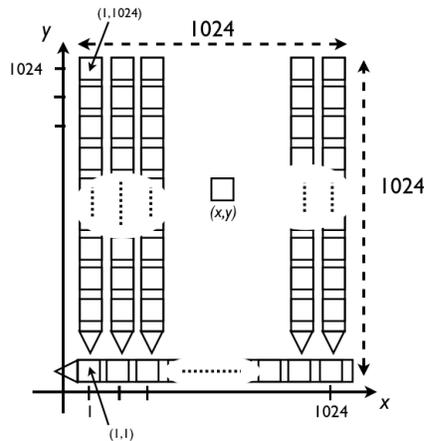


FIGURE 104 – Transfert de charges dans un CCD

Un défaut important des CCD provient du fait que lors d'un transfert d'un pixel au suivant, une certaine proportion des charges ne sont pas transférées. On appelle *Charge Transfer Inefficiency* (CTI, notée ε) cette proportion. Si N_o est le nombre de charges présentes dans le pixel p , on retrouve $N = N_o(1 - \varepsilon)$ dans le pixel suivant. ε dépend de nombreux paramètres, dont essentiellement la fréquence de transfert, et le niveau de signal dans le CCD : ε augmente quand la fréquence de transfert augmente et diminue lorsque le niveau de signal augmente.

4- En partant d'une source de forme gaussienne (en coupe) dans un registre à 1D, indiquer qualitativement la forme de la source après quelques transferts. En déduire comment l'inefficacité de transfert perturbe les calculs de centroïde.

5- Dans quelle direction de transfert x ou y la déformation est-elle la plus forte ?

6- A partir d'un pixel contenant N_o charges, calculer le nombre de charges $N(n)$ restant après n transferts. A l'aide d'un développement limité, exprimer N de manière linéaire en fonction de n et ε . Pour $\varepsilon = 10^{-5}$, calculer au bout de combien de transferts on a perdu 10% de la charge initiale disponible.

7- Pour un pixel quelconque du CCD (figure 104) repéré par ses coordonnées (x, y), calculer le nombre de transferts n subits avant sortie en fonction de x et y . Quel est le pixel qui subit le plus de transferts et combien (soit n_{\max} cette valeur) ? En déduire la proportion de charge maximale perdue par ce pixel pour

$$\varepsilon = 10^{-5}.$$

8- On s'intéresse à la *quantité de charge* perdue au bout de n transferts, soit ΔN . Exprimer ΔN en fonction de N_o , n et ε . Si le bruit de lecture vaut σ , déterminer l'expression du nombre de transferts n_σ au bout duquel le bruit sur la charge perdue devient égal au bruit de lecture. Déterminer la charge maximale possible dans un pixel dans le pire des cas pour que la quantité perdue reste toujours inférieure au bruit de lecture, toujours pour $\varepsilon = 10^{-5}$. Conclusion pour un CCD 1024x1024 de capacité de stockage 10^5 e.

9- En pratique, l'effet de la fréquence de lecture sur CTI fait que seul les transferts dans le registre série (x) occasionnent une perte de charge sensible. Si on suppose que le CCD est éclairé par une source ponctuelle parfaitement circulaire, placée au centre de l'image, dessiner de manière qualitative dans un diagramme (x, y) l'allure de l'image telle que lue après transfert.

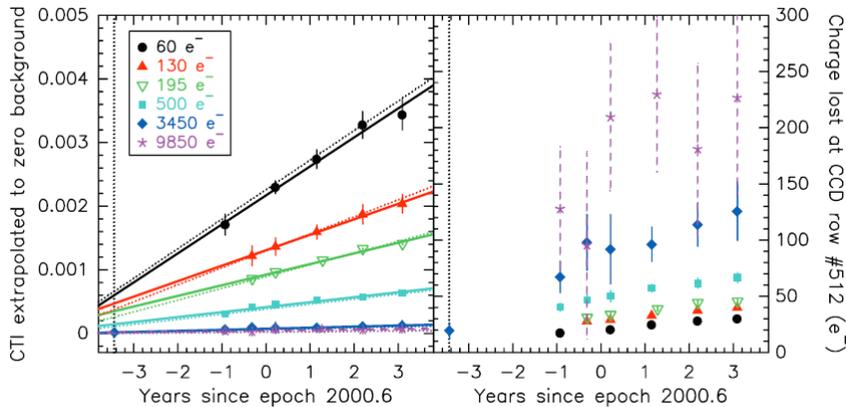


FIGURE 105 – Valeurs de CTI (à gauche) et de charge totale perdue pour 512 transferts (à droite). Un exemplaire de cette figure en grand format (pour effectuer des mesures) est disponible à la fin du sujet.

On s'intéresse maintenant à la physique du transfert de charge. Sur la figure 105, on a tracé d'une part l'évolution de CTI avec le signal (croissant de haut en bas pour une année donnée, de $60 e^-$ à $9850 e^-$, figure de gauche), et le nombre de charges perdues dans un pixel pour une source placée au milieu du CCD (colonne 512 par rapport au schéma considéré plus haut), le signal décroissant cette fois-ci de haut en bas, pour les mêmes valeurs.

Les mesures sont extraites d'une étude publiée dans Goudfrooij et al., 2006, PASP 118, 1455, et concernent le CCD de l'instrument STIS sur le HST. Les années sont repérées par rapport à une origine en juillet 2000.

10- Commenter la partie gauche de la figure 105. Si on admet que l'inefficacité de transfert est due à des défauts du cristal dont est constitué le CCD, justifiez que CTI augmente avec le temps passé en orbite. Comment interprétez vous le fait que CTI décroisse lorsque le niveau de signal dans un pixel augmente ?

11- A partir de CTI mesurée pour un signal de $195 e^-$, puis $130 e^-$ en 2003.6, estimez le nombre de charges qui devraient normalement être perdues au bout de 512 transferts (figure de droite) ; Est-ce que votre estimation correspond à la valeur indiquée ? Proposez une explication. (Pourquoi travaille t-on ici sur les données de 2003.6 ?).

12- Si la proportion de signal perdue diminue lorsque le signal augmente, le nombre total de charge perdues lui, augmente lorsque le signal N_o augmente. A partir de l'expression linéaire de ΔN établie précédemment, montrer qu'alors $\varepsilon \propto N_o^{\alpha-1}$ avec $\alpha > 0$. Utiliser la partie droite de la figure 105 pour déterminer α .

13- En pratique une mesure effectuée sur la partie gauche de la figure donne $\varepsilon \propto N^{-0.9}$. Proposez une interprétation de la différence observée.

II- Sensibilité d'instrument infrarouge [8]

On considère l'instrument ISAAC spectro-imageur sur le VLT et on utilise le simulateur de temps de pose pour faire une image dans le filtre K d'une source ponctuelle de magnitude $K=19$, observée avec des

temps de pose individuels DIT=30 sec pendant un temps total de 440 secondes. On a demandé un calcul pour avoir un rapport signal à bruit SNR=20 sous la PSF.

les résultats du simulateur sont les suivants :

Seeing : 0.8 arcsec
Sky magnitude : 13
Airmass : 1.3

Total exposure time	:	440.0809 seconds
Number of detector integrations (decimal value)	:	14 DCR
Signal-to-noise	:	20.00
Number of pixels for PSF area	:	93.00 pixels
Total number of e- in PSF area (object only)	:	251406.46 e-
Total number of e- in PSF area (object only, 1 DIT)	:	17138.20 e-/DIT
Sky bkg. value with sky lines (e/pixel, 1DIT)	:	105033.13 e-/pixel/DIT
Max. intensity at central pixel per DIT (e-, object+sky)	:	105536.45 e-/DIT
Detector saturation (e-)	:	180000 e-
Detector Readout Noise	:	10.00 e-/pixel/DIT
Plate scale in arcsec/pixel	:	0.15 arcsec/pixel

1- A partir des données ci-dessus, et en détaillant bien les calculs et les justifications, déterminez pour une pose :

- Le signal obtenu par pose
- Le bruit de signal du à la source
- Le bruit de signal de fond de ciel
- Le bruit de lecture sur la PSF

Quel est le bruit dominant ? Pourquoi ?

2- En déduire le SNR par pose (pour un DIT). Montrez ensuite que dans les conditions d'observations adoptées, on atteint bien le rapport signal à bruit souhaité.

3- En pratique on obtient un SNR un peu supérieur à 20 ; expliquez.

3- Le calcul précédent ne fait pas intervenir le courant d'obscurité. Que pensez vous de cette approximation ?

4- A quel niveau de dynamique travaille t-on ? Ce choix vous parait-il judicieux ? Jusqu'à quelle valeur de seeing pouvez-vous travailler sans saturation ?

5- Expliquer pourquoi on peut considérer que la PSF contient 93 pixels. La valeur de seeing indiquée est-elle celle dans le visible ou dans la bande K ?

Dans les conditions d'observations requises, on travaille avec une magnitude de fond de ciel K=13 par arcsec².

6- A partir des données ci-dessus, déterminer :

- Le flux de fond de ciel (en Jy) par arcsec² dans la bande K,
- Le nombre de photons de fond de ciel reçus par seconde et par arcsec²,
- Le nombre de photons de fond de ciel reçus par pixel et par DIT

7- A partir de valeurs réalistes de la transmission optique et du rendement quantique de l'instrument, montrer que les calculs précédents sont cohérents (à un facteur de l'ordre de 2 près) avec les résultats donnés par le simulateur.

8- Pensez vous que l'émission des raies de ciel intervienne fortement dans le flux de fond ?

9- Si la masse d'air passe de 1.3 à 1.5, donnez une estimation de la variation de flux de fond de ciel attendue.

10- On souhaite refaire le calcul de SNR pour un seeing double. Quels termes vont varier ? Quels termes restent constant ? En déduire sans calcul que le SNR sera divisé par 2.

III- Bolomètre polarisé en tension [2]

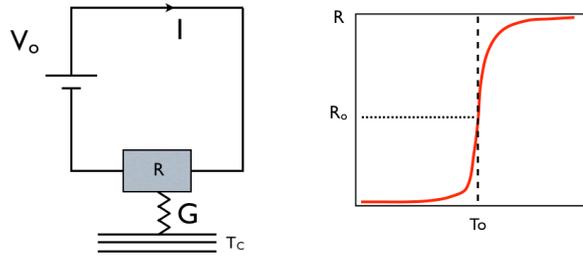


FIGURE 106 – Transition Edge Sensor

Les instruments les plus sensibles actuellement utilisés en astronomie utilisent des "senseurs à transition brutale" (*transition edge sensors*, ou TES). Ils exploitent la variation de résistance R d'un composant relié à une charge à basse température telle que présentée sur la figure 118. On s'intéresse à la polarisation du bolomètre sous la source de tension V (sans apport d'énergie lumineuse extérieure). A l'état d'équilibre, la puissance électrique dissipée dans le composant est égale à celle évacuée dans la charge froide.

- 1- Montrer que si $T > T_o$, P décroît et le composant refroidit. De même, si $T < T_o$, montrer que P augmente.
- 2- En déduire que lorsqu'il est attaqué en tension, le montage se polarise automatiquement à $T = T_o$, $R = R_o$.
- 3- Une fois le composant polarisé, calculer l'écart de sa température à la température de la charge froide T_C . Conclure sur la contrainte d'ajustement de T_C par rapport à T_o .

36.13 Examen 2009-2010

I- Observations à haute énergie [7]

Pour simplifier, on considère dans cet exercice que dans tous les cas pratiques d'observation à haute énergie (X et γ), on détecte un photon incident par son interaction avec un milieu matériel (gaz et fils, semiconducteur, etc.) provoquant un "coup" qui arrache des électrons (*electron cloud*) qui sont ensuite lus et comptés par un dispositif électronique connecté au détecteur. On supposera également que le nombre N d'électrons collectés pour chaque "coup" est directement proportionnel à l'énergie E du photon incident.

- 1) Justifiez cette dernière hypothèse et indiquez comment elle permet d'envisager la spectroscopie des photons γ sans dispositif dispersif.

Le comptage des électrons lus dans un pixel du détecteur prend un certain temps, déterminé par les performances de l'électronique. La correspondance $E(N)$ décrite ci-dessus suppose qu'on analyse le nuage électronique dans un temps Δt inférieur à l'intervalle de temps d'arrivée entre 2 photons. Si deux photons d'énergie E_1 et E_2 tombent dans le même pixel avant lecture, on lira un seul évènement d'énergie $E = E_1 + E_2$. C'est le phénomène d'"empilement" des photons (*pile-up*).

- 2) Si $\Delta t = 0.5$ seconde, pour quel flux de photons par pixel se manifeste le phénomène de pile-up ? On suppose que l'on considère des photons de 1 keV collectés par le satellite XMM, avec une surface collectrice $S_{\text{XMM}} = 1500 \text{ cm}^2$; A quel flux (en W.m^{-2}) correspond la limite de pile-up ?

On suppose que la source observée a un spectre $F_o(E)$ (en photon/s/m²) uniforme sur la plage de sensibilité des instruments d'XMM (0.1 - 10 keV). On suppose que F_o est supérieur à la limite de pile-up.

- 3) Quelle est l'influence du pile-up sur le spectre mesuré de la source ?
- 4) Quelle est l'influence du pile-up sur le niveau de flux mesuré à une énergie donnée ? en déduire l'influence du pile-up sur la forme mesurée de la PSF d'une source brillante.
- 5) Sur la figure 107, indiquer quel est à votre avis l'image de PSF qui montre le plus fort effet de pile-up ? Expliquer la forme de l'image obtenue.

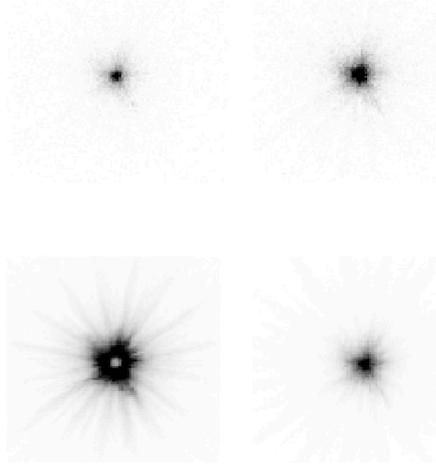


FIGURE 107 – PSF de l’instrument EPIC sur le satellite XMM avec différents niveaux de pile-up

La ”fraction de pile-up” f_p est la proportion de coups mesurés par le système quand il y a intervention d’un phénomène de pile-up.

6) f_p est-elle $>$ ou $<$ 1 ?

Sur la figure 108 où l’on compare la fraction de pile-up entre l’instrument ACIS sur le satellite Chandra et EPIC sur XMM, indiquez l’instrument qui vous semble le plus lent à réagir au phénomène de pile-up.

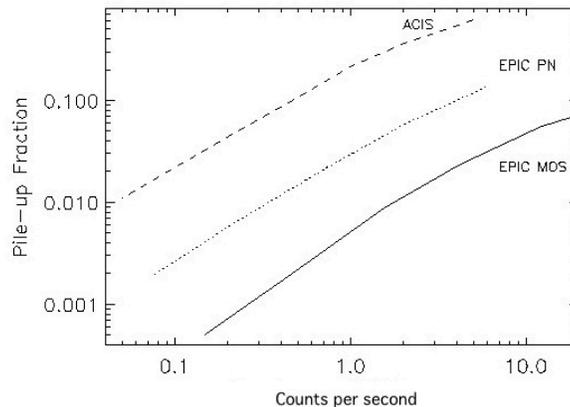


FIGURE 108 – Fraction de pile-up pour divers instruments (ACIS : Chandra ; EPIC : XMM).

7) Si on suppose que la fraction de pile-up devient pénalisante à partir de 5%, calculer le flux maximum observable pour des photons de 1 keV, par pixel, sans dégradation pour l’instrument ACIS (surface collectrice de Chandra = 0.04 m^2) ; pour l’instrument EPIC MOS. NB. On calculera le ce flux en $\text{erg/cm}^2/\text{sec}$.

II - Fonction de transfert télescope - instrument [12]

On souhaite évaluer la transmission τ de l’atmosphère, du télescope et de l’instrument dans le cas de l’imageur infrarouge ISAAC au VLT. On considère que l’on observe une source ponctuelle de magnitude $K=17$ sous un seeing $\varpi = 0.8''$. On fait des poses de $T_{\text{int}} = 10 \text{ sec}$.

0) A partir des données dans le tableau ci-dessus, vérifier que le seeing est bien donné pour la bande K et pas V.

1) Exprimer le flux F_K (en Jy) reçu de la source dans la bande K en fonction de sa magnitude et du flux de référence à $2.2 \mu\text{m}$.

2) Connaissant les paramètres du télescope et du filtre K (tableau ci-dessus), en prenant en compte tous

les autres paramètres qui vous semblent pertinents (et en particulier la transmission τ du système), donner l'expression littérale du nombre N_e d'électrons obtenus sous la PSF depuis la source de magnitude K.

3) Effectuer le calcul numérique pour $\tau = 0.1$ et un rendement quantique $\eta = 0.8$. En quoi le seeing intervient-il dans vos calculs ?

4) Le simulateur ISAAC de l'ESO donne les résultats suivants pour une source de magnitude K=17 (figure 109) : Comparez ces résultats à votre estimation du nombre d'électrons détectés. Quel paramètre de

Total exposure time	: 10.9640 seconds
Number of detector integrations (decimal value)	: 1.10 DCR
Signal-to-noise	: 20.00
Number of pixels for PSF area	: 93.00 pixels
Total number of e- in PSF area (object only)	: 39885.29 e-
Total number of e- in PSF area (object only, 1 DIT)	: 36378.43 e-/DIT
Sky bkg. value with sky lines (e/pixel, 1DIT)	: 35011.04 e-/pixel/DIT
Max. intensity at central pixel per DIT (e-, object+sky)	: 36079.42 e-/DIT
Detector saturation (e-)	: 180000 e-
Detector Readout Noise	: 10.00 e-/pixel/DIT
Plate scale in arcsec/pixel	: 0.15 arcsec/pixel

FIGURE 109 – Résultats de simulation ETC sur l'instrument ISAAC au VLT

vos calculs pouvez-vous ajuster ?

En pratique, le simulateur de l'ESO fournit l'efficacité du système global sous forme graphique (figure 110) :

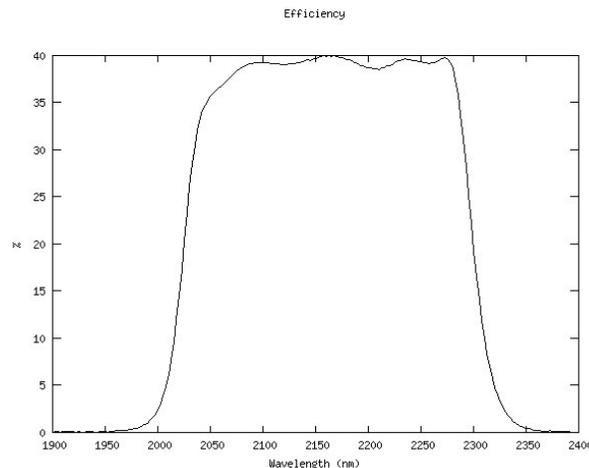


FIGURE 110 – Efficacité globale du système ISAAC telle que fournie par le logiciel ETC de l'ESO.

5) Utilisez la courbe ci-dessus pour ré-évaluer la bande passante et l'énergie des photons permettant d'obtenir le nombre N_e . Quelle transmission globale obtenez-vous finalement ? Conclusion.

6) Donnez l'expression du rapport signal sur bruit SNR sous la PSF par pose de 10 secondes. Indiquer quel bruit (statistique ou de lecture), domine. Pourquoi n'obtient-on pas tout à fait SNR=20 ?

7) Estimez le signal dans le pixel central. Que devient cette valeur si on double le temps de pose ?

8) Quel temps de pose maximum pourra-t-on utiliser avant saturation ? Quel est le paramètre dominant dans cette limitation : Source, fond de ciel, courant d'obscurité ?

9) **Question subsidiaire** : quelle magnitude peut-on détecter avec un rapport signal sur bruit = 3 en posant pendant $T_{\max}/2$? Pourquoi se pose-t-on la question pour $T_{\max}/2$?

36.14 Examen 2010-2011

1- Quelques réflexions sur la détection en radio-astronomie [12]

Le domaine de la radio astronomie commence quelque part dans le sub-millimétrique et s'étend jusqu'à des ondes supérieures au mètre. Pour préciser dans quel domaine de longueur d'onde et de conditions physique on commence à parler de radio-astronomie, une approche consiste à considérer la statistique du corps noir (considéré comme un gaz de photons). Lorsqu'on calcule les moyennes du nombre de photons n_ν , de fréquence ν dans un corps noir de température T et du carré n_ν^2 de ce nombre, on obtient :

$$\begin{aligned}\langle n_\nu \rangle &= \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}} \\ \langle n_\nu^2 \rangle &= \frac{e^{-h\nu/kT}(1 + e^{-h\nu/kT})}{(1 - e^{-h\nu/kT})^2}\end{aligned}$$

1.1 A partir des équations ci-dessus, calculer la variance σ_ν^2 sur le nombre de photons présents. Exprimer cette variance comme

$$\sigma_\nu^2 = \langle n_\nu \rangle [1 + f(h\nu/kT)]$$

et montrer que pour $h\nu \gg kT$, on retrouve la statistique de Poisson (bruit dominé par les effets quantiques).

Le domaine de la radio-astronomie est celui où l'on travaille dans des conditions telles que $h\nu \ll kT$, et où le bruit est dominé par les effets thermiques et non plus quantiques.

On s'intéresse maintenant au signal capté par une antenne de diamètre D braquée sur une source étendue considérée comme un corps noir de Température T .

1.2 Une antenne radio travaille à la limite de résolution. En adoptant le critère de Rayleigh pour définir la limite de résolution d'une pupille de diamètre D observant à la longueur d'onde λ , montrer que l'étendue de faisceau de l'antenne est

$$S \Omega \approx \lambda^2$$

1.3 Si l'antenne observe le corps noir avec l'efficacité η (coefficient qui tient compte de la transmission du signal, de la forme et du coefficient de réflexion de l'antenne, etc.), montrer que la puissance recueillie par intervalle de fréquence peut s'écrire :

$$\frac{dP_\nu}{d\nu} = \eta B_\nu(T) \lambda^2$$

1.4 Puisqu'on observe dans le domaine thermique, on peut utiliser l'approximation de Rayleigh-Jeans. Montrer qu'alors la puissance reçue peut s'écrire :

$$\frac{dP_\nu}{d\nu} = 2 \eta kT$$

On obtient alors une mesure du signal sous forme proportionnelle à une température qui est indépendante des propriétés (et défauts !) du système. Tous les signaux mesurés en radio-astronomie seront dorénavant exprimés sous forme de température (mesurés en Kelvin), y compris le bruit qui caractérise le système (T_{SYS}). A chaque signal T s'ajoute en effet un terme de bruit et on mesure $T + T_{SYS}$.

On mesure T_{SYS} en observant des sources considérée comme des corps noirs de température bien déterminée. En pratique on utilise la température ambiante ($T_1 = 300 K$) et la température de l'azote liquide ($T_2 = 77 K$) et on mesure :

$$\begin{aligned}T'_1 &= T_1 + T_{SYS} \\ T'_2 &= T_2 + T_{SYS}\end{aligned}$$

1.5 Montrer qu'à partir du rapport $\beta = T'_1/T'_2$, on obtient directement T_{SYS} . Calculer T_{SYS} obtenue pour $\beta = 2$.

La détection aux radio-fréquences commence par la conversion du champ électrique incident $E = E_o e^{i\omega t}$ en une tension $V = V_o e^{i\omega t}$, avec $V_o \propto E_o$. On superpose ensuite cette tension V à une tension V_1 issue d'un oscillateur local à la pulsation ω_1 . On applique ensuite cette tension somme $V' = V + V_1$ à un élément non linéaire (une diode), dont la réponse est $I = I_o e^{V'/V}$.

1.6 A partir du développement limité au 2e ordre de la fonction $\exp(x)$ ($1 + x + x^2/2$), montrer que le courant I obtenu en sortie contient des termes oscillants en $(\omega - \omega_1)$ et $\omega + \omega_1$. Sur quel terme de fréquence va-t-on ensuite travailler ? Que devient l'autre ?

Une fois la détection de T effectuée, le rapport signal sur bruit obtenu peut s'écrire :

$$SNR = \frac{T}{T_{SYS}} \sqrt{\Delta\nu \Delta t}$$

Où $\Delta\nu$ et Δt sont respectivement la bande passante du système de détection et le temps de pose utilisé.

1.7 Pour $T_{SYS} = 120 K$, calculer le temps de pose nécessaire pour détecter un signal $T = 0.1 K$ si on utilise des canaux de fréquence de 200 kHz de bande passante.

En pratique, du fait de l'émission de fond de ciel, on est amené à observer alternativement la position de la source et une position voisine pour mesurer et soustraire le fond de ciel.

1.8 Dans ces conditions, donner une estimation du temps total nécessaire en pratique pour atteindre la précision souhaitée.

On considère les données de la figure 111 extraites de Ceccarelli et al., 2005, ApJ 631, L81, qui concernent la détection de l'eau deutérée dans le disque protostellaire de DM Tau, avec le James Clerk Maxwell Telescope (JCMT) sur l'île d'Hawaï en 2005, en 5 heures de temps de pose. L'abscisse est indiquée en vitesse en convertissant ν en V par l'intermédiaire de l'effet Doppler par rapport à la fréquence de 464 GHz.

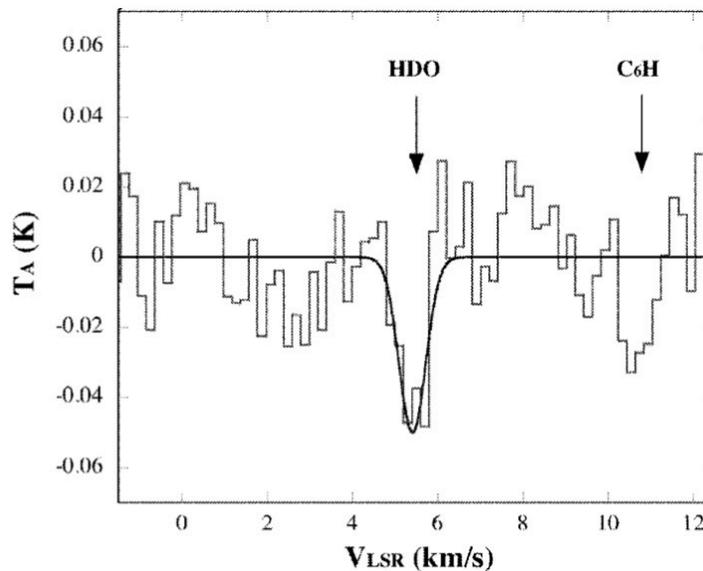


FIGURE 111 – Détection de HDO dans DM Tau (d'après Ceccarelli et al., 2005)

1.9 A partir de la figure 111, donner une estimation du bruit de mesure en K. En déduire le rapport signal à bruit obtenu sur la raie de HDO détectée à 464.9 GHz.

1.10 Donner une estimation de la largeur des canaux spectraux utilisés en km.s^{-1} . En déduire la bande passante (en kHz) de chaque canal.

1.11 Montrer que cette estimation est cohérente avec les fréquences respectives mesurées en laboratoire, des raies de HDO (464.9245 GHz) et C₆H (464.9172 GHz).

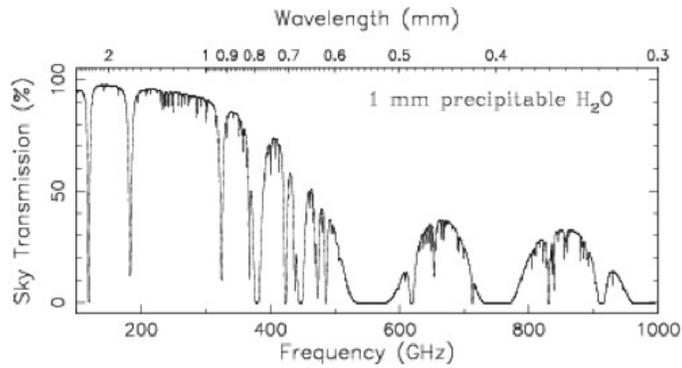


FIGURE 112 – Transparence atmosphérique à l’altitude du JCMT

1.12 A partir des données ou mesurées ci-dessus, donner une estimation de la température de bruit du système utilisé au JCMT à 464 GHz. Commentez à partir de la figure 112.

1.13 Questions subsidiaire : En supposant que :

- les observations de DM Tau ci-dessus ont été effectuées au zenith,
- la température système totale est dominée par l’émission parasite de fond de ciel,
- Estimez le temps nécessaire pour atteindre la même sensibilité si on pointe à 30 degré d’angle zénithal.

2- Performances CCD [7]

On s’intéresse aux performances du CCD de la marque e2V dont les caractéristiques sont portées dans la figure 113. Les mesures de bruit de lecture sont données par pixel. On suppose qu’il y a 4 ports de lecture (4 sorties simultanées).

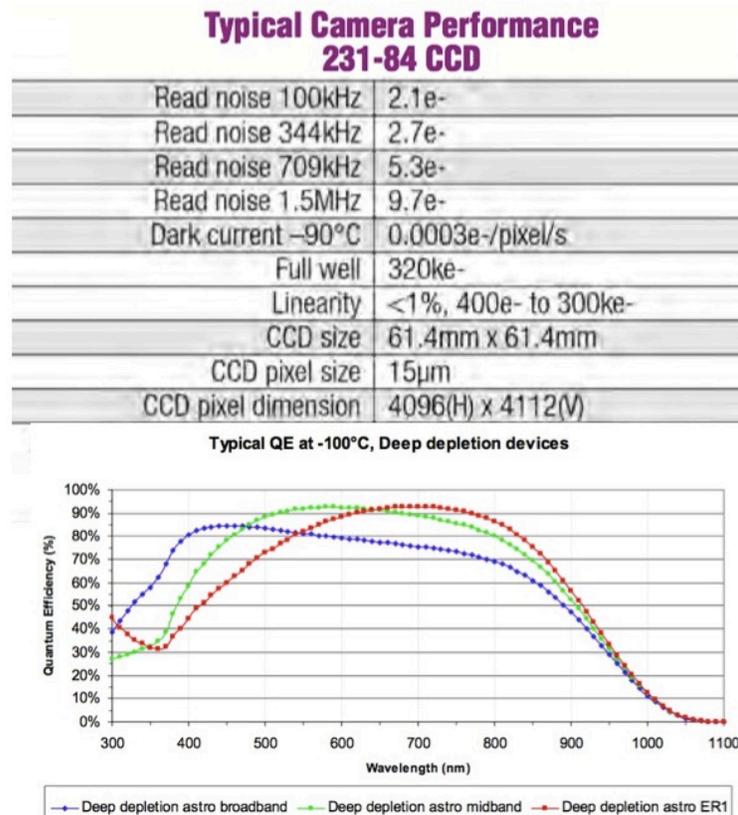


FIGURE 113 – Caractéristiques du CCD e2V

2.1 Quel temps de lecture par image est-on obligé d'adopter si on veut se limiter à un bruit de $2 e^-$? Est-ce que le bruit de lecture est blanc ?

On suppose qu'on utilise ce détecteur sur le VLT (diamètre 8 m) dans des conditions similaires à celle de l'instrument FORS : $0.25''/\text{pixel}$, avec le filtre R de cet instrument :

($\lambda_o = 0.66 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 0.17 \mu\text{m}$, flux de référence des magnitudes dans la bande R $\approx 2900 \text{ Jy}$).

2.2 Quelle est la distance focale équivalente f_e vue par le détecteur? Quel seeing minimum pourra-t-on échantillonner ?

Dans la suite des calculs, on suppose que le seeing vaut $\varpi = 0.8''$.

2.3 Pour étudier l'influence du fond de ciel, on utilise des données publiées par Patat, 2003, A&A 400, 1183 et on suppose que la brillance du fond de ciel dans la bande R peut monter jusqu'à 20.8 magnitudes par arcsec^2 . Calculer le nombre de photons correspondants obtenus par seconde et par pixel dans le cas du montage optique précédent. En utilisant des paramètres raisonnables, estimer le temps de pose maximum imposé par la saturation due au fond de ciel. Est-ce une limitation pour les observations ?

2.4 En considérant que la tache de seeing (PSF) est une gaussienne d'extension maximum circulaire de rayon égal au seeing, calculer la magnitude en R d'une source ponctuelle qui donnerait sous la PSF le même nombre de photons que le fond de ciel.

2.5 On se propose d'estimer la sensibilité atteinte en 5 mn de temps de pose. Donner l'expression du rapport signal à bruit (SNR) obtenu sous la PSF pour une source de magnitude R_o , en indiquant toutes les sources de bruit. Estimez R_o pour $SNR = 3$.

2.6 Dans les conditions d'observations prises en compte, si vous deviez augmenter la sensibilité des observations, feriez-vous le choix de co-additionner plusieurs poses de 5 mn ou d'augmenter le temps de pose individuel? Justifiez.

2.7 Estimez la magnitude de la source la plus brillante observable en 5 mn de pose. Quel rapport signal sur bruit obtiendra-t-on sur cette source? En déduire la dynamique du détecteur.

2.8 Question subsidiaire : Comment pourrait-on augmenter le rapport signal sur bruit sur cette source brillante ?

36.15 Examen 2011-2012

1- VISIBLE [8]

On considère l'observation d'un transit exoplanétaire devant une étoile de type solaire située à 10 pc. On se place dans le cas où le transit est vu dans le plan équatorial (étoile, planète et Terre sont alignés). La planète est supposée de la taille de la Terre ($R \approx R_\odot/100$) et en orbite à 0.1 AU de son étoile centrale.

1.1 Montrer que la planète tourne à une vitesse proche de 100 km.s^{-1} sur son orbite.

1.2 Montrer que le temps de transit vu de la Terre dure environ 4 heures.

1.3 Estimer la profondeur du transit, en flux puis en différence de magnitude (en milli-magnitude mmag).

• Montrer qu'au premier ordre, la différence de magnitude est de l'ordre de 0.1 mmag et ne dépend pas de la magnitude de l'étoile.

1.4 Est-ce que la profondeur du transit peut dépendre de la longueur d'onde? Expliquer.

On observe l'étoile avec un télescope de 40 cm de diamètre, dans la bande V, avec un CCD 1024×1024 . Le système a une efficacité $\tau = 20\%$ (optique + rendement quantique).

1.5 Estimez le nombre d'électrons détectés par seconde sur le CCD et montrer qu'il s'agit de $\phi \approx 10^7 e/s$.

Le CCD a une capacité de stockage de $N_{STK} = 10^5 e/\text{pixel}$. Pour des raisons de linéarité, on doit travailler à $1/3$ de la dynamique et ne pas dépasser un nombre $\delta = N_{STK}/3$ d'électrons par pixel. Pour cela on adapte l'échelle focale (en $\text{arcsec} / \text{pixel}$) pour étaler l'image stellaire sur le CCD d'une manière que l'on considèrera comme uniforme (image stellaire == disque).

1.6 Pourquoi est-on obligé d'étaler la tache de l'image stellaire ?

1.7 Pour un temps de pose de T seconde, exprimer :

- Le nombre N total d'électrons obtenus dans le CCD
- le nombre n de pixels sur lesquels il faut étaler l'image de l'étoile.

Le bruit de lecture du CCD est $\sigma = 15$ électrons.

1.8 En ne prenant en compte que le bruit statistique de signal et le bruit de lecture, montrer que le SNR sur une mesure peut s'exprimer comme :

$$\text{SNR}(T) = \frac{\sqrt{\phi T}}{\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\delta}}}$$

1.9 Quel bruit de lecture ne faut-il pas dépasser pour pouvoir approximer le SNR à $\sqrt{\phi T}$? Est-on dans ce cas ?

1.10 Quel temps de pose minimum T_3 faut-il choisir pour détecter chaque point de mesure du transit à 3σ ?

1.11 En pratique, quel paramètre empêche d'obtenir un SNR arbitrairement grand ?

On choisit d'effectuer des mesures avec une minute de pose. Le temps de lecture du CCD et de stockage des données est estimé à une minute également.

1.12 Quel SNR obtient-on par point ? A combien de σ détecte-t-on chaque point de transit ?

1.13 Estimez le nombre de mesures que l'on va pouvoir effectuer durant le transit. Conclure sur la précision que l'on peut atteindre dans la détermination du rayon de la planète par estimation de la profondeur du transit. Peut-on relâcher la contrainte sur le SNR par point ?

2- INFRAROUGE [6]

On donne les résultats d'une simulation de l'instrument ISAAC (spectro imageur infrarouge sur le VLT) utilisé pour réaliser l'image d'une source de magnitude 13 dans la bande L ($3.8\mu\text{m}$) avec un rapport signal/Bruit (SNR) égal à 20. La mesure est faite en mode "chopping", c'est à dire que chaque pose (1 DIT) est obtenue par soustraction du signal de fond de ciel mesuré sur une position voisine du ciel. Le calcul est effectué pour un seeing annoncé égal à 0.8 arcsec.

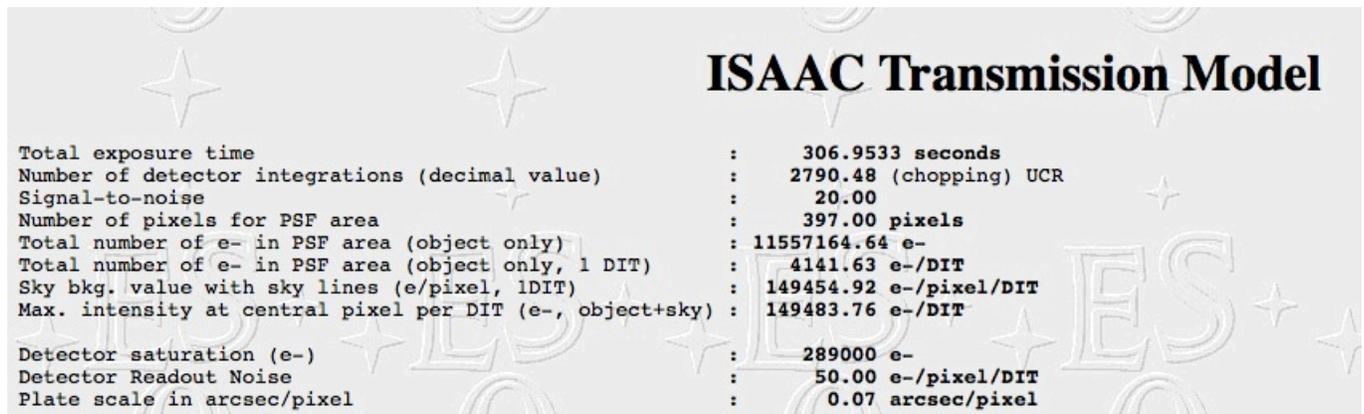


FIGURE 114 – Résultat de simulation ISAAC

2.1 A partir des informations résumées dans la figure 114, exprimer le SNR sur une pose (1 DIT).

2.2 Quel est le terme de bruit dominant ? Cela vous semble-t-il normal ? Pourquoi peut-on se passer de l'information sur le courant d'obscurité ?

2.3 Le signal de l'étoile étant obtenu par soustraction du fond de ciel, en déduire le nombre de poses qu'il faut co-additionner pour obtenir le SNR=20 souhaité.

2.4 Comparer avec le nombre de poses affiché dans la simulation. Conclusion.

2.5 Donner la valeur du temps de pose. Est-il bien choisi ?

2.6 Rappeler comment varie le seeing avec la longueur d'onde. Le seeing indiqué est-il donné dans le visible ou dans la bande L ? Expliquer comment est obtenu à votre avis le nombre de pixels sous la PSF.

2.7 Calculer le SNR sur le pixel central par pose.

2.8 **Question Subsidaire** : Pour une magnitude de fond de ciel $m_B = 4 \text{ mag/arcsec}^2$, estimer le signal parasite reçu par le détecteur ISAAC et commenter le modèle de l'ESO.

3- RADIO [5]

La statistique du corps noir permet de calculer le nombre de photons moyen dans l'état $h\nu$, à l'aide des sommes suivantes (avec $\beta = h\nu/kT$) :

$$\bar{n}_\nu = \frac{\sum_0^\infty p e^{-p\beta}}{\sum_0^\infty e^{-p\beta}} \quad ; \quad \bar{n}_\nu^2 = \frac{\sum_0^\infty p^2 e^{-p\beta}}{\sum_0^\infty e^{-p\beta}}$$

3.1 A partir des séries :

$$\sum_0^\infty e^{-p\beta} = \frac{1}{(1 - e^{-\beta})} \quad ; \quad \sum_0^\infty p e^{-p\beta} = \frac{e^{-\beta}}{(1 - e^{-\beta})^2} \quad ; \quad \sum_0^\infty p^2 e^{-p\beta} = \frac{e^{-\beta}(1 + e^{-\beta})}{(1 - e^{-\beta})^3} \quad (154)$$

Montrer qu'on obtient :

$$\bar{n}_\nu = \frac{1}{e^\beta - 1} \quad (155)$$

$$\bar{n}_\nu^2 = \frac{e^\beta + 1}{(e^\beta - 1)^2} \quad (156)$$

3.2 Comment varie \bar{n}_ν en fonction de β ? Pour une même source observée, indiquer dans quel domaine de valeurs de β (Radio ou visible) on a $\bar{n}_\nu \gg 1$ ou $\bar{n}_\nu \ll 1$.

3.3 Montrer que l'incertitude sur le nombre de photons $\sigma_\nu^2 = \bar{n}_\nu^2 - \bar{n}_\nu$ peut s'écrire :

$$\sigma_\nu^2 = \bar{n}_\nu(1 + \bar{n}_\nu) \quad (157)$$

3.4 En déduire l'expression du rapport signal sur bruit $\text{SNR} = \bar{n}_\nu / \sigma_\nu$ en fonction de \bar{n}_ν

3.5 Dans quel domaine de valeurs de β a-t-on $\text{SNR} \ll 1$? Quel est alors la statistique qui donne les fluctuations sur le nombre de photons présents ?

3.6 Dans quel domaine a-t-on un $\text{SNR} \approx 1$?

3.7 Dans l'équation (157), quel terme provient de l'aspect corpusculaire de la lumière ? De l'aspect ondulatoire ?

3.8 **Question Subsidaire** : Démontrer les relations données en (154).

36.16 Examen 2012-2013

1- Observations dans la bande L [10]

On considère le résultat de la simulation d'observation dans la bande L présenté sur la figure 115 (instrument ISAAC sur le VLT). Les observations sont réalisées avec modulation (*chopping*) : chaque mesure est obtenue par soustraction d'une image sur la source (A) et d'une image sur une position voisine dans le ciel (B), voir figure 116

On adoptera strictement les notations indiquées sur la figure 115, et on donnera les résultats d'abord sous forme littérale avant de calculer les applications numériques.

1.1 Justifiez le mode d'observation utilisé. La magnitude de fond de ciel (en mag/arcsec²) vous paraît-elle correspondre à un flux de fond de ciel faible ou important ?

1.2 Quel est le temps de pose utilisé ? Quel est le modèle de PSF adopté si le seeing vaut 0.8'' dans le visible ?

1.3 Quel est le bruit statistique du à la source sur le pixel central ?

1.4 A partir des données dont vous disposez (ou que vous estimerez en les justifiant), estimez approximativement le nombre d'électrons obtenus par pixel et par pose dus au fond de ciel. Comparez votre résultats à celui de la simulation et discutez le.

Note : on aura intérêt à calculer les termes suivants :

- Flux de fond de ciel en Jy/arcsec² dans la bande L
- Nombre de photons de fond de ciel par seconde et par arcsec²

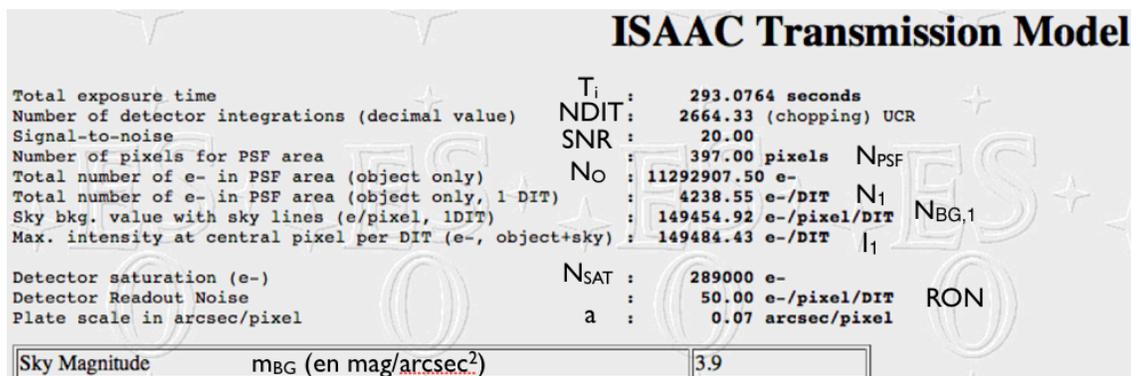


FIGURE 115 – Résultat de simulation d'observations à 3.6 μm avec ISAAC

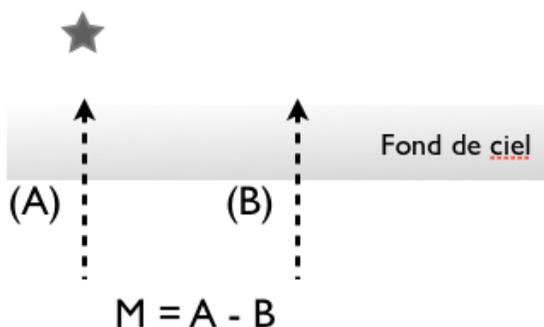


FIGURE 116 – Observations modulées à 3.6 μm avec ISAAC

- Nombre d'électrons reçus par pixel et par DIT.

1.5 En déduire une estimation de la transmission du système.

Dans les résultat de simulation de la figure 115, les données concernent les poses sur la source. Il y a donc autant de poses effectuées sur le ciel, et une mesure M (1 DIT) consiste en une paire de poses soustraites l'une à l'autre : $M = A - B$.

1.6 Si on connaît le SNR(1) d'une mesure, donner le SNR(N) obtenu par co-addition de N mesures.

On cherche d'abord à déterminer le SNR sur la PSF pour une mesure (1 DIT).

1.7 Etablir l'expression du SNR sous la PSF pour 1 DIT : $SNR_{PSF}(1)$. On explicitera bien l'ensemble des termes qu'on souhaite prendre en compte, puis on effectuera des approximations en les justifiant. Pourquoi le courant d'obscurité n'est pas indiqué ? Quel est le terme de bruit dominant ?

1.8 En gardant les mêmes conditions d'observation, déterminer quelle valeur devrait avoir le bruit de lecture RON_{lim} pour qu'il devienne le bruit dominant.

1.9 Montrer que le $SNR_{PSF}(1)$ est de l'ordre de 0.4. Est-ce normal ? Voit-on la source sur les images individuelles ?

1.10 En déduire la valeur de $SNR_{PSF}(2664)$. Conclure sur le résultat donné par la simulation.

1.11 Calculer le $SNR_{PIC}(1)$ (pixel central). En déduire $SNR_{PIC}(2664)$. En supposant que tout le signal de l'étoile est concentré sur le pixel central, déterminer une estimation de la magnitude de l'étoile observée.

1.12 Reprendre le calcul de la magnitude de l'étoile observée dans la simulation en utilisant un modèle plus réaliste de la PSF. Conclusion.

1.13 Indiquer comment obtenir un temps de pose global de 600 secondes. Peut-on augmenter le DIT ? De combien ? Discuter.

1.14 Donner une estimation du SNR atteint avec un temps de pose global de 600 secondes et un DIT de

0.11 secondes.

1.15 On suppose que le seeing double. Quels paramètres varient ? Quels paramètres restent constants ? Que devient N_{PSF} ? Que deviennent N_o et N_1 ?

1.16 Calculer le SNR obtenu sous la PSF pour un seeing de $1.6''$

2- Observations Radio Télescope [2]

On se propose d'observer des flots moléculaires en CO dans des naines brunes. Sur ces objets faibles, le signal radio correspondant est très faible (quelques dizaines de mK). On souhaite atteindre les performances suivantes :

- Sensibilité $3\sigma = 40 \text{ mK}$; - Résolution en vitesse $\Delta V = 0.25 \text{ km.s}^{-1}$.

En utilisant le simulateur de temps de pose de l'IRAM (ETC 30m), on obtient les résultats indiqués sur la figure 117, pour des observations avec le récepteur EMIR à 110 (Receiver e090) et 230 GHz (Receiver e230) respectivement. On prendra en compte les conditions d'observation moyennes uniquement.

IRAM-30m (winter tracked time) for September 13th, 2012 deadline				IRAM-30m (winter tracked time) for September 13th, 2012 deadl			
User-defined parameters:				User-defined parameters:			
Frequency:	110.000 GHz			Frequency:	230.000 GHz		
Wavelength:	2.725 mm			Wavelength:	1.303 mm		
Frequency resolution:	0.092 MHz			Frequency resolution:	0.192 MHz		
Velocity resolution:	0.250 km/s			Velocity resolution:	0.250 km/s		
Spectrometer efficiency:	0.9			Spectrometer efficiency:	0.9		
Spatial resolution:	22.4 arcsec			Spatial resolution:	10.7 arcsec		
Typical elevation:	45.0 deg			Typical elevation:	45.0 deg		
Computed results:				Computed results:			
Receiver:	e090			Receiver:	e230		
Number of polarizations:	2			Number of polarizations:	2		
Number of pixels per pol.:	1			Number of pixels per pol.:	1		
rms noise:	40.000 mK[Ta*]			rms noise:	40.000 mK[Ta*]		
Winter conditions:	Excellent	Good	Average	Winter conditions:	Excellent	Good	Average
Precipitable water:	1.0	2.0	4.0 mm	Precipitable water:	1.0	2.0	4.0 mm
Tsys (mean per pixel):	131.5	137.7	149.7 K[Ta*]	Tsys (mean per pixel):	176.9	211.7	288.4 K[Ta*]
Frequency switching times:				Frequency switching times:			
- On source:	2.6	2.8	3.4 min	- On source:	2.2	3.2	6.0 min
- Telescope:	5.2	5.7	6.7 min	- Telescope:	4.5	6.4	12.0 min
Position/Wobbler switching times:				Position/Wobbler switching times:			
- On source:	2.6	2.8	3.4 min	- On source:	2.2	3.2	6.0 min
- Off source:	2.6	2.8	3.4 min	- Off source:	2.2	3.2	6.0 min
- Telescope:	10.4	11.4	13.5 min	- Telescope:	9.0	12.9	23.9 min

FIGURE 117 – Résultat de simulation d'observations 30m IRAM

2.1 Pourquoi la largeur des canaux spectraux (Frequency resolution) est-elle différente pour e090 et e230 ?

2.2 Pourquoi le temps de télescope (temps total de travail) est-il plus important lorsqu'on travaille en mode "Position switch" qu'en mode "Frequency switch" ?

2.3 Pour les paramètres indiqués par l'ETC (T_{SYS} , temps de pose, etc.), vérifiez qu'on atteint bien la sensibilité requise dans le cas moyen.

2.4 Pourquoi T_{SYS} est-elle plus importante à 230 GHz qu'à 110 ?

3- Bolomètre [7]

Un bolomètre est un dispositif dont la résistance R varie en fonction de sa température T . Quand R varie, on utilise cette variation pour obtenir un signal de sortie en tension par exemple.

Le bolomètre est constitué d'un absorbant (exposé aux photons) et d'une source froide dont la température T_o est maintenue constante (par exemple avec un bain d'hélium liquide, voire figure 118) ; Rq : on a souvent $T_o < 1 \text{ K}$. Chaque photon contribue, quelle que soit sa longueur d'onde, et le domaine de sensibilité du bolomètre est déterminé par un filtre de largeur $\Delta\nu$ centré sur ν_o .

La température T de l'absorbant est déterminée par l'équilibre entre la puissance reçue (photons de la source et du fond + polarisation électrique) et la puissance perdue vers T_o à travers la conductance thermique G

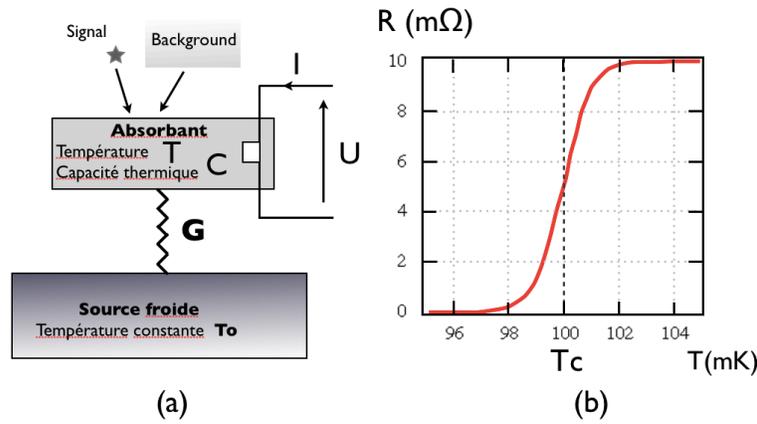


FIGURE 118 – Gauche (a) : Principe du bolomètre ; droite (b) : Bolomètre "TES"

(figure 118 - a). On a ainsi :

$$T = T_o + \frac{P}{G} = T_o + \frac{P_S + P_B + P_P}{G}$$

Où P est la somme des puissances reçues par le bolomètre : P_S est reçue de la source (S_ignal), P_B est reçue du fond (B_ackground) et P_P est apportée par la P_olarisation électrique : $P_P = UI$. Ces trois puissances (en W) contribuent à chauffer le composant légèrement au dessus de T_o .

Une observation typique consiste à mesurer une source faible sur un fond de background important, par exemple une condensation de poussière devant un nuage moléculaire. Si P_B varie, on peut maintenir $T \approx \text{Cst}$ en variant P_P .

3.1 Rappeller l'unité de G .

3.2 En supposant que le background provient d'une émission de corps noir à la température T_{BG} et d'émissivité ϵ , établir l'expression de P_B en supposant que l'instrument observe avec une surface collectrice A dans un angle solide Ω .

3.3 Donnez une estimation des valeurs relatives de P_S, P_B, P_P .

Dans de nombreux cas, la résistance du bolomètre peut s'exprimer à partir d'une loi de puissance. Ainsi, pour un bolomètre à base de semi-conducteur, on a :

$$R = R_{\star} e^{\sqrt{\frac{T_g}{T}}} \quad (158)$$

Où T_g est une température caractéristique du semi-conducteur.

Le taux de variation de la résistance avec T ("figure de mérite") est caractérisé par le paramètre $\alpha = \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT}$. On cherche évidemment à avoir des valeurs de α les plus élevées possible. Pour un bolomètre à semi-conducteur "classique", $\alpha \approx 5 - 10$.

3.4 Montrer que si R a l'expression donnée dans l'équation (158), α s'exprime de façon particulièrement simple en fonction de T .

On considère maintenant un bolomètre à transition brutale (*Transition Edge Sensor, TES*) dont la caractéristique est donnée sur la partie droite de la figure 118. Ce bolomètre est polarisé autour de sa température critique $T_C = 100$ mK.

On suppose que la référence froide est à $T_o = 99$ mK, très proche de T_C .

3.5 Si on suppose que le bolomètre à une capacité thermique $C = 10^{-12}$ J/K et est relié au bain froid par une conductivité thermique $G = 5 \cdot 10^{-12}$ W/K, estimez la puissance de polarisation nécessaire P_P pour le maintenir à T_C en l'absence de rayonnement incident.

3.6 Déterminez la figure de mérite du TES à 98, 99, 100, 101, et 102 mK, et tracez cette réponse. Utiliser pour cela la figure agrandie fournie en fin d'énoncé (à découper et laisser dans la copie si nécessaire).

Comparez au bolomètre classique.

Conséquence sur la nécessité de garder la température du senseur quasi constante $> T_C ? < T_C ?$

3.7 Quelle limite prévoyez vous sur la variation de température $\Delta T = T - T_C$ maximum que le bolomètre peut supporter avant de ne plus détecter de nouveaux photons ?

3.8 En déduire l'énergie maximum E_{\max} d'un photon incident que le bolomètre est capable de détecter. Que se passe t-il si $E > E_{\max}$?

La polarisation du bolomètre peut être établie de 2 façons différentes : à tension U constante ($P_P = U^2/R$) ou à courant I constant ($P_P = RI^2$).

3.9 Si l'éclairement $P_S + P_B$ varie légèrement, montrer que seule la polarisation à tension constante permet de garder la polarisation du bolomètre stable à $T \approx T_C$.

On cherche maintenant à déterminer le type de réponse $T(t)$ du bolomètre lorsqu'il est éclairé par un seul photon d'énergie E .

3.10 En effectuant le bilan des puissances en jeu, montrer que la température du bolomètre obéit à l'équation différentielle suivante :

$$C \frac{dT}{dt} = P - G(T - T_o) + E \delta(t) \quad (159)$$

En particulier, on vérifiera que l'équation (159) est bien homogène en confirmant la dimension de $\delta(t)$ (fonction de Dirac).

On ne cherchera pas à résoudre (159) avec second membre mais on cherche à identifier la forme générale de la réponse $T(t)$.

3.11 Résoudre pour cela l'équation sans second membre (homogène) associée à l'équation (159). Quelle constante de temps fait intervenir la solution trouvée ? Tracer la réponse en température $T(t)$ à l'arrivée d'un photon.

3.12 Si on cherche à ce que le bolomètre puisse détecter et distinguer le plus de photons en séquence possible, conclure sur les valeurs de C et G .

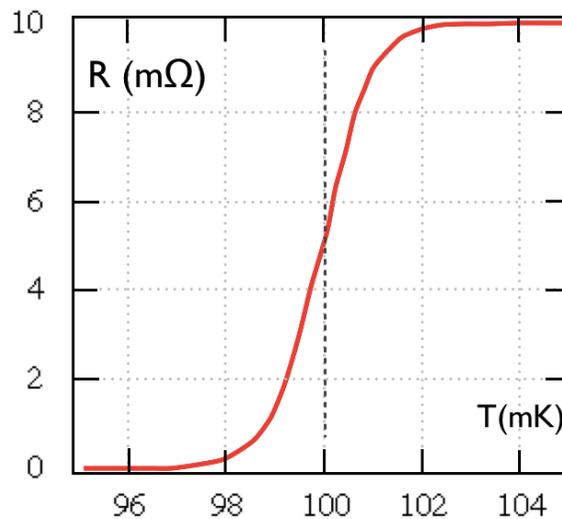


FIGURE 119 – Bolomètre "TES"