

EXAMEN DEA Astrophysique et milieux dilués – Session février 2000

Notes générales : • Les exercices sont indépendants les uns des autres, et à l'intérieur d'un même exercice, les questions peuvent souvent être traitées indépendamment les unes des autres. • Un certain nombre de grandeurs et de constantes physiques sont rappelées explicitement ou par analogie, aucun autre document n'est autorisé • Dans chaque exercice, on s'efforcera de conserver les notations de l'énoncé • On distinguera soigneusement les applications littérales et numériques • Lorsque certaines valeurs numériques manquent, fournir l'estimation qui vous semble la plus plausible.

CONSTANTES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

| | | | |
|-------------|---|---|------------------------------------|
| π | = | 3.1415926 | |
| σ_S | = | $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ | Constante de Stefan |
| k | = | $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ | Constante de Boltzman |
| h | = | $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ | Constante de Planck |
| e | = | $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ | Charge de l'électron |
| c | = | $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ | Vitesse de la lumière dans le vide |
| $1 M_\odot$ | = | $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ | masse solaire |

BANDES PHOTOMÉTRIQUES DU VISIBLE ET DU PROCHE IR

| Bande | B | V | R | I | J | H | K | L | M | N | Q |
|------------------------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|----|------|
| $\lambda_o(\mu m)$ | 0.44 | 0.55 | 0.7 | 0.9 | 1.25 | 1.65 | 2.2 | 3.6 | 4.8 | 10 | 20.2 |
| $\Delta\lambda(\mu m)$ | 0.098 | 0.089 | 0.22 | 0.24 | 0.38 | 0.34 | 0.48 | 0.55 | 0.80 | 5 | 5 |
| Flux ref (Jy) | 4440 | 3810 | 2880 | 2240 | 1520 | 980 | 620 | 280 | 153 | 37 | 10 |

LOI DE KEPLER

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

Vitesse de la terre en orbite autour du soleil : $V_T \approx 30 \text{ km.s}^{-1}$.

RELATION MASSE - TYPE SPECTRAL SUR LA SÉQUENCE PRINCIPALE

| Type | B1 | B2 | B5 | B8 | A0 | A5 | F5 |
|--------------|----|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| $M(M_\odot)$ | 13 | 9.8 | 5.9 | 3.8 | 2.9 | 2 | 1.3 |

LOI DU CORPS NOIR

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

On rappelle que pour une PSF gaussienne de largeur à mi-hauteur ϖ et d'amplitude A , le flux intégré sous la gaussienne est proportionnel au produit $A\varpi^2$.

1 On se propose de déterminer l'écart de magnitude Δm détectable à 1σ à une distance r d'une source brillante de flux intégré F . On supposera pour simplifier que la forme de la PSF est

une gaussienne de $\sigma = \varpi/2$ où ϖ est le seeing. On notera A l'amplitude au pic de la gaussienne principale, M sa magnitude ($M = -2.5 \log F/F_o$), et s la surface d'un pixel.

On pourra suivre le raisonnement suivant :

- Exprimer l'amplitude de la PSF à la distance r du centre.
- En déduire la variance s du bruit de photons en fonction de r
- En déduire le flux détectable à 1σ en fonction de r .
- Calculer la magnitude correspondante.
- Exprimer l'écart de magnitude $\Delta m(r)$ détectable à 1σ .

- Pourquoi trouve t-on que Δm augmente régulièrement avec r ?
- Qu'est-ce qui limite l'augmentation de Δm au bout d'un certain rayon ?

2

On se propose de déterminer où sera placé le premier niveau significatif sur une image d'une source de magnitude m observée dans les conditions suivantes :

- Bande photométrique déterminée par un filtre de largeur $\Delta\lambda$ centré autour de λ_o , et caractérisé par un flux de calibration égal à F_o .
- Télescope de diamètre D . On prendra la transmission du système atmosphère + optique égale à τ .
- Valeur du seeing ϖ ; PSF gaussienne.
- Emission de background de fond de ciel : magnitude m_C par arcseconde au carré.
- Echelle focale sur le détecteur : α arcsec / pixel
- Courant d'obscurité I_D en électrons / seconde
- Temps de pose t en secondes
- Détecteur : bruit de lecture σ_L , rendement quantique η .

- Comment choisirez-vous le "premier niveau significatif" ? Justifiez.
- Comment comparez-vous le bruit "de signal" aux autres bruits ?
- Donner l'expression du premier niveau significatif en fonction des données.
- Quel est le rapport S/N au pic de la PSF ?
- Quel est le S/N sur l'ensemble de la PSF ?

3

On réalise des observations dans la bande N au foyer d'un télescope de diamètre $D = 4$ m et de focale équivalente $f = 100$ m, avec un détecteur possédant des pixels de $18 \mu\text{m}$ de côté (rendement quantique η unité).

- Justifiez l'approximation $\eta = 1$.
- Quelle est l'échelle focale en arcsec / pixel ?
- Quelle est l'étendue de faisceau vue par chaque pixel du CCD ?

Dans la suite de l'exercice, on adoptera la valeur de l'échelle focale de la caméra KIR au foyer de l'optique adaptative PUEO au CFHT : $0.035''/\text{pixel}$.

On suppose que le flux parasite à $10 \mu\text{m}$ ne provient que de l'émission de fond de ciel, considéré comme un corps gris d'émissivité $\epsilon = 0.8$ et de température 250 K.

- Justifiez le choix de ces paramètres pour décrire l'émission atmosphérique et indiquez comment on peut imaginer un montage instrumental qui permette de se placer effectivement dans les conditions supposées.
- Indiquez (et justifiez rapidement) comment varie à votre avis avec le temps l'émissivité ϵ dans le modèle ci-dessus selon les échelles suivantes : seconde, minute, heure, jour, mois.
- Donner une estimation du flux de background (en électron / seconde) vu par chaque pixel du

détecteur.

- En déduire le bruit de lecture en deçà duquel le détecteur pourra être considéré comme parfait.
- Comment varie le flux de background avec le diamètre du télescope ? Avec la résolution angulaire par pixel? Justifiez.
- Montrer que si on observe à la limite de diffraction, le flux parasite ne dépend plus du diamètre du télescope utilisé.
- Pour quel type de sources (ponctuelle / étendue) l'utilisation des très grands télescopes est-elle sans concurrence à 10 microns ?

4 On doit préparer une mesure dans le domaine radio destinée à étudier la cinématique d'un disque circumstellaire autour d'une étoile B7 situé dans le nuage du Taureau (dist : 140 pc). On utilise le radio-télescope de 30 m de l'IRAM dans une bande à 230 GHz.

- Quelle résolution angulaire δ peut-on atteindre dans ces conditions ?
- Si on veut réaliser une carte sans perte d'information, quel espacement angulaire α faut-il choisir entre deux points de mesure sur le ciel ?
- A quelle distance linéaire d cela correspond-il sur la source ?
- Quel écart de vitesse ΔV pourra t-on alors distinguer dans le meilleur des cas, de part et d'autre de l'étoile centrale si le disque est en rotation Képlérienne ?
- Qu'appelle t-on ici le meilleur des cas ?
- En déduire la bande passante B nécessaire d'un canal radio individuel.
- On travaille avec un corrélateur permettant d'obtenir des canaux de 100KHz. Quelle structure en vitesse pourra t-on alors résoudre ?
- A quelle résolution spectrale $R = \nu/\Delta\nu$ travaille alors le radio-télescope ?

On rappelle que le bruit sur une mesure dans le domaine radio s'exprime comme $T_{\text{sys}}/\sqrt{2Bt}$, où B est la bande passante du canal individuel d'analyse, t le temps d'intégration et T_{sys} la température système qui caractérise les performances de l'ensemble récepteur + télescope + atmosphère.

- Si on suppose que la raie observée a une amplitude de 1 K, quelle température système ne pourra t-on pas dépasser afin d'obtenir un rapport signal/bruit supérieur à 10 (au pic de la raie) en 1 mn ?
- La température système s'élève à 600 K. Combien de temps faut-il poser pour atteindre le rapport signal/bruit souhaité ?
- Combien de temps de télescope faudra t-il demander au total pour réaliser une carte de 10×10 points sur le ciel ?

5 On observe une source ponctuelle produisant sur un détecteur un flux total F (en électrons). L'échantillonnage du plan focal est calculé de telle sorte que l'on puisse obtenir des images à la limite de diffraction.

- Donner l'échelle focale en arcsec/pixel pour des observations effectuées à la longueur d'onde λ sur un télescope de diamètre D .

Dans un premier cas, la qualité d'image est limitée par le seeing dans des conditions de turbulence correspondant à $D/r_o = N$ (r_o paramètre de Fried). On note ϖ la largeur à mi-hauteur de la tache de seeing.

- Justifiez rapidement que l'on puisse considérer la forme de la PSF comme une gaussienne de largeur à mi hauteur égale à ϖ .
- Donner la valeur de ϖ en fonction de la limite de diffraction du télescope.

- Indiquer comment varie en fonction de ϖ le rapport signal/bruit par pixel au centre de la PSF lorsqu'on est limité :

par le bruit de lecture σ ?

par le bruit de photons ?

- Que gagne t-on lorsque l'on passe de N à $N/2$?

Quels sont alors selon vous les deux principaux avantages apportés par l'utilisation de l'optique adaptative ?

Si le rapport signal/bruit est égal à 20 sur le pixel central de la PSF, quelle est sa valeur à 5 pixels du centre pour un seeing de $0.9''$?

On considère maintenant une image partiellement corrigée par l'optique adaptative. L'image d'une source ponctuelle est constituée d'un pic (approximation gaussienne) de largeur λ/D superposé à un halo (approximation gaussienne) de largeur λ/r_o (figure 1).

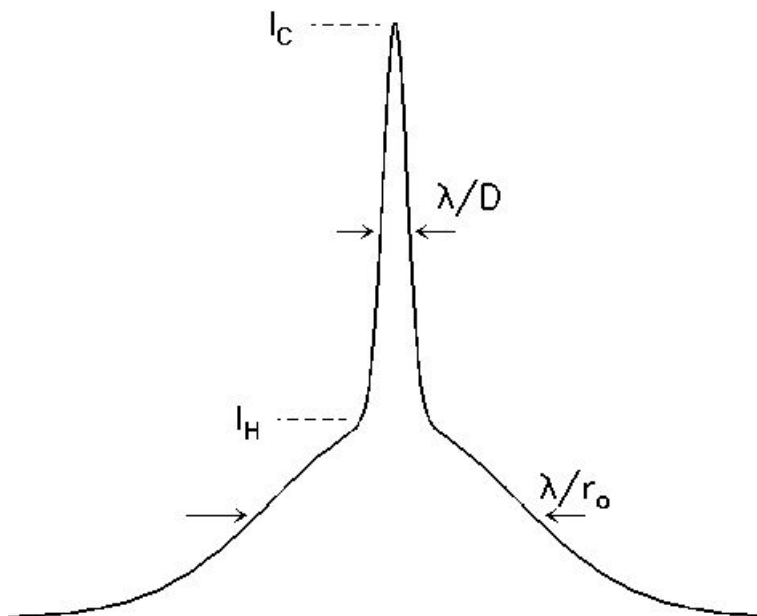


Figure 1: PSF de source ponctuelle partiellement corrigée par l'optique adaptative

On définit le rapport de Strehl Sr comme le rapport entre l'énergie lumineuse contenue dans le pic central sur l'énergie totale (pic central + halo résiduel) ; on définit le contraste C comme le rapport de l'intensité au pic I_C sur l'intensité du Halo I_H .

- Justifiez la définition du contraste ci-dessus.
- Montrez que le contraste peut s'exprimer comme

$$C = \frac{Sr}{1 - Sr} \cdot N^2 \quad (1)$$

- Sur quelle partie du produit dans l'équation (1) l'utilisateur peut-il agir ?
- Dans l'expression (1), le contraste augmente quand les conditions de turbulence se dégradent (N augmente) ; discutez ce résultat ; est-il paradoxal ?