Master-2 Astrophysique - INSTRUMENTATION

Examen 2006 - 2007 30 janvier 2007 Durée 2H30

Polycopié interdit - 1 page de notes A4 recto-verso autorisée - calculatrice autorisée

Il est conseillé de lire le sujet dans son ensemble avant de commencer. Dans un même exercice, les questions sont souvent indépendantes les unes des autres.

π	=	3.1415926					
σ_S	=	$5.67\,10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}	Stefan	1 AU	=	$150\,10^6$ km	Unité Astronomique
k	=	$1.38\,10^{-23}$ J.K^{-1}	Boltzman	1 M$_\odot$	=	$2\,10^{30}$ kg	Masse solaire
h	=	$6.626\,10^{-34}$ J.s	Planck	1 L$_\odot$	=	$3.86\,10^{26}$ W	Luminosité Solaire
e	=	$1.6\,10^{-19}$ C	électron	m$_p$	=	$1.67\,10^{-27}$	kg
c	=	$3\,10^8$ m.s^{-1}	lumière dans le vide	G	=	$6.67\,10^{-11}$	USI
ϵ_o	=	$8.84\,10^{-12}$ F.m^{-1}	Permittivité du vide				

I- Systèmes de magnitudes Vega et AB

Un système de magnitude revient à définir une échelle logarithmique de flux par rapport à un flux de référence. Ce flux de référence peut être constant ou variable avec la longueur d'onde (resp. la fréquence).

• Le système dit "Vega" exprime la magnitude d'un objet de flux F_ν par rapport au flux de l'étoile Vega à la même fréquence :

$$m_\lambda^{\text{Vega}} = -2.5 \log \frac{\int F_\nu \, x_\nu \, d\nu}{\int F_\nu(\text{Vega}) \, x_\nu \, d\nu} \tag{1}$$

où tous les flux sont exprimés en 10^{-3}W.m^{-2}.Hz^{-1} et x_ν est la réponse instrumentale du système de mesure utilisé (télescope + détecteur + filtre). On note m_{λ_o} la magnitude correspondant à un système dont la courbe de réponse est nulle sauf autour d'une bande de largeur $\Delta\lambda$ centrée sur λ.

1) Expliquer pourquoi, en toute rigueur, même si tous les observatoires utilisent des filtres identiques (par exemple correspondant à la magnitude V), fournis par le même constructeur, les mesures de magnitudes d'une même étoile peuvent varier d'un lieu à un autre.

2) Donner un ordre de grandeur des caractéristiques $(\lambda_o, \Delta\lambda)$ du filtre centré sur la bande V.

3) Quelle est la magnitude de l'étoile Vega dans ce filtre V ? Dans tous les filtres du système ?

La figure 1 donne la variation du flux de Vega en Jansky, en fonction de la longueur d'onde.

En pratique et pour toute la suite de l'exercice, on considèrera que sur l'étendue $\Delta\lambda$ de la largeur des filtres utilisés, le flux des objets considérés peut etre pris comme constant.

4) Quelle est la conséquence de cette approximation sur le calcul des magnitudes dans le système vega ?

5) Calculer la magnitude Vega d'une étoile dont le flux est de 1 mJy à 3 μm.

• Le système dit "AB" exprime la magnitude d'un objet de flux F_ν à partir de la relation :

$$m_\lambda^{\text{AB}} = -2.5 \log \frac{\int F_\nu \, x_\nu \, d\nu}{\int x_\nu \, d\nu} - 48.6 \tag{2}$$

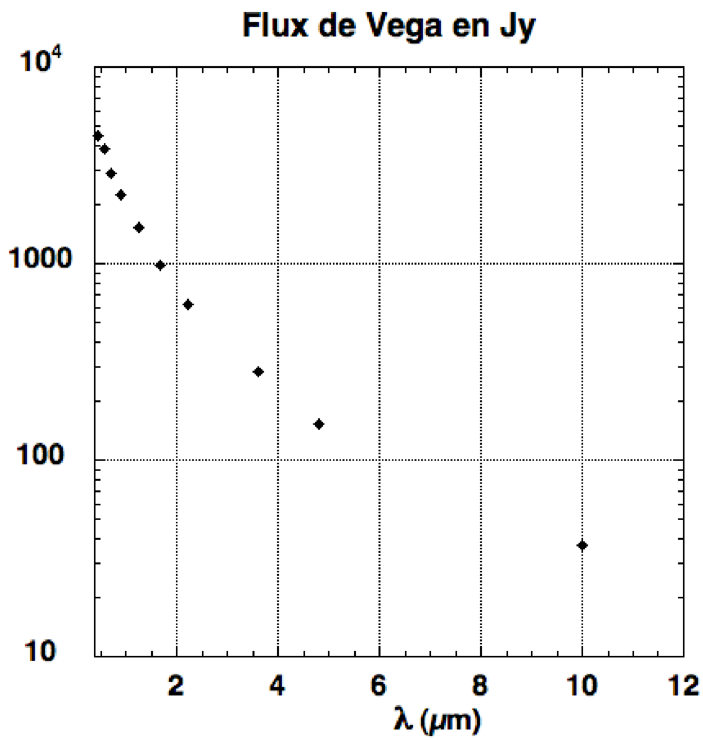

Figure 1: Flux de Vega (Jy) à différentes longueurs d'onde

où le flux est exprimé dans les mêmes unités que pour le système Vega, et la longueur d'onde de calcul de la magnitude est définie par la bande passante du système utilisé.

6 Quelle sera la caractéristique des magnitudes d'une source ayant un flux F_ν constant sur l'ensemble du spectre ?

7) Calculer en Jansky le flux d'une source de magnitude $V^{\mathrm{AB}} = 0$.

8) Calculer la magnitude AB d'une source de magnitude Vega $m = 18$ à 3μm.

9) Calculer la formule de conversion de m_λ^{AB} en $m_\lambda^{\mathrm{Vega}}$.

10 Calculer la magnitude AB de Vega à $3\,\mu$m. Montrer qu'on peut retrouver ce résulat *sans aucun calcul.* Pourquoi ?

11) A quelle longueur d'onde les deux systèmes donnent-ils la même magnitude ?

12) Vega étant une étoile de température effective $T \approx 9500\,$K, conclure sur l'unicité de la longueur d'onde à laquelle les deux systèmes donnent la même magnitude.

II- Magnitude de fond de ciel et magnitude limite

On cherche à établir une relation entre la brillance de fond de ciel exprimée en magnitude m par arcsec^2 dans une bande donnée de l'infrarouge et la magnitude limite correspondante.
Pour les calculs, on considèrera que la bande concernée est centrée sur la longueur d'onde λ, de largeur $\Delta\lambda$ et de flux de référence F_o. On cherche la magnitude limite atteinte pour une PSF de FWHM $\varpi = 1\,$arcsec.

1) Exprimer le nombre N_B de photons de fond de ciel (par seconde, par m^2 et par Hz) correspondants à m.

2) Si la transparence totale du système est τ, la surface collectrice S et le rendement quantique η, calculer le nombre d'électrons N_e reçus sous la PSF pendant le temps de pose t.

3) Pouvez-vous choisir t librement ? Justifiez.

4) Donner la relation liant l'échelle focale α en arcsec/pixel, le bruit de lecture σ_L par pixel et N_e pour pouvoir considérer que la mesure est limitée par le bruit statistique de fond de ciel. On considèrera que la PSF s'étend sur un diamètre égal à deux fois ϖ.

5) Calculer alors le bruit σ sous la PSF.

6) En déduire la magnitude limite $m_{\rm lim}$ atteinte pendant t. Simplifier son expression pour relier $m_{\rm lim}$ à m par une relation du type $m_{\rm lim} = A.m + B$. Montrer que $A = 1/2$. Est-ce normal ?

7) Quelle magnitude limite atteint-on en $t' = t/2$? En $t' = t/10$?

8) Pour quel temps de pose $t_{\rm lim}$ le bruit total devient-il limité par le bruit de lecture ?

III- Bruit de lecture et Détectivité.

On considère un CCD ayant des pixels de $10\,\mu$m de coté et un bruit de lecture σ. On donne également : le rendement quantique η, la fréquence centrale du filtre utilisé ν_o, sa bande passante $\Delta\nu$ et le temps de pose t.

1) Calculer le NEP des mesures ainsi effectuées par ce CCD.

2) En déduire la détectivité correspondante D en W^{-1}.

3) Calculer enfin la détectivité réduite $D^\star$ de ce détecteur en cm.Hz$^{1/2}$/W.

4) Application numérique pour $\sigma = 5\,$e et $t = 60\,$s dans la bande R

Table 1: Bandes photométriques standards et flux de références

Bande	λ_o (μm)	$\Delta\lambda$ (μm)	$\Delta\nu$ (THz)	ν_o (THz)	$h\nu_o$ (10^{-20} J)	F_ν (Jy) / m$_\lambda = 0$
R	0.70	0.089	54.49	430	26.83	2880
I	0.90	0.22	81.48	330	20.87	2240
J	1.25	0.24	46.08	240	15.02	1520
H	1.65	0.38	41.87	180	11.38	980
K	2.20	0.34	21.07	136	8.54	620
L	3.60	0.48	11.1	86	5.22	280
M	4.80	0.55	7.16	63	3.91	153

IV- Polarisation et incertitude

Plusieurs méthodes sont utilisables pour mesurer la polarisation d'un rayonnement incident. L'une d'entre elle consiste à mesurer l'intensité transmise à travers un polariseur linéaire que l'on place à différente positions angulaires sur le ciel.

En pratique on mesure 3 intensités reçues avec le polariseur placé à 0, 60 et 120^o. Ces 3 intensités sont nommées I_1, I_2 et I_3. On en déduit le degré de polarisation P et l'orientation de la polarisation θ à partir de deux paramètres Q et U et de l'intensité totale I_T :

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{4}{3}I_1 - \frac{2}{3}(I_2 + I_3) && (3)\\
U &= \sqrt{\frac{4}{3}}(I_2 - I_3) && (4)\\
I_T &= \frac{2}{3}(I_1 + I_2 + I_3) && (5)\\
P &= \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I_T} && (6)\\
\theta &= \frac{1}{2}\mathrm{arctg}(\frac{U}{Q}) && (7)
\end{aligned}
$$

On suppose que la source d'incertitude dominante est l'incertitude statistique sur le signal : $\sigma = \sqrt{I}$ et on calcule la propagation des erreurs à partir de l'expression quadratique de l'erreur sur une fonction de plusieurs variables :

$$\sigma^2[f(x,y)] = \sigma_x^2\,[\frac{\partial f}{\partial x}]^2 + \sigma_y^2\,[\frac{\partial f}{\partial y}]^2$$

1) Calculer les incertitudes σ_Q, σ_U et σ_{I_T} en fonction de I_1, I_2, I_3.

2) Calculer de même σ_P et σ_θ en fonction des incertitudes σ sur Q, U, I_T.

3) Etablir la relation entre I_1, I_2 et I_3 permettant d'avoir $\sigma_Q = \sigma_U = \sigma$.

4) En négligeant alors $\frac{\sigma^2_{I_T}}{I_T^2}$ devant $\frac{\sigma^2}{(Q^2+U^2)}$, montrer qu'on peut alors écrire $\sigma_\theta^2 = \frac{1}{4}\frac{\sigma_P^2}{P^2}$.

5) Justifiez l'approximation adoptée à la question 4).

6) On mesure une polarisation $P = 2\%, \theta = 30^o$ à 10% près ($\Delta P/P = 0.1$). Dessiner la boite d'erreur du vecteur polarisation mesuré.