

ASTROPHYSIQUE INSTRUMENTALE
Examen 2010-2011 Session Janvier 2011

SANS DOCUMENTS - UNE PAGE A4 RECTO-VERSO AUTORISEE - DUREE 2H30 HEURES

Les différents exercices sont indépendants. A l'intérieur d'une partie donnée, les questions peuvent la plupart du temps être traitées indépendamment. Il est conseillé de lire le sujet en entier, même rapidement, avant de démarrer.

PRESENTATION NOTEE SUR 1 POINT. le bareme est indiqué.

CONSTANTES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

σ_S	=	$5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$	Constante de Stefan
h	=	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$	Constante de Planck
e	=	$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	Charge de l'électron
c	=	$3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$	Vitesse de la lumière dans le vide
k	=	$1.38 \cdot 10^{-23}$	Constante de Planck

1- Quelques réflexions sur la détection en radio-astronomie [12]

Le domaine de la radio astronomie commence quelque part dans le sub-millimétrique et s'étend jusqu'à des ondes supérieures au mètre. Pour préciser dans quel domaine de longueur d'onde et de conditions physique on commence à parler de radio-astronomie, une approche consiste à considérer la statistique du corps noir (considéré comme un gaz de photons). Lorsqu'on calcule les moyennes du nombre de photons n_ν de fréquence ν dans un corps noir de température T et du carré n_ν^2 de ce nombre, on obtient :

$$\langle n_\nu \rangle = \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}}$$

$$\langle n_\nu^2 \rangle = \frac{e^{-h\nu/kT}(1 + e^{-h\nu/kT})}{(1 - e^{-h\nu/kT})^2}$$

1.1 A partir des équations ci-dessus, calculer la variance σ_ν^2 sur le nombre de photons présents. Exprimer cette variance comme

$$\sigma_\nu^2 = \langle n_\nu \rangle [1 + f(h\nu/kT)]$$

et montrer que pour $h\nu \gg kT$, on retrouve la statistique de Poisson (bruit dominé par les effets quantiques).

Le domaine de la radio-astronomie est celui où l'on travaille dans des conditions telles que $h\nu \ll kT$, et où le bruit est dominé par les effets thermiques et non plus quantiques.

On s'intéresse maintenant au signal capté par une antenne de diamètre D braquée sur une source étendue considérée comme un corps noir de Température T .

1.2 L'antenne travaille à la limite de résolution. En adoptant le critère de Rayleigh pour définir la limite de résolution d'une pupille de diamètre D observant à la longueur d'onde λ , montrer que l'étendue de faisceau de l'antenne est

$$S \Omega \approx \lambda^2$$

1.3 Si l'antenne observe le corps noir avec l'efficacité η (coefficient qui tient compte de la transmission du signal, de la forme et du coefficient de réflexion de l'antenne, etc.), montrer que la puissance recueillie par intervalle de fréquence peut s'écrire :

$$\frac{dP_\nu}{d\nu} = \eta B_\nu(T) \lambda^2$$

1.4 Puisqu'on observe dans le domaine thermique, on peut utiliser l'approximation de Rayleigh-Jeans. Montrer qu'alors la puissance reçue peut s'écrire :

$$\frac{dP_\nu}{d\nu} = 2\eta kT$$

On obtient alors une mesure du signal sous forme proportionnelle à une température qui est indépendante des propriétés (et défauts !) du système. Tous les signaux mesurés en radio-astronomie seront dorénavant exprimés sous forme de température (mesurés en Kelvin), y compris le bruit qui caractérise le système (T_{SYS}). A chaque signal T s'ajoute en effet un terme de bruit et on mesure $T + T_{SYS}$.

On mesure T_{SYS} en observant des sources considérées comme des corps noirs de température bien déterminée. En pratique on utilise la température ambiante ($T_1 = 300 K$) et la température de l'azote liquide ($T_2 = 77 K$) et on mesure :

$$\begin{aligned} T'_1 &= T_1 + T_{SYS} \\ T'_2 &= T_2 + T_{SYS} \end{aligned}$$

1.5 Montrer qu'à partir du rapport $\beta = T'_1/T'_2$, on obtient directement T_{SYS} . Calculer T_{SYS} obtenue pour $\beta = 2$.

La détection aux radio-fréquences commence par la conversion du champ électrique incident $E = E_o e^{\omega t}$ en une tension $V = V_o e^{\omega t}$, avec $V_o \propto E_o$. On superpose ensuite cette tension V à une tension V_1 issue d'un oscillateur local à la pulsation ω_1 . On applique ensuite cette tension somme $V' = V + V_1$ à un élément non linéaire (une diode), dont la réponse est $I = I_o e^{V'/v}$.

1.6 A partir du développement limité au 2e ordre de la fonction $\exp(x)$ ($1 + x + x^2/2$), montrer que le courant I obtenu en sortie contient des termes oscillants en $(\omega - \omega_1)$ et $\omega + \omega_1$. Sur quel terme de fréquence va-t-on ensuite travailler ? Que devient l'autre ?

Une fois la détection de T effectuée, le rapport signal sur bruit obtenu peut s'écrire :

$$SNR = \frac{T}{T_{SYS}} \sqrt{\Delta\nu \Delta t}$$

Où $\Delta\nu$ et Δt sont respectivement la bande passante du système de détection et le temps de pose utilisé.

1.7 Pour $T_{SYS} = 120 K$, calculer le temps de pose nécessaire pour détecter un signal $T = 0.1 K$ si on utilise des canaux de fréquence de 200 kHz de bande passante.

En pratique, du fait de l'émission de fond de ciel, on est amené à observer alternativement la position de la source et une position voisine pour mesurer et soustraire le fond de ciel.

1.8 Dans ces conditions, donner une estimation du temps total nécessaire en pratique pour atteindre la précision souhaitée.

On considère les données de la figure 1 extraites de Ceccarelli et al., 2005, ApJ 631, L81, qui concernent la détection de l'eau deutérée dans le disque protostellaire de DM Tau, avec le James Clerk Maxwell Telescope (JCMT) sur l'île d'Hawaii en 2005, en 5 heures de temps de pose. L'abscisse est indiquée en vitesse en convertissant ν en V par l'intermédiaire de l'effet Doppler par rapport à la fréquence de 464 GHz.

1.9 A partir de la figure 1, donner une estimation du bruit de mesure en K. En déduire le rapport signal à bruit obtenu sur la raie de HDO détectée à 464.9 GHz.

1.10 Donner une estimation de la largeur des canaux spectraux utilisés en km.s^{-1} . En déduire la bande passante (en kHz) de chaque canal.

1.11 Montrer que cette estimation est cohérente avec les fréquences respectives mesurées en laboratoire, des raies de HDO (464.9245 GHz) et C₆H (464.9172 GHz).

1.12 A partir des données données ou mesurées ci-dessus, donner une estimation de la température de bruit du système utilisé au JCMT à 464 GHz. Commentez à partir de la figure 2.

1.13 Questions subsidiaire : En supposant que :

- les observations de DM Tau ci-dessus ont été effectuées au zenith,

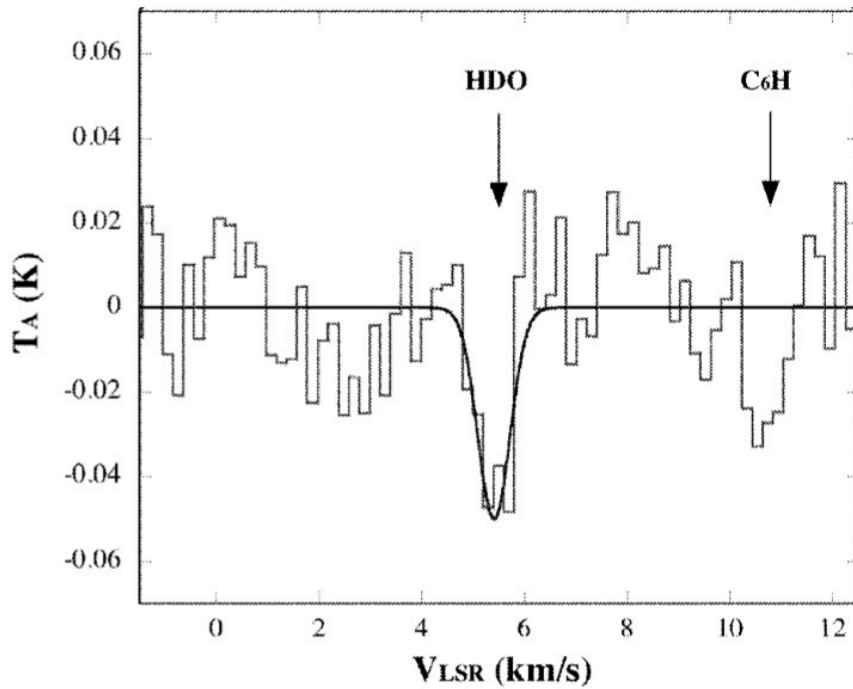


Figure 1: Détection de HDO dans DM Tau (d'après Ceccarelli et al., 2005)

- la température système totale est dominée par l'émission parasite de fond de ciel,
- Estimez le temps nécessaire pour atteindre la même sensibilité si on pointe à 30 degré d'angle zénithal.

2- Performances CCD [7]

On s'intéresse aux performances du CCD de la marque e2V dont les caractéristiques sont portées dans la figure 3. Les mesures de bruit de lecture sont données par pixel. On suppose qu'il y a 4 ports de lecture (4 sorties simultanées).

2.1 Quel temps de lecture par image est-on obligé d'adopter si on veut se limiter à un bruit de 2 e ? Est-ce que le bruit de lecture est blanc ?

On suppose qu'on utilise ce détecteur sur le VLT (diamètre 8 m) dans des conditions similaires à celle de l'instrument FORS : $0.25''/\text{pixel}$, avec le filtre R de cet instrument : ($\lambda_o = 0.66 \mu\text{m}$, $\Delta\lambda = 0.17 \mu\text{m}$, flux de référence des magnitudes dans la bande R $\approx 2900 \text{ Jy}$).

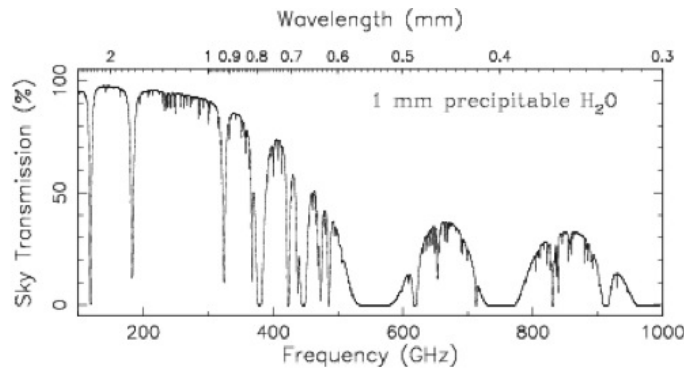


Figure 2: Transparence atmosphérique à l'altitude du JCMT

Typical Camera Performance 231-84 CCD

Read noise 100kHz	2.1e-
Read noise 344kHz	2.7e-
Read noise 709kHz	5.3e-
Read noise 1.5MHz	9.7e-
Dark current -90°C	0.0003e-/pixel/s
Full well	320ke-
Linearity	<1%, 400e- to 300ke-
CCD size	61.4mm x 61.4mm
CCD pixel size	15µm
CCD pixel dimension	4096(H) x 4112(V)

Typical QE at -100°C, Deep depletion devices

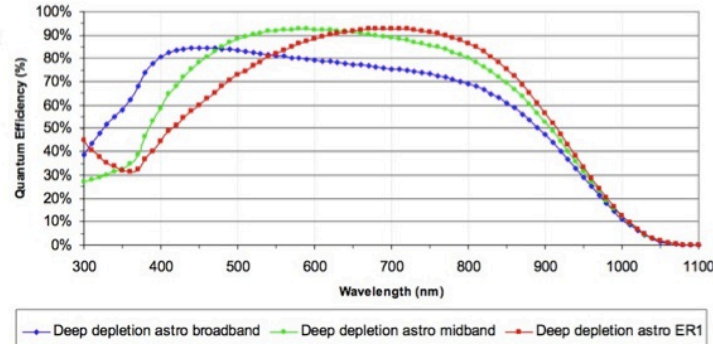


Figure 3: Caractéristiques du CCD e2V

2.2 Quelle est la distance focale équivalente f_e vue par le détecteur ? Quel seeing minimum pourra t-on échantillonner ?

Dans la suite des calculs, on suppose que le seeing vaut $\varpi = 0.8''$.

2.3 Pour étudier l'influence du fond de ciel, on utilise des données publiées par Patat, 2003, A&A 400, 1183 et on suppose que la brillance du fond de ciel dans la bande R peut monter jusqu'à 20.8 magnitudes par arcsec². Calculer le nombre de photons correspondants obtenus par seconde et par pixel dans le cas du montage optique précédent. En utilisant des paramètres raisonnables, estimer le temps de pose maximum imposé par la saturation due au fond de ciel. Est-ce une limitation pour les observations ?

2.4 En considérant que la tache de seeing (PSF) est une gaussienne d'extension maximum circulaire de rayon égal au seeing, calculer la magnitude en R d'une source ponctuelle qui donnerait sous la PSF le même nombre de photons que le fond de ciel.

2.5 On se propose d'estimer la sensibilité atteinte en 5 mn de temps de pose. Donner l'expression du rapport signal à bruit (SNR) obtenu sous la PSF pour une source de magnitude R_o , en indiquant toutes les sources de bruit. Estimez R_o pour $SNR = 3$.

2.6 Dans les conditions d'observations prises en compte, si vous deviez augmenter la sensibilité des observations, feriez-vous le choix de co-additionner plusieurs poses de 5 mn ou d'augmenter le temps de pose individuel ? Justifiez.

2.7 Estimez la magnitude de la source la plus brillante observable en 5 mn de pose. Quel rapport signal sur bruit obtiendra t-on sur cette source ? En déduire la dynamique du détecteur.

2.8 Question subsidiaire : Comment pourrait-on augmenter le rapport signal sur bruit sur cette source brillante ?