

ASTROPHYSIQUE INSTRUMENTALE Examen 2011-2012

Session Janvier 2012

SANS DOCUMENTS - UNE PAGE A4 RECTO-VERSO AUTORISEE - DUREE 2H30

Les différents exercices sont indépendants. A l'intérieur d'une partie donnée, les questions peuvent la plupart du temps être traitées indépendamment. Il est conseillé de parcourir le sujet en entier, même rapidement, avant de démarrer.

PRESENTATION NOTEE SUR 1 POINT. Un bareme indicatif est mentionné.

CONSTANTES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

| | | | | | |
|--------------|---|--------------------|--------------|----------------------------------|------------------------------|
| π | = 3.1415926 | | $M_o(\odot)$ | = 4.82 | Mag absolue (\odot) en V |
| σ_S | = $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ | Const. Stefan | 1 AU | = $150 \cdot 10^6 \text{ km}$ | Unité Astronomique |
| k | = $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ | Const. Boltzman | 1 M_\odot | = $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ | Masse solaire |
| h | = $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ | Const. Planck | 1 L_\odot | = $3.86 \cdot 10^{26} \text{ W}$ | L Solaire |
| e | = $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ | Charge électron | 1 R_\odot | = $7 \cdot 10^8 \text{ m}$ | R Solaire |
| c | = $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ | vitesse lumière | 1 pc | = $3.1 \cdot 10^{16} \text{ m}$ | parsec |
| ϵ_o | = $8.84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ | Permittivité vide | 1 an (moyen) | = $3.16 \cdot 10^7 \text{ s}$ | année moyenne |
| G | = $6.7 \cdot 10^{-11} \text{ J.m.kg}^{-2}$ | Const. Gravitation | 1 AL | = $9.5 \cdot 10^{15} \text{ m}$ | Année Lumière |
| m_p | = $1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ | Masse proton | T_\odot | = 6000 K | T surface soleil |

- Filtre V : $\Delta\nu \approx 10^{14} \text{ Hz}$; $h\nu_o \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $F_o \approx 4000 \text{ Jy}$.
- Filtre L : $\Delta\nu \approx 10^{13} \text{ Hz}$; $h\nu_o \approx 5 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; $F_o \approx 300 \text{ Jy}$

1- VISIBLE [8]

On considère l'observation d'un transit exoplanétaire devant une étoile de type solaire située à 10 pc. On se place dans le cas où le transit est vu dans le plan équatorial (étoile, planète et Terre sont alignés). La planète est supposée de la taille de la Terre ($R \approx R_\odot/100$) et en orbite à 0.1 AU de son étoile centrale.

1.1 Montrer que la planète tourne à une vitesse proche de 100 km.s^{-1} sur son orbite.

1.2 Montrer que le temps de transit vu de la Terre dure environ 4 heures.

1.3 Estimer la profondeur du transit, en flux puis en différence de magnitude (en milli-magnitude mmag).

- Montrer qu'au premier ordre, la différence de magnitude est de l'ordre de 0.1 mmag et ne dépend pas de la magnitude de l'étoile.

1.4 Est-ce que la profondeur du transit peut dépendre de la longueur d'onde ? Expliquer.

On observe l'étoile avec un télescope de 40 cm de diamètre, dans la bande V, avec un CCD 1024×1024 . Le système a une efficacité $\tau = 20\%$ (optique + rendement quantique).

1.5 Estimez le nombre d'électrons détectés par seconde sur le CCD et montrer qu'il s'agit de $\phi \approx 10^7 \text{ e/s}$.

Le CCD a une capacité de stockage de $N_{STK} = 10^5 \text{ e/pixel}$. Pour des raisons de linéarité, on doit travailler à $1/3$ de la dynamique et ne pas dépasser un nombre $\delta = N_{STK}/3$ d'électrons par pixel. Pour cela on adapte l'échelle focale (en arcsec / pixel) pour étaler l'image stellaire sur le CCD d'une manière que l'on considèrera comme uniforme (image stellaire == disque).

1.6 Pourquoi est-on obligé d'étaler la tache de l'image stellaire ?

1.7 Pour un temps de pose de T seconde, exprimer :

- Le nombre N total d'électrons obtenus dans le CCD
- le nombre n de pixels sur lesquels il faut étaler l'image de l'étoile.

Le bruit de lecture du CCD est $\sigma = 15$ électrons.

1.8 En ne prenant en compte que le bruit statistique de signal et le bruit de lecture, montrer que le SNR sur une mesure peut s'exprimer comme :

$$\text{SNR}(T) = \frac{\sqrt{\phi T}}{\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\delta}}}$$

1.9 Quel bruit de lecture ne faut-il pas dépasser pour pouvoir approximer le SNR à $\sqrt{\phi T}$? Est-on dans ce cas ?

1.10 Quel temps de pose minimum T_3 faut-il choisir pour détecter chaque point de mesure du transit à 3σ ?

1.11 En pratique, quel paramètre empêche d'obtenir un SNR arbitrairement grand ?

On choisit d'effectuer des mesures avec une minute de pose. Le temps de lecture du CCD et de stockage des données est estimé à une minute également.

1.12 Quel SNR obtient-on par point ? A combien de σ détecte t-on chaque point de transit ?

1.13 Estimez le nombre de mesures que l'on va pouvoir effectuer durant le transit. Conclure sur la précision que l'on peut atteindre dans la détermination du rayon de la planète par estimation de la profondeur du transit. Peut-on relâcher la contrainte sur le SNR par point ?

2- INFRAROUGE [6]

On donne les résultats d'une simulation de l'instrument ISAAC (spectro imageur infrarouge sur le VLT) utilisé pour réaliser l'image d'une source de magnitude 13 dans la bande L ($3.8 \mu\text{m}$) avec un rapport signal/Bruit (SNR) égal à 20. La mesure est faite en mode "chopping", c'est à dire que chaque pose (1 DIT) est obtenue par soustraction du signal de fond de ciel mesuré sur une position voisine du ciel. Le calcul est effectué pour un seeing annoncé égal à 0.8 arcsec .

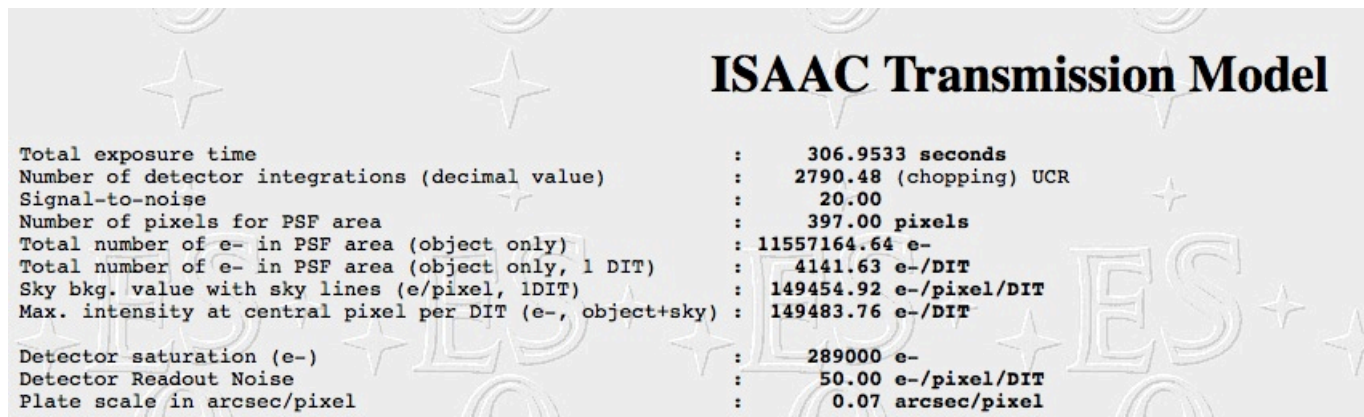


Figure 1: Résultat de simulation ISAAC

2.1 A partir des informations résumées dans la figure 1, exprimer le SNR sur une pose (1 DIT).

2.2 Quel est le terme de bruit dominant ? Cela vous semble t-il normal ? Pourquoi peut-on se passer de l'information sur le courant d'obscurité ?

2.3 Le signal de l'étoile étant obtenu par soustraction du fond de ciel, en déduire le nombre de poses qu'il faut co-additionner pour obtenir le SNR=20 souhaité.

2.4 Comparer avec le nombre de poses affiché dans la simulation. Conclusion.

2.5 Donner la valeur du temps de pose. Est-il bien choisi ?

2.6 Rappeler comment varie le seeing avec la longueur d'onde. Le seeing indiqué est-il donné dans le visible ou dans la bande L ? Expliquer comment est obtenu à votre avis le nombre de pixels sous la PSF.

2.7 Calculer le SNR sur le pixel central par pose.

2.8 **Question Subsidaire :** Pour une magnitude de fond de ciel $m_B = 4 \text{ mag/arcsec}^2$, estimer le signal parasite reçu par le détecteur ISAAC et commenter le modèle de l'ESO.

3- RADIO [5]

La statistique du corps noir permet de calculer le nombre de photons moyen dans l'état $h\nu$, à l'aide des sommes suivantes (avec $\beta = h\nu/kT$) :

$$\bar{n}_\nu = \frac{\sum_0^\infty p e^{-p\beta}}{\sum_0^\infty e^{-p\beta}} \quad ; \quad \bar{n}_\nu^2 = \frac{\sum_0^\infty p^2 e^{-p\beta}}{\sum_0^\infty e^{-p\beta}}$$

3.1 A partir des séries :

$$\sum_0^\infty e^{-p\beta} = \frac{1}{(1 - e^{-\beta})} \quad ; \quad \sum_0^\infty p e^{-p\beta} = \frac{e^{-\beta}}{(1 - e^{-\beta})^2} \quad ; \quad \sum_0^\infty p^2 e^{-p\beta} = \frac{e^{-\beta} (1 + e^{-\beta})}{(1 - e^{-\beta})^3} \quad (1)$$

Montrer qu'on obtient :

$$\bar{n}_\nu = \frac{1}{e^\beta - 1} \quad (2)$$

$$\bar{n}_\nu^2 = \frac{e^\beta + 1}{(e^\beta - 1)^2} \quad (3)$$

3.2 Comment varie \bar{n}_ν en fonction de β ? Pour une même source observée, indiquer dans quel domaine de valeurs de β (Radio ou visible) on a $\bar{n}_\nu \gg 1$ ou $\bar{n}_\nu \ll 1$.

3.3 Montrer que l'incertitude sur le nombre de photons $\sigma_\nu^2 = \bar{n}_\nu^2 - \bar{n}_\nu$ peut s'écrire :

$$\sigma_\nu^2 = \bar{n}_\nu(1 + \bar{n}_\nu) \quad (4)$$

3.4 En déduire l'expression du rapport signal sur bruit $\text{SNR} = \bar{n}_\nu/\sigma_\nu$ en fonction de \bar{n}_ν

3.5 Dans quel domaine de valeurs de β a-t-on $\text{SNR} \ll 1$? Quel est alors la statistique qui donne les fluctuations sur le nombre de photons présents ?

3.6 Dans quel domaine a-t-on un $\text{SNR} \approx 1$?

3.7 Dans l'équation (4), quel terme provient de l'aspect corpusculaire de la lumière ? De l'aspect ondulatoire ?

3.8 **Question Subsidaire :** Démontrer les relations données en (1).