Guide de correction TD 6

JL Monin

nov 2004

Choix du point de polarisation

1- On décrit un montage Emetteur commun à résistance d'emetteur découplée, c'est à dire avec un condensateur en parallèle sur R_E. La condition d'un découplage efficace est qu'à la fréquence du signal utilisé, l'impédance $1/C\omega = 1/2\pi f C$ du condensateur soit négligeable ($< 1/10$) de la résistance R_E (soit $C > 1.6\,\mu$F pour $R_E = 1\,k\Omega$ et f=1 kHz par exemple).

La droite de charge statique a pour pente $-1/(R_C + R_E)$ tandis que la droite de charge dynamique (celle qui sera parcourue par le petit signal) a pour pente (plus forte) $-1/(R_C//R_u) = 1/R_L$, dans le diagramme v_CE, i_C. La droite de charge dynamique coupe donc l'axe i_C plus haut, pour $I_{CC} > E/(R_C + R_E)$, et l'axe v_{CE} moins loin que E. Les deux droites se coupent au point de polarisation (V_{CE0} , I_{C0}).

équation de la droite statique :

$$i_C = \frac{E}{R_C + R_E} - \frac{v_{CE}}{R_C + R_E}$$

équation de la droite dynamique :

$$i_C = I_{CC} - \frac{v_{CE}}{R_L}$$

où $R_L = R_C R_u/(R_C + R_u)$; la droite passe par I_{CC} (ordonnée à l'origine) et a pour pente $1/R_L$. Pour $i_C = 0$, on trouve $I_{CC} = V_{CC}/R_L$.

2- Le point de polarisation est choisi **au milieu de la droite dynamique**, autrement dit, on a :

$$V_{CE0} = \frac{V_{CC}}{2} \quad ; \quad I_{C0} = \frac{I_{CC}}{2} = \frac{V_{CC}}{2R_L}$$

On trouve V_{CC} en fonction de E et des résistances du montage en écrivant que le point de polarisation est à l'intersection des 2 droites de charge, c'est à dire que l'on utilise les égalités ci-dessus en les injectant dans l'équation de la droite statique :

$$I_{C0} = \frac{E}{R_C + R_E} - \frac{V_{C0}}{R_C + R_E}$$

$$\frac{V_{CC}}{2R_L} = \frac{E}{R_C + R_E} - \frac{V_{CC}}{2(R_C + R_E)}$$

d'où on tire :

$$V_{CC}[\frac{1}{2R_L} + \frac{1}{2(R_C + R_E)}] = \frac{E}{R_C + R_E}$$

$$V_{CC}[\frac{R_C+R_E+R_L}{R_L(R_C+R_E)}]=\frac{2E}{R_C+R_E}$$

et, en simplifiant par R_C+R_E :

$$V_{CC}=2E\frac{R_L}{R_C+R_E+R_L}$$

3- On remplace R_L par $R_CR_u/(R_C+R_u)$ et on fait apparaitre R_C/R_u et R_E/R_C en divisant au numérateur et au dénominateur :

$$\begin{aligned} VCC &= 2E\frac{\frac{R_CR_u}{R_C+R_u}}{R_C+R_E+\frac{R_CR_u}{R_C+R_u}} \\ &= 2E\frac{\frac{R_C}{1+R_C/R_u}}{R_C+R_E+\frac{R_C}{1+R_C/R_u}} \\ &= 2E\frac{\frac{1}{1+R_C/R_u}}{1+R_E/R_C+\frac{1}{1+R_C/R_u}} \end{aligned}$$

Si $R_u\to\infty$ (circuit non chargé, ou par un étage suivant à très haute impédance), on obtient :

$$V_{CC}=\frac{2E}{2+R_E/R_C}$$

La dynamique de sortie V_{CC} varie de E à 0 lorsque R_E varie de 0 (court-circuit) à l'infini (circuit ouvert).

Si $R_u=R_C$ (circuit "raisonnablement" chargé, par une impédance égale à l'impédance de sortie du montage), on obtient :

$$V_{CC}=\frac{E}{3/2+R_E/R_C}$$

La dynamique de sortie V_{CC} varie de 3E/2 à 0 lorsque R_E varie de 0 (court-circuit) à l'infini (circuit ouvert).

La dynamique de sortie est déterminée par l'excursion de tension v_{CE} ($=v_C$, puisque R_E est découplée) autour du point de polarisation. Elle est d'autant plus grande que la pente de la droite dynamique est faible. A la limite, si $R_u=0$, on obtient $V_{CC}=0$, la droite de charge dynamique est verticale et l'excursion de tension en sortie est nulle (même avec un point de polarisation en plein milieu du graphe des caractéristiques !). Si $R_u\to\infty$ (sortie non chargée), la dynamique maximum est égale à E. Si le circuit est chargé par un étage suivant réaliste, la dynamique de sortie est $\leq E$.

3- Dans l'idéal, il faudrait avoir $R_E=0$ pour avoir la dynamique maximum ; R_E est utilisée pour des raisons de stabilité du point de polarisation (contre réaction d'émetteur).

Si on tient compte de la saturation et du blocage, cela réduit la dynamique de sortie. Le signal est surtout déformé du coté saturation (si V_{CEsat} est important).

Quant au gain de l'amplificateur à émetteur commun avec résistance d'émetteur découplée, il est égal à :

$$A_V=-\beta\frac{R_C}{h_{11}}$$

Polarisation de deux étages NB. Dans tout l'exercice, les deux transistors sont supposés avoir le même gain en courant $h_{12} = \beta = 200$.

Si les courants de base sont négligeables, on a sur la base de Q_1 :

$$V_{B1} = \frac{R_1}{R_1 + R_0} V_{CC} = 3.54\,V$$

Alors $V_{E1} = V_{B1} - V_{BE1} = 3.54 - 0.7 = 2.84\,V$ et on a : $I_{C1} \simeq I_{E1} = V_{E1}/R_3 = 2.84V/270\Omega = 6\,\mathrm{mA}$.

On vérifie que $I_{B1} = I_{C1}/\beta_1 = 6\,10^{-3}/200 = 30\,\mu\mathrm{A}$, est négligeable devant le courant dans R_0 et R_1 : $I_{P1} = V_{CC}/(R_0 + R_1) = 15/28.810^3 = 520\,\mu\mathrm{A}$. On calcule également $r_{b1} = h^1_{11} = 26mV/30\mu A = 870\,\Omega$.

On en déduit V_{C1} en soustrayant la chute de tension $R_2 I_{C1}$ à V_{CC} :

$$V_{C1} = V_{CC} - R_2 I_{C1} = 15 - 6 = 9\,V$$

. De même, $V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 9 - 2.84 = 6.16\,\mathrm{V}$.

On a $V_{B2} = V_{C1} = 9\,\mathrm{V}$. Donc $V_{E2} = V_{B2} - 0.7 = 8.3\,\mathrm{V}$. On calcule ensuite $I_{E2} = V_{E2}/R_4 = 8.3\,\mathrm{mA}$.

On vérifie que $I_{B2} = I_{C2}/\beta_2 = 8.3\,10^{-3}/200 = 41\,\mu\mathrm{A}$ est négligeable devant $I_{C1} = 8.3\,\mathrm{mA}$. On calcule $r_{b2} = 26mV/41\mu A = 630\,\Omega$.

On calcule enfin $V_{CE2} = V_{CC} - V_{E2} = 15 - 8.3 = 6.7\,\mathrm{V}$.

On établit le schéma équivalent en petits signaux global (avec $R = R_1 // R_0 = 5.2\,k\Omega$) :

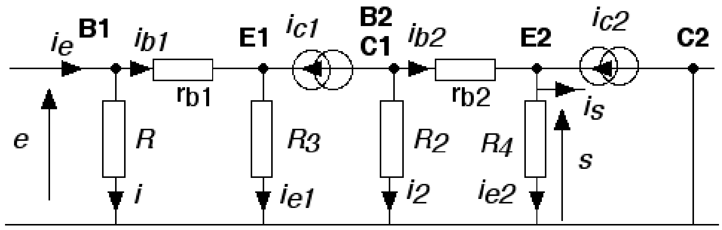

Figure 1: Schéma équivalent petits signaux global.

Impédance d'entrée

On écrit une série de relations utiles pour les calculs des éléments dynamique du montage (A_V, Z_e, Z_s) :

$$\begin{aligned} i_e &= i + i_b \\ e &= r_{b1} i_{b1} + R_3(1+\beta) i_{b1} = Ri \\ i_e &= i + i_{b1} = \frac{e}{R} + \frac{e}{r_{b1} + (1+\beta)R_3} \simeq e[\frac{1}{R} + \frac{1}{(1+\beta)R_3}] \end{aligned}$$

Dans la dernière équation, on a négligé $r_{b1} = 870\,\Omega$ devant $(1+\beta)R_3 = 94\,k\Omega$ (à mieux qu' 1% près).

On en déduit l'impédance d'entrée du montage : $\boxed{Z_e = R//(1+\beta)R_3 = 4.9\,k\Omega}$.

Par ailleurs, on peut noter pour la suite : $\boxed{i_{b1} = \frac{e}{r_{b1}+(1+\beta)R_3}}$

Impédance de sortie et gain du montage

Le calcul de l'impédance de sortie passe par le calcul de la tension de sortie à vide. On obtient ce résultat directement en cherchant le gain en tension du montage à vide. Pour le calcul du gain, on cherche à relier

i_{b2} et i_{b1} :

$$\begin{aligned} s &= R_4(1+\beta)i_{b2} \\ i_{c1} &= \beta i_{b1} = -i_{b2} - i_2 \\ R_2 i_2 &= r_{b2} i_{b2} + s = [r_{b2} + R_4(1+\beta)]i_{b2} \end{aligned}$$

D'où l'on tire :

$$\begin{aligned} \beta i_{b1} &= -i_{b2} - \frac{1}{R_2}[r_{b2} + R_4(1+\beta)]i_{b2} \\ &= -i_{b2}[1 + \frac{r_{b2}}{R_2} + \frac{R_4(1+\beta)}{R_2}] \end{aligned} \tag{1}$$

On en déduit :

$$i_{b2} = -\frac{\beta i_{b1}}{1 + \frac{r_{b2}}{R_2} + \frac{R_4(1+\beta)}{R_2}} = -\frac{\beta e}{(r_{b1} + (1+\beta)R_3)(1 + \frac{r_{b2}}{R_2} + \frac{R_4(1+\beta)}{R_2})}$$

Et le gain

$$A_V = \frac{s}{e} = \frac{-R_4(1+\beta)\beta}{(r_{b1} + (1+\beta)R_3)(1 + \frac{r_{b2}}{R_2} + \frac{R_4(1+\beta)}{R_2})}$$

On néglige r_{b1} ($870\,\Omega$) devant $(1+\beta)R_3$ ($94\,k\Omega$) ; on néglige 1 et r_{b2}/R_2 ($630/1000 = 0.63$) devant $R_4(1+\beta)/R_2 = 201$ et on obtient (en simplifiant au numérateur et dénominateur par R_4 et $(1+\beta)$) :

$$A_V \simeq -\frac{R_2}{R_3} \simeq -2$$

On garde le calcul $s = -R_2 e/R_3$ pour la tension à vide en sortie. Le courant de court-circuit est $i_{cc} = (1+\beta)i_{b2}$. Dans le cas du court-circuit en sortie, la tension aux bornes de R_4 est nulle et $R_2 i_2 = r_{b2} i_{b2}$.

On obtient alors

$$\begin{aligned} \beta i_{b1} &= -i_2 - i_{b2} = -i_{b2}(1 + r_{b2}/R_2) \\ i_{b1} &= \frac{e}{r_{b1} + (1+\beta)R_3} \end{aligned}$$

et on peut exprimer i_{cc} en fonction de e

$$i_{cc} = (1+\beta)\frac{\beta}{1 + r_{b2}/R_2}\frac{e}{r_{b1} + (1+\beta)R_3}$$

Et on calcule

$$Z_s = \frac{s_v}{i_c c} = \frac{R_2/R_3(1 + r_{b2}/R_2)(r_{b1} + (1+\beta)R_3)}{(1+\beta)\beta} = \frac{2 \times 1.6 \times (1 + 94000)}{201 \times 200} \simeq 7.5\,\Omega$$

Etages séparés

Le montage revient en fait à relier un amplificateur à émetteur commun (gain < 0, égal au rapport des résistances de collecteur et d'émetteur) à un étage collecteur commun (gain > 0, proche de l'unité). On retrouvera le gain global par multiplication simple des gains -2 et +1 à condition que le second étage ne

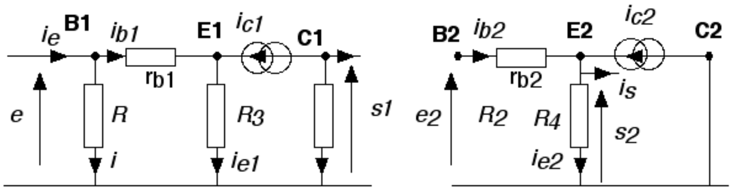

Figure 2: Schéma équivalent petits signaux en deux étages.

charge pas le premier (autrement dit que l'impédance d'entrée du second étage soit nettement supérieure à l'impédance de sortie du premier).

En reprenant les notations sur la figure 2, pour le premier étage, on a :

$$\begin{aligned} s_1 &= -\beta i_{b1} R_2 \\ e &= (1+\beta) i_{b1} R_3 + r_{b1} i_{b1} \\ \rightarrow A_{V1} &= \frac{s}{e} = \frac{-\beta R_2}{(1+\beta)R_3 + r_{b1}} \simeq -\frac{R_2}{R_3} = -2 \end{aligned}$$

En négligeant $r_{b1} = 870\,\Omega$ devant $(1+\beta)R_3 \simeq 100\,k\Omega$.

Pour le deuxième étage :

$$\begin{aligned} s_2 &= (1+\beta) i_{b2} R_4 \\ e_2 &= (1+\beta) i_{b2} R_4 + r_{b2} i_b 2 \\ \rightarrow A_{V2} &= \frac{s_2}{e_2} = \frac{(1+\beta)R_4}{(1+\beta)R_4 + r_{b2}} \simeq 1 \end{aligned}$$

En négligeant $r_{b2} = 630\,\Omega$ devant $(1+\beta)R_4 = 201\,k\Omega$.

Les deux étages sont connectés en série selon le schéma équivalent de la figure 3. En toute rigueur, le

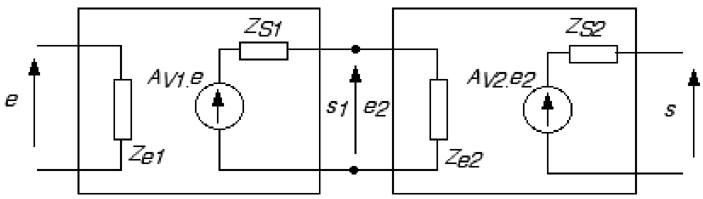

Figure 3: Schéma équivalent petits signaux en deux étages.

gain global vaut :

$$A_V = A_{V1} \times A_{V2} \times \frac{Z_{e2}}{Z_{e2} + Z_{s1}}$$

On aura $A_V = AV1 \times AV2$ si $Z_{e2} \gg Z_{s1}$, à cause du pont diviseur Z_{s1}/Z_{e2}.

Etage 1

L'impédance d'entrée de l'étage 1 est celle calculée précedemment pour le montage global : $Z_{e1} = R//[r_{b1} + (1+\beta)R_3] \simeq 4.9\,k\Omega$. L'impédance de sortie est celle d'un montage à émetteur commun :

$$s_v = -R_2 \beta i_{b1}$$

$$
\begin{aligned}
i_{cc} &= -\beta i_{b1} \\
i_{b1} &= \frac{e}{r_{b1} + (1+\beta)R_3} \\
\rightarrow Z_{s1} &= \frac{-R_2\beta e}{r_{b1} + (1+\beta)R_3} \times \frac{r_{b1} + (1+\beta)R_3}{-\beta e} = R_2 = 1\,k\Omega
\end{aligned}
$$

Etage 2
Le courant d'entrée est i_{b2}, donc on a :

$$e_2 = [r_{b2} + (1+\beta)R_4]i_{b2} = Z_{e2}i_{b2}$$

et l'impédance d'entrée vaut :

$$Z_{e2} = r_{b2} + (1+\beta)R_4 \simeq 200\,k\Omega \gg Z_{s1} = 1\,k\Omega$$

On vérifie que le 2e étage charge très peu le premier, et le gain total est égal au produit simple des gains des étages séparés.