# L3 Physique UJF
# ASTROPHYSIQUE

**Examen 13 mai 2004 CORRECTION**

Partie I : COSMOLOGIE

1) 1 Mpc $= 3.1\,10^{19}$ km ; alors $t_o = (2 \times 3.1\,10^{19})/(3 \times 50)$ secondes = 13.3 milliards d'années.

2) le redshit de la galaxie 1 est $z = 10.500/0.6563 - 1 = 15$

3) $R(t) \propto t^{2/3}$ ; Cette expression provient de l'équation du mouvement de l'expansion des galaxies.

4) Le rapport des facteurs d'expansion est égal à $z+1$ : $R_o/R_1 = 16$ ; donc $R_1 = 1/16 = 0.06$.

5) On a également $R_1 = R_o(t_1/t_o)^{2/3}$ ; donc $t_1 = t_o(R_1/R_o)3/2 = t_o(1+z)^{-3/2} = 225$ millions d'années.

6) Le temps de vol vaut $t_V = t_o - t_1$ très proche de 13 milliards d'années.

7) La distance de vol est $D_V = c(t_o - t_1) = 13$ milliards d'années-lumière.

8) $L_H = 1.5 \times 14 = 21$ milliards d'années lumière.

9) $D_V = c(t_o - t_1) = ct_o(1 - t_1/t_o) = (2/3) \times L_H(1 - (1+z)^{-3/2}) \rightarrow (2/3) \times L_H(1 - (-3z/2)) = zL_H$

10) Pour la galaxie 1, z=15. On obtient $D_\phi = 2$ milliards d'années lumi''ere.

11) $D_\phi(0) = D_\phi(\infty) = 0$. Une galaxie avec $z = 0$ est censée être très proche de la notre et quelle que soit la méthode de mesure de la distance, d=0. Inversement, pour $z \rightarrow \infty$, on "regarde" une galaxie à l'époque où toutes les galaxies étaient "concentrées" et la distance est également très faible.

12) $D_\phi(0) = 0; D_\phi(\infty) = 0; D_\phi(15) > 0$ ; donc $D_\phi$ augmente, passe par un maximum, puis revient à zéro. On trouve la position du maximum en dérivant : $D_\phi d(D_\phi)/dz = 0$ ; ce qui amène à $3/2 - \sqrt{1+z} = 0$. $D_\phi$ est maximum pour $z = 1.25$.

13) $(1+z)^{-1} \rightarrow 1 - z$ ; $(1+z)^{-3/2} \rightarrow 1 - 3z/2$ ; le DL demandé tend bien vers $zL_H$, comme pour $D_V$. Lorsqu'on mesure la distance à une galaxie proche (faible $z$), toutes les mesures de distances donnent le meme resultat.

14) $1 + z - (1 + z/2) = z/2$ et $D_L$ tend elle aussi vers $zL_H$ aux faibles $z$.

15) $z = 15$ donc $D_L = 504$ milliards d'années lumières. La distance lumineuse est de beaucoup supérieure à toutes les autres distances car les effets de redshift (diminution de l'énergie reçue) sont très forts. La galaxie 1 est "vue" bien au delà de l'horizon de causalité de 13.3 miliards d'années.

16) On n'a pas indiqué la galaxie 1 à $t_o$ car ça n'a pas de sens pour l'observateur de la galaxie $o$, qui ne peut communiquer avec.

Partie II : Physique Stellaire

1) La luminosité de létoile dépend de $R^2$ et $T^4$ ; on peut donc compenser une température plus faible par un rayon plus important. Avec la formule adoptée, Bételgeuse est $100^2/2^4 = 635$ fois plus brillante que le soleil (en pratique le facteur est beaucoup plus important).

2) $L_{0.08} \approx 0.08^3 \, L_\odot \approx 5\,10^{-4} \, L_\odot$.

3) $L_{80} = 80^3 = 5\,10^5 \, L_\odot$ ; à partir de $4\pi R^2 \sigma_s T^4$, on trouve des rayons variant entre $9\sqrt{5}\,10^{-2} = 0.2\,R_\odot$ et $4\sqrt{50} = 28\,R_\odot$.

4) a) $M_r(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr$

b) Si l'intégrale de $r^2\rho(r)$ est proportionnelle à $r$ (variation selon une droite), la fonction $r^2\rho(r)$ est constante et $\rho(r)$ varie comme $r^{-2}$.

c) La forme de $M_r(r)$ s'explique par la forme de $\rho(r)$.

d) Pour $r$ proche de 0, $M_r(r)$ augmente peu avec $r$, donc $\rho(r)$ décroit rapidement (plus vite que $r^{-2}$). Puis $\rho(r)$ décroit comme $r^{-2}$, et enfin, à proximité du rayon stellaire, $M_r(r) \approx \mathit{const}$, parce que $\rho(r) \to 0$.

e) $L_r(r)$ atteint $L_*$ à $R_*/2$ environ. La production d'énergie de l'étoile est d'origine nucléaire, et les réactions ne peuvent avoir lieu qu'à pression et température suffisante, c'est à dire dans le coeur de l'étoile.

f) En tracant quelques point sur la courbe, on vérifie que $L_r$ varie bien proportionnellement à $r$. Si on prolonge la droite, elle atteint $L_*$ pour $R_*/3$ environ, ce qui permet de donner une expression pour $L_r/L_* = 0.3r/R_*$.

g) On est dans la même situation qu'avec $M_r(r)$ et $\rho(r)$ : $L_r(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \varepsilon(r) dr \propto r$. Donc $\varepsilon(r) \propto r^{-2}$.