L3 Physique CORRECTION Astrophysique 28 mai 2009

PARTIE 1

1- Il faut comparer M/R^3 et T : l'un determine la tendance a l'effondrement (energie potentielle) et l'autre la tendance a l'eclatement (T==distribution de vitesses).

2- initialement $\rho \approx 1.6\,10^{-20}\,\mathrm{kg/m^3}$.

3- R diminue, T et ρ augmentent et M reste constante.

4- Quand le nuage va devenir optiquement epais, l'energie radiative ne s'evacuera pas aussi bien que pendant la periode dite "isotherme" et la temperature va devenir plus importante au centre qu'aux bords.

5- voir figure.

6- La simulation demarre a $t \approx 0.15$.

7- $\rho \propto R^{-3} \propto t^2$ donc $R \propto t^{-2/3}$.

8- Voir figure. Pour t=10, R atteint 0.07 pc.

9- $\tau = \rho\kappa R$.

10- $\tau_o \approx 0.01$. Le nuage est initialement optiquement mince, le rayonnement produit lors de l'effondrement peut s'echapper librement, c'est la phase de contaction isotherme.

11- $\rho \propto t^2$ et $R \propto t^{-2/3}$; donc $\tau = \kappa\rho R \propto t^{4/3}$.

12- $\rho \propto R^{-3}$ donc $\tau \propto R^{-2}$. Le nuage s'obscurcit en se contractant car la masse volumique augmente plus rapidement que le rayon ne diminue.

13- Pour t=10, $\tau \approx 1.8$. Le nuage est devenu optiquement epais.

14- Sur la courbe, le nuage atteint $\tau = 1$ pour $t \approx 3$. A partir de ce moment là, la temperature va subir des gradients de l'interieur vers l'exterieur.

PARTIE 2

2.1 Voir definitions en cours

2.2 Dans un modele EdS, $a \propto t^{2/3}$. q=1/2.

2.3 q est negatif pour des modeles a energie positive (courbure negative) ; l'expansion s'accelere et ne reviendra pas en arriere.

2.4 $a(t) = a_o e^{H_o(t-t_o)}$: a vaut a_o pour $t = t_o$

2.5 On obtient le meme resultat si on place $k = 0$ dans l'equation de Friedman et $\rho = \rho_o$. La masse volumique est constante et egale a la densite critique.

2.6 $q = -1$. L'expansion de l'univers accelere.

2.7 On a utilise la symetrie spherique (φ et θ n'interviennent pas). On a suppose la courbure nulle.

2.8 En integrant la metrique d'un point a l'autre on obtient la relation demandee.

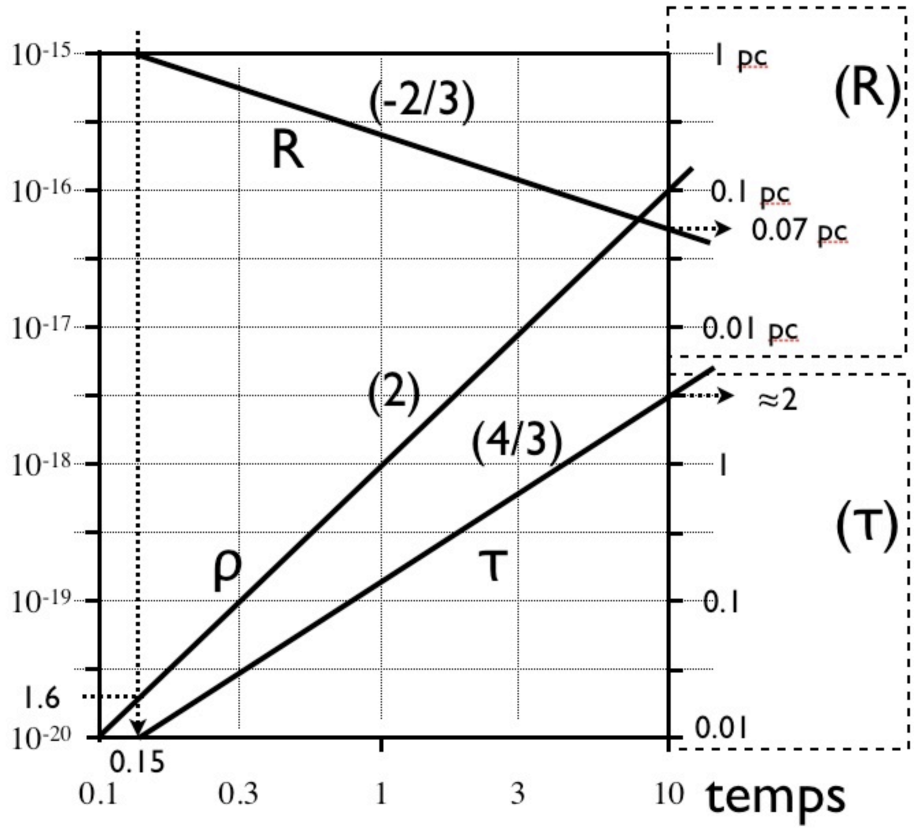

Figure 1: Effondrement d'un nuage sphérique homogène

2.9, 10, 11

$$r = \int_{t_e}^{t_o} \frac{c\,dt}{a_o e^{H_o(t-t_o)}} = \frac{c}{H_o}\left[\frac{1}{a_o e^{H_o(t_e-t_o)}} - 1\right] = \frac{c}{H_o}\left[\frac{1}{a} - 1\right] = \frac{c\,z}{H_o}$$

On retrouve $v(= c.z) = H.r$, loi de Hubble a faible distance (faible redshift).

2.12 $\dot{a} = da/dt$. Donc $dt = da/\dot{a}$. On en deduit la relation demandee. De meme, $\dot{a} = aH_o$ donc on a :

$$r = \int \frac{c\,da}{H_o a^2} = \frac{c}{a_o H_o}\left[\frac{a_o}{a_e} - 1\right] = c.z/H_o$$

2.13 Par une meme ecriture, on a : $dt = da/a.H_o$. En changeant de variable : $x = a/a_o, da = x.a_o$ et on obtient l'integrale demandee. Elle s'integre en Log, qui diverge en 0 $(-\infty)$, ce qui donne un age de l'univers infini, a priori normal dans un modele d'etat stationnaire.