L3 Physique CORRECTION Astrophysique avril 2007

Partie 1

α a la dimension de l'inverse d'une longueur et j a la dimension de l'intensité spécifique. Les deux dimensions ne sont pas identiques ; α décrit une absorption proportionnelle à l'intensité incidente, j est indépendante de l'intensité incidente.
Lorsque $ds = 1/\alpha$, on a aborbé sensiblement tout le rayonnement incident. $1/\alpha$ représente le libre parcours moyen d'un photon dans le milieu absorbant.

κ s'exprime en $\mathrm{m}^2.\mathrm{kg}^{-1}$. κ donne la surface qui intercepte le rayonnement pour une masse de matériau absorbant donné.

$\tau = \alpha \times d_1 = \kappa \times \rho \times d_1 = 1$; la distance est $d_1 = 1/(\kappa\,\rho) = 10^{14}\,\mathrm{m}$. 1 AU = $1.5\,10^11\,\mathrm{m}$, donc $d_1 \approx 600\,\mathrm{AU}$.

à $10\,\mu$m, le graphite est plus transparent que le silicate. à $1\,\mu$m, le silicate est plus transparent que le graphite. $\kappa\,$(graphite, $10\,\mu$m) = 1 $\mathrm{cm}^2/\mathrm{gm} = 0.1\,\mathrm{m}^2.\mathrm{kg}^{-1}$. $\kappa\,$(silicate, $1\,\mu$m) $\approx 90\ \mathrm{cm}^2/\mathrm{gm} = 9\,\mathrm{m}^2.\mathrm{kg}^{-1}$.

$\rho = M/S\,d$

$\tau = \rho\,\kappa\,d = M\,\kappa/S$. M/S est la "masse surfacique" du disque : ce rapport donne la masse contenue dans une section de disque de $1\,\mathrm{m}^2$, indépendamment de l'épaisseur du disque. Du coup, l'épaisseur d ne joue aucun role dans le calcul : le disque peut être mince et très dense ou épais et très dilué pour une même masse surfacique, et une même profondeur optique.

Avec les approximations conseillées, on trouve $\tau_1 \approx 11$: la matière contenue dans toutes les planètes du système solaire rendrait le système solaire complètement opaque si elle était distribuée en fines particules uniformément réparties.

Partie 2

L'équation de Friedman peut être interprétée comme une équation de conservation de l'énergie totale du système : le terme en $\dot{a}^2$ est proportionnel à l'énergie cinétique et le terme en ρa^2 est proportionnel à l'énergie potentielle. Si $k < 0$, l'univers est ouvert (énergie totale positive, expansion accélérée), si $k = 0$, l'univers est plat (énergie nulle, expansion arretée à l'infini), si $k > 0$, le système est fermé (énergie négative, l'expansion s'inversera en une contraction).

$H_o = \frac{\dot{a}}{a} \rightarrow \frac{da}{a} = H_o t \rightarrow a(t) = Ke^{H_o}t$. Si $a(t_o) = a_o = 1$, alors $a(t) = e^{H_o(t-t_o)}$.

Si on reporte une fonction exponentielle dans l'équation de Friedman, on trouve $\rho = \rho_c = 3H_o^2/8\pi G$. On trouve une masse volumique constante, ce qui est cohérent avec l'hypothèse puisque dans un univers stationnaire, rien ne varie.

Partie 3

A l'époque actuelle, les galaxies sont tellement éloignées les unes des autres que la pression est nulle. Seules interviennent les forces de gravitation.

La dérivée de $c\rho a^3$ est nulle donc ρa^3 est une constante. On peut écrire $\rho = \rho_o a^{-3}$ (avec $a_o = 1$). C'est l'équation de la conservation de la masse : quand le volume a^3 augmente avec l'expansion, la masse volumique diminue.

L'équation de Friedman donne $a(t) = t^{2/3}$. Si on reporte $a(t)$ on trouve $\rho(t) = \rho_o(t/t_o)^{-2}$.

P est en $\mathrm{N.m}^{-2} = \mathrm{kg.m.s}^{-2}.\mathrm{m}^{-2} = \mathrm{kg.m}^{-3}.\mathrm{m}^2.\mathrm{s}^{-2}$, ce qui est homogène à une masse volumique mutipliée par une vitesse au carré. Cette relation est homogène du fait de l'équivalence masse-énergie de la relativité.

On reporte et on trouve ρa^4 = constante. On en déduit que a varie comme $\sqrt{t}$. On trouve ensuite également $\rho(t)\ \alpha\ t^{-2}$. ρ varie de la même façon dans les deux régimes.

Voir figure pour le tracé de $a(t)$; à partir de $a_o = a(10^{10}$ ans$) = 1$, on trouve a à toute époque, en particulier on trouve $a(10^5$ ans$) = 10^{-3}$. Et on lit sur la courbe $a(100$ ans$) \approx 10^{-4.5} = \sqrt{10}\,10^{-5} \approx 3\,10^{-5}$.

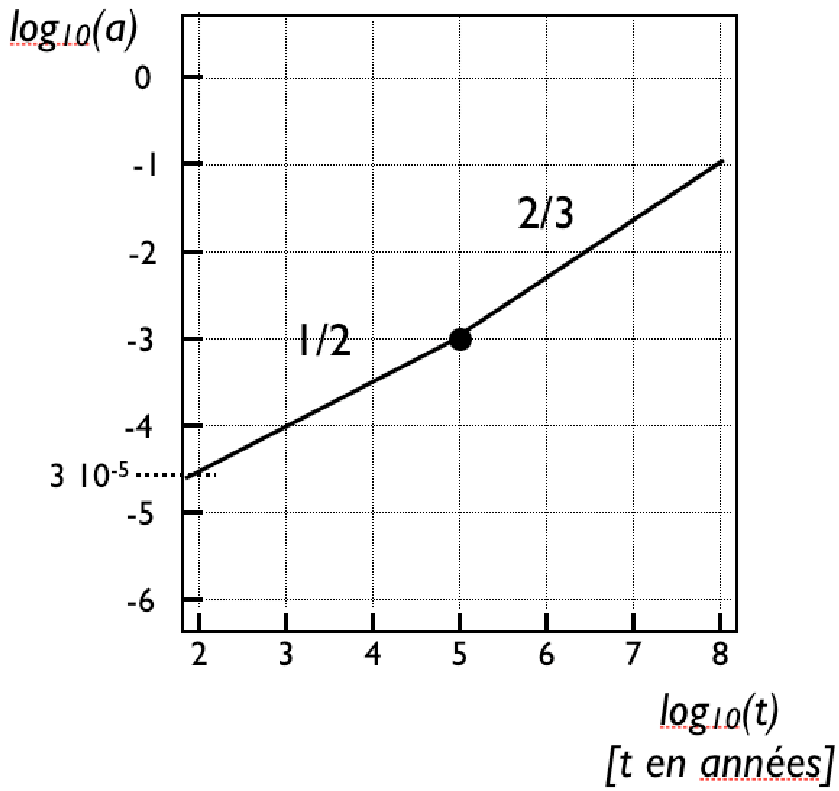

Figure 1: Diagramme log-log (base 10) de a en fonction de t (exprimé en années)