L3 Physique CORRECTION EXAMEN Astrophysique 26 mai 2008

1- Cosmologie

1.1

$$1 + z = 7.43 = \frac{a_o}{a_e} = \left(\frac{t_o}{t_e}\right)^{2/3}$$

Dans un univers EdS,

$$t_o = \frac{2}{3H_o} = \frac{2}{3} \times 14\,10^9 \text{ ans} = 9.3\,10^9 \text{ ans}$$

On en déduit :

$$t_e = \frac{t_o}{(1+z)^3/2} = \frac{9.3\,10^9}{7.43^{1.5}} = 460\,10^6 \text{ ans}$$

1.2

$$a_e = \frac{a_o}{1+z} = 1/7.43 = 0.13$$

1.3

$$T_e = T_o(1+z) = 2.7 \times 7.43 = 20\,K$$

1.4

$$\rho \propto t^{-2} \rightarrow \rho_e = \rho_o(1+z)^3 = \rho_o \times 7.43^3 = 410\,\rho_o \ \ (= \frac{\rho_o}{a_e^3})$$

1.5-6

$$L_H = 14\,10^9 \text{ AL}$$

$$\begin{aligned} D_L &= 2L_H(1 + z - \sqrt{1+z}) = 1.3\,10^{11} \text{ AL} \\ D_A &= 2L_H(\frac{1}{1+z} - \frac{1}{(1+z)^{3/2}}) = 2.4\,10^9 \text{ AL} \\ D_V &= \frac{2}{3}L_H(1 - \frac{1}{(1+z)^3/2}) = 8.9\,10^9 \text{ AL} \end{aligned}$$

La plus grande des 3 distances est la distance lumineuse, à cause du redshift

1.7 $\Delta D = L_H(z - z' + \sqrt{1+z'} - \sqrt{1+z}) = 8.9\,10^9$ AL

2- Formation stellaire

2.1 Plus la température est élevée et plus l'énergie cinétique des particules à l'intérieur du nuage est importante, luttant ainsi contre la gravitation et retardant l'effondrement.

2.2 m = 2 x masse du proton $\approx 3.3\,10^{-27}$ kg ; $\rho = n\,m$

2.3

$$1/2mv^2 = 3/2kT \rightarrow v \propto \sqrt{T}$$

2.4 On trouve $v \approx 0.7\,\text{km/s}$

2.5 Calcul de la distance de Jeans :

$$\frac{3}{2}kT = \frac{GMm}{R_o}; M = \frac{4\pi\rho R^3}{3} \rightarrow R_o^2 = \frac{9kT}{8\pi G\rho m} \rightarrow R_o(pc) = \frac{1}{3.1\,10^{16}}\sqrt{\frac{9kT}{8\pi Gnm^2}} = 2600\sqrt{\frac{T}{n}}$$

2.6 Avec les valeurs de T et n proposées (à convertir en m^{-3}), on trouve $R_o \approx 0.026\,\text{pc}$. Un nuage de 0.05 pc est donc instable.

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 (\text{en } L_\odot) \rightarrow 3.8\,10^5 L_\odot$$

le point représentatif est porté sur la figure jointe (forte luminosité à 100K).

2.7 Le théorème du viriel énonce que lors de la contraction d'un nuage de particules, la moitié de l'énergie gravitationnelle perdue est rayonnée, l'autre moitié est transformée en énergie cinétique (chauffage du nuage).

2.8 Pendant la phase isotherme, le rayon décroit sans que la température augmente, donc le point représentatif "descend" sur une droite verticale à $T = 100\,\text{K}$ (voir figure). Si on s'arrête quand R atteind 1% de sa valeur initiale, L est devenue 10^{-4} fois plus faible, donc $L \rightarrow 38\,L_\odot$.

2.9 A force de se contracter, le nuage finit par devenir opaque et l'énergie ne peut plus être rayonnée aussi efficacement. En chute libre on peut écrire l'accélération g :

$$g(R) = \frac{GM}{R^2} = \frac{4G}{3}\frac{\pi R^3 n\, m}{R^2} \propto \frac{R}{\tau^2} \rightarrow \tau^2 \propto \frac{3}{4\pi G}\frac{1}{n\, m} \rightarrow \tau \propto \frac{1}{\sqrt{n}}$$

2.10 Pour $R = 100\,R_\odot$ et $T = 1000\,\text{K}$, $L \approx 8\,L_\odot$. On trace ensuite la droite depuis le point $(100\,K; 150\,L_\odot)$ jusqu'au point $(1000\,K; 8\,L_\odot)$.

2.11 L'énergie gravitationnelle est $\propto GM^2/R$. Divisée par le volume $\propto R^3$, on obtient GM^2/R^4. La force de pesanteur au rayon R est GM^2/R. Divisée par la surface $\propto R^2$, on retrouve bien

$$P \propto \frac{GM^2}{R^4}$$

2.12 Loi des gaz parfaits :

$$P = nkT = \frac{N}{R^3}kT \propto \frac{GM^2}{R^4} \rightarrow T \propto R^{-1}$$

La masse (ou le nombre de particules N) est une constante du problème, alors que R, ou ρ, ne le sont pas.

2.13 $L \propto R^2 T^4 \propto R^{-2} \propto T^2$. Le tracé d'évolution est donc une droite (en log-log) depuis le point $(1000\,K; 8\,L_\odot)$, et de pente 2 (voir figure ; attention au sens d'orientation des axes).

2.14 L'évolution de la proto-étoile s'arrête lorsque la droite précédente coupe la séquence principale. C'est le point où les réactions thermonucléaires démarrent et stabilisent l'étoile (en compensant la perte d'énergie par rayonnement). Cette phase dure près de 10^{10} ans pour une étoile comme le soleil.

2.15 Le point d'intersection avec la SP donne $L \approx 1.5\,10^4\,L_\odot$. Si $L \propto M^3$, cela correspond à $M \approx 24\,M_\odot$.

2.16 En combinant $R = 0.05\,\text{pc}$ et $n = 10^6\,cm^{-3}(10^{12}\,m^{-3})$, on trouve $M \approx 26\,M_\odot$, proche de la masse finale. Sans prendre en compte la pression de radiation ou les effets de vents stellaire dus au champ magnétique, la masse de l'objet est une constante du problème et détermine son tracé évolutif.

2.17 La dissociation de H2 va consommer une énorme quantité d'énergie, ce qui aura pour effet de "refroidir" l'étoile. La contraction subit alors un effet d'accélération.L'énergie totale nécessaire vaut

$$4.5\,10^{-19} \times \frac{4\pi}{3}(0.05 \times 3.1\,10^{15})^3 \times 10^{12} = 4.5\,10^{-19} \times 1.6\,10^{58}(H2) = 7\,10^{39}\,J = 10\,L_\odot \times 1.8\,10^{12}\,s \quad (50000\,\text{ans})$$

Soit l'énergie fournie par $10\,L_\odot$ pendant 50000 ans

2.18 Lorsque la température aura encore augmenté, l'hydrogène va s'ioniser (13.6 eV par atome), ce qui consomme $13.6/4.5 \times 2$ fois plus d'énergie que la dissociation.

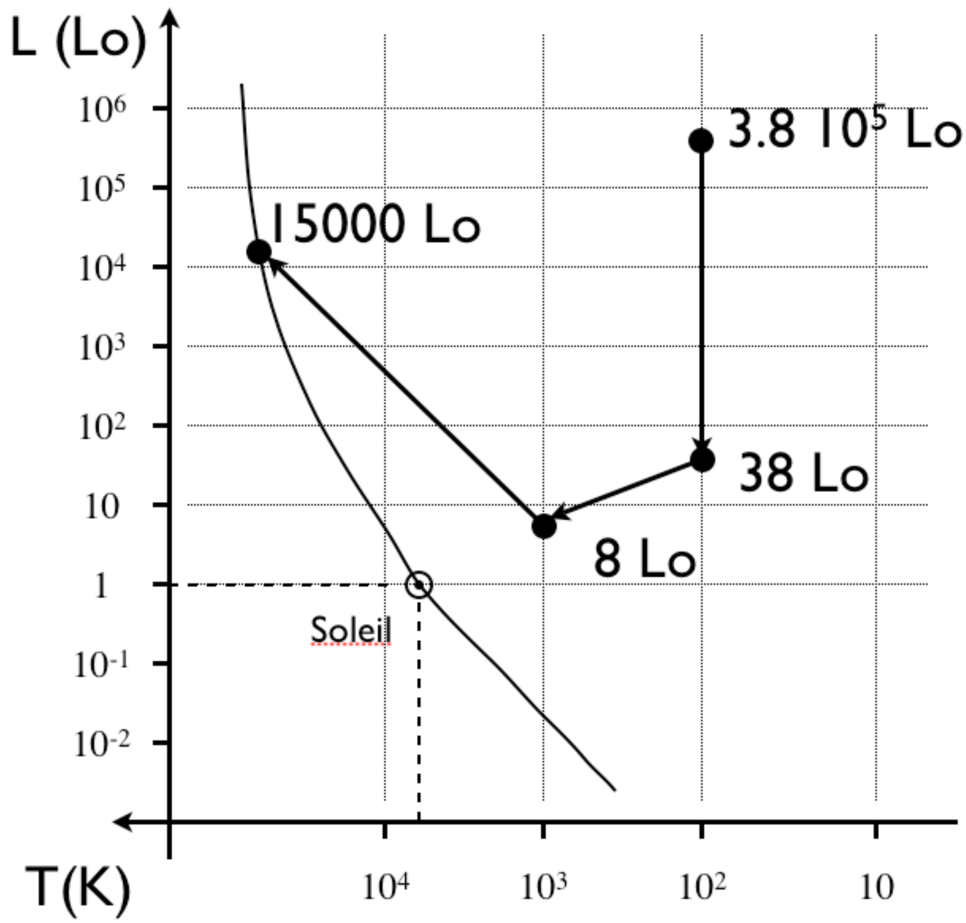

Figure 1: Tracé d'évolution d'une étoile de $\approx 20\, M_\odot$