

1 heure 20 mn - calculatrice autorisée - Sans documents (une feuille de notes A4 autorisée)

1.1 On n'a pas $m = m_1 + m_2$ car la notion de magnitude est logarithmique.

1.2

$$m = -2.5 \log \frac{F_1 + F_2}{F_o} = -2.5 \log \frac{F_2}{F_1} (1 + \alpha) \frac{F_1}{F_o} = m_1 - 2.5 \log \frac{1 + \alpha}{\alpha} \quad CQFD$$

1.3 On a donc

$$m_2 = m + 2.5 \log \frac{1 + \alpha^{-1}}{\alpha^{-1}}$$

1.4 La distance d n'intervient pas car elle est identique pour les deux étoiles.

2.1

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4} = \frac{M^3}{M_\odot^3} \rightarrow \frac{R}{R_\odot} = \frac{T_\odot^2}{T^2} \frac{M^{3/2}}{M_\odot^{3/2}}$$

2.2 On complete la table des rayons demandes :

M/M_\odot	0.1	0.5	1	2	5	10
T/T_\odot	0.5	2/3	1	4/3	2	5
R/R_\odot	0.12	0.8	1	1.6	2.8	3.5

Le trace se fait dans un diagramme T(K), lineaire, R (R_\odot) lineaire.

3.1 A partir de la relation $L(R^2, T^4)$, on trouve $R \approx 5R_\odot$.

3.2 $m = m_D/100 = 10^{-4} M_\odot$

3.3 $\rho = m/\pi R^2 H$. $\Sigma = m/\pi R^2$.

3.4 $\tau = \Sigma \kappa = \rho \kappa H \approx 2.4$. Au final l'épaisseur n'intervient pas dans le calcul si le rayon R est fixe car la masse est constante. Le disque est optiquement épais ($\tau > 1$).

3.5 Pour $H = R/100$, $\rho = 100m/\pi R^3 \approx 1.9 \cdot 10^{-12} \text{ kg/m}^3$. $\rho \kappa R_1 = 1 \rightarrow R_1 = 1/\rho \kappa \approx 6.6 \cdot 10^{10} \text{ m} \approx 0.4 \text{ AU}$. L'image du disque a une forme évasée avec une bande noire au milieu.

3.6 Pour que le disque soit optiquement mince jusqu'à $R = 100 \text{ AU}$, la masse doit être 250 fois plus faible ($100/0.4$), soit $4.4 \cdot 10^{-7} M_\odot \approx 4.4 \cdot 10^{-4} M_J$. L'image du disque est un fuseau qui diffuse la lumière de l'étoile. La masse de gaz disponible vaut alors $\approx 4.4 \cdot 10^{-2} M_J$. On ne peut a priori pas former des planètes comme dans le système solaire (ni Jupiter ni les planètes géantes). Les disques optiquement minces sont observés lorsque les planètes sont déjà formées (disque de débris).

3.7 En écrivant pour un grain de poussière que sa température est celle d'équilibre d'un CN sous l'éclairement par l'étoile à la distance R_1 , on a :

$$T(R_1) = \left(\frac{L_*}{4\pi R_1^2} \right)^{1/4} \approx 145 \text{ K}$$

3.8 Pour les valeurs indiquées, la température d'accrétion vaut :

$$T \approx 8500 \times 0.1^{1/4} \times \left(\frac{0.4 \text{ AU}}{3510^8} \right)^{-3/4} \approx 560 \text{ K}$$

C'est donc le chauffage dû à l'accrétion qui domine, d'autant plus qu'on n'a pas tenu compte de la profondeur optique en R_1 dans le calcul précédent.