# L3 Physique UJF
# ASTROPHYSIQUE

**Examen juin 2005 CORRECTION**

**PARTIE 1 :** COSMOLOGIE

1) A "petite" échelle ($< 100 Mpc$), la distribution de matière est assez inhomogène. Au delà on peut condidérer que l'univers est homogène.

2) Il se trouve que l'univers est remarquablement plat (densité proche de la densité critique). Les équations de la relativité générale donnent alors un résultat proche de l'approximation Newtonienne.

3) L'intégration de l'équation de Friedman pour $\rho = \rho_R a^{-3}$ a été effectuée en cours. on trouve $a^{1/2}\, da = K.dt$, ce qui donne $a \propto t^{2/3}$ en supposant $a(0) = 0$.

4) On prend $a(0) = 0$ car $a > 0$ ; $\dot{a} > 0$ ; $\ddot{a} > 0$. Il y a donc un moment où $a = 0$ dans le passé. Autant prendre $a(0) = 0$.

5) Pour $\rho = \rho_R a^{-4}$, on trouve $a\, da = K.dt$ ce qui donne $a \propto \sqrt{t}$ avec les mêmes hypothèses sur les conditions initiales en $t = 0$.

6) $H(t) = \dot{a}/a = 1/2t$ avant la recombinaison, $H(t) = 2/3t$ après la recombinaison, soit la même expression dans les deux cas, au facteur multiplicatif 3/4 près.

7) La constante de Hublle décroit avec le temps. Le modèle d'univers $k = 0$ correspond à un univers plat (énergie totale = 0), donc en explansion mais s'arrétant à $t \to \infty$ ($H \to 0$).

8) On néglige la durée avant la recombinaison. L'age actuel de l'univers peut dont être approximé à $t_o = 2/3H_o = 9.34\, 10^9 \approx 10^{10}$ ans.

9) Comme on déduit $t_o$ de l'expression $t_o = 2/3H_o$, il faut que cette expression soit valable depuis $t = 0$. Or la relation $t_o, H_o$ change à la recombinaison, d'où l'approximation.

10) On a $T(t) = 1/a(t) \propto t^{-2/3}$. Pour $T_o = 2.7\,\mathrm{K}$ et $T_1 = 4000\,\mathrm{K}$, on trouve $t_1 = 164000 \approx 2\, 10^5$ ans.

11) On vérifie bien que $2\, 10^5$ ans est une durée négligeable devant $10^{10}$ ans.

12) On a : $H_o t_o = H_1 t_1$ (puisque $H \propto t^{-1}$). On trouve alors $H_1 = 3.5\, 10^6\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}} \approx 1/4\, 10^{-13}\,\mathrm{s^{-1}}$.

13) Le tracé est une droite avec une rupture de pente ($-1/2 \to -2/3$) pour $t = t_1 \approx 200000$ ans (voir figure 1).

14) $\rho_o = 1.7\, 10^{-27}\,\mathrm{kg.m^{-3}}$. $\rho$ varie en $t^{-2}$, donc $\rho_o t_o^2 = \rho_1 t_1^2$ et $\rho_1 \approx 4.2\, 10^{-18}\,\mathrm{kg.m^{-3}} \equiv 2.5\, 10^9$ protons/m$^3$.

15) Si $a_o = 1$, alors $\rho_R = \rho_o = 1$proton/m$^3$ (puisque $\rho = \rho_R.a^{-3}$). On a : $a_o t_o^{-2/3} = a_1 t_1^{-2/3}$ donc $a_1 \approx 7.4\, 10^{-4}$.

**NOM :**
**Prénom**

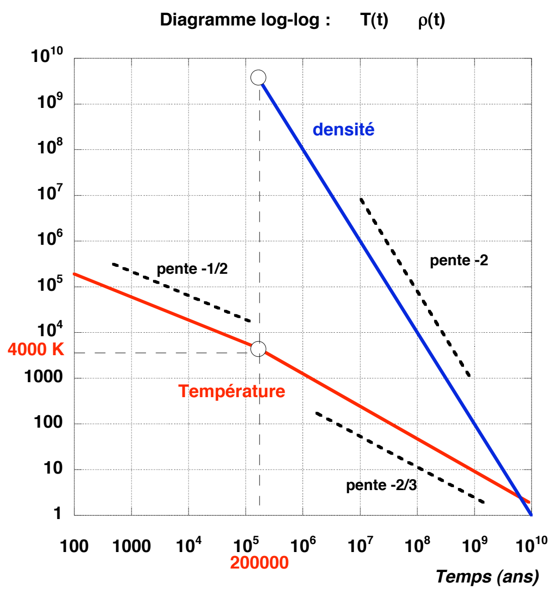


Figure 1: Température (en rouge) et densité (en bleu) au cours du temps

16) Dans tous les cas, $\rho(t) \propto t^{-2}$, on trace donc uns droite sans rupture de pente.

17) Le problème de l'horizon est plus crucial avant la recombinaison puisque le nombre de cellules qui ne peuvent interragir croit comme $t_o/t_1$ avant la recombinaison et comme $(t_o/t_1)^{2/3}$ après.