

L3 Physique UJF ASTROPHYSIQUE

Examen juin 2005 une page recto-verso A4 de notes, et calculatrice autorisés

Durée 2 Heures

Les questions de l'examen sont dans une large mesure indépendantes les unes des autres. Il est conseillé de parcourir le sujet en entier avant de commencer. Certaines questions peuvent être largement traitées sans faire appel aux résultats précédents.

On accordera une attention particulière aux calculs numériques en distinguant bien application littérale et application numérique, et en présentant les résultats numériques avec une précision raisonnable.

$\pi = 3.1415926$ $\sigma_S = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$ Stefan $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ Boltzman $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ Planck $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ électron $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ lumière dans le vide $\epsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ Permittivité du vide	$\left\ \right.$	$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ masse du proton $1 \text{ AU} = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$ Unité Astronomique $1 M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ Masse solaire $1 L_\odot = 3.86 \cdot 10^{24} \text{ W}$ Luminosité Solaire $1 \text{ pc} = 3.1 \cdot 10^{13} \text{ km}$ $1 \text{ an} = 3.16 \cdot 10^7 \text{ secondes}$ $H_0 = 70 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ Const. Hubble
---	-------------------	--

PARTIE 1 :

COSMOLOGIE

Une des équations les plus importantes de la cosmologie est l'équation de Friedman qui relie la densité ρ (supposée uniforme) au facteur d'expansion a :

$$\frac{8\pi G}{3} \rho a^2 = \dot{a}^2 + k \tag{1}$$

où k est le coefficient de courbure de l'univers.

1) Discuter en quelques lignes l'hypothèse d'uniformité de la densité ρ . Indiquez à partir de quelle échelle de taille (en parsec) vous pensez qu'elle commence à être raisonnable.

2) A votre avis, pourquoi retrouve t-on la même forme de l'équation de Friedman en physique Newtonienne et en relativité générale ?

On se place dans le modèle Einstein-De Sitter, pour $k = 0$, et on cherche à étudier le comportement de quelques grandeurs physiques avec le temps. On distingue deux régimes correspondant à deux époques dans l'expansion de l'univers :

- *Epoque primordiale*, du big bang à la recombinaison des atomes d'hydrogène, et de durée très courte devant l'âge actuel de l'univers ; l'univers est dominé par le rayonnement et on a : $\rho = \rho_R a^{-4}$.
- *Epoque actuelle*, de la recombinaison jusqu'à aujourd'hui ; l'univers est dominé par la matière et on a : $\rho = \rho_R a^{-3}$.

Où ρ_R est une constante qu'on ne cherchera pas à expliciter pour le moment.

3) Après la recombinaison, remplacer ρ et k dans l'équation de Friedman et montrer que le facteur d'expansion varie en $t^{2/3}$. Quelle hypothèse prenez-vous sur les conditions initiales ?

4) Justifier l'hypothèse sur les conditions initiales $a(0) = ?$

5) De même avant la recombinaison, résoudre l'équation de Friedman et montrer que $a(t)$ varie cette fois comme \sqrt{t} .

6) En déduire l'expression de la constante cosmologique $H(t)$ avant et après la recombinaison, et montrer que cette expression est la même à un facteur multiplicatif près. Quel est ce facteur multiplicatif ?

7) Est-ce que la constante de Hubble croit ou décroît avec le temps ? Pourquoi ?

8) Si la constante de Hubble mesurée actuellement (univers dominé par la matière) vaut $H_o = 70 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ (tableau de données en début d'exercice), montrer que l'âge de l'univers est proche de $t_o = 10^{10}$ ans. Pour ce calcul, on négligera la durée écoulée avant la recombinaison devant l'âge actuel de l'univers.

9) En quoi l'hypothèse consistant à négliger la durée avant la recombinaison est-elle nécessaire dans la question précédente ?

On rappelle que dans tous les cas (avant/après la recombinaison), la température T du fond cosmologique varie comme $1/a$.

10) A partir des données suivantes : température actuelle $T_o = 2.7 \text{ K}$, température de recombinaison de l'hydrogène $T_1 = 4000 \text{ K}$, montrer que la recombinaison a eu lieu approximativement à $t_1 = 200000$ ans.

11) Justifier ainsi après coup l'approximation effectuée sur la comparaison des durée avant/après la recombinaison à la question 8.

12) Calculer la valeur de la constante de Hubble H_1 à l'époque de la recombinaison.

13) Tracer l'évolution $T(t)$ dans le diagramme log-log fourni avec l'énoncé, en supposant $T = 4000 \text{ K}$ pour $t = 200000$ ans.

La densité actuelle ρ_o de l'univers est de 1 proton par m^3 environ.

14) Calculer ρ_o en kg.m^{-3} . En déduire la valeur de ρ_1 à l'époque de la recombinaison.

15) Calculer ρ_R en supposant que le facteur d'expansion actuel vaut 1. Calculer la valeur de $a(t_1)$.

16) Tracer l'évolution de $\rho(t)$ sur le même diagramme log-log que $T(t)$.

Un des problèmes actuels de la cosmologie est appelé le problème de l'horizon : nous observons des parties de l'univers apparemment identiques alors qu'elles ne pouvaient pas interagir dans le passé.

17) Ce problème est-il plus crucial avant ou après la recombinaison ? Comment varie avec le temps le nombre de cellules observables à t_o ne pouvant interagir à t_1 ?