L3 Physique UJF
ASTROPHYSIQUE

Examen 13 mai 2004 **documents et calculatrice autorisés**

Durée 3 Heures

Les questions de l'examen sont dans une large mesure indépendantes les unes des autres. Il est conseillé de lire le sujet en entier avant de commencer. Certaines questions peuvent être largement traitées sans faire appel aux résultats précédents.
On accordera une attention particulière aux calculs numériques en distinguant bien application littérale et application numérique, et en présentant les résultats numériques avec une précision raisonnable.

π	=	3.1415926					
σ_S	=	$5.67\,10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}	Stefan	1 AU	=	$150\,10^{6}$ km	Unité Astronomique
k	=	$1.38\,10^{-23}$ J.K^{-1}	Boltzman	1 $M_\odot$	=	$2\,10^{30}$ kg	Masse solaire
h	=	$6.626\,10^{-34}$ J.s	Planck	1 $L_\odot$	=	$3.86\,10^{24}$ W	Luminosité Solaire
e	=	$1.6\,10^{-19}$ C	électron	1 pc	=	$3.1\,10^{13}$	km
c	=	$3\,10^{8}$ m.s^{-1}	lumière dans le vide	1 an	=	$3.16\,10^{7}$	secondes
ϵ_o	=	$8.84\,10^{-12}$ F.m^{-1}	Permittivité du vide				

PARTIE 1 : COSMOLOGIE

On se propose d'examiner comment varient diverses distances que l'on peut définir dans un univers en expansion. Dans tout le problème, on se placera dans un modèle d'univers sans courbure ($k = 0$). L'age de l'univers est donc relié à la constante de Hubble par la relation :

$$t_o = \frac{2}{3H_o}$$

On considère deux galaxies distantes de r à une époque où l'univers était agé de t_1. A l'instant t_1 la galaxie 1 émet un photon qui voyage vers la galaxie 0 (la notre). On reçoit le photon (aujourd'hui), lorsque l'univers est agé de t_o.

$\boxed{\text{On prend comme valeur de la constante de Hubble } H_o = 50\,\text{km.s}^{-1}/\text{Mpc}}$

1) Calculer l'age actuel de l'univers à partir de cette mesure. Montrer que t_o est proche de 15 milliards d'années.

On mesure un spectre de la galaxie observée et on constate que la raie de recombinaison de l'Hydrogène H_α est placée à la longueur d'onde $\lambda_o = 10.5\,\mu$m.

2) Sachant qu'au laboratoire cette raie est mesurée à la longueur d'onde $\lambda_1 = 6563 \mathring{A}$, calculer le redshift z subit par le rayonnement reçu de la galaxie. Montrer que z est compris entre 10 et 20.

Si on suppose que l'on se trouve dans un univers à courbure nulle, on est dans le cas du modèle d'Einstein - de Sitter et le facteur d'échelle varie comme : $R(t) \propto t^{2/3}$.

3) Rappeler rapidement comment on obtient cette variation de R en fonction de t.

4) En supposant que le facteur d'échelle $R(t_o)$ est égal à 1 à l'epoque actuelle, calculer le facteur d'échelle $R(t_1)$ à l'époque d'émission du photon.

5) Calculer l'age de l'univers t_1 lorsque la galaxie 1 a émis la lumière observée à t_o : on exprimera t_1 en fonction de t_o et z, puis on calculera t_1.

6) Calculer le "temps de vol" t_V des photons entre l'émission et la réception.

7) En déduire la distance parcourue par ces photons à la vitesse de la lumière. Cette première distance est la distance de vol D_V.

On nomme "distance de Hubble" la longueur $L_H = c/H_o = 3ct_o/2$.

8) Calculer L_H si $t_o = 14\,10^9$ ans.

9) Exprimer D_V en fonction de la longueur de Hubble et du redshift z. Montrer que D_V tend vers zL_H lorsque $z \to 0$.

On considère maintenant la distance dite "angulaire" D_ϕ qui est obtenue en comparant la taille physique d'un objet connu avec sa taille apparente sur le ciel. On peut montrer que

$$D_\phi = 2L_H[\frac{1}{1+z} - \frac{1}{(1+z)^{3/2}}]$$

10) Calculer D_ϕ de la galaxie 1.

11) Calculer $D_\phi(0)$; $D_\phi(\infty)$. Justifier.

12) Montrer que D_ϕ augmente d'abord pour passer par un maximum puis redécroitre. Calculer le redshift z_m pour lequel D_ϕ est maximum. Calculer la valeur maximum atteinte par D_ϕ en fonction de L_H. Comment interprétez vous le comportement de la distance angulaire ?

13) Calculer le développement limité de D_ϕ aux faibles z et montrer que $D_\phi \to D_V$. Justifier ce résultat.

On considère maintenant la distance dite "lumineuse" D_L qui est obtenue en comparant l'énergie émise par la galaxie et celle qui est reçue par l'observateur. On peut montrer que

$$D_L = 2L_H(1 + z - \sqrt{1+z})$$

14) Montrer que D_L se comporte bien comme les précédentes distances aux faibles redshift.

15) Calculer D_L pour la galaxie 1. Comparer la valeur obtenue à l'horizon de causalité actuel. Expliquer.

16) Sur la figure jointe à l'énoncé, on portera les diverses distances étudiées dans cet énoncé. Que pensez vous du fait de n'avoir pas porté sur la figure la galaxie 1 à t_o ?

PARTIE 2 : PHYSIQUE STELLAIRE

1) Expliquer pourquoi une étoile froide comme Bételgeuse ($T_{\rm suf} = 3000\,$K, $R = 100\,10^6\,$km) peut être plus brillante que le soleil ($T_{\rm suf} = 6000\,$K, $R = 1.4\,10^6\,$km). Quel est l'ordre de grandeur de la luminosité de Bételgeuse exprimée en Luminosité solaire ($L_\odot$).

2) En supposant que la relation masse-luminosité $L \propto M^3$ est valable jusqu'à la limite stellaire des petites masses ($0.08\,M_\odot$), donner une approximation de la luminosité des plus petites étoiles en fonction de $L_\odot$.

3) Si on admet que le domaine stellaire correspond à des masses dans la gamme $[M : 0.08 - 100\,M_\odot]$, retrouver la gamme de variation de leur luminosité. En supposant que les plus petites étoiles ont une température de surface $T = 2000\,$K, et les plus grosses $T = 30000\,$K, retrouver la gamme de variation des rayons stellaires.

4) Rappelez la définition du poids moéculaire moyen. On considère un mélange composé d'une même quantité d'atomes de Carbone (${}^6C^{12}$), d'Azote (${}^7N^{14}$) et d'Oxygène (${}^8O^{16}$). Calculer le poids moléculaire moyen dans ce mélange.

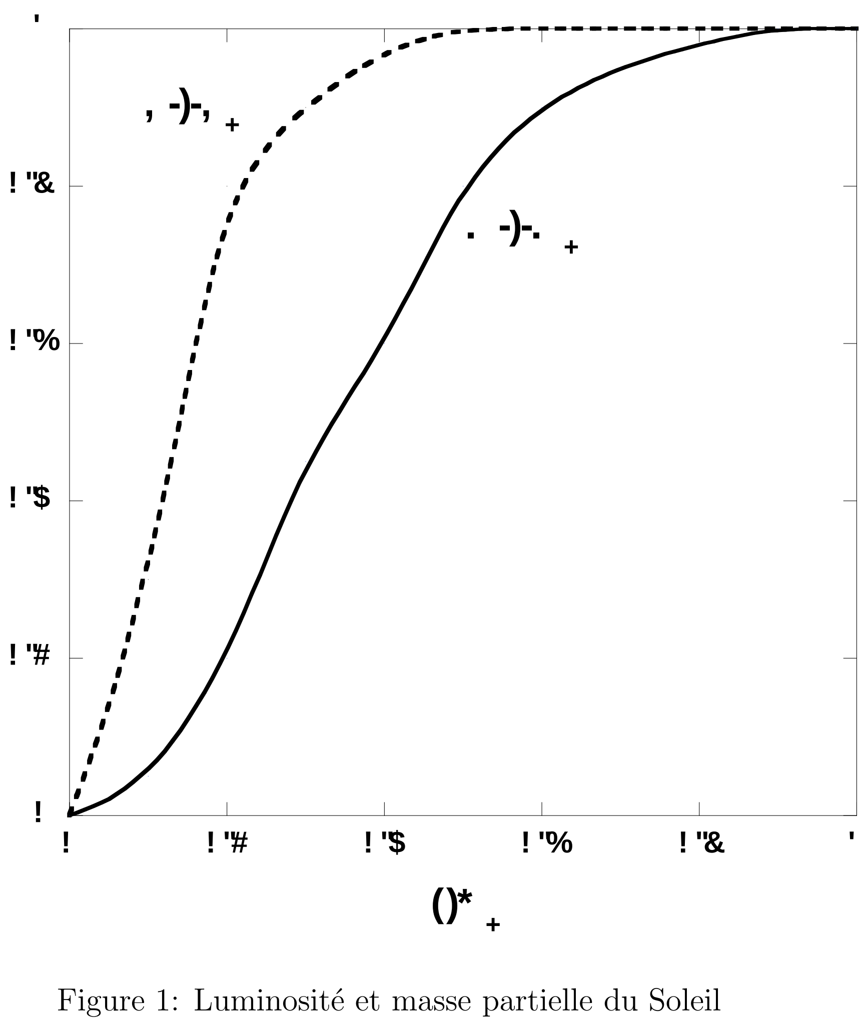

Figure 1: Luminosité et masse partielle du Soleil

5) Sur la figure 1, on trouve ...