L3 Physique EXAMEN Astrophysique 27 mai 2010

DURÉE TROIS HEURES - SANS DOCUMENTS
CALCULATRICE ET PAGE DE NOTES A4 RECTO-VERSO AUTORISEES

Toutes les **données numériques** nécessaires sont portées dans la table ci-dessous. Elle peuvent être utilisées à la demande selon les besoins de tel ou tel exercice.
Les exercices sont totalement **indépendants**. A l'intérieur d'un exercice donné, les questions sont souvent très largement indépendantes. Il est conseillé de parcourir l'ensemble du sujet avant de démarrer. Un **barême** approximatif est indiqué pour chaque exercice.
Les parties indiquées avec une étoile ($\star$) sont un peu plus difficile et pourront être traitées dans un deuxième temps.

Pour chaque calcul, on demande d'établir **l'expression littérale** du résultat, avant de donner l'application numérique. Cette consigne, avec la présentation générale, sera noté sur [1 point] supplémentaire

π	=	3.1415926		$T_\odot$	=	$6000\,\mathrm{K}$	T surface soleil
σ_S	=	$5.67\,10^{-8}\,\mathrm{W.m^{-2}.K^{-4}}$	Stefan	1 $R_\odot$	=	$7\,10^{8}\,\mathrm{m}$	Rayon Solaire
k	=	$1.38\,10^{-23}\,\mathrm{J.K^{-1}}$	Boltzman	1 $M_\odot$	=	$2\,10^{30}\,\mathrm{kg}$	Masse solaire
h	=	$6.626\,10^{-34}\,\mathrm{J.s}$	Planck	1 $L_\odot$	=	$3.86\,10^{26}\,\mathrm{W}$	Luminosité Solaire
e	=	$1.6\,10^{-19}\,\mathrm{C}$	charge de l'électron	1 AU	=	$150\,10^{6}\,\mathrm{km}$	Unité Astronomique
c	=	$3\,10^{8}\,\mathrm{m.s^{-1}}$	vitesse lumière (vide)	1 pc	=	$3.1\,10^{16}\,\mathrm{m}$	parsec
ϵ_o	=	$8.84\,10^{-12}\,\mathrm{F.m^{-1}}$	Permittivité du vide	1 AL	=	$9.5\,10^{15}\,\mathrm{m}$	Année Lumière
G	=	$6.7\,10^{-11}\ \ \mathrm{J.m.kg^{-2}}$	Constante gravitation	1 an (moyen)	=	$3.16\,10^{7}\,\mathrm{s}$	année moyenne
a	=	$7.56\,10^{-16}\ \ \mathrm{J.m^{-3}.K^{-4}}$	2e constante de Stefan	H_o	=	$75\,\mathrm{km.s^{-1}.Mpc^{-1}}$	Constante Hubble
m_H	=	$1.67\,10^{-27}\,\mathrm{kg}$	masse du proton	H_o^{-1}	=	13 milliards d'années	Temps de Hubble

1- Astéroides [7]

La ceinture d'astéroides est un anneau constitué de millions de corps rocheux dont la taille s'échelonne du grain de poussière ($1\,\mu$m) jusqu'à des diamètres de plusieurs centaines de kilomètres. Elle est située entre Mars et Jupiter, à une distance moyenne du soleil de 3 AU. Le plus gros des astéroides, Ceres, a un diamètre de près de 1000 km. C'est le seul corps de la ceinture qui a une forme très proche d'une sphère.

1.1 Indiquer rapidement pourquoi Ceres est sphérique tandis que tous les autres corps de la ceinture, plus petits, ont des formes arbitraires. Quelles forces sont en jeu ?

On rappelle que la *Constante Solaire* (puissance reçu du soleil par un m^2 de surface situé à la distance Terre-Soleil 1 UA et orienté perpendiculairement au rayonnement) vaut $F \approx 1500\,\mathrm{W/m^2}$.

1.2 Que devient la constante F si la surface est orientée à 45^o du flux incident ?

1.3 Calculer une estimation du flux reçu par m^2 par Ceres en provenance du Soleil.

1.4 En déduire la température de surface maximum T_{CN} de Ceres sous l'influence de l'éclairement par le soleil, en considérant que l'astéroide se comporte comme un corps noir.

En pratique Ceres n'est pas un corps noir et réfléchit un peu de la lumière incidente. Le coefficient de réflexion (appelé albedo) est une constante inférieure à 1. On se propose de calculer l'albédo à partir de la comparaison de la température mesurée de Ceres et de T_{CN} calculée ci-dessus. On mesure $T = \alpha T_{\mathrm{CN}}$, avec $\alpha = 0.97$.

1.5 Justifiez $\alpha < 1$

1.6* En déduire l'albédo de Ceres. Un corps d'albedo < 0.05 est condidéré comme noir. Comment apparait Ceres ?

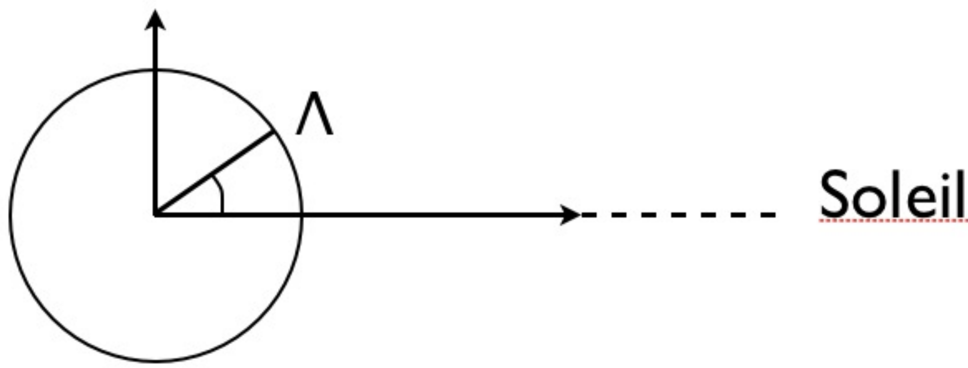

Figure 1: Ceres

1.7 Si la température de Ceres à l'équateur vaut T_o, déterminez la variation $T(\Lambda)$ de la température de la surface en fonction de la latitude Λ . Quelle est la limitation de ce modèle ?

2- Cosmologie [12]

On se propose d'étudier l'effet de la distance sur la magnitude observée de galaxies lointaines. On se place dans le cadre d'un modèle Einstein de Sitter sans courbure ($k = 0$). On prendra $H_o = 75\,\mathrm{km/s/Mpc}$.

2.1 Donnez une estimation de l'age de l'univers dans le modèle considéré.

On mesure un spectre de la galaxie observée et on constate que la raie de recombinaison de l'hydrogène $H\alpha$ est située à une longueur d'onde $\lambda_o = 5.25\,\mu$m. Cette raie est mesurée à $\lambda_1 = 6563\mathring{A}$ au laboratoire.

2.2 Déterminer le redshift z de la galaxie observée.

2.3 Si on suppose que le facteur d'expansion de l'univers actuel est $a_o = 1$, en déduire le facteur d'expansion a_1 à l'époque d'émission du photon.

2.4 Donner une estimation de l'age de l'univers à l'époque d'émission des photons. En déduire le temps de vol de ces photons (en années) et la distance de vol D_V correspondante (en Mpc).

2.5 Si on suppose que la densité actuelle de l'univers est $\rho_o = 1$ proton par m^3, donner une estimation de la densité ρ_1 à l'époque de l'émission des photons depuis la galaxie.

On nomme "distance de Hubble" la longueur $L_H = c/H_o = 3\,c\,t_o/2$.

2.6 Calculer L_H en Mpc.

2.7 Calculer D_V en fonction de L_H et de z. Montrer que D_V tend vers zL_H quand $z \to 0$. Calculer D_V pour $z \to \infty$. Quelle est la valeur maximum de z en pratique ? Cela change t-il significativement le résultat ?

On suppose que la galaxie observée a une luminosité intrinsèque de $10^{12}\,L_\odot$, ce qui correspond à une magnitude absolue $M = -22$, par exemple dans le domaine visible. On rappelle que la relation magnitude apparente - magnitude absolue fait intervenir le module de distance DM :

$$m - M = DM = 5 \log d(\mathrm{pc}) - 5$$

2.8 Calculer la magnitude apparente de la galaxie si celle-ci se situe à une distance de $L_H/100$

On rappelle les expressions des distances permettant d'accéder à la brillance d'un objet, distance lumineuse D_L et distance angulaire D_A, en fonction du redshift :

$$D_L = 2L_H(1 + z - \sqrt{1+z}) \quad ; \quad D_A = 2L_H((1+z)^{-1} - (1+z)^{-3/2})$$

2.9 Déterminer la magnitude apparente de la galaxie observée.

On suppose que l'on observe cette galaxie avec un détecteur permettant de détecter une magnitude $m = 25$ en une heure de pose. On suppose de plus que la sensibilité de ce détecteur augmente comme la racine carrée du temps de pose (une pose de 100 secondes permet de détecter un objet 10 fois moins brillant qu'une pose de 1 secondes).

2.10 * En déduire une estimation du temps de pose nécessaire pour détecter la galaxie en question.

On s'intéresse maintenant à la taille angulaire de la galaxie sur le fond de ciel. On suppose que la galaxie est vue de face et qu'elle a un diamètre $D = 0.1\,\mathrm{Mpc}$.

2.11 Faire une étude de variation de $D_A(z)$. Montrer que D_A passe par un maximum pour une valeur de $z = z_\mathrm{m}$ qu'on calculera. Calculer $D_A(z_\mathrm{m})$. Tracer $D_A(z)$.

2.12 Donner une estimation de l'age de l'univers pour $z = z_\mathrm{m}$. Comment interpétez vous le comportement de $D_A(z)$?

2.13 La galaxie observée est-elle situé en deça ou au delà de z_m ? Donner une estimation du diamètre angulaire de la galaxie observée en secondes d'arc. Quel serait ce diamètre pour $z = 14$?

2.14 En considérant la galaxie comme un un corps noir sphérique de luminosité L et de température T, donnez l'expression B_o de sa brillance propre (émission de corps noir par unité d'angle solide, intégré sur toutes les fréquences).

2.15 * Déterminer l'expression de la brillance B_1 observée. Montrer que l'on obtient :

$$B_o = B_1 \frac{D_A^2}{D_L^2}$$

2.16 En reprenant les expressions de D_A et D_L en fonction de z, montrer que l'on retrouve la variation de la brillance en fonction de $1/(1+z)^4$.

On s'intéresse maintenant à la distance propre D_P entre la galaxie et l'observateur. Cette distance propre varie avec le temps, pendant que les photons voyagent de la galaxie à l'observateur, du fait de l'expansion de l'univers. Les calculs de cosmologie dans le modèle Einstein de Sitter indiquent que $D_P = a(t).r$, où a est le facteur d'expansion à l'instant t et r est la coordonnée d'espace qui sépare la galaxie de l'observateur. $a(t)$ varie comme $t^{2/3}$:

$$a(t) = A.t^{2/3}$$

et l'on peut intégrer r en fonction de t, ce qui fournit :

$$r = \frac{3\,c}{A}(t_o^{1/3} - t_1^{1/3})$$

2.17 A partir des relations ci-dessus, montrer que $D_P(t) = 3\,ct^{2/3}(t_o^{1/3} - t_1^{1/3})$. Attention, on ne confondra pas t, t_o, t_1.

2.18 * Etablir les expressions de $D_P(t_1)$ et $D_P(t_o)$ en fonction de L_H et z. Calculer les valeurs numériques de $D_P(t_1)$ et $D_P(t_o)$.

2.19 * Comparer $D_P(t_1)$ et D_A. Conclusion