L3 Physique   Partiel Astrophysique   2008

DURÉE UNE HEURE - SANS CALCULATRICE NI DOCUMENTS
UNE PAGE DE NOTES A4 RECTO-VERSO AUTORISEE

Toutes les données numériques nécessaires sont portées dans la table ci-dessous. Elle peuvent être utilisées à la demande selon les besoins de tel ou tel exercice. On effectuera les calculs avec des approximations raisonnables qu'on explicitera.

π	=	3.1415926		$T_\odot$	=	6000 K	T surface soleil
σ_S	=	$5.67\,10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}	Stefan	1 $R_\odot$	=	$7\,10^{8}$ m	Rayon Solaire
k	=	$1.38\,10^{-23}$ J.K^{-1}	Boltzman	1 $M_\odot$	=	$2\,10^{30}$ kg	Masse solaire
h	=	$6.626\,10^{-34}$ J.s	Planck	1 $L_\odot$	=	$3.86\,10^{26}$ W	Luminosité Solaire
e	=	$1.6\,10^{-19}$ C	charge de l'électron	1 AU	=	$150\,10^{6}$ km	Unité Astronomique
c	=	$3\,10^{8}$ m.s^{-1}	vitesse lumière (vide)	1 pc	=	$3.1\,10^{16}$ m	parsec
ϵ_o	=	$8.84\,10^{-12}$ F.m^{-1}	Permittivité du vide	1 AL	=	$9.5\,10^{15}$ m	Année Lumière
G	=	$6.7\,10^{-11}$ J.m.kg^{-2}	Constante gravitation	1 an (moyen)	=	$3.16\,10^{7}$ s	année moyenne
a	=	$7.56\,10^{-16}$ J.m^{-3}.K^{-4}	2e constante de Stefan	H_o	=	60 km.s^{-1}.Mpc^{-1}	Constante Hubble

1- On considère un rayonnement d'intensité I_o qui pénêtre dans un milieu où la fonction source vaut $S = I_o/10$. On rappelle l'expression de l'intensité spécifique I lorsque le rayonnement a traversé la profondeur optique τ :

$$I = I_o e^{-\tau} + S(1 - e^{-\tau})$$

• Calculer la profondeur optique au bout de laquelle l'écart entre I et S devient inférieur à $I_o/10$.
• Si le coefficient d'absorption massique vaut $\kappa = 10^{-2}$ cm^2/g et la masse volumique $\rho = 10^{-18}$ kg.m^{-3}, calculer la distance correspondante d en Unités Astronomiques UA.
On donne : $\ln(9) \approx 2$; $15^2 = 225$.

2- On considère une étoile de masse M et de rayon R dont la masse volumique suit la loi de variation :

$$\rho(r) = \rho_o(1 - \frac{r}{R})$$

• Que représente ρ_o ?
• Calculer ρ_o en fonction de M/R^3.

3- On rappelle l'expression de la luminosité d'une étoile en fonction de son rayon R et de sa température de surface T :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

• Que représente la constante σ ?

• A partir de l'expression de la luminosité solaire, ré-écrire cette équation en faisant disparaitre les constantes et en ne faisant apparaitre que les paramètres solaires ($L_\odot, T_\odot, R_\odot$).
• En déduire la luminosité d'un nuage de gaz froid ($T = 20K$), supposé opaque, et de dimension $R = 0.1\,$pc. Placer son point représentatif sur un diagramme HR. Conclusion.

4- La vitesse de libération d'un objet à la surface d'un astre de masse M et de rayon R s'obtient en égalant son énergie cinétique et son énergie potentielle gravitationnelle.

• En déduire l'expression du rayon d'un trou noir pour lequel la vitesse de libération est égale à la vitesse de la lumière c.
• Montrer alors que l'énergie obtenue par accrétion d'une masse m depuis $r \to \infty$ sur un trou noir de masse M et de rayon R (obtenu précédemment), est une fraction significative de l'énergie de masse mc^2.

5- On cherche à montrer de manière générale que le moment cinétique orbital J_O des planètes du système solaire est toujours plus élevé que leur moment cinétique de rotation propre J_D (les planètes sont supposées être des sphères homogènes). Pour cela, on part des hypothèses suivantes : $J_O = 4.5\,10^{15}\,M\sqrt{R_{AU}}\,$kg.m^2/s, et le moment d'inertie d'une sphère est $I = 0.4MR_P^2$. Par ailleurs, on peut considérer que toutes les périodes de rotation T propres des planètes sont de l'ordre de 24 heures.

• Est-ce que la question dépend de la masse de la planète ?
• Montrer que l'on peut écrire :

$$\frac{J_O}{J_D} \propto \frac{\sqrt{R_{(AU)}}}{R^2_{P(\mathrm{km})}}$$

La constante de proportionnalité vaut $1.5\,10^{20}$ si R (rayon de l'orbite, supposée circulaire) est exprimé en UA et R_P, le rayon de la planète, en km.

• Montrer que pour la Terre ($R_P = 6000\,$km), le rapport est supérieur à 10^6.
• Montrer que pour Jupiter, on a toujours $J_O \gg J_D$ (orbite à 5 AU, $R_{\mathrm{Jup}} \approx 10R_T$).