

1 heure 20 mn - calculatrice autorisée - Sans documents (une feuille de notes A4 autorisée)

π	=	3.1415926				
σ_S	=	$5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$	Stefan	1 AU (=UA)	=	$150 \cdot 10^6 \text{ km}$ Unité Astronomique
k	=	$1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$	Boltzman	1 M_\odot	=	$2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ Masse solaire
h	=	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$	Planck	1 L_\odot	=	$3.86 \cdot 10^{26} \text{ W}$ Luminosité Solaire
e	=	$1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	charge de l'électron	1 R_\odot	=	$7 \cdot 10^8 \text{ m}$ Rayon Solaire
c	=	$3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$	vitesse lumière (vide)	1 pc	=	$3.1 \cdot 10^{16} \text{ m}$ parsec
ϵ_o	=	$8.84 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$	Permittivité du vide	1 an (moyen)	=	$3.16 \cdot 10^7 \text{ s}$ année moyenne
G	=	$6.7 \cdot 10^{-11} \text{ J.m.kg}^{-2}$	Constante gravitation	1 AL	=	$9.5 \cdot 10^{15} \text{ m}$ Année Lumière
a	=	$7.56 \cdot 10^{-16} \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-4}$	2e constante de Stefan	T_\odot	=	6000 K T surface soleil

EXERCICE 1 : On considère une étoile double située à une distance d et composée de deux étoiles dont les magnitudes apparentes sont m_1 et m_2 . On note m la magnitude mesurée lorsqu'on prend en compte le flux $F = F_1 + F_2$ des deux étoiles à la fois. On note $\alpha = F_1/F_2$ le rapport des deux flux.

1.1 Pourquoi n'a-t-on pas $m = m_1 + m_2$?

1.2 Montrer que m_1 peut s'écrire :

$$m_1 = m + 2.5 \log \frac{1 + \alpha}{\alpha}$$

1.3 En déduire sans calcul l'expression de m_2 en fonction de m et α .

1.4 Est-ce que la distance d des étoiles intervient dans les calculs ci-dessus ? Pourquoi ?

EXERCICE 2 : On souhaite estimer les rayons de quelques étoiles sur la séquence principale en fonction de leur masse.

2.1 A partir des relations $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ et $L \propto M^3$, établir la relation $R = R(T, M)$.

On donne la table de correspondance des masse et des températures de surfaces (types spectraux) pour 6 valeurs de M sur la séquence principale :

M/M_\odot	0.1	0.5	1	2	5	10
T/T_\odot	0.5	2/3	1	4/3	2	5

2.2 A partir de la table ci-dessus, tracer la "séquence principale" des rayons stellaires en fonction de la température de surface. On indexera la courbe avec les valeurs de la masse.

EXERCICE 3 : On considère un disque de gaz et de poussières de rayon $R = 100 \text{ AU}$ en orbite autour d'une étoile en formation. L'étoile est supposée de luminosité $L = 5 L_\odot$ et $T_{\text{eff}} = 4000 \text{ K}$. On considère que la masse totale du disque vaut $m_D = 0.01 M_\odot$ et que le rapport (des masses) gaz / poussières vaut $\beta = 100$. On s'intéresse à l'opacité du disque à $\lambda = 1 \mu\text{m}$. A cette longueur d'onde, l'opacité est due uniquement à la poussière et vaut $\kappa(1 \mu\text{m}) = 80 \text{ cm}^2.\text{g}^{-1}$

3.1 Donner une estimation du rayon de l'étoile.

3.2 Calculer la masse m de poussières disponible dans le disque. Comparer à la masse de Jupiter.

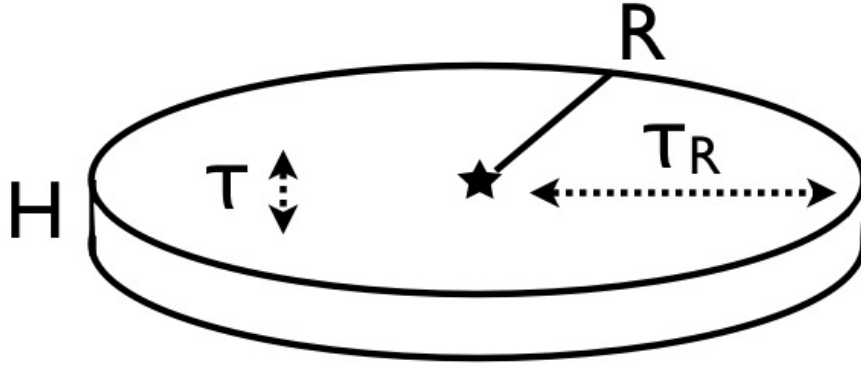


Figure 1: Disque circumstellaire

3.3 Calculer la masse volumique ρ (supposée uniforme) de poussières dans le disque en fonction des données et de l'épaisseur H du disque. En déduire la colonne densité Σ (masse surfacique en kg/m^2) de poussières dans le disque.

3.4 Déterminer la profondeur optique à $1 \mu\text{m}$ τ du disque dans le sens de l'épaisseur. Pourquoi l'épaisseur H du disque n'intervient-elle pas dans le calcul de τ ? Le disque est-il optiquement mince ou épais ($\tau \gg 1$) ?

On s'intéresse maintenant à la profondeur optique dans le plan du disque. On suppose maintenant que le disque a une épaisseur $H = R/100$.

3.5 Calculer à quelle distance de l'étoile R_1 le disque devient optiquement épais au rayonnement de l'étoile ($\tau_R=1$) à $1 \mu\text{m}$. En déduire la forme de l'image du disque à cette longueur d'onde.

3.6 Déterminer la masse du disque en deça de laquelle le disque sera optiquement mince jusqu'à son bord externe (100 AU). Quelle forme prendrait alors l'image du disque à $1 \mu\text{m}$? Avec cette masse, le disque pourrait-il former des planètes comme celles du système solaire ?

3.7 Estimer la température $T(R_1)$ du disque due au chauffage par l'étoile

3.8 Comparer la température $T(R_1)$ avec celle obtenue par chauffage par accréation, en utilisant l'expression ci-dessous pour un taux d'accréation $\dot{M} = 10^{-8} M_\odot/\text{an}$.

$$T(R) = 8500K \left(\frac{\dot{M}}{10^{-7} M_\odot/\text{an}} \right)^{1/4} \left(\frac{R}{R_*} \right)^{-3/4}$$