Exercice 1 : Sachant que Sirius a une magnitude absolue M=1.41 et une magnitude apparente m=-1.45, calculer sa distance en parcsec.

Exercice 2 : *Thermodynamique du rayonnement.* On rappelle que la densité volumique d'énergie u_ν d'un rayonnement de corps noir isotrope $B_\nu(T)$ vaut:

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T)$$

Montrer que la densité volumique d'énergie d'un corps noir intégrée sur toutes les fréquences, vaut :

$$u = aT^4 \;\text{, où}\; a = 4\frac{\sigma}{c} = \frac{8\pi^5 k^4}{15 h^3 c^3} = 7.56\ 10^{-16} J\,m^{-3} K^{-4}, \text{ 2eme constante de Stefan}$$

$$\text{On donne : } \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Exercice 3 : Calculer l'énergie transportée par un photon du visible ($\lambda = 0.55\,\mu$m). • Estimer la quantité totale d'énergie recueillie par tous les radio-télescopes du monde depuis l'invention de la radio-astronomie.

Exercice 4 : On mesure la magnitude intégrée d'une source binaire J(1+2)=9.8, ainsi que le rapport de flux entre le primaire et le secondaire $F_1/F_2 = 5$. Calculer J_1 et J_2.

Exercice 5 : Calculer la température d'équilibre d'un corps noir recevant un éclairement de 1kW.m^{-2}. Calculer l'éclairement reçu du soleil par la terre (distance terre-soleil : $150\,10^6$ km) ; conclure.

Exercice 6 : Etablir les formules permettant de calculer le flux monochromatique (en Jy) reçu à la longueur donde λ, d'un objet de luminosité L, considéré comme un corps noir à la température T, situé à la distance d. Calculer la température d'équilibre T d'un grain de poussière (ou d'une planète) en orbite à la distance r autour d'une étoile de luminosité $L_\star$ et de température effective $T_{\rm eff}$. On supposera que l'étoile et la planète rayonnent comme des corps noirs. Montrer que T varie comme $\sqrt{r}$. Application numérique pour Jupiter. Calculer la luminosité L_J de Jupiter en fonction de $L_\star$. Calculer le flux reçu sur Terre d'une planète Jovienne en orbite autour d'une étoile de type G à une distance de 10 pc.

Exercice 7 : Calculer la luminosité totale d'un corps noir sphérique de rayon R et de température T. Utiliser ce résultat pour montrer comment varie le rayon des étoiles placées dans un diagramme H-R. Conclure sur la position des étoiles géantes rouges ; sur celle des naines blanches.

Exercice 8 : *Expansion adiabatique d'un rayonnement.* Montrer que pendant l'expansion, la densité volumique d'énergie varie comme :

$$u \propto V^{-4/3}$$

Exercice 9 : Calculer la densité d'énergie actuelle du rayonnement cosmologique ($T_{BB} = 2.735\ K$). Exprimer cette densité en g.cm^{-3} et la comparer à la densité baryonique actuelle ($\approx$ 1 proton/m^3).

Déterminer l'ordre de grandeur de l'âge de l'univers pour lequel $\rho_m = \rho_r$.

Exercice 10 : *Paradoxe d'Olbers.* Calculer quelle serait la température de l'univers si toute la matière qu'il contient était intégralement tranformée en rayonnement. Sachant que la température de surface du soleil est $\approx$ 6000 K, proposer une explication au "paradoxe" de la nuit noire.

Exercice 11 : On adopte la métrique de Robertson-Walker, et on considère un observateur placé en r_o, t_o et recevant un rayonnement émis à la fréquence ν_1 en r_1, t_1. Calculer le décalage vers le rouge cosmologique ν_o/ν_1 et montrer qu'il est égal au rapport $R(t_1)/R(t_o)$.

Exercice 12 : *Steady State.* Montrer que pour qu'un univers en expansion ($H = 1/RdR/dt$) garde sa densité $\rho = \rho_o$ uniforme constante, le taux de création continue de matière doit être égal à 3Hρ_o. Calculer ce taux pour les valeurs 'standard' de H_o et ρ_o (h=0.5 et $\rho_o \equiv$ 1 proton/m^3).

Exercice 13 : Résoudre les équations d'Einstein dans les deux cas limite : $p = 0$, et $p = \rho/3c^2$.

Exercice 14 : Le modèle de l'univers inflationniste suppose que durant une brève phase de temps, l'univers s'est dilaté en gardant sa densité constante $\rho = \rho_f = 10^{74} g.cm^{-3}$. Résoudre dans ce cas les équations d'Einstein et montrer que l'expansion suit une loi exponentielle dont on donnera la constante de temps. Quel est le facteur d'expansion entre $t = 10^{-35}$s et $t = 10^{-32}$s?