Table des matières

Chapitre 1

RAPPELS – THÉORÈMES GÉNÉRAUX

1.1 Grandeurs Électriques

1.1.1 Introduction

Un circuit électrique est un ensemble de conducteurs et de composants qui réalisent une certaine fonction. Lorsqu'on branche un radiateur chez soi, on réalise un circuit qui part de la prise, traverse le radiateur et revient à la prise. La fonction réalisée est le chauffage de la pièce où l'on se trouve. Un circuit *électronique* n'est pas si différent, il utilise des composants plus discrets et leur but est également de réaliser une fonction donnée. En règle générale, les circuits électroniques véhiculent une puissance réduite (un Watt au maximum contre plusieurs milliers pour un radiateur domestique) mais cela ne veut pas dire que les considérations sur la puissance sont absentes de l'électronique. Les circuits dégagent de la chaleur en fonctionnement, et un demi-Watt peut suffire à faire brûler une résistance. Nous reviendrons plus tard sur ce point.

L'*électricité* et l'*électronique* ont de nombreux points communs, la dernière s'appuyant sur la première, et les deux s'appuyant sur l'*électrocinétique*, qui étudie les charges en mouvement. On peut résumer en disant que certains composants sont *a priori* plus électroniques que d'autres. Ainsi une (simple) résistance sera considérée comme un composant électrique (on en trouve dans les radiateurs) tandis qu'une diode ou un transistor seront considérés comme des composants électroniques (on en trouve dans les postes de télévision). En fait, on commence à parler d'électronique lorsque l'étude du composant ou du circuit amène à *distinguer* les électrons. Ce n'est pas nécessaire dans une résistance (on peut se contenter d'un *fluide* électrique), ça l'est plus dans l'étude d'une diode (étude des électrons, des "trous", courant de diffusion, etc.).

Les deux principales grandeurs physiques que l'on suit à la trace dans un circuit électrique et/ou électronique, sont familièrement appelées *la tension* et *le courant.* Ces deux grandeurs ont différentes valeurs en différents points du circuit étudié et varient le plus souvent avec le temps, sans cela rien d'intéressant ne se passe.

Le terme de courant se rapporte à un déplacement de *charges électriques*. Celles-ci se déplacent dans des conducteurs, un peu comme un fluide, et une bonne partie de l'électronique supporte la comparaison avec la plomberie.

1.1.2 Les charges

Dans la matière ordinaire (constituée d'atomes considérés comme fixes), la conduction est assurée par les électrons, qui sont porteurs d'une charge négative. L'unité de charge est *le Coulomb*, noté C. Chaque électron porte une charge $q_e = -e$, où e est la charge élémentaire :

$$e = 1.6\,10^{-19}C \tag{1.1}$$

$$1\,C = 6.25\,10^{18}\,\text{électrons}$$

En électronique comme en physique, la charge se conserve en tout point d'un circuit. Si on isole par la pensée un volume macroscopique dans un circuit, la charge contenue à l'intérieur reste statistiquement constante au cours du temps. En particulier, lorsqu'on utilise un conducteur sans dérivation (sans connexion), les charges injectées à l'entrée (S_3) se retouvent à la sortie (S_o), voir figure1.1.

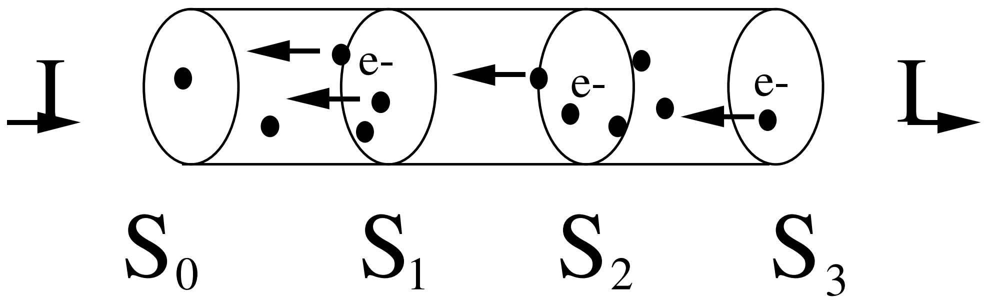

Figure 1.1 : Conservation macroscopique de la charge dans un conducteur.

1.1.3 Le courant

Le courant mesure la quantité de charges qui traverse une section d'un circuit, ou d'une partie d'un circuit (*branche*) par unité de temps. On parle de l'*intensité* d'un courant, mesurée en *Ampère* et noté A. Par abus de langage, on dira parfois "intensité" pour dire "courant".

On a donc :

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(à travers la section considérée)} \tag{1.2}$$

$$1\,A = 1\,C/\text{seconde} \equiv 6.25\,10^{18}\ \text{électrons/seconde}$$

Si on isole deux sections S_1 et S_2 en deux parties d'un conducteur, la conservation de la charge implique que le courant reste constant le long d'un conducteur, même si la section varie de S_1 à S_2. (figure 1.2).

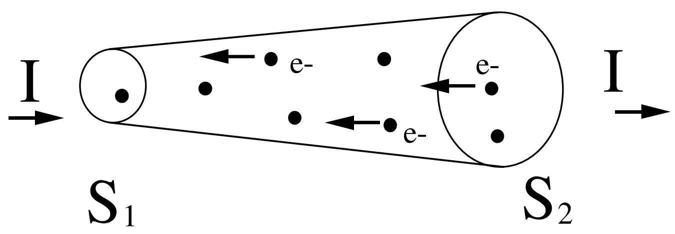

Figure 1.2 : Conducteur à section variable.

Comme le courant reste constant le long d'un conducteur sans dérivation, on adopte une notation et une seule pour repérer ce courant le long du conducteur (de la branche) en question.

Les courants habituellement rencontrés en électronique ont des intensités qui varient de quelques μA à quelques centaines de mA. Dans le pire des cas, cela représente toujours énormément d'électrons (10^{12} à 10^{17}) passant par seconde à travers une section du circuit. On comprendra qu'on représente les conducteurs comme des lignes ("vues de loin"), et on note le courant qui y circule comme une flèche superposée au fil en question. Autrement dit, on ne considère pas les électrons individuellement dans les conducteurs.

De la définition du courant ($+dq/dt$), il découle que le courant et les électrons (de charge négative) circulent en sens inverse. On précisera plus loin les questions de convention de signe.

1.1.4 Le potentiel

En électronique comme en physique, les charges sont mises en mouvement par un champ électrique. Dans une région de l'espace où règne un champ électrique $\overrightarrow{E}$, une charge q subira une force $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$. Si le champ $\overrightarrow{E}$ dérive d'un potentiel V, on a :

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}V \tag{1.3}$$

Si, sous l'action de ce champ, la charge se déplace de A vers B, Le travail correspondant sera :

$$W = \int_A^B \overrightarrow{F}\,\overrightarrow{dl} = -q\int_A^B \overrightarrow{grad}V\,\overrightarrow{dl} = -q(V_B - V_A) \tag{1.4}$$

On voit que la *diminution* de potentiel d'un point B à un point A ($V_B - V_A$), est égale au travail qu'il faut fournir (négatif) par unité de charge pour déplacer une charge *positive* du point de plus bas potentiel (V_A) au point de plus haut potentiel (V_B) (l'intégrale est calculée de A vers B). Inversement, c'est le travail qu'on récupère (positif) par unité de charge lorsque celle-ci *descend* (spontanément) de B vers A.

Les charges *positives* descendant spontanément les potentiels, la définition du courant $I = +dq/dt$ implique que le courant circule spontanément des points de haut potentiel vers les points de bas potentiel. Si $V_A > V_B$, le courant circule de A vers B, *dans un élément passif* (nous préciserons cette question sur un exemple).

Il y a analogie totale entre le mouvement des charges (positives) d'un point à haut potentiel vers un point de bas potentiel, et le mouvement des masses dans un champ de gravitation. Les masses se déplacent spontanément des points les plus *hauts* vers les points les plus *bas*. Le mouvement “spontané” correspond au cas où l'on récupère du travail lors de ce mouvement. La seule différence vient du fait qu'il n'existe pas de masses négatives qui remonteraient les pentes, alors que dans les conducteurs, le courant est constitué de charges négatives qui *remontent* les potentiels.

On notera que l'on peut définir le potentiel à une constante près, puisque c'est la *différence* de potentiel existant entre deux points, qui détermine si une action (déplacement de charge) doit exister entre ces deux points. En conséquence, par soucis de simplification, dans un circuit électrique, tous les potentiels sont définis par rapport à une origine commune qu'on appelle *potentiel de référence*, de valeur arbitrairement prise à 0 V.

On appelle ce point particulier ô combien important en électronique, *la masse*. On le repère sur un circuit par un symbole particulier. Voir figure 1.5 pour une description de quelques unes des notations les plus utilisées.

1.1.5 Notations et abus de langage

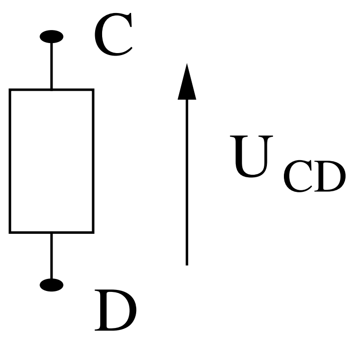

Figure 1.3 : Ddp = tension aux bornes.

En toute rigueur, on ne doit parler que des différences de potentiels (ddp) pour décrire les phénomènes en électronique. on choisit une notation pour repérer cette ddp aux bornes d'un composant (figure 1.3)

$$\begin{aligned} U = V_C - V_D = U_{CD} \\ U > 0 \Leftrightarrow V_C > V_D \end{aligned} \tag{1.5}$$

Cette notation est analogue à la notation des vecteurs en mathématique une flèche orientée, dont le module représente la différence entre la valeur du potentiel à la pointe et la valeur du potentiel à la queue. On notera l'ordre d'écriture des indices (CD) de la tension U dont la pointe est orientée vers C et la queue vers D.

Un synonyme de ddp fréquemment utilisé en électronique est le mot *tension*. On parle de la tension aux bornes d'une résistance pour parler de la différence de potentiel existant entre les deux extrémités de cette résistance. Par suite, on pratique l'abus de langage suivant : puisque tous les potentiels sont définis par rapport à la masse de potentiel nul, on parle de la tension *en un point* plutôt que de la ddp *entre ce point et la masse* (comme on le devrait). De même, on parle du courant qui circule dans un dipole, ou du courant dans le dipole. La notation la plus employée pour représenter ce courant, est la lettre I. Une représentation est donnée sur la figure 1.4. On notera la différence entre l'agencement des indices de I et de U :

$$\begin{aligned} I_{AB} &= I_{A \to B} \\ U_{BA} &= U_B - U_A \qquad \text{(Vecteur tension dirigé de A vers B)} \end{aligned}$$

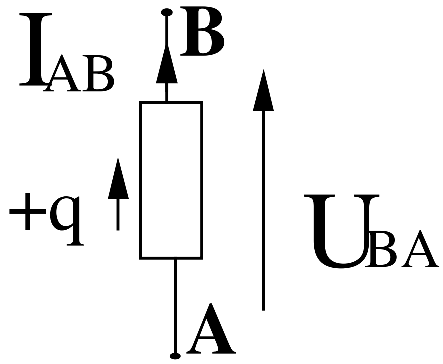

Figure 1.4 : Un exemple de notation courant/tension dans un dipole.

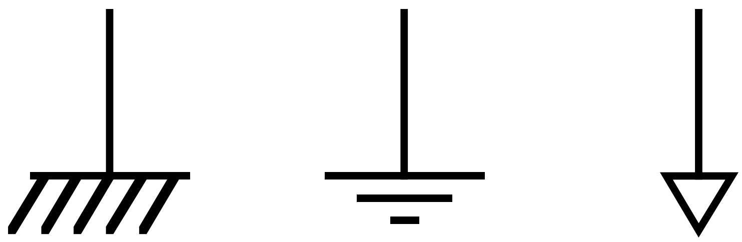

Figure 1.5 : Différentes notations pour la masse.

Sur la figure 1.6, on développe un exemple plus complet. U et V sont repérées (implicitement) par rapport à la masse

$$U = V_A - V_{\mathrm{ref}} = V_A - 0 = V_A$$

on dit que U est la tension en A.

On a également :

$$\begin{aligned} V &= V_D \\ U_1 &= V_B \\ U_2 &= V_B - V_D = U_1 - V \end{aligned}$$

Il est important de noter ici que les notations de la figure 1.6 sont des *notations*, ce sont des variables

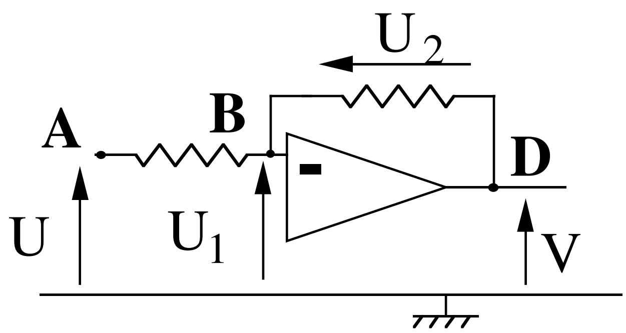

Figure 1.6 : Exemple d'orientation d'un réseau de tensions sur un schéma complexe.

algébriques choisies pour représenter des quantités physiques (ddp, courants, etc.) et matérialiser les relations existant entre elles (par exemple $U_2 = U_1 - V$). Lorsqu'on choisit ces notations (ou lorsqu'on les reproduit d'après un énoncé), on ne sait pas encore *quel signe* auront ces variables. Autrement dit, on ne sait pas encore *dans quel sens* seront orientées les grandeurs physiques représentées par ces variables. Pour connaitre ce signe, il faut poser les équations du problème, introduire les conditions aux limites et résoudre le système. On traitera par la suite de nombreuses applications de cette méthode.

1.1.6 Puissance

En toute rigueur, le courant I et la tension U ne suffisent pas chacun tout seul à "donner vie" à un signal intéressant. En clair, si I ou U (ou les deux) valent 0, aucune énergie ne peut être mise en jeu. On a vu (équation 1.4) que le travail nécessaire pour amener une charge q d'un point A à un point B est :

$$W = \int_A^B \overrightarrow{F}\,\overrightarrow{dl} = -q(V_B - V_A)$$

Le déplacement de q correspond au sens du courant indiqué sur la figure 1.4.

On en déduit l'expression de la puissance P=dW/dt impliquée :

$$P = dW/dt = -\frac{dq}{dt}(V_B - V_A) = -I_{AB}U_{BA} = I_{BA}U_{BA} \tag{1.6}$$

Si $V_B > V_A$ ($U_{BA} > 0$), on remarque que P est du signe de $I_{B\to A}$. La "tendance naturelle" de I étant de circuler de B vers A (dans le sens des potentiels décroissants), il est normal d'obtenir un travail positif dans ce cas de figure.

1.1.7 Conventions de signe

Il faut toujours se souvenir qu'au moment où l'on choisit les notations (U, V, I, etc.) pour calculer l'état d'un circuit électrique, les variables U, V, I, etc. sont des variables *algébriques*. Autrement dit, on ne connait pas leur signe a priori. Autrement dit, on ne sais pas *dans quel sens* le courant va circuler, ni dans quel sens les "vecteurs" tension seront physiquement orientés. A ce niveau de définition, ce choix d'un "sens positif" est uniquement une orientation, exactement comme on oriente un axe des abcisses, ou un axe des vitesses.

Tout ce que l'on sait a priori, c'est que si (à la suite de calculs sur les différentes variables du circuit réalisés à partir d'équations qu'on apprendra plus loin à poser), la tension U_{BA} est *positive* ($V_B > V_A$), le courant circulera *réellement* de B vers A ($I_{BA} > 0$), l'ensemble des deux fournissant une puissance *positive*.

La question des "conventions" en électronique concerne l'orientation conjointe des sens positifs pour I et U. On choisit d'adopter la convention suivante : on appelle *convention récepteur* la situation qui consiste à orienter (a priori) la tension U dans un sens et le courant I dans l'autre (figure 1.7-a).

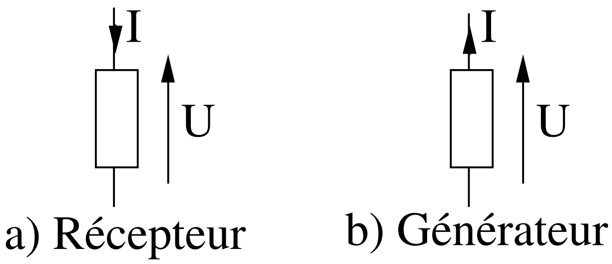

Figure 1.7 : Orientations en convention récepteur / émetteur.

Cette convention possède la caractéristique suivante : si (à la suite de calculs) U (respectivement I) s'avère être positive (c'est à dire que la tension est réellement orientée dans le sens de la flèche choisi), alors le courant I (respectivement U) sera lui aussi positif, puisque les courants s'écoulent des points de haut potentiel vers les point de plus bas potentiel. Inversement, si l'une des deux variables U ou I est négative, l'autre sera également négative. Dans tous les cas, la puissance mise en jeu sera *positive*.

Il existe également une convention *générateur* (ou émetteur, voir figure 1.7-b), ou U et I sont orientés en sens inverse. Cette orientation convient aux circuits actifs que sont les générateurs qui *forcent* le courant à circuler du point de plus haut potentiel vers le point de plus bas potentiel. Pour un générateur, si U est positive, I sera également positif, et inversement. Le produit UI est, encore une fois, toujours positif. Ces deux notations permettent de manipuler des puissances positives. Le générateur fournit la puissance que consomme le récepteur.

Exemple : Le transformateur.

Un transformateur est un montage électrique constitué de 2 bobinages, qui permet de modifier la valeur d'une tension alternative (passage 100000 Volts / 20000 Volts, ou 20000 Volts / 220 Volts, etc.). Sur la figure 1.8, on a choisi la convention récepteur pour le bobinage d'entrée, qui est alimenté par (U_1,I_1), et la convention générateur pour le bobinage de sortie, qui fournit (U_2,I_2).

Il est évident qu'au moment de choisir le sens d'orientation de U et I dans un circuit, si on a une petite idée du sens réel de la tension et du courant, on choisira ce sens-là. Ainsi, on verra plus loin, qu'on utilise en électronique des générateurs de tension possèdant un pôle + et un pôle − (tout comme une pile). Si on réalise le montage qui consiste à connecter ensemble un générateur et une récepteur (une résistance ou une lampe de poche, etc.), on aura intérêt à choisir la convention générateur indiquée sur la figure 1.7-b. pour la pile, et la convention récepteur pour la lampe.

Et comme le monde est bien fait, les deux conventions correspondent en fait à la même orientation pour U et I pour chacun des deux éléments! (Voir figure 1.9). Le courant part du pole + du générateur, traverse

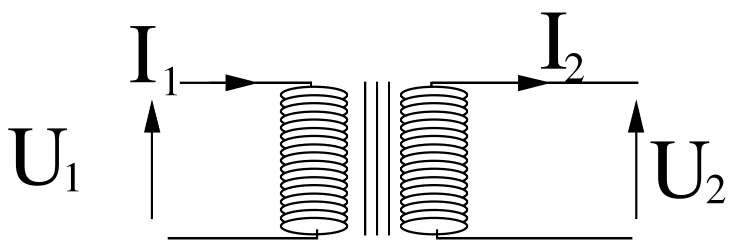

Figure 1.8 : Schéma d'un transformateur. Conventions d'orientation

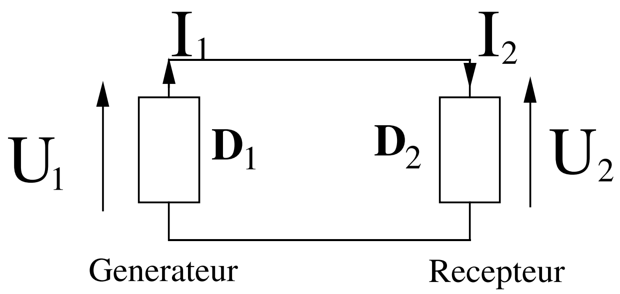

Figure 1.9 : Association générateur - récepteur

la résistance et revient au pôle −. Le générateur débite (du courant, de la puissance, etc.) et la lampe (le récepteur) la consomme. Il va de soi qu'on aurait pu choisir la convention inverse, mais il faut alors ajouter des signes − dans toutes les équations, c'est à dire augmenter le risque d'erreur, pour aboutir au même résultat physique : le courant circule du pôle + au pôle − (les électrons circulent du pôle − au pôle +).

1.1.8 Remarques importantes

1. Il se trouve que le courant électrique est constitué d'électrons qui possèdent une charge négative. Lorsque le courant circule dans un sens, les électrons circulent en sens inverse (les électrons se déplacent des bas potentiels ves les hauts potentiels). Au niveau ou nous en sommes, cela n'a qu'un intérêt culturel de savoir de quoi est consistué physiquement ce que l'on appelle *le courant*, et cela ne change rien aux définitions introduites précédemment. En fait, c'est avant de découvrir les électrons négatifs que les premiers physiciens "électriciens" (Benjamin Franklin notamment) ont adopté les notations qu'on utilise encore aujourd'hui.

2. Tous les circuits et phénomènes électroniques que l'on étudiera dans ce cours concernent ce que l'on appelle *les régimes lentement variables*. C'est à dire que si L est la longueur du circuit que l'on considère, et si τ est le temps de variation caractéristique du signal considéré dans ce circuit, on suppose que l'on a toujours : $L << c\tau$ (où c est la vitesse de la lumière). Autrement dit, on néglige tous les phénomènes de propagation. Toutes les grandeurs étudiées sont "vues" avec la même valeur en tous les points du circuit à tout instant. Si une tension change en un point du circuit à un instant donné, le changement est instantanément valable pour tout le circuit.

Ce qui ne veut pas dire qu'on n'étudiera jamais de phénomènes *transitoires*. Un condensateur qui se charge voit la tension à ses bornes varier pendant un certain temps, puis celle-ci reste constante. On suppose seulement que la charge du condensateur est vue de la même façon en tous les points du circuit.

1.2 Lois de Kirchhoff

1.2.1 Introduction

Ces "lois" sont une synthèse pratique des propriétés physiques des courants et des potentiels examinées précédemment. Elles concernent les variables choisies pour représenter les courants et les tensions dans un circuit donné. Ce sont donc des relations algébriques. Un circuit électronique est généralement constitué d'un réseau de connexions entre des composants, dans lesquelles circulent des courants et aux bornes desquels sont appliquées des tensions.

1.2.2 Loi des nœuds

Lorsque plusieurs conducteurs sont connectés en un même point, le point de contact est appelé un nœud. La loi des nœud exprime que la somme algérique des courants dans différentes branches aboutissant à un même nœud, est nulle.

En effet, si on isole par la pensée une surface fermée entourant le nœud, la conservation de la charge à l'intérieur de cette surface impose que la somme algébrique des courants arrivant (ou partant, en adoptant un signe opposé pour les arrivées et les départs), en ce nœud soit nulle.

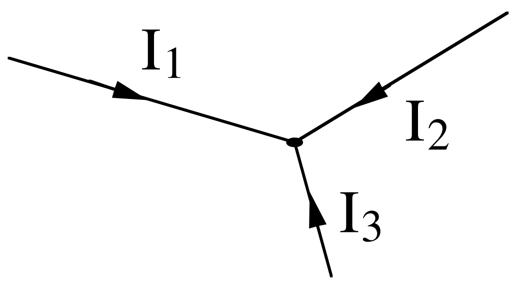

Figure 1.10 : La somme des courants arrivant à un nœud N est nulle : $I_1 + I_2 + I_3 = 0$.

Cette loi (qui est plus un théorème qu'une loi) permet donc d'obtenir une équation entre les différentes variables "courant" du circuit. Pour chaque nœud du circuit, on choisit une variable courant pour chaque branche arrivant au nœud, chaque variable est associée à un sens d'orientation Chaque nœud du circuit fournit une équation algébrique. Un autre exemple est présenté dans la figure 1.11

Dans la figure 1.11, on a :

$$I_1 + I_2 + (-I_3) + (-I_4) = 0$$

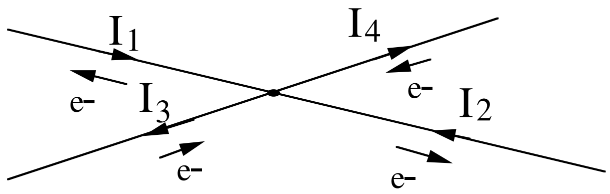

Figure 1.11 : Loi des nœuds et sens de parcours des électrons.

Une équation en un nœud ne suffit généralement pas à déterminer le signe et la valeur des tous les courants dans un circuit. Si, à la suite des calculs complets, on trouve $I_1 > 0$, $I_2 > 0$ et $I_3 < 0$, alors, on a nécessairement $I_4 > 0$: des électrons partent du nœud par les branches 1, 2 et 3, il doit nécessairement en arriver par la branche 4.

1.2.3 Loi des mailles

Dans un circuit, différents nœud (et les branches qui y aboutissent) peuvent définir un circuit qui entoure une *maille* (cf. figure 1.12).

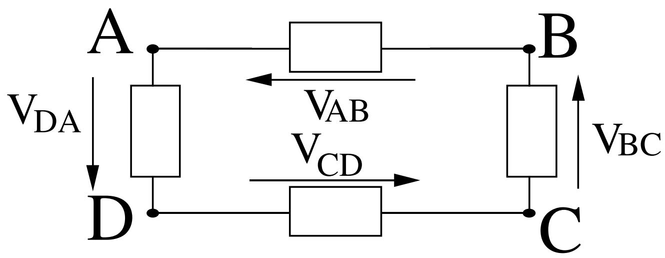

Figure 1.12 : Illustration de la loi des mailles.

La loi des mailles exprime que la somme algébrique des tensions aux bornes des éléments compris dans les différentes branches d'une même maille, est nulle.

Cette "loi" est la conséquence du fait que le potentiel électrique est une fonction d'état. Si on décrit un chemin dans l'espace et que l'on revient au même point, la somme des diverses ddp rencontrées le long du parcours, est nulle. Cette loi s'applique de manière quasi géométrique lorsqu'on utilise la notation des tensions avec des vecteurs.

Dans le cas de la figure 1.12, on a :

$$V_{AB} + V_{DA} + V_{CD} + V_{BC} = V_A - V_B + V_D - V_A + V_C - V_D + V_B - V_C = 0$$

De même que la loi des nœuds, la loi des mailles fournit une relation entre les diverses variables choisies pour représenter les tensions dans la maille. Pour chaque variable, le sens d'orientation choisi détermine si la variable est à prendre avec un signe + ou −. Chaque maille fournit une équation algébrique.

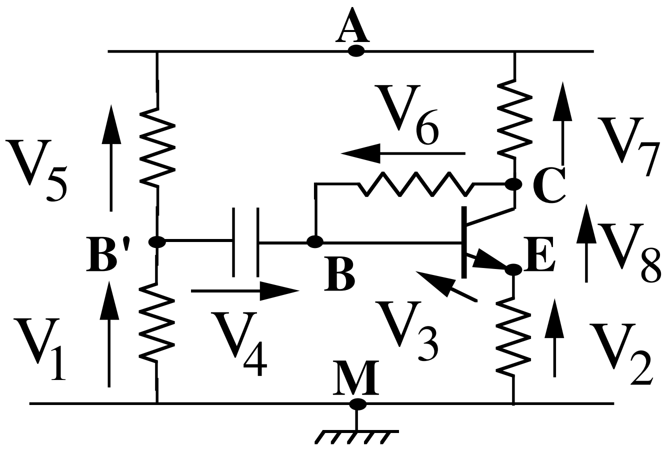

Figure 1.13 : Détails de plusieurs mailles sur un circuit complexe.

Sur la figure 1.13, on a présenté un exemple plus complexe (les transistors seront vus au chapitre 4) On peut d'ores et déjà y distinguer plusieurs mailles et en déduire autant d'équations. On a :

$$\begin{aligned} V_6 + (-V_4) + V_5 - V_7 = 0 \\ V_3 + (-V_4) + (-V_1) + V_2 = 0 \\ V_6 - V_3 + V_8 = 0 \\ V_2 + V_8 + V_7 - V_5 - V_1 = 0 \end{aligned}$$

etc.

On peut aussi écrire les mêmes équations en fonction des potentiels aux différentes nœuds **A**, **B'**, **B**, **M**, **E** et **C** ($V_4 = V_B - V_{B'}$, $V_3 = V_B = V_E$, $V_2 = V_E$, etc.).

Pour déterminer complètement la valeur de tous les courants et toutes les tensions dans un circuit électrique, chaque nœud fournit une équation, de même que chaque maille. On peut montrer que cet ensemble d'équations est insuffisant, car aucune des équations obtenues par les lois de Kirchhoff ne reliera jamais U et I. Les relations (U,I) (qui permettent de "boucler" le système d'équations et de déterminer exactement chaque variable et son signe relativement au sens d'orientation choisi pour chacune d'elle dans chaque branche), sont fournies par l'élément présent dans chacune des branches. Cette étude des différents composants et de la relation (U,I) qui les caractérise fait l'objet du paragraphe suivant et de nombreux autres.

1.3 Dipoles Linéaires

1.3.1 Introduction

Lorsqu'on parle de "tension aux bornes de", on s'intéresse à des éléments qui ont au moins deux bornes, deux *poles*, d'où le nom de *dipole*, déjà utilisé sans autre précaution dans ce chapitre. De manière générale, d'une part on manipule des ddp, ce qui implique *deux* points entre lesquels mesurer cette ddp, et d'autre part, la conservation de la charge implique que le courant qui "entre" par une borne doit "ressortir" par une autre, donc encore une fois, deux bornes en relation. Dans un circuit donné, on est souvent amené à isoler par la pensée deux bornes qu'on étudie plus particulièrement.

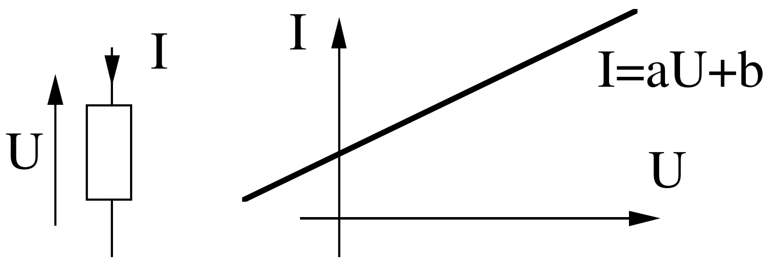

Figure 1.14 : Dipole linéaire et sa caractéristique.

Pour un dipole donné, on peut se poser la question de savoir quelle ddp U est mesurée entre ses bornes quand un courant I le traverse. Autrement dit, quelle est la relation U(I) caractéristique de ce dipole. On peut également se poser la question inverse : quel courant correspond à une tension donnée, quelle est la relation I(U)? On rassemble ces deux points de vue en parlant de la relation (I,U).

On appelle dipole *linéaire*, un dipole pour lequel la relation (I,U) qui le caratérise, est linéaire (figure 1.14).

I(U) ou U(I)? C'est une simple question d'habitude. On a coutume de représenter la caractéristique de certains dipoles "classiques" (diode, transistor) sur un graphe I(U). On privilégie ainsi la vision "la tension entraîne le courant". C'est cette notation que l'on adoptera par la suite, sauf exception.

1.3.2 Résistances

Le dipole le plus simple et le plus souvent rencontré en électronique, est la résistance R, pour laquelle on a :

$$U = R \times I \tag{1.7}$$

R est mesurée en **Ohm** ($1\Omega \equiv 1$ Volt/1 Ampère)).

Un modèle simple de résistance considère que les électrons constituant le courant électrique, et entrainés par la force électrique $\overrightarrow{F} = q_e \overrightarrow{E}$ résultant de la ddp appliquée au dipole, sont freinés par de multiples collisions avec les atomes du réseau cristallin du composant, collisions dont on considère seulement l'action moyenne. Le courant moyen I est proportionnel à la ddp appliquée, et inversement proportionnel à la *résistance* du milieu $I = U/R$. Ce modèle explique en particulier pourquoi la résistance augmente avec la température. L'agitation thermique des atomes du composant étant plus élevée, les chocs avec les électrons sont plus fréquents et le courant moyen plus faible.

On notera la convention utilisée pour la relation (I,U). On écrit $U = +RI$ lorsque U et I sont orientés en sens *inverse*. Cette convention est la convention récepteur, qui s'applique parfaitement à un composant tel que la résistance, élément passif. Cette règle peut se comprendre si on pense à l'expression de la puissance dissipée dans la résistance. Une résistance dans laquelle on fait passer du courant s'échauffe par effet Joule, à cause des chocs des électrons avec les atomes du milieu. Si elle s'échauffe, c'est qu'elle *reçoit* de la puissance. L'orientation du courant choisie doit donc donner pour résultat un courant positif quand celui-ci circule *spontanément* le long des potentiels descendants : de la pointe de U vers la queue si $U > 0$, et en sens inverse si $U < 0$. Ainsi on a toujours $P = UI > 0$. Si U et I sont orientés dans le même sens, alors on a $U = -RI$.

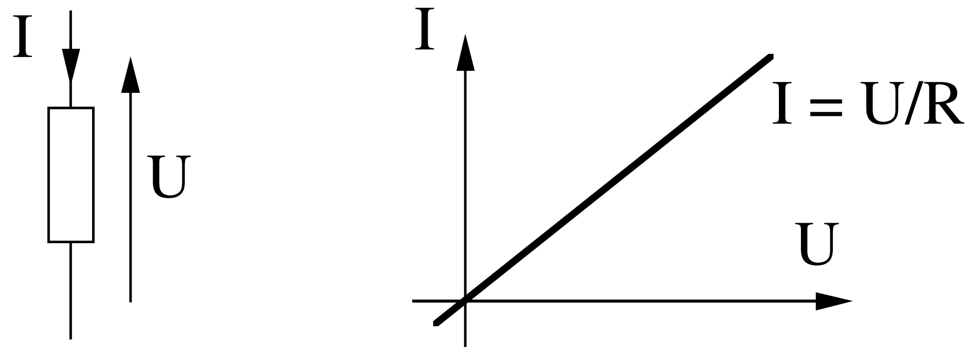

Figure 1.15 : Caractéristique d'une résistance.

De la relation U=RI, on déduit $P = RI^2 = U^2/R$.

Note : En toute rigueur, tout conducteur métallique possède une résistance, minuscule certes, mais non nulle. Ainsi un fil de cuivre de 1 mm^2 de section et long d'un mètre, possède une résistance de près de $10^{-2}\,\Omega$. Comme cette valeur est négligeable devant toutes les autres résistances de n'importe quel montage électronique, on n'en tient pas compte et on considère que tous les points d'un même fil conducteur sont au même potentiel.

Les lois de Kirchhoff permettent de démontrer que deux résistances branchées en série s'ajoutent (deux bouchons successifs vous ralentissent deux fois plus). De même, deux résistances branchées en parallèle sont équivalentes à une résistance plus faible que chacune des deux résistances de départ (deux routes en parallèle permettent d'écluser deux fois plus de voitures, la circulation est plus facile).

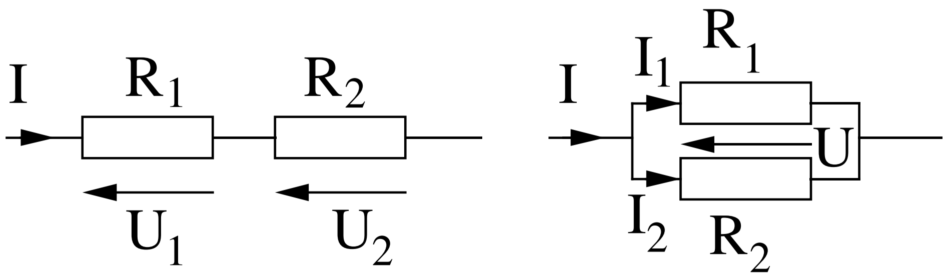

Figure 1.16 : Association de résistances.

Sur la figure 1.16, on a $U = R.I = R_1.I_1 + R_2.I_2$ et $I = U/R = I_1 + I_2$, et on obtient

$$R_S = R_1 + R_2 \tag{1.8}$$
$$R_{//} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.9}$$

1.3.3 Pont diviseur

Un exemple très important (c'est à dire rencontré très souvent) est celui du *pont diviseur* (voir figure 1.17).

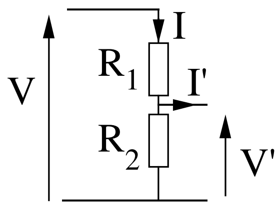

Figure 1.17 : Pont diviseur.

$$V' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times V \tag{1.10}$$

On ne peut appliquer cette formule les yeux fermés que si l'on est sûr que le courant I est le même dans les deux résistances R_1 et R_2 impliquées. Ce n'est pas toujours le cas, car on peut avoir besoin de dériver un peu de courant I' au point milieu de R_1 et R_2, Dans ce cas, la relation 1.10 sera une approximation.

Exercice

Calculer les courants I_1 et I_2 dans l'exemple de la figure 1.18 qui représente un *diviseur de courant*

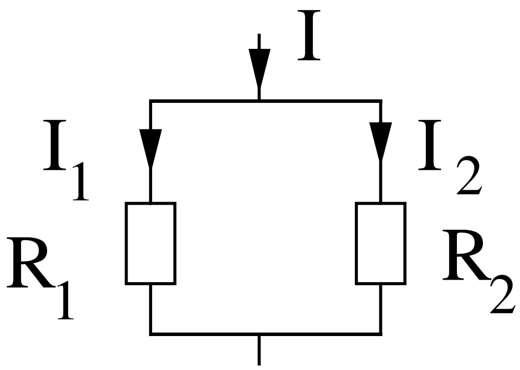

Figure 1.18 : Pont diviseur de courant.

1.4 Générateur de Tension. Source de Tension

1.4.1 Générateur idéal

C'est un dipole qui maintient entre ses bornes une ddp constante quelle que soit le courant qui le traverse. On dit aussi "quel que soit le courant débité". En effet, on peut dire qu'un générateur "fournit" du courant. Sur la figure 1.19-a, le courant sort du pole + et revient par le pole −.

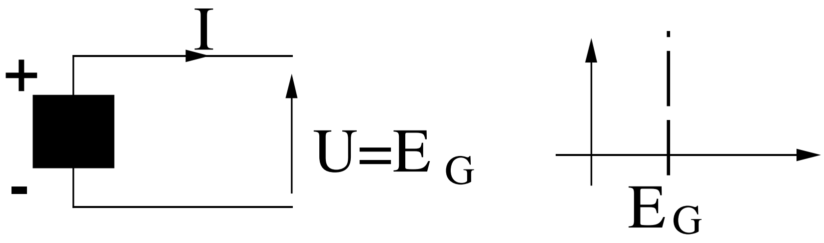

Figure 1.19 : Générateur de tension “boite noire” et sa caractéristique.

La caractéristique d’un générateur de tension idéal est une droite verticale dans un diagramme I(U) (figure 1.19-b), la tension disponible est constante $U = E_G$.

Du point de vue de la puissance débitée, un générateur idéal fonctionnant à tension constante, la puissance mise en jeu est proportionnelle au courant débité. On parle de la *charge* du générateur. Plus le courant est fort et plus la puissance fournie (la charge) est importante. On peut donc dire qu’un générateur idéal conserve une tension constante quelle que soit la puissance débitée. Diverses notations sont proposées dans la figure 1.20, pour les sources de tension parfaites.

Un exemple de générateur idéal est trouvé dans une prise de “220V” d’EDF. Que l’on branche un rasoir (quelques dizaines de Watts) ou une machine à laver (plusieurs milliers de Watts), la tension fournie reste quasiment constante.

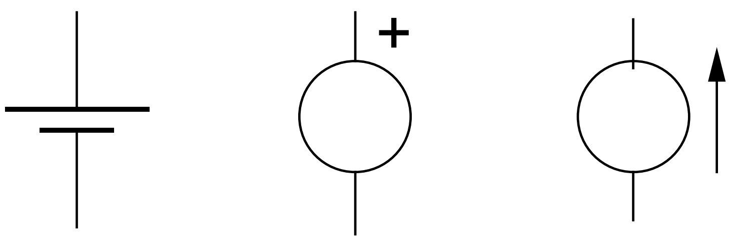

Figure 1.20 : Diverses notations pour une source de tension parfaite.

En toute rigueur, un générateur idéal n’existe pas. Les gens réels travaillent avec des générateurs *réels*. Ceux-ci sont présentés dans le paragraphe suivant.

1.4.2 Générateur réel

Un générateur de tension réel est un dipole constitué d’un générateur idéal en série avec une résistance R_G appelée résistance *interne* (figure 1.21). L’utilisateur n’a pas accès au générateur parfait sous-jacent. La tension E_G du générateur idéal inaccessible reste constante quand le courant débité varie, mais la tension U disponible en sortie ne l’est pas.

La loi des maille appliquée au générateur réel permet de calculer la tension disponible en sortie :

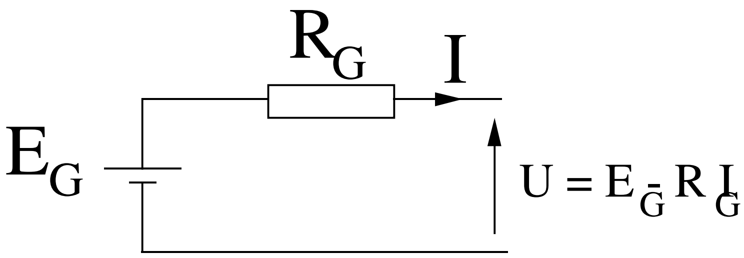

Figure 1.21 : Générateur réel (source parfaite + impédance interne).

$$U = E_G - R_G I \tag{1.11}$$

La tension U disponible dépend maintenant du courant débité par le générateur. La caractéristique d'un générateur réel n'est donc plus une droite verticale (figure 1.22) mais cette droite possède une pente de valeur absolue $|\Delta I/\Delta U| = 1/R_G$.

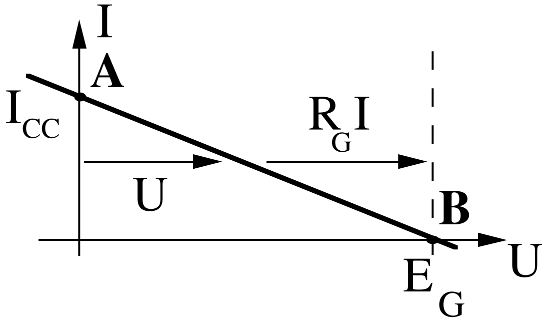

Figure 1.22 : Caractéristique d'un générateur de tension réel.

La tension disponible aux bornes d'un générateur réel *diminue* lorsque le courant débité augmente. La chute de tension par rapport à la tension du générateur idéal sous-jacent est égale à la tension aux bornes de la résistance R_G ("consommée" dans R_G). De la même manière, la puissance disponible en sortie d'un générateur réel est inférieure à la puissance disponible aux bornes du générateur réel sous-jacent (auquel on n'a pas accès). La différence de puissance correspond à la puissance perdue par effet Joule dans R_G.

Puissance fournie par le générateur idéal E sous-jacent :

$$P_E = E_G I$$

Puissance perdue par effet Joule dans la résistance interne R :

$$P_R = R_G I^2$$

Puissance disponible en sortie :

$$P_S = UI = (E_G - R_G I)I$$

Le graphe de la figure 1.22 comporte deux points essentiels dans la détermination des caractéristiques E_G et R_G du générateur réel. A est le point de fonctionnement *à vide* ($I = 0, U = U_{vide} = E_G$), B est le point de *court-circuit* ($U = 0, I = I_{cc} = E_G/R$). En théorie, la détermination de (E_G, R_G) peut donc se faire en deux temps. Une mesure de tension à vide donne $\mathrm{U}_{vide} = E_G$. Une mesure de courant en court-circuit donne $I_{cc} = E_G/R_G$. On en déduit :

$$E_G = U_{vide} \tag{1.12}$$

$$R_G = \frac{U_{vide}}{I_{cc}} \tag{1.13}$$

On notera qu'en chacun des points A et B, la puissance disponible en sortie du générateur réel, est *nulle*. On notera également qu'il est déconseillé, au laboratoire, de court-circuiter un générateur de tension. Le courant de court-circuit peut se révéler destructif pour l'appareil considéré! En effet, dans la pratique, un bon générateur réel possède une résistance interne la plus faible possible, $R_G = 1\,\Omega$ par exemple. Si on branche le générateur en court-circuit, le courant de court-circuit théorique pourrait être très important. La plupart des générateurs sont protégés contre les surintensités destructrices par des fusibles ou tout autre dispositif qui interrompt le circuit si le courant dépasse une valeur prédéfinie (exemple le disjoncteur de votre habitation).

Exercice

Calculer V_A dans l'exemple de la figure 1.23.

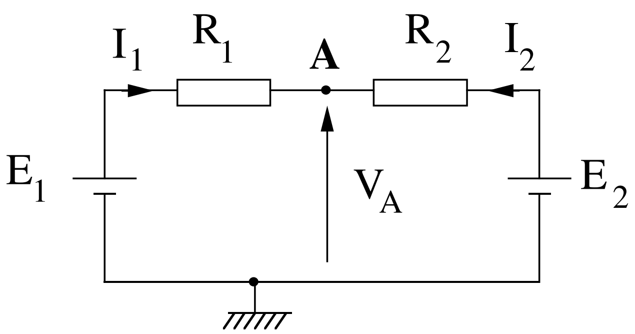

Figure 1.23 : Association de deux générateurs en parallèle.

1.5 Générateur de Courant. Source de Courant

1.5.1 Générateur idéal

Un générateur de courant idéal est un dipole qui maintient un courant constant dans la branche dans laquelle il se trouve placé (il est traversé par un courant constant), quelle que soit la tension à ses bornes. Sa caractéristique dans un diagramme I(U) est donc une droite horizontale.

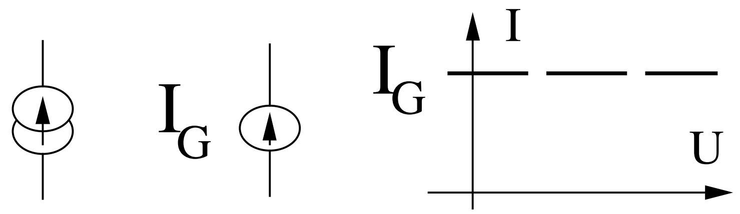

Figure 1.24 : Générateur de courant parfait. Notations et caractéristique.

1.5.2 Générateur réel

De même que la tension disponible aux bornes d'un générateur de tension réel est inférieure à celle du générateur idéal sous-jacent, un générateur de courant réel débite un courant inférieur à celui fourni par un générateur idéal. Cette "chute" de courant correspond à un courant de fuite dérivé dans une résistance placée en parallèle avec le générateur de courant idéal. On appelle cette résistance la résistance interne du générateur. On a en sortie :

$$I = I_G - \frac{U}{R_G} \tag{1.14}$$

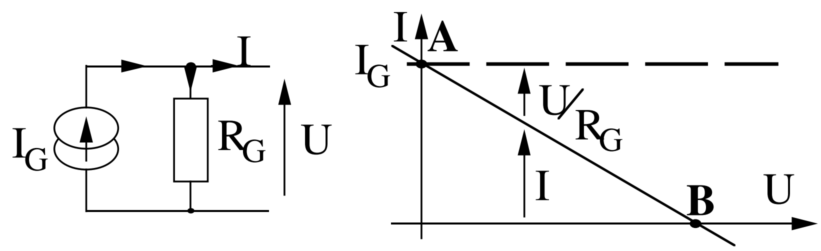

Figure 1.25 : Générateur de courant réel. Schéma et caractéristique.

La caractéristique I(U) d'un générateur de courant réel est donnée dans la figure 1.25. Elle comporte un point de "court-circuit" où l'on obtient tout le courant disponible dans le générateur idéal, et un point "à vide" (en circuit ouvert) où le courant en sortie est nul, c'est à dire que tout le courant débité par le générateur idéal est dérivé dans la résistance interne.

Il y a équivalence totale entre générateur de tension et de courant **réels**. Leurs caractéristiques sont *identiques*, et la distinction entre eux vient de la zone de cette caractéristique où on utilise le générateur. Un générateur de tension réel doit être utilisé à faible courant débité, si on veut obtenir en sortie une tension U≈E. De même, un générateur de courant devra être utilisé proche du fonctionnement en court-circuit.

On appelle *générateur de Thévenin* un générateur représenté sous sa forme générateur de tension (E_G, R_G), et *générateur de Norton* un générateur représenté sous sa forme générateur de courant (I_G, R_G). Il y a équivalence entre ces deux formes de représentation et l'on en déduit les relations entre les deux écritures :

$$U = E_G - R_G I \tag{1.15}$$

$$I = I_G - \frac{U}{R_G} \tag{1.16}$$

donc :

$$E_G = R_G I_G$$

C'est la même résistance qui est utilisée dans les deux représentations.

Cette équivalence entre représentation de Thévenin et représentation de Norton est extrêmement importante en électronique et sera utilisée très souvent par la suite. En effet, selon la géométrie du circuit étudié, et sachant que les sources de tensions s'ajoutent en série tandis que les sources de courant s'ajoutent en parallèle, on pourra simplifier l'allure du circuit et donc les équations associées en passant alternativement de la notation de Thévenin à celle de Norton et réciproquement.

N.B. Cette équivalence n'a évidemment pas de sens pour des générateurs idéaux dont les caractéristiques sont orthogonales.

1.6 Théorème de Thévenin / Norton

Il s'agit là du "théorème" le plus utile et le plus puissant en électronique. C'est un outil de raisonnement qui peut énormément simplifier l'analyse des circuits lorsqu'il est dominé.

Ce théorème dit ceci : si on a affaire à un circuit constitué de générateurs (tension et/ou courant) et de résistances, on peut "résumer" l'action de ce circuit sur le monde extérieur par un générateur idéal en série avec une résistance. Autrement dit, quel que soit le réseau de générateurs et de résistances auquel vous avez affaire, aussi compliqué soit-il, et quels que soient les deux points de ce réseau que l'on considère, on peut toujours considérer ces deux points comme la sortie d'un dipole constitué d'un générateur réel (E_G, R_G). Le comportement du réseau, c'est à dire sa caratéristique I(U), sera identique à celui de son *générateur équivalent* (figure 1.26).

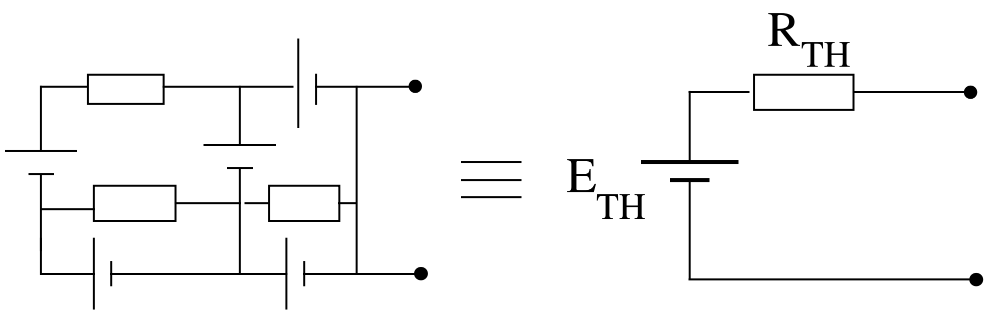

Figure 1.26 : Réseau R,E et son équivalent de Thévenin.

Ce théorème est valable "sur le papier" (quand on doit simplifier par le calcul un circuit plus complexe) mais aussi "sur la table" car on peut déterminer les éléments (E_G, R_G) par deux mesures. L'énorme intérêt de ce théorème est la grande simplification qu'il entraine dans les calculs : on peut résumer sous la forme d'un simple générateur tout un bloc de circuit complexe. On peut représenter ce générateur sous sa forme Thévenin ou Norton, selon les besoins de l'analyse ultérieure du circuit.

La méthode de détermination est la suivante :

on calcule (ou on mesure) la tension à vide $U_0(I = 0)$ en sortie aux bornes des deux points considérés. On calcule (ou mesure) de même le courant de court-circuit $I_{cc}(U = 0)$. On en déduit alors les éléments du générateur équivalent :

$$E_G = U_0 \quad (1.17)$$

$$R_G = \frac{U_0}{I_{cc}} \quad (1.18)$$

Si c'est le générateur de Norton qui nous intéresse, on a :

$$I_N = I_{cc}$$

Il existe une deuxième méthode de détermination de la résistance équivalente R_G, qui consiste à calculer/mesurer la tension à vide $U_0 = E_G$ et à déterminer R_G en calculant la résistance équivalente à l'ensemble des résistances du circuit. On calcule cette résistance en neutralisant tous les générateur indépendants présents dans le circuit.

Lorsque tous les générateur indépendants sont supprimés, il ne reste généralement qu'un réseau de résistances dont on calcule l'équivalent en associant judicieusement les résistances en série ou en parallèle.

On dit bien "générateur indépendants" car certains générateur peuvent en fait avoir une tension *contrôlée* par une autre tension dans le circuit. Cela arrive par exemple lorsque l'on manipule des circuits avec des amplificateurs. Dans ce cas, on ne peut neutraliser les générateurs contrôlés et il faut effectuer le calcul complet par la méthode "tension à vide – courant de court-circuit".

Un exemple peut être immédiatement abordé avec le pont diviseur (figure 1.27). Au lieu de calculer la tension au point milieu de (R_1, R_2), on peut déterminer le générateur de thévenin équivalent vu entre les points A et B.

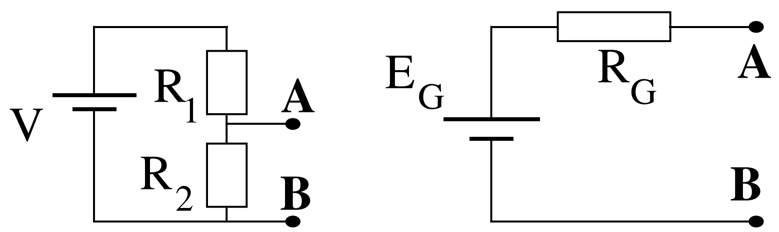

Figure 1.27 : Pont diviseur et son équivalent de Thévenin.

La tension à vide vaut :

$$U_0 = V\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

et le courant de court-circuit vaut :

$$I_{cc} = \frac{V}{R_1}$$

(puisque R_2 se trouve court-circuitée).

on en déduit le générateur équivalent :

$$E_G = V\frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.19)$$

$$R_G = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.20)$$

R_G est égale à $R_1//R_2$. On peut vérifier que c'est effectivement la résistance "vue" entre A et B lorsqu'on court-circuite V.

Cette méthode de détermination de E_G et R_G est très puissante car quel que soit le circuit considéré (pont diviseur, amplificateur, transistor, porte logique, etc.), on peut trouver son équivalent de Thévenin. Cela permet de remplacer un circuit éventuellement complexe par un circuit extrêmement simple : un générateur et une résistance !. La résistance R_G ainsi déterminée est appelée *résistance de sortie* du montage car elle caractérise le montage vu de sa sortie.

1.7 Notion de Résistance d'Entrée

De la même manière que l'on caractérise la résistance de sortie d'un montage, il peut être pratique de remplacer l'*entrée* d'un montage par sa *résistance* (équivalente) *d'entrée*. Pour cela, on suppose que le montage est attaqué par une tension V_E et on cherche quel courant I_E peut circuler sous cette tension. Le rapport V_E/I_E donne alors la valeur de la résistance d'entrée R_E.

L'association de deux montages ainsi caractérisés se réduit ensuite à la connexion d'un générateur réel (E, R) et d'une résistance R_E.

1.8 Théorème de Superposition

Ce théorème illustre la linéarité des phénomènes rencontrés en électronique : si on cherche à déterminer l'état électrique (tension, courant, etc.) en un point d'un circuit, on peut effectuer le calcul en considérant individuellement les différents générateurs idéaux existant dans le circuit, puis en superposant (c'est à dire en additionnant) les résultats obtenus (voir figure 1.28 et exercice 1.8).

N.B. Une tension (ou un courant) fixée dans un circuit (comme condition aux limites, ou comme donnée, etc.) doit être considérée comme un générateur idéal puisqu'en toute rigueur, sa valeur ne peut pas changer (c'est à dire qu'elle ne dépend pas d'une autre variable dans le circuit). Par exemple, dans la figure 1.17 de la section 1.3.3, la tension V est fixée et on en déduit V'. On peut faire le raisonnement et le calcul comme si V était un générateur idéal.

Lorsqu'on consière un générateur idéal pour faire le calcul, on considère tous les autres commes *neutralisés*, c'est à dire sans effet. On neutralise un générateur en l'annulant. Pour un générateur de Thévenin, la source

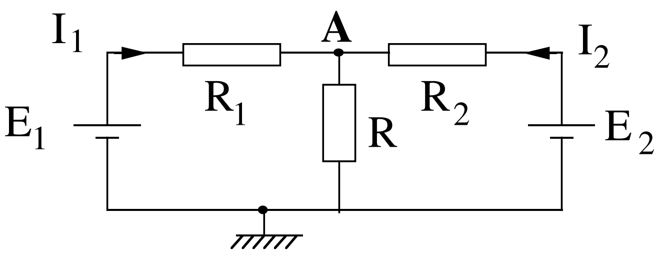

Figure 1.28 : Superposition de deux générateurs.

de tension se retrouve en court-circuit (tension aux bornes = 0). Pour un générateur de Norton la source de courant se retrouve en circuit ouvert (courant = 0).

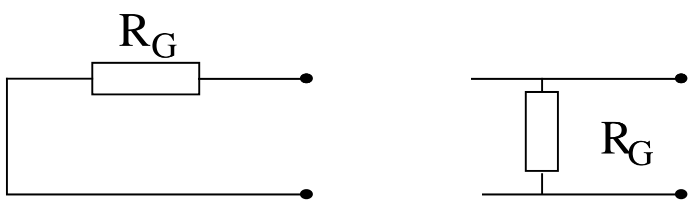

Figure 1.29 : Neutralisation d'un générateur de tension/courant.

On vérifie au passage qu'un générateur de Thévenin ou Norton neutralisés sont identiques : il ne reste que la résistance interne (figure 1.29).

Exercice

Déterminer le potentiel au point A sur la figure 1.28 par application du théorème de superposition.
Solution : on considère d'une part E_1, R_1 débitant dans $R_2' = R//R_2$ et on calcule V_{A1}, et d'autre part E_2, R_2 débitant dans $R_2' = R//R_1$ et on calcule V_{A2}. Le potentiel recherché est égal à $V_{A1} + V_{A2}$. V_{A1} et V_{A12} sont obtenus en utilsant la formule du pont diviseur :

$$V_{A1} = E_1 \frac{R_2'}{R_2' + R_1} \tag{1.21}$$

$$V_{A2} = E_2 \frac{R_1'}{R_1' + R_2} \tag{1.22}$$

1.9 Association de Dipoles

Si on associe en parallèle deux dipoles de caractéristiques $I_1(U_1)$ et $I_2(U_2)$, le point de fonctionnement (U,I) de cette association se trouve à l'intersection des deux caractéristiques (figure 1.30) des dipoles de départ. En

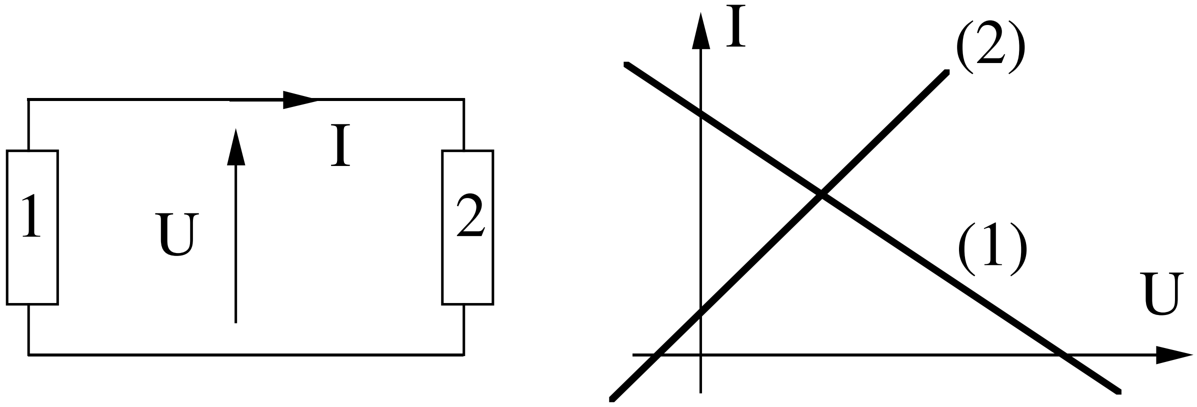

Figure 1.30 : Association de deux dipoles en parallèle.

effet, les deux dipoles se retrouvent avec la même tension aux bornes U et sont parcourus par le même courant I.

L'exemple le plus simple est celui d'un générateur réel (E_G, R_G) branché aux bornes d'une résistance R (figure 1.31).

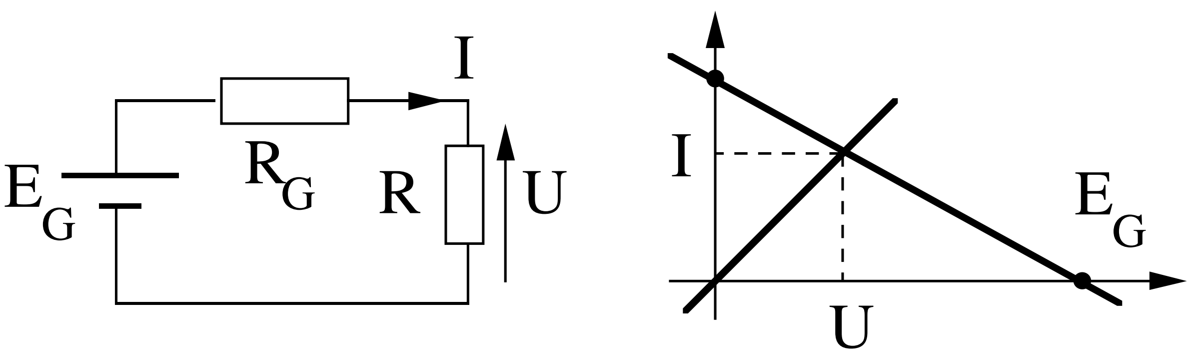

Figure 1.31 : Connexion d'un générateur et d'une résistance.

Si on veut représenter les deux caractéristiques sur un même diagramme, on est forcé de choisir pour les 2 dipoles les même variables U et I. Un des dipoles se retrouve donc en convention générateur, et l'autre en convention récepteur. Cette association de conventions est assez satisfaisante dans la mesure où un circuit electronique consiste la plupart du temps en une succession de modules possédant une entrée et une sortie, reliés entre eux les uns à la suite des autres, la sortie de l'un (considérée comme un générateur) connectée à l'entrée de l'autre (considéré comme un récepteur).

Dans le cadre de notre exemple, le choix des notations donne :

$$\begin{aligned} U &= E_G - R_G I \qquad \text{(dipole 1)} \\ U &= RI \qquad \text{(dipole 2)} \end{aligned}$$

Et le point de fonctionnement est :

$$U = E_G \frac{R}{R+R_G} \tag{1.23}$$

$$I = \frac{E_G}{R+R_G} \tag{1.24}$$

Sur la figure 1.31, les deux caractéristiques sont appelées respectivement *droite d'attaque* pour le générateur qui "attaque" la résistance, et *droite de charge* pour la résistance, qui "charge" le générateur (qui consomme de la puissance fournie par le générateur). Une droite d'attaque a une pente négative car elle correspond généralement à un dipole en convention générateur ($U = E_G - R_G I$). Une droite de charge a une pente positive car elle correspond à un dipole en convention récepteur.

Exercice.

- Reprendre l'exemple ci-dessus en adoptant des conventions d'orientation différentes : adopter la convention générateur pour la résistance et la convention récepteur pour le générateur et montrer que l'on retrouve les mêmes résultats.

- Reconsidérer l'exercice de la figure 1.23 en inversant le sens d'orientation de I_1 et I_2.

Il va de soi que la méthode graphique des droites d'attaque et de charge n'est pas d'un énorme intérêt lorsque les équations du système sont simples comme dans l'exemple traité précédemment. Elle a cependant l'avantage de bien montrer dans quelle région de l'espace (U,I) on se trouve. Elle est extrêmement pratique dans le cas d'association de dipoles à caractéristiques non linéaires, comme les diodes ou les transistors.

Chapitre 2

SIGNAUX VARIABLES - REACTANCES

2.1 Introduction

Les signaux rencontrés en électronique peuvent être continus ou varier avec le temps. Par ailleurs, un signal peut être à moyenne nulle dans le temps ou pas. Un signal continu, sauf s'il est nul partout, est évidemment à moyenne non nulle. Les signaux considérés dans le chapitre précédent étaient a priori des signaux continus mais en toute rigueur, leur "type" n'était pas défini. En fait, les lois des nœuds, mailles, Thévenin, etc., sont valables, que les signaux soient continus ou variables (à condition que les variations ne soient pas *trop* rapides. Cette condition sera réalisée durant tout ce cours).

Les signaux variables avec le temps possèdent des propriétés intéressantes (en particulier, il transportent beaucoup plus d'information que les signaux continus), que nous allons détailler dans ce chapitre.

2.2 Composante Continue - Composante Variable

2.2.1 Décomposition d'un signal dépendant du temps

Etant donné un signal quelconque V(t) dépendant du temps, on peut décomposer ce signal en une composante continue V_{CONT} et "le reste", qu'on appelle sa composante *alternative* (ou *variable*) V_{ALT} :

$$V(t) = V_{CONT} + V_{ALT} \tag{2.1}$$

Si $< V >$ est la valeur moyenne de V(t) au cours du temps, soit :

$$< V >= lim_{(T \to \infty)} \frac{1}{T} \int_T V(t)\, dt \tag{2.2}$$

On a : $V_{CONT} =< V >$ et le "reste", $V_{ALT} = V- < V >$ est un signal à moyenne nulle :

$$< V_{ALT} >= 0 \tag{2.3}$$

En électronique, la plupart des signaux variables rencontrés sont périodiques. D'un simple point de vue pratique tout d'abord, il est plus facile de visualiser un signal périodique sur l'écran d'un oscilloscope, et lorsqu'on veut étudier la réponse d'un circuit à un signal donné, comme les circuits électroniques répondent assez vite (en quelques millisecondes au plus, tout est dit), on peut répéter le signal d'attaque périodiquement, de manière à pouvoir observer la réponse confortablement sur un écran suffisamment rémanent.

De manière générale, on peut montrer que tout signal périodique peut se décomposer en une somme pondérée (une *superposition*) de signaux sinusoidaux. Il est donc nécessaire (et suffisant!) de connaitre le comportement des circuits lorsqu'on les attaque avec des signaux sinusoidaux. Pour connaitre ensuite la réponse du circuit à n'importe quel signal périodique non sinusoidal, il suffit de calculer la somme des réponses aux signaux sinusoidaux de sa décomposition (et d'appliquer le théorème de superposition...).

Une analogie rapide est celle-ci : de la même manière que l'on décompose de la lumière blanche en ses différentes couleurs grâce à un prisme (chacune des couleurs étant quasiment monochromatique, donc sinusoidale), on peut décomposer un signal quelconque en une superposition de signaux sinusoidaux "purs" (monochromatiques). L'équivalent du prisme en électronique est un appareil qui s'appelle un *analyseur de spectre*. Cet appareil analyse la composition des signaux en fonction de la fréquence (des signaux sinusoidaux "constitutifs".)

Et plus fort : On peut montrer que la réponse d'un circuit linéaire (et la plupart des circuits électroniques que l'on rencontrera seront linéaires, ou en tout cas linéarisables) peut être connue *entièrement* en connaissant uniquement la réponse de ce circuit à une attaque de signaux sinusoidaux. Nous développerons ce point plus en détail lorsque nous aborderons l'étude des circuits en fonction de la fréquence des signaux d'entrée.

N.B. Les moyennes des signaux périodiques (théoriquement infinis et pas forcément intégrables) sont calculées sur une période T de ce signal.

2.2.2 AC / DC

Dans la suite du cours, on aura à distinguer sans ambiguité la composante continue et la composante alternative d'un signal. Pour cela, on adopte la notation suivante à base de grande/petite lettre et de grand/petit indice.

On note $v_B(t)$ le signal *global*, V_B sa composante continue, et $v_b(t)$ sa composante alternative. La notation restante, V_b, sera introduite et utilisée au paragraphe suivant. On a donc :

$$\begin{aligned} v_B &= V_B + v_b && (2.4)\\ V_B &= < v_B > && (2.5)\\ v_b &= v_B - V_B \quad (< v_b >= 0) && (2.6) \end{aligned}$$

On appelle aussi v_B le signal "DC" (Direct Component) et v_b le signal "AC" (Alternative Component). DC contient toutes les composantes du signal et AC ne contient que la partie à moyenne nulle. On rencontre cette notation sur les faces avant des oscilloscopes, le passage de l'une à l'autre se faisant simplement en intercalant un condensateur sur le trajet du signal électrique à l'intérieur de l'appareil.

<u>exemple :</u> aux bornes de R (figure 2.1), on a : $v_{AB} = R i_{AB}$, qu'on peut décomposer en deux équations :

$$\begin{aligned} V_{AB} &= R I_{AB} && (2.7)\\ v_{ab} &= R i_{ab} && (2.8) \end{aligned}$$

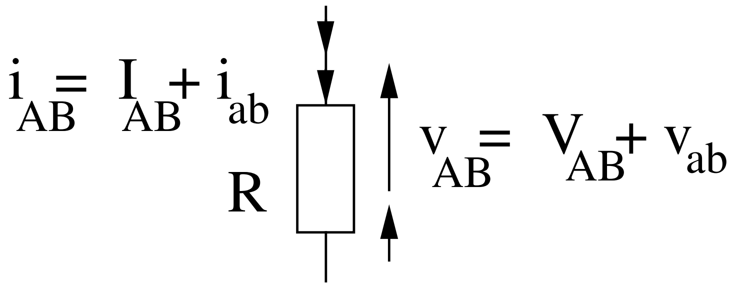

Figure 2.1 : Exemple de décomposition de V_{AB}, I_{AB} aux bornes de R.

L'équation 2.7 donne le *point de fonctionnement* (on dit aussi le *point de repos*, celui qu'on obtient avec des signaux continus) du système (V_{AB}, I_{AB}). L'équation 2.8 donne la relation entre les variations des signaux v_{ab} et i_{ab} autour du point de fonctionnement.

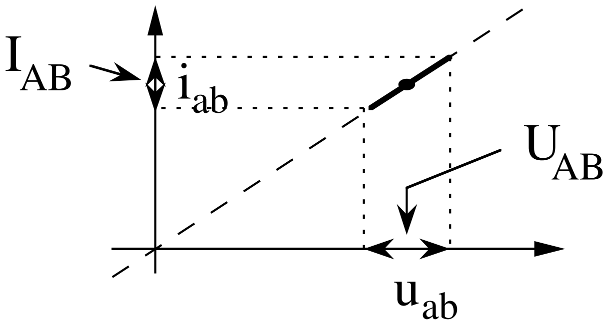

Figure 2.2 : Point de repos et variations.

La figure 2.2 est très importante car rencontrée souvent en électronique. Elle illustre un fonctionnement classique où l'on a superposition d'un signal continu qui place le circuit dans sont état de fonctionnement (qui le *polarise*), et d'un signal variable, qui contient l'information proprement dite. Par exemple, lorsqu'on allume sa chaine HIFI, l'ampli fonctionne même si on n'a pas branché le lecteur de disques qui fournira l' "information" (le signal musical). Lorsqu'on a mis l'ampli sous tension, ses divers composants se sont trouvés polarisés (parcourus par des courants continus) et près à amplifier le signal musical (alternatif) si nécessaire.

2.3 Puissance en Alternatif

Lorsque les signaux U et I dépendent du temps, la définition P=U×I reste valable et devient une définition "instantanée" :

$$P(t) = u(t) \times i(t)$$

Si $u(t)$ et $i(t)$ sont des fonctions périodiques du temps (sinusoidales par exemple, voir section suivante), P(t) est également une fonction périodique de t. Ainsi, la puissance électrique délivrée par EDF dépend, en toute rigueur, de t (période 50 Hz).

Cependant, la plupart des récepteurs (dipôles) sont trop "lents" (ce sont des systèmes passe-bas) pour que la variation de $P(t)$ soit ressentie effectivement. Par exemple, un radiateur ne se réchauffe ni ne se refroidit pas au rythme de 50 fois par seconde! De même, une ampoule à incandescence possède un certaine inertie thermique qui l'amène à continuer à briller même lorsque le "220 V" d'EDF passe par zéro.

On définit alors la puissance moyenne reçue, soit :

$$< P >= \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} P(t)\, dt \tag{2.9}$$

Cette moyenne est calculée sur une période T du signal P(t). Généralement, P(t) possède une périodicité double de celle de $u(t)$ et $i(t)$ (c'est un terme quadratique).

2.4 Le Signal Sinusoidal

2.4.1 Introduction

Comme expliqué précédemment, le signal sinusoidal occupe une place privilégiée dans le cœur de tout électronicien. On devrait presque dire : dans le cœur de tout physicien. Le monde physique linéaire (et la théorie mathématique qui le décrit) est ainsi fait qu'il réagit spécialement aux signaux sinusoidaux. Si on attaque un circuit linéaire avec un signal sinusoidal, sa réponse sera un signal sinusoidal, éventuellement modifié en amplitude et en phase, mais toujours sinusoidal ("proportionnel" au signal d'entrée en quelque sorte). Aucun autre signal variable (carré, triangulaire, etc.) ne peut faire ça.

On notera un signal sinusoidal de la façon suivante :

$$v_b(t) = V_b \sin(\omega t + \phi)$$

en utilisant la dernière des 4 possibilités de notation présentées plus haut.

ω est la *Pulsation* du signal, mesurée en radian par seconde (rd.s^{-1}),

$f = \omega/2\pi$ est la *Fréquence*, mesurée en Hertz ($1\,\mathrm{Hz} = 1\,s^{-1}$)

T=1/f est la *Période*, mesurée en seconde (s),

ϕ est la *phase à l'origine* du signal. A $t = 0$, $v_b(t) = \sin\phi$. L'unité de ϕ est le radian. On emploie parfois le degré ($180^o = \pi$) ou une fraction de 2π (1 période $T \equiv 2\pi$) par commodité.

V_b est *l'amplitude crête* du signal sinusoidal. $2V_b$ est *l'amplitude crête-à-crête* (noté c-c).

Lorsqu'on a affaire à un seul signal, cette notion de phase est peu employée, on choisit évidemment $\phi = 0$ pour simplifier. Lorsque plusieurs signaux sont en jeu, il peut être important de les repérer les uns par rapport aux autres. L'un des signaux est pris comme origine (avec une phase nulle) est les autres sont *déphasés* par rapport à ce premier signal. On verra une application de cette notation lors de l'étude des réactances.

Ordres de grandeurs : l'oreille humaine perçoit les signaux de fréquence comprise entre 20 Hz et 20 kHz. On parle alors de signal *Audio*. On veut dire par là que si on décompose un signal audio en une somme de sinusoides chacune affectée d'un coefficient, c'est pour des sinusoides de fréquence comprise entre 20 et 20000 Hz que ce coefficient est non nul. Les fréquences que l'on manipulera en TP vont de quelques Hz à quelques Méga Hz (10^6 Hz).

2.4.2 Amplitude efficace

L'amplitude **efficace** V_{eff} d'un signal V est l'amplitude du signal continu qui dissiperait *la même puissance* que le signal alternatif considéré. Cette définition de l'amplitude efficace n'est pas limitée aux signaux sinusoidaux. Pour un signal sinusoidal d'amplitude crête V, on peut montrer que :

$$V_{\text{eff}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \tag{2.10}$$

L'utilisation des amplitudes efficaces est plus fréquente en électrotechnique. Ainsi, le "220 V" d'EDF est un 220 V *efficace*, et correspond à une sinusoide d'amplitude crête égale à 311 V (622 V c-c). En électronique, on a plus souvent affaire à l'amplitude "simple" (V_b) des signaux car on ne manipule guère que des signaux sinusoidaux. Cependant, on utilise la notation efficace lorsqu'il s'agit de comparer entre eux des signaux alternatifs de formes différentes (cette notation a une signification physique importante puisqu'elle se base sur la puissance dissipée par un signal, autrement dit sur l'énergie transportée par ce signal, et pas sur sa forme d'onde).

Exercice

Démontrer l'équation 2.10 sachant que $\int_0^{2\pi} \cos^2\theta d\theta = \pi$.

2.4.3 Décibels

Pour comparer deux signaux S_1 et S_2 entre eux, on définit le *Décibel* (dB) à partir du rapport des puissances P_1 et P_2 transportées par les deux signaux :

$$\text{rapport } \frac{S_1}{S_2} \text{ en dB} = 10 \log \frac{P_1}{P_2} \tag{2.11}$$

On note :

$$\frac{S_1}{S_2}_{dB} = 10 \log \frac{P_1}{P_2} \tag{2.12}$$

Si (et seulement si) les deux signaux sont de *même nature*, c'est à dire ont même forme (par exemple deux signaux sinusoidaux, d'amplitudes A_1 et A_2), ce rapport s'écrit :

$$\text{rapport } \frac{S_1}{S_2} \text{ en dB} = 20 \log \frac{A_1}{A_2} \tag{2.13}$$

car la puissance tranportée par un signal est proportionnelle au carré de son amplitude. Par contre, on peut toujours écrire le rapport en dB de deux signaux quelconques en comparant leurs amplitudes efficaces (qui sont définies par rapport aux puissances) :

$$\text{rapport } \frac{S_1}{S_2} \text{ en dB} = 20 \log \frac{A_{1\text{eff}}}{A_{2\text{eff}}} \tag{2.14}$$

2.5 Signaux Divers

2.5.1 Signaux carrés

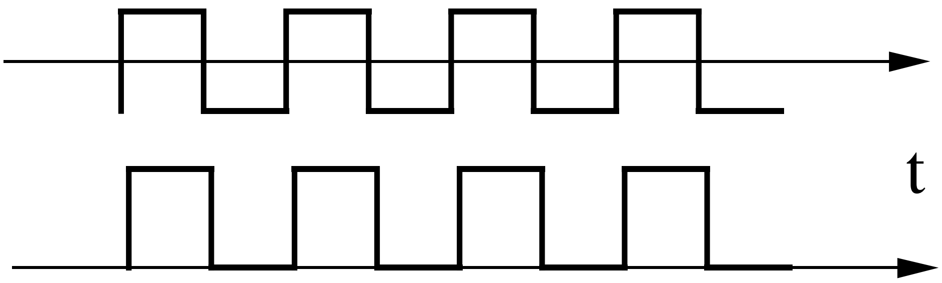

Figure 2.3 : Signaux carrés centrés (haut) ou positifs (bas).

Les signaux centrés ($\pm$ V/2, voir figure 2.3) ont une composante continue nulle. Les signaux carrés positifs ($0 \rightarrow V$) ont pour valeur moyenne V/2.

On retrouvera plus loin dans le cours les signaux carrés positifs qui peuvent prendre deux valeurs (0 ou V) lors de l'étude des signaux digitaux (signaux logiques).

2.5.2 Signal triangulaire

Ce signal qui est la primitive du signal carré est souvent employé pour obtenir des signaux continuement variable, par exemple une rampe de commande de miroir pour balayage d'une image (figure 2.4).

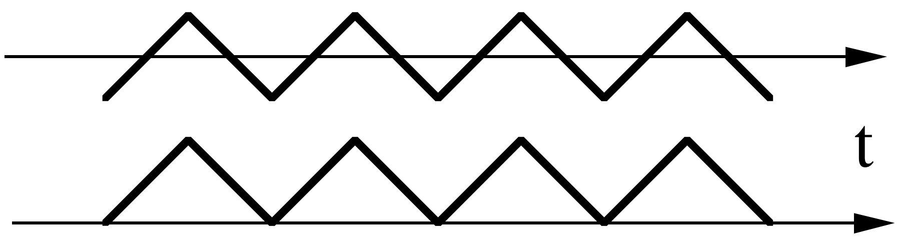

Figure 2.4 : Signaux triangulaires.

2.6 Composants Lineaires - Généralisation

Le dipôle “Résistance” étudié au chapitre précédent est linéaire puisque qu'il réalise $U = RI$. Il existe d'autres composants très fréquemment rencontrés en électronique et dont le comportement est linéaire sans être aussi simple que celui de R.

2.6.1 Condensateurs

Un condensateur peut être considéré comme constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant. Cet isolant peut être tout simplement le vide, ou l'air mais on obtient alors un condensateur très encombrant pour une capacité assez faible.

En électronique le condensateur est un dipôle comme un autre. Lorsqu'on applique une ddp U à ses bornes, le condensateur emmagasine des charges de manière symétrique, $+q$ sur une face et $-q$ sur l'autre (toujours la conservation de la charge!).

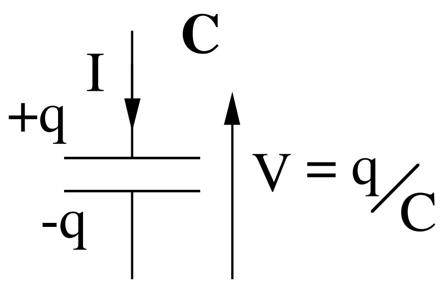

Figure 2.5 : Condensateur et grandeurs physiques correspondantes.

L'orientation du courant correspondant à un sens de déplacement de charges positives, le signe de la charge q (l'orientation de la charge du condensateur) est choisi de manière cohérente (accumulation de charges “+” du côté de l'arrivée du courant. Avec l'orientation “récepteur” adoptée sur la figure 2.5, la quantité de charge stockée est proportionnelle à la tension appliquée, le coefficient de proportionnalité étant appelé la *capacité* C du condensateur :

$$q = CV \tag{2.15}$$

L'unité de la capacité est le Farad, noté F. On fait souvent l'abus de langage d'appeler un condensateur “une capacité”. Le farad est une très grosse unité relativement aux capacités habituellement rencontrées en électronique. Les capacités ont habituellement des valeurs qui varient entre $10^{-6}\,F$ et $10^{-12}\,F$.

De l'équation $q = CV$ on déduit, avec I=dq/dt :

$$I = C\frac{dV}{dt} \tag{2.16}$$

La relation (I,V) du condensateur est toujours linéaire bien qu'étant plus subtile qu'une simple relation de proportionnalité. On peut ainsi généraliser la notion de dipôle linéaire. C'est un dipôle pour lequel la relation (I,V) est une équation linéaire à coefficients constants :

$$\gamma \frac{dI}{dt} + \delta I = \alpha V + \beta \frac{dV}{dt} \tag{2.17}$$

Pour une résistance par exemple, on a : $\gamma = 0, \delta = R/\alpha$ et $\beta = 0$.

Dans un condensateur, le courant dépend de la dérivée de la tension aux bornes. Ceci a deux conséquences importantes :

1. *Si la tension ne varie pas, le courant I est nul.*
   Autrement dit, le condensateur est un isolant pour les signaux continus. Cependant, lorsque la tension aux bornes d'un condensateur passe de 0 à une valeur U qui ne change plus ensuite, il y a une période dite *transitoire* pendant laquelle le condensateur va se charger. Ce cas sera détaillé en exercice.

2. *La tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier brutalement.*
   La tension V aux bornes d'un condensateur ne peut pas passer instantanément de 0 à une valeur non nulle car cela entrainerait un courant I=dV/dt infini, ce qui n'est pas acceptable physiquement puisqu'un courant I infini correspondrait à une puissance P ($= RI^2$ par exemple) également infinie. Il en résulte que la tension aux bornes d'un condensateur est continue. Le condensateur est en quelque sorte un régulateur de tension.

Par contre, le courant peut subir des discontinuités aux bornes de C.

Une autre façon de considérer les deux remarque faites ci-dessus est d'intégrer l'équation différentielle caractéristique du condensateur :

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t} i(t)\, dt \tag{2.18}$$

On vérifie bien que la variation de tension aux bornes du condensateur est proportionnelle à la quantité de courant intégrée au cours du temps dans le condensateur (la charge totale stockée). Et on vérifie que si i est nul, v ne varie pas. Donc un condensateur chargé puis isolé du circuit *reste chargé*.

2.6.2 Association de condensateurs

On peut montrer que les condensateurs s'ajoutent en parallèle et pas en série :

$$C_{//} = C_1 + C_2 \tag{2.19}$$

$$C_S = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \tag{2.20}$$

en écrivant que la tension est la même aux bornes de 2 condensateurs en parallèle et du condensateur équivalent, alors que la charge totale stockée est la somme des charges des condensateurs individuels. De même, en série, la tension aux bornes du condensateur équivalent est la somme des tensions partielles, tandis que la charge stockée dans chacun des condensateurs est identique à la charge du condensateur équivalent.

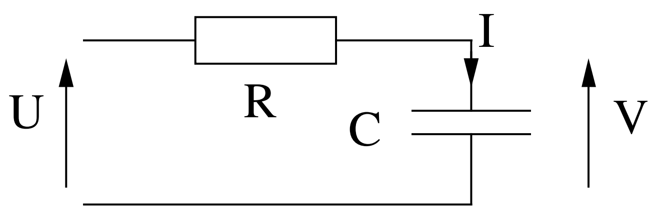

Figure 2.6 : Circuit R-C (entrée U, sortie V).

2.6.3 Circuit R-C

Le circuit R-C est un des montages les plus simples que l'on puisse rencontrer en électronique. C'est aussi un circuit très pratique, ce qui ne gâche rien. Il est utilisé comme indiqué sur la figure 2.6 : U est la tension d'entrée, V la tension de sortie. En régime continu établi (U=$< u >$, V=$< v >$), il ne se passe pas grand chose puisque le condensateur se comporte comme un isolant. La loi des mailles, appliquée à la figure 2.6, avec un courant I nul dans la branche R-C donne V=U. En fait, le circuit R-C est intéressant (et utilisé) lorsque les signaux d'entrée et de sortie varient avec le temps.

Deux approches de l'étude de ce circuit sont alors possibles. On a vu que tout signal variant avec t pouvait être écrit comme la superposition de signaux sinusoidaux. On peut donc simplement étudier le module R-C lorsqu'il est attaqué par un signal sinusoidal. Ceci sera fait dans un paragraphe ultérieur, lors de l'étude des réactances et impédances, et en exploitant le fait que le montage de la figure 2.6 est un pont diviseur entre R et C.

La deuxième approche consiste à étudier le comportement du circuit lorsque la tension d'entrée subit une discontinuité (on dit qu'on étudie la *réponse impulsionnelle* du circuit). On considére la tension de sortie V(t) lorsque U varie brutalement de 0 à une valeur E fixée, et on étudie le phénomène transitoire correspondant à la charge du condendateur. Ceci peut être réalisé grâce au montage expérimental décrit dans la figure 2.7.

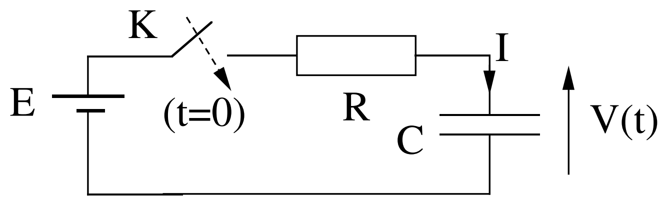

Figure 2.7 : Circuit R-C monté avec source de tension.

A t=0, on ferme l'interrupteur K, en considérant par exemple que le condensateur était initialement déchargé. L'équation différentielle à laquelle obéit la tension V est :

$$V + RC\frac{dV}{dt} = E \qquad (2.21)$$

dont la solution est :

$$V(t) = E(1 - e^{-t/\tau}) \tag{2.22}$$

où $\tau = RC$ est la *constante de temps* du circuit R-C. τ représente une durée caractéristique du circuit : avant $t = \tau$, il ne s'est pas passé grand chose, et après $t = \tau$, tout est pratiquement terminé. Cet exemple sera détaillé à titre d'exercice et nous n'insisterons pas plus ici, sauf pour faire remarquer que le mode de fonctionnement du circuit R-C (et la résolution de son équation différentielle) est très fréquent en Physique. Il s'agit du comportement des systèmes dits *passe-bas* (qui atténuent les variations brusques).

2.6.4 Bobine - Inductance

le composant "inverse" du condensateur est la bobine (de fil conducteur enroulé sur lui même). Quand elle est parcourue par un courant, un champ magnétique existe dans et autour de la bobine et chaque spire de fil se trouve traversée par un flux magnétique Φ. Si I est le courant qui travers la bobine, on peut montrer que l'on a la relation de proportionnalité suivante :

$$\Phi = L \times I$$

où L est l'(auto-)Inductance ("self" inductance) de la bobine, dont l'unité est le Henry (H), d'où l'appelation courante de ce composant. Si le courant I varie avec le temps, Φ varie également et on retrouve aux bornes de la bobine une tension

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{2.23}$$

où la tension (f.e.m.) E est un *générateur* qui tend à faire circuler du courant "en sens inverse de celui qui lui donne naissance". En convention récepteur, la relation caractéristique d'une self est donc :

$$V = L\frac{dI}{dt} \tag{2.24}$$

avec l'orientation choisie sur la figure 2.8.

Note: Le fil qui constitue le bobinage peut présenter une certaine résistance R_L. On peut en tenir compte, mais comme une inductance est souvent utilisée dans un montage qui comporte des résistances plus importantes, on négligera R_L dans la plupart des cas.

Comme pour le condensateur, on retrouve une relation linéaire (équation différentielle), qui n'est plus une simple relation de proportionnalité. Cette relation est un peu la relation "duale" de celle du condensateur : le courant ne peut pas subir de discontinuité car sinon la tension deviendrait infinie. Une inductance est un "frein" de courant. Ainsi, si l'on fait circuler (si on "lance") un courant dans une bobine, celle-ci tendra à conserver le courant de départ. Si on interrompt le circuit, il apparaitra aux bornes de la self une tension qui peut être importante et dont le "but" sera de maintenir le courant. En pratique, lorsqu'on essaye de couper un circuit qui comporte un bobinage, on déclenche un arc entre les branches de l'interrupteur. Cet arc est dû à la forte ddp créée par la bobine lorsqu'on a déclenché la discontinuité de courant.

En régime continu permanent, une self se comporte comme un court-circuit (à moins de prendre en compte sa résistance propre, évidemment). Lorsque le signal présente une variation, on peut étudier le circuit R-L et l'équation différentielle correspondante, qui se trouve identique à celle du condensateur, en considérant ici la variable courant dans la bobine à la place de la tension aux bornes du condensateur dans le paragraphe précédent.

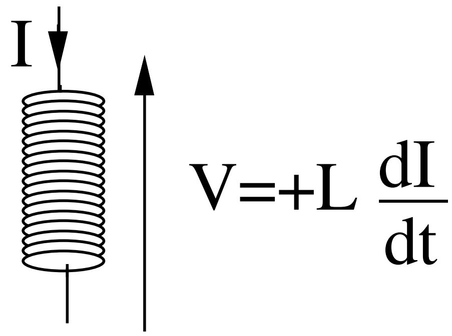

Figure 2.8 : Bobine et orientation.

On rencontre plus fréquemment les condensateurs en électronique (cf. sujets de TD et TP), et les bobines en électrotechnique (cf. cours sur les moteurs électriques).

2.7 Impédances et Réactances

2.7.1 Introduction

Cette section a pour but de présenter une méthode qui permette de retrouver la relation de proportionnalité U=αI que l'on a "perdu" lorsqu'on a abordé les condensateurs et les bobines.

Partant du fait que tout signal dépendant du temps peut se décomposer comme une superposition de signaux sinusoidaux, on considèrera seulement ces derniers.

Exemple : soit $v(t) = V \cos \omega t$ (figure 2.9).

on a alors : $i(t) = CdV/dt = -C\omega V \sin \omega t = C\omega V \cos(\omega t + \pi/2)$. Si on s'intéresse seulement à l'amplitude des signaux, on obtient $I = C\omega V$: on retrouve une relation de proportionnalité. Si on pose

$$Z = \frac{1}{C\omega} \tag{2.25}$$

on a :

$$V = Z\,I \tag{2.26}$$

Z est appelée la *réactance* du condensateur. Sa valeur dépend de la fréquence du signal considéré. Ainsi, pour une fréquence (donc une pulsation) nulle, Z devient infinie, et quelle que soit V, on a I=0 : on retrouve le fait que, pour les signaux continus, un condensateur est un circuit ouvert.

Cependant, pour caractériser complètement un signal sinusoidal, il faut connaitre son *amplitude* et sa *phase*.

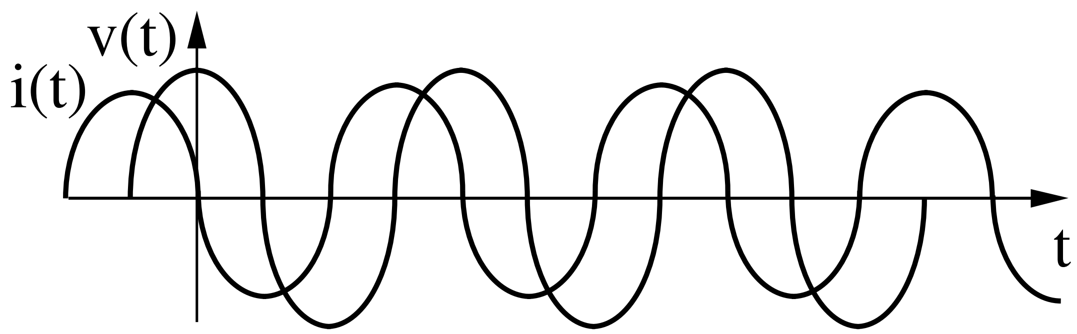

Figure 2.9 : $v(t)$ et $i(t)$ dans un condensateur.

Dans l'exemple précédent, le courant est déphasé de $\pi/2$, en *avance* $(+\pi/2)$ par rapport à la tension mais cette information est perdue dans l'équation 2.26.

2.7.2 Notation complexe

On est donc amené à choisir une méthode qui permette de manipuler mathématiquement un module et un argument (phase) pour un signal sinusoidal dépendant du temps. Pour cela, on utilise une notation *complexe*.

Le signal $v(t) = V\cos(\omega t + \phi)$ sera représenté par le nombre complexe

$$\widehat{V} = V e^{j(\omega t+\phi)} \tag{2.27}$$

Inversement, à partir d'une représentation complexe $\widehat{X}$ donnée, on obtient le signal réel sous-jacent en prenant sa partie réelle : $x(t) = \mathcal{R}(\widehat{X})$.

On peut représenter ce complexe comme un vecteur de norme V et formant un angle $\alpha = \omega t + \phi$ avec l'axe Ox (figure 2.10).

Comme le terme ωt augmente sans cesse avec le temps, l'angle α augmente au cours du temps : le vecteur *tourne* en gardant son extrêmité sur un cercle de rayon V. Cette représentation en vecteur tournant est appelée représentation de Fresnel.

En reprenant l'exemple ci-dessus avec cette nouvelle notation, on obtient :

$$\widehat{I} = jC\omega V e^{j(\omega t+\phi)} = C\omega V e^{j(\omega t+\phi+\pi/2)}$$

et $\mathcal{R}(\widehat{I}) = C\omega V\cos(\omega t + \phi + \pi/2) = -C\omega V\sin(\omega t + \phi)$.

L'information concernant la phase [i(t) en avance de $\pi/2$ sur v(t), voir figure 2.9] est transmise dans le calcul.

Pour représenter l'effet du condensateur sur le module et sur la phase, on le caractérise par un nombre complexe : on appelle Réactance du condensateur de capacité C, le terme :

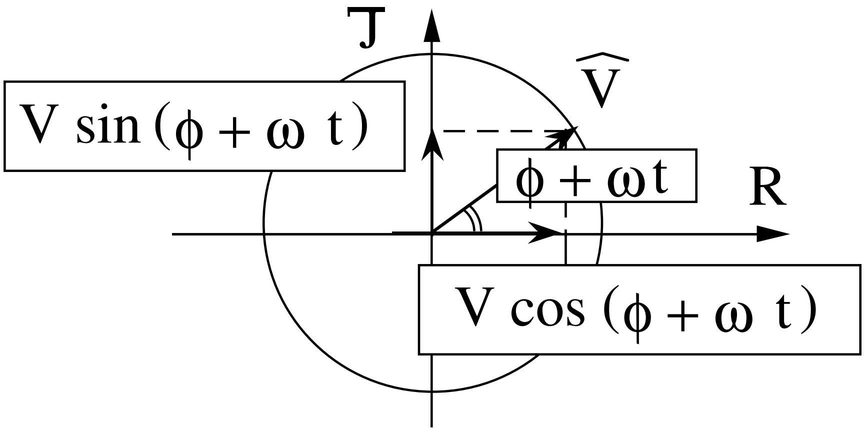

Figure 2.10 : Notation Vecteur de Fresnel.

$$\widehat{Z_C} = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega} = \frac{-1}{C\omega} e^{j\pi/2} \tag{2.28}$$

C'est un nombre complexe imaginaire pur, son vecteur représentatif est placé sur l'axe Oy (→ y négatifs).

On montre de même qu'une self possède une Réactance complexe :

$$\widehat{Z_L} = jL\omega = L\omega e^{(j\pi/2)} \tag{2.29}$$

C'est également un imaginaire pur, sur l'axe Oy (→ y positifs). Sur la figure 2.11, on a porté les vecteurs de Fresnel représentatifs des impédances d'un condensateur et d'une bobine.

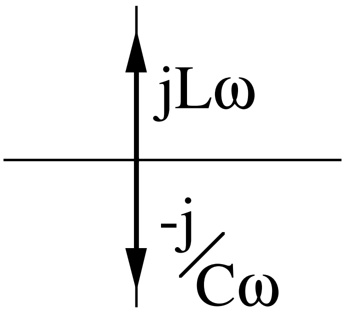

Figure 2.11 : Vecteurs de Fresnel de jLω et -j/Cω.

Enfin, on vérifie que même avec la notation complexe, une résistance reste caractérisée par un nombre réel.

Résistances (réels) et Réactances (imaginaires purs) permettent, en les associant, de composer des Impédances (complexes) qui comportent alors une partie réelle et une partie imaginaire. C'est la partie imaginaire de l'impédance qui entraine un déphasage entre $\widehat{U}$ et $\widehat{I}$ [c'est à dire entre $u(t)$ et $i(t)$]. Si on a : $\widehat{U} = \widehat{Z}\widehat{I}$, avec $\widehat{Z} = Ze^{j\phi}$, le déphasage de i par rapport à u sera égal à $-\phi$.

On généralise ainsi la notion de résistance et on retrouve la loi d'Ohm exprimée sur les nombres complexes :

$$\widehat{U} = \widehat{Z} \times \widehat{I} \tag{2.30}$$

De manière pratique, on emploiera plus souvent le terme d'*impédance*, plus général. Les "lois" d'association des résistances en série ou en parallèle restent vraies pour les impédances. On vérifie qu'en série on a : $L = \Sigma_i L_i, \quad 1/C = \Sigma_i 1/C_i, \quad R = \Sigma_i R_i$, et la relation correspondante ("inverse") en parallèle. On peut aussi bien sûr associer divers "types" (résistance, réactance) pour composer des impédances plus compliquées (circuit R,C par exemple).

2.8 Diagramme de Bode

2.8.1 Introduction

Dans un circuit transmettant un signal sinusoidal, les impédances dépendent de la fréquence. Si on reprend le montage du Pont Diviseur, par exemple, la relation "tension d'entrée – tension de sortie" va également dépendre de ω:

$$T(\omega) = \frac{v(\omega)}{u(\omega)} \tag{2.31}$$

On a vu que caractériser le comportement d'un signal sinusoidal (par son module et sa phase) permettait de remonter au comportement de n'importe quel signal. Un moyen d'étude de la réponse des circuits lorsqu'on les attaque avec des signaux sinusoidaux, consiste à étudier cette réponse à l'aide des complexes et de considérer séparément le module et la phase de cette réponse complexe. On représente cette réponse sur un diagramme appelé diagramme de BODE, où l'on étudie séparément le module et la phase de la réponse du circuit. Dans l'exemple du pont diviseur de la figure 2.6, on écrit :

$$\begin{aligned} T(\omega) &= \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} \\ &= \frac{1}{1 + jRC\omega} \end{aligned} \tag{2.32}$$

où l'on sépare module et argument:

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} \tag{2.33}$$

$$\arg(T(\omega)) = -\arctan(RC\omega) \tag{2.34}$$

$|T(\omega)|$ donne le rapport des amplitudes des signaux (sinusoidaux) sortie / entrée, et $\arg(T\omega)$ donne leur déphasage relatif.

On note que pour $\omega \to 0$, $|T(\omega)| \to 1$ et $\arg(T(\omega) \to 0$. Lorsque la fréquence diminue, le condensateur tend à se comporter comme un circuit ouvert, et on retrouve en v ce qu'on a en u. Lorsque $\omega \to \infty$, $|T(\omega)| \to 0$ et $\arg(T(\omega) \to -\pi/2$.

2.8.2 Signaux sinusoidaux permanents

Il faut noter que la notation complexe s'emploie exclusivement avec des signaux sinusoidaux établis (permanents). Autrement dit, la méthode de la notation complexe (qui conduit à l'étude des déphasages, du diagramme de Bode, etc.) ne peut pas être utilisée telle qu'elle pour l'étude des phénomènes transitoires. La principale raison en est que lorsqu'on considère un signal sinusoidal, sa dépendance en fonction du temps devient implicite. Autrement dit, les vecteurs de Fresnel tournent avec régularité à la vitesse angulaire ω et il suffit de connaittre ω et ϕ pour en déduire $x(t)$ $(= \mathcal{R}(\widehat{X}))$. Inversement, l'étude des phénomènes transitoires ne manipule pas explicitement le concept de fréquence. Il faut donc manipuler les impédances et réponses complexes sans perdre de vue que sous ω et ϕ, il y a t, et se souvenir que les deux aspects de l'étude (ω / t) sont complémentaires.

2.9 Puissance et Signal Sinusoidal

Si $u(t)$ et $i(t)$ sont sinusoidales et déphasées de ϕ, $[u(t) = U_o \cos(\omega t), i(t) = I_o \cos(\omega t + \phi)]$, la puissance se calcule d'après l'équation 2.9, et on montre que :

$$< P > \; = \; \frac{U_o\, I_o}{2} \cos\phi \tag{2.35}$$

$$< P > \; = \; U\, I \cos\phi \tag{2.36}$$

où U et I sont les valeurs efficaces des signaux $u(t)$ et $i(t)$. Lorsqu'on souhaite fournir une puissance donnée à un dipôle réactif (par exemple un moteur) sous une tension d'alimentation fixée (par exemple 220 V), il faudra fournir d'autant plus de courant que le déphasage ϕ entrainé entre u et i par le dipôle, est grand. On compense un mauvais "$\cos\phi$" positif à l'aide de condensateurs placés en parallèle avec le dipôle. EDF oblige ses clients à remonter leur $\cos\phi$ au dessus d'une certaine valeur, faute de quoi le courant est facturé plus cher (c'est EDF qui paye les pertes dues au courant excessif dans la ligne d'alimentation, tandis que l'utilisateur, lui, ne paye que la puissance "vue" (consommée) à l'entrée de son installation...).

Chapitre 3

DIODES

3.1 Introduction

Les chapitres précédents traitent de composants linéaires. Celui-ci étudie un composant non linéaire intéressant, la diode. Il s'agit en fait du premier composant véritablement "électronique" rencontré dans ce cours. En toute rigueur, il faut faire appel à la physique du solide pour comprendre son fonctionnement, mais on peut expliquer l'essentiel de la diode de manière très simple. Du point de vue de l'utilisateur, le comportement de la diode se résume à sa caractéristique (U,I), présentée sur la figure 3.1.

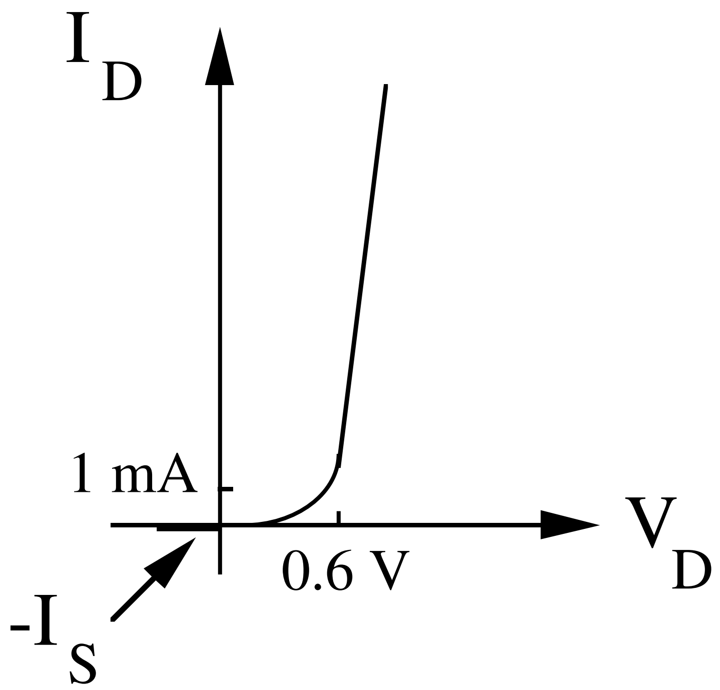

Figure 3.1 : Caractéristique "standard" d'une diode.

On peut dire que la diode est un conducteur "unidirectionnel" : le passage du courant est beaucoup plus facile dans un sens que dans l'autre. C'est pourquoi on représente ce composant comme un triangle barré (figure 3.2).

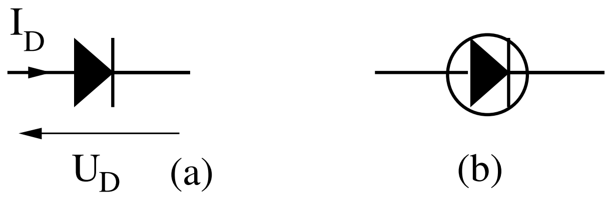

Figure 3.2 : a) Symbole d'une diode et orientation. b) Notation pour une diode parfaite.

Technologiquement parlant, il y a plusieurs moyens d'obtenir un composant possédant la caractéristique de la figure 3.1; aujourd'hui, les diodes sont réalisées à partir de semiconducteurs.

3.2 Conducteurs

Dans un métal, la conduction est assurée par les électrons libres qui sont fournis par les atomes constitutifs du métal. Ces électrons sont alors susceptibles de se déplacer dans le conducteur sous l'action d'un champ électrique (qui dérive de la différence de potentiel appliquée aux bornes du morceau de métal considéré). Chaque atome fournit un électron, et la densité d'électrons libres est égale 'a la densité atomique dasn le métal. Quel que soit le métal utilisé, la taille d'un atome est de l'ordre de quelques angströms $(1-3)$ et la densité volumique correspondante est de l'ordre de $10^{22}\mathrm{e}^-.cm^{-3}$.

3.3 Semiconducteurs

3.3.1 Semiconducteur intrinsèque

Le semiconducteur le plus utilisé aujourd'hui est le Silicium (Si). Sa structure atomique est telle que chaque atome du cristal possède 4 électrons sur sa couche externe. Pour compléter cette couche et atteindre les 8 électrons nécessaires à sa stabilité, chaque atome partage ses électrons en une liaison covalente avec ses voisins. Le cristal possède alors une structure stable où il n'est pas facile de déloger un électron de son atome parent. A 0 (degré) Kelvin, le Silicium est un isolant (aucun électron n'est disponible pour assurer la conduction). Lorsque la température augmente, l'agitation thermique des électrons amène certains d'entre eux à quitter leur atome parent, laissant derrière eux un site ionisé Si^+ pour participer à la conduction du courant électrique. Dans le Silicium, l'énergie nécessaire pour casser une liaison atome-électron est d'environ $1\,\mathrm{eV}$ ($\approx 1.6\times10^{-19}\,J$). A la température ambiante, la densité électronique ainsi obtenue est de l'ordre de $10^{13}\,\mathrm{e}^-.\mathrm{cm}^{-3}$, nettement inférieure a la densité électronique ($10^{22}\,\mathrm{e}^-.\mathrm{cm}^{-3}$) disponible dans un métal. Ce processus n'est donc pas très efficace (en comparaison de la conduction observée dans les métaux), et on appelle le Silicium un *semiconducteur*. Ce semiconducteur est dit "intrinsèque" car son comportement électrique (conduction réduite) est observé avec *Si* seul.

Remarque : Lorsqu'un électron quitte son atome parent, il laisse derrière lui un atome Si^+ avec un "trou" d'électron. Il est possible que ce trou soit rapidement rempli par un autre électron qui laisse lui même un autre trou, etc. (voir "courant de trou" sur la figure 3.3). Tout se passe comme si l'on avait une charge Si^+ qui se déplace en sens inverse des électrons. On considère donc que la conduction dans les semiconducteurs est assurée par les électrons et par les trous. Dans un semiconducteur intrinsèque, la concentration d'électrons est la même que celle des trous. On appelle les électrons et les trous des *porteurs* (de charge électrique), respectivement négatifs et positifs.

Remarque : en toute rigueur, dans un cristal, chaque ion, chaque noyau, chaque électron (tous ceux qui restent liés à leur atome parent) porte une charge. On ne donne le titre de "porteur" qu'aux charges *mobiles*, libres de se déplacer et de trans_*porter* une charge d'un point à l'autre du cristal, selon le champ électrique ambiant.

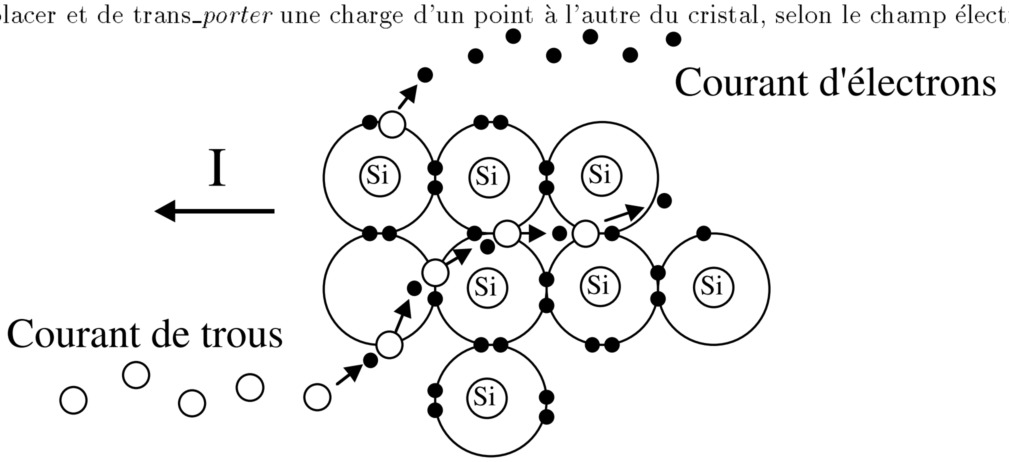

Figure 3.3 : Structure du cristal de Silicium

3.3.2 Semiconducteur dopé

On "dope" un cristal de Silicium en y introduisant des "impuretés", c'est à dire des atomes possédant des caractéristiques proches de celle du Silicium, avec un électron de plus ou de moins sur leur couche périphérique. On utilise ainsi le Phosphore (P, un électron de plus), le Gallium (Ga, un électron de moins), l'Indium (In, un électron de moins), etc. La densité de dopants ainsi introduits est de l'ordre de $10^{15}\,e^-.cm^{-3}$, c'est donc elle qui va controler la conductivit'e du cristal.

Semiconducteur dopé P

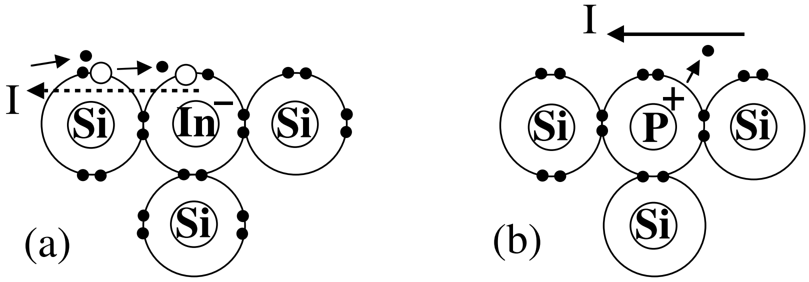

Figure 3.4 : Silicium dopé : a) type P. b) type N

Si on dope le Silicium avec des atomes possédant un électron *de moins* sur leur couche périphérique (par exemple *In*, voir figure 3.4 -a), on introduit dans le cristal des sites porteurs de “trous” qui ont tendance à accepter des électrons arrachés aux atomes de Silicium du cristal. Lorsqu'un électron vient occuper un site *In* initialement neutre, on obtient un ion In^- fixe dans le cristal et un “trou” sur un atome de Silicium voisin. Ce trou peut ensuite participer à la conduction et (énormément) augmenter celle-ci par rapport à la conduction du Silicium intrinsèque. A température ambiante, pratiquement tous les sites *In* sont ionisés (on obtient tout un ensemble de sites fixes dans le cristal, portant une charge négative), et la concentration de porteurs (libres) est égale à la concentration de dopants introduits dans le cristal. On peut ainsi contrôler cette concentration, c'est à dire la conductibilité du semiconducteur dopé. Dans le cas de dopage avec des impuretés de type “accepteur” (d'électrons), on dit qu'on obtient un semiconducteur “de type P” : la conduction est principalement assurée par les porteurs **P**_ositifs que sont les trous. On n'a alors plus égalité entre les concentrations d'électrons et de trous, ces derniers sont massivement majoritaires. Le cristal reste bien sûr électriquement neutre, les porteurs (libres) positifs en excès se trouvent compensés par les sites (fixes) négatifs des ions In^-.

Semiconducteur dopé N

Si on dope du Silicium avec des atomes possédant un électron *de plus* en couche périphérique (par exemple du Phosphore *P*), on introduit des électrons supplémentaires dans le cristal (après ionisation des sites Donneurs), qui peuvent participer à la conduction électrique (figure 3.4 -b). Les sites fixes ionisés sont cette fois positifs. Les porteurs majoritaires sont les électrons **N**_égatifs, le semiconducteur est dit “de type N”.

3.4 Jonction PN

On fabrique une telle jonction en plaçant côte à côte un semiconducteur dopé P et un semiconducteur dopé N (figure 3.5, les électrons sont figurés par des ronds noirs, les trous par des ronds vides).

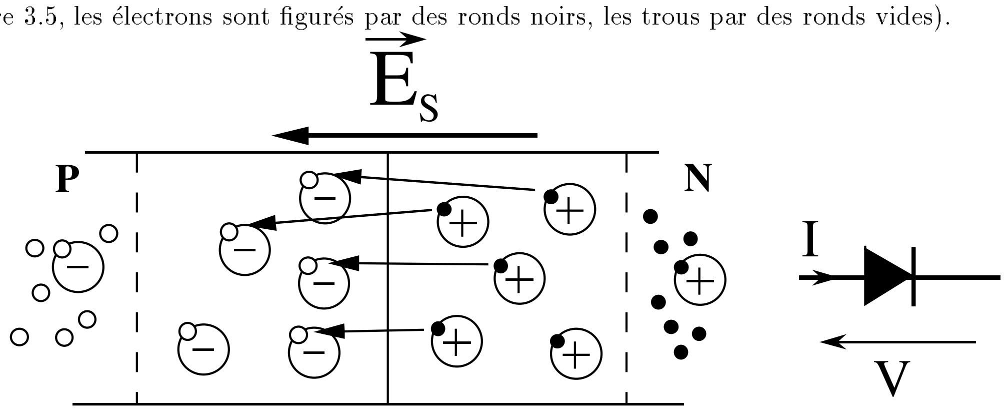

Figure 3.5 : Jonction PN et orientation.

Dans l'état initial, chaque partie de la jonction PN peut respectivement accepter / donner des électrons. On observe alors un mouvement d'électrons de la région N vers la région P et simultanément un mouvement de trous de la région P vers la région N. On dit qu'il y a “diffusion des porteurs majoritaires”. Les électrons et les trous se recombinent (s'annihilent, en quelque sorte) de part et d'autre de la jonction. Comme chaque électron qui passe de N vers P laisse un ion positif fixe en région N et crée un ion négatif fixe en région P, on obtient rapidement une *Zone de Charge d'Espace* (ZCE), vide de porteurs libres (et pleine d'ions fixes), qui induit un champ électrostatique $\overrightarrow{E_S}$ dont l'effet est de retenir les mouvements de porteurs qui lui ont donné naissance.

Ce champ est orienté de N vers P et tend à faire revenir les électrons en région N, et les trous en région P, on obtient donc un état d'équilibre.

On notera que la structure de ZCE obtenue dans la jonction PN comporte une charge fixe ±q de part et d'autre de la jonction. Cette structure se comporte comme un condensateur. L'effet de ce condensateur n'est pas prédominant dans le fonctionnement "normal" de la diode mais il peut dans certains cas être important. On verra lors de l'étude du transistor un des effets de ce condensateur "parasite" (effet Miller).

3.5 Polarisation de la Diode

Laissée à elle-même, la jonction PN se trouve en état d'équilibre, les effets du champ $\overrightarrow{E_S}$ compensant ceux de la diffusion. Tout l'intérêt de la diode apparait lorsqu'on la polarise, c'est à dire lorsqu'on impose dans le cristal de la diode, un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E_{ext}}$. On met alors en évidence la tendance de la diode à la conduction dans une direction privilégiée.

3.5.1 Polarisation inverse

On peut considérer ce qui se passe "loin de la jonction"; en effet, le champ $\overrightarrow{E_{ext}}$ est appliqué à toute la structure de la diode : c'est toute la diode qui est polarisée, alors que $\overrightarrow{E_S}$ n'agit qu'à l'intérieur de la ZCE. Les électrons de la zone N et les trous de la zone P (c'est à dire tous les porteurs majoritaires) sont respectivement attirés par les bornes + et − du générateur qui impose la polarisation (voir figure 3.6). Certains atomes donneurs de la zone N et accepteurs de la zone P à la limite de la ZCE (coté extérieur) perdent leur charge libre (électron en zone N, et trou en zone P) et la Zone de Charge d'Espace augmente, la diode reste bloquée.

A l'"intérieur" de la jonction (dans la ZCE), le champ $\overrightarrow{E_{ext}}$ appliqué se trouve orienté dans le même sens que $\overrightarrow{E_S}$. Sous l'action de ce champ renforcé, quelques électrons reviennent de P vers N et quelques trous reviennent de N vers P. Comme il s'agit là de mouvements de porteurs minoritaires (il y a peu d'électrons en zone P et peu de trous en zone N), le courant résultant est très faible. En fait, ce courant est limité par la concentration de porteurs minoritaires disponible de part et d'autre de la jonction (électrons en P et trous en N), et cette concentration est déterminée par la température de la diode. On parle de *courant de saturation* en inverse car il est fixé (*saturé*) pour une température donnée.

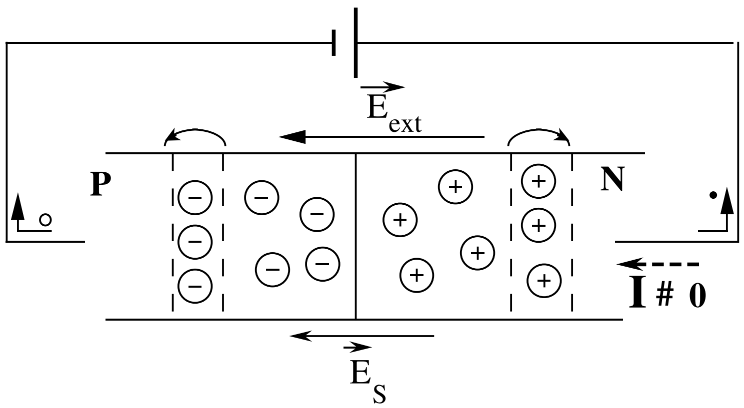

Figure 3.6 : Diode polarisée en inverse.

3.5.2 Polarisation directe

Si on applique une DDP V_D positive aux bornes de la diode (figure 3.7), on applique dans la jonction un champ $\overrightarrow{E_{ext}}$ qui s'*oppose* à $\overrightarrow{E_S}$. Dès que la tension V_D est assez importante ($\overrightarrow{E_S} - \overrightarrow{E_{ext}} = \overrightarrow{0}$), les porteurs majoritaires de part et d'autre de la jonction sont soumis à une force qui leur fait traverser la ZCE. Le courant est cette fois-ci beaucoup plus important car il y a beaucoup plus de porteurs disponibles : les électrons (majoritaires en zone N) traversent de N en P et les trous (majoritaires en P) traversent de P en N. Et ces porteurs sont sans cesse renouvelés par le générateur qui polarise la diode : la borne "−" fournit des électrons à la zone N et la borne "+" fournit des trous à la zone P.

En conclusion, la diode se comporte donc bien comme un conducteur unidirectionnel. On appelle *Tension de SEUIL* la tension V_S qu'il faut appliquer en direct à la diode pour obtenir un courant important. Cette tension est reliée aux caractéristiques physiques du semiconducteur. Elle dépend de la température puisque la concentration des porteurs électriques en dépend. La quantité de porteurs libres susceptibles d'échapper à leur atome parent pour aller ioniser un atome de l'autre coté de la jonction dépend de la température T, donc la taille de la ZCE dépend également de T. Et de la taille de la ZCE dépend la valeur du champ $\overrightarrow{E_S}$. A température ambiante, la tension de seuil d'une diode au Silicium vaut environ $V_S \approx 0.6$ Volt. Une diode au Germanium (autre semiconducteur de la colonne IV de la classification périodique des éléments) possède une tension de seuil plus faible, de l'ordre de 0.3 Volt.

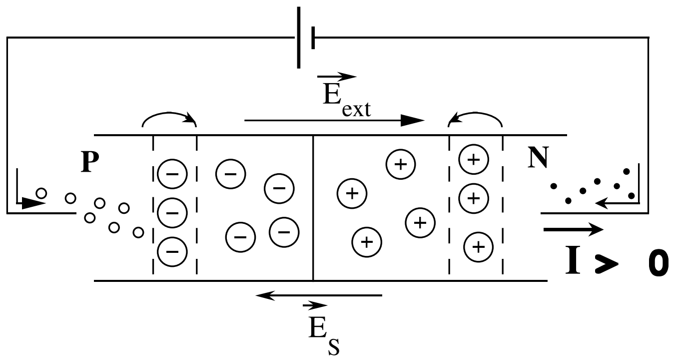

Figure 3.7 : Diode polarisée en direct.

3.6 Caractéristique de la Diode

L'expression de la caractéristique d'une diode peut être démontrée en Physique du solide. Elle a la forme suivante :

$$I_D = I_S \left[\exp\left(\frac{V_D}{V_o}\right) - 1\right] \tag{3.1}$$

avec

$$I_S \approx 10^{-13} A \tag{3.2}$$

$$V_o = \frac{kT}{e} \approx 26\text{mV à T} = 300\,\text{K} \tag{3.3}$$

Lorsque la diode est polarisée en inverse, le courant reste très faible ($I_D \rightarrow -I_S = -10^{-13}\,A$), négatif (en inverse) et quasiment nul comparé aux courants habituellement rencontrés en électronique. Si la tension inverse devient trop importante, la diode "claque" : le champ appliqué est trop fort, et il se produit un phénomène d'"avalanche" où les atomes du réseau se trouvent ionisés en cascade. Le courant devient alors très important et la diode peut être détruite. On verra à titre d'exercice une application de cette tension de claquage avec la diode Zener.

Dans la partie directe de la caractéristique de la diode ($V_D > 0$), et lorsqu'on a besoin d'une expression mathématique plus simple de cette caractéristique, on peut l'approximer par l'expression suivante :

$$I_D = I_o \exp(\frac{V_D - V_S}{V_o}) \tag{3.4}$$

avec $I_o \approx 1\,\mathrm{mA}$, $V_S \approx 0.6\,\mathrm{Volts}$ et $V_o \approx 0.026\,\mathrm{Volts}$.

Divers degrés d'approximation pratique peuvent être considérés pour les raisonnements courants en électronique, lorsqu'on n'a pas besoin de la précision numérique apportée par les équations introduites précédemment.

3.6.1 Approximation d'ordre zéro : diode parfaite

Dans cette approximation, on considère la diode comme parfaite (voir notation sur la figure 3.8), c'est à dire comme un interrupteur unidirectionnel. Cela revient à négliger la tension de seuil V_S et toute résistance parasite en série. La caractéritique d'une diode parfaite est celle de la figure 3.8:

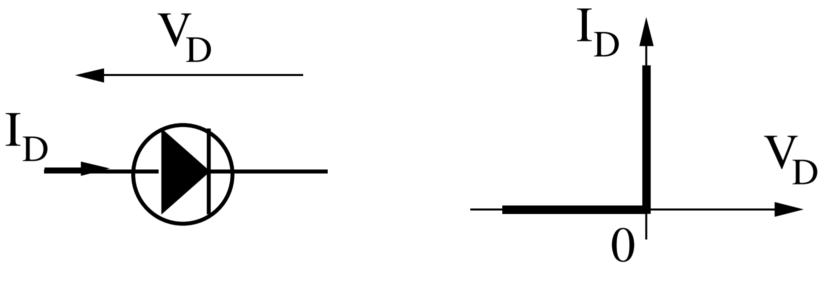

Figure 3.8 : Diode parfaite ($V_S = 0$).

Lorsque $V_D > 0$, la diode se comporte comme un court-circuit : diode *passante*, $V_D = 0$. Lorsque $V_D < 0$, la diode est un circuit ouvert : diode *bloquée*, $I_D = 0$.

Le fonctionnement est le suivant : lorsqu'on cherche à déterminer l'état d'une diode, on part d'une hypothèse (bloquée ou passante), on en déduit l'état du circuit (chaque hypothèse apporte une contrainte, $V_D = 0$ ou $I_D = 0$) et on vérifie si cet état est ou non cohérent avec l'hypothèse de départ. S'il ne l'est pas, on a démontré par l'absurde que l'état de la diode est en fait opposé à celui choisi au départ.

N.B. On emploie l'approximation d'ordre zéro lorsque la diode travaille dans un circuit où les tensions sont importantes, nettement supérieures à 0.6 Volt.

3.6.2 Approximation d'ordre 1 : diode parfaite + seuil

On ne néglige plus la tension de seuil V_S (figure 3.9). Au bornes de la diode parfaite sous-jacente (à laquelle on n'a pas accès), est appliquée la tension $V'_D = V_D - V_S$.

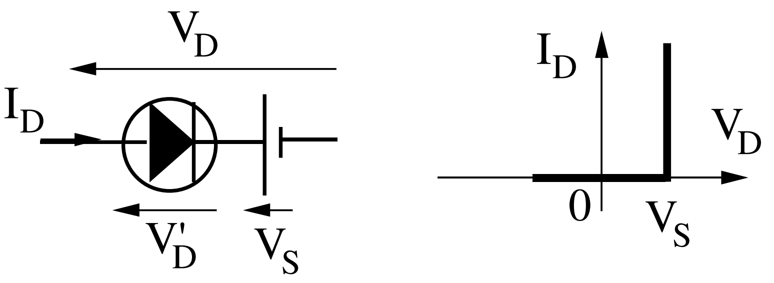

Figure 3.9 : Diode parfaite avec seuil.

Dans cette approximation, la diode se débloque dès que $V_D > V_S$ et elle se comporte comme un court-circuit "au-delà" (écrit entre guillemets car il n'y a pas d'"au-delà" : si $V_D > V_S, V_D = V_S$). La diode parfaite sous-jacente se comporte comme dans l'approximation précédente, le raisonnement décrit reste valable tel quel pour V'_D, ce qui revient à dire que la diode réelle approximée ici se comporte comme une diode "parfaite", avec $V_S \neq 0$.

On utilisera cette approximation lorsque les tensions en jeu dans le circuit sont inférieures ou de l'ordre de V_S.

3.6.3 Approximation d'ordre 2 : diode parfaite + seuil + résistance

Cette fois-ci, on tient compte de la tension de seuil et de la résistance de la diode lorsqu'elle est *passante* (figure 3.10). A la chute de tension constante V_S s'ajoute une chute de tension dans la résistance r_d en série. On utilise cette approximation (autrement dit, on tient compte de la résistance série de la diode) lorsque les tensions mises en jeu sont faibles, bien sûr, mais aussi lorsque les courants concernés peuvent être importants (voir également section 3.6.4). En fait, cela revient à dire qu'on utilisera cette approximation lorsque les résistances présentes par ailleurs dans le circuit, sont faibles (V faible et/ou I important → R (=V/I) important).

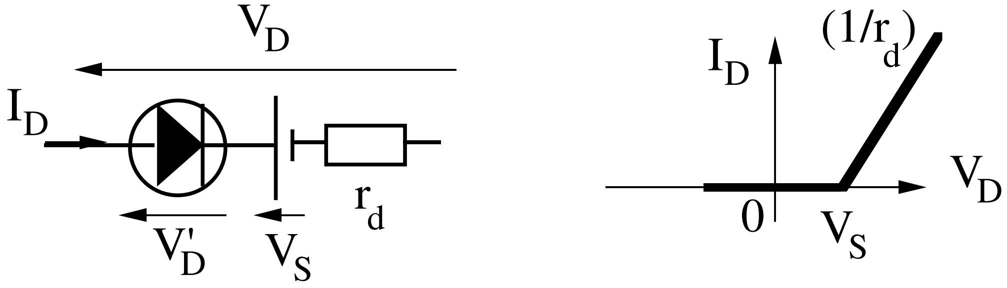

Figure 3.10 : Diode réelle (seuil + résistance-série).

Il peut également être important de considérer la résistance de la diode lorsqu'on l'utilise dans un montage avec des petits signaux (variables). On en verra une application dans l'étude du transistor.

La résistance série d'une diode se détermine ainsi : connaissant la relation $I_D(V_D)$, on calcule $\partial I_D/\partial V_D$ (pour $I_D = I_{Do}$ fixé), qui est équivalent à l'inverse d'une résistance (c'est la pente de la tangente à la caractéristique de la diode au point $I_D = I_{Do}$). On écrit donc :

$$r_d^{-1} = \left[\frac{\partial I_D}{\partial V_D}\right]_{I_{Do}} \tag{3.5}$$

En reprenant l'équation 3.1, on a alors :

$$r_d^{-1} = \frac{I_S}{V_o}\exp(\frac{V_D}{V_o}) \approx \frac{I_D}{V_o} \tag{3.6}$$

Car lorsque la diode est polarisée en direct, on a très rapidement $V_D \gg V_o$ ($V_o = 0.026\,\mathrm{V}$), donc $\exp(V_D/V_o) \gg 1$

Exercice

Calculer la résistance-série d'une diode parcourue par un courant de 10 mA.

3.6.4 Puissance consommée dans la diode

Approximation d'ordre 0 :

$$P_D = 0 \tag{3.7}$$

Approximation d'ordre 1 :

$$P_D = V_S \times I_D \tag{3.8}$$

Approximation d'ordre 2 :

$$P_D = V_S \times I_D + r_d \times I_D^2 \tag{3.9}$$

Cette dernière expression devient importante si I_D est assez fort (terme $r_d \times I_D^2$ non négligeable devant d'autre termes dissipatifs du circuit).

Exercice

Comment varie le terme $r_d \times I_D$ en fonction de I_D ? Montrer que dans l'équation 3.9, le deuxième terme est toujours négligeable devant le premier.

3.7 Exemples d'Application des Diodes

3.7.1 Redressement de tension

Une application très importante des diodes utilise leur propriété de conduction unidirectionnelle afin de "redresser" un courant alternatif (sinusoidal) en ne le laissant passer que pendant son alternance positive. Si la diode débite dans une résistance, la tension disponible aux bornes de cette résistance sera également redressée.

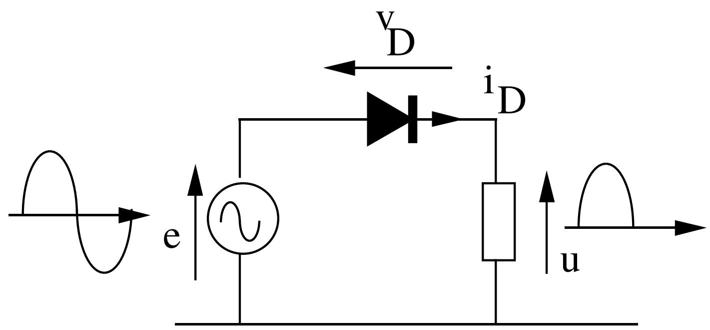

Figure 3.11 : Redressement de tension aux bornes d'une résistance par utilisation d'une diode.

La figure 3.11 présente un montage simple classique de redressement de tension. Le signal e est sinusoidal d'amplitude E. Pendant les alternances négatives de e, la diode est bloquée et $u = 0$ (sinon la tension aux bornes de R serait également négative et le courant circulerait en sens inverse, ce que la diode interdit). Pendant les alternances positives de e, la diode est passante et $u = e$ (sinon i et u seraient nuls et la tension aux bornes de la diode serait égale à e, donc positive, ce qui rend la diode passante). On obtient alors une tension u qui varie entre 0 et E, avec une valeur moyenne non nulle. On obtient en sortie de ce montage une tension à valeur moyenne positive.

3.7.2 Resistance dynamique

Le montage de la figure 3.12 permet de contrôler la valeur de la résistance dynamique d'une diode en contrôlant le courant continu qui la traverse, ce qui permet de faire varier le rapport de résistance mis en jeu dans le pont diviseur de sortie, qui concerne lui les signaux alternatifs de faible amplitude v_e et v_s.

Les condensateurs se comportent comme des circuits ouverts (isolants) pour les signaux continus et comme des court-circuits pour les signaux alternatifs, ce qui permet de traiter indépendamment les questions de polarisation (signaux continus) et de (petit) signal.

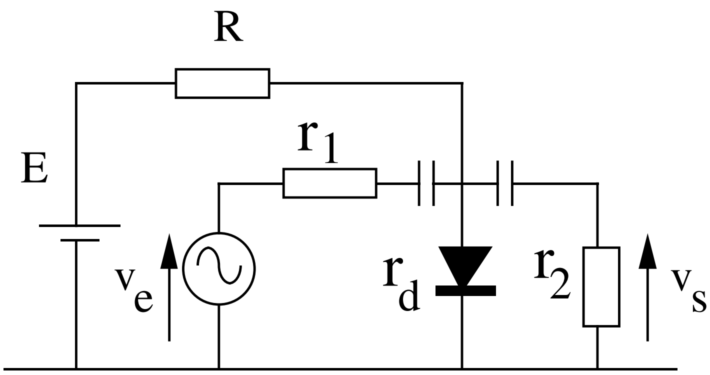

Figure 3.12 : Contrôle d'amplitude de tension alternative par réglage de tension continue.).

Chapitre 4

LE TRANSISTOR BIPOLAIRE

4.1 Introduction

Le transistor est peut-être le composant le plus important de toute l'électronique. Il permet de réaliser un très grand nombre de fonctions, que ce soit en électronique analogique (amplification) ou en électronique digitale (circuits intégrés). Il est omniprésent dans tous les montages électroniques. Un ordinateur en renferme des millions. L'apprentissage de l'électronique ne s'arrête évidemment pas au chapitre "transistor" mais c'est un des composants "de base" les plus complexes. On peut aujourd'hui se procurer des circuits intégrés d'une très grande complexité, qui réalisent des fonctions aussi variées que l'amplification, conversion analogique/digitale, redressement de tension, compteur, etc., mais tous ces circuits peuvent se décomposer en résistances, condensateurs, diodes et transistors.

Il existe différents modèles de transistor qui utilisent différents principes physiques mais tous se ramènent au fonctionnement suivant : le contrôle d'une grandeur physique *de sortie*, (courant ou tension) associée à une puissance importante, par une autre grandeur physique *d'entrée*, (courant ou tension) associée à une faible puissance.

4.2 Base, Emetteur et Collecteur

Jusqu'à présent, on a étudié des dipoles. Le transistor est le premier exemple de tripole, il comporte trois connexions : l'**E**metteur, la **B**ase et le **C**ollecteur (voir figure 4.1-a). On étudiera un type de transistor appelé NPN parce que constitué de trois couches de semi-conducteur dopées respectivement N, P et N (fig. 4.1-b).

Cette structure fait apparaitre des jonctions NP et PN, ce qui permet de se représenter le transistor comme sur la figure 4.2 On parlera effectivement des "jonctions" du transistor, respectivement la jonction Base-Emetteur (BE) et Base-Collecteur (BC).

Il n'empêche qu'on repère toujours une différence de potentiel entre *deux* points et qu'un courant circule d'un point à *un autre*. On est donc amené à repérer plusieurs dipoles (3) sur le tripole constitué par le transistor. Sur la figure 4.3, on a repéré les dipoles BE, BC et CE, ainsi que les courants i_{BC}, i_{BE} et i_{CE} qui les traversent. On a également repéré les courants i_C, i_B et i_E qui entrent ou sortent dans les connexions E, B et C.

La loi des nœuds nous donne :

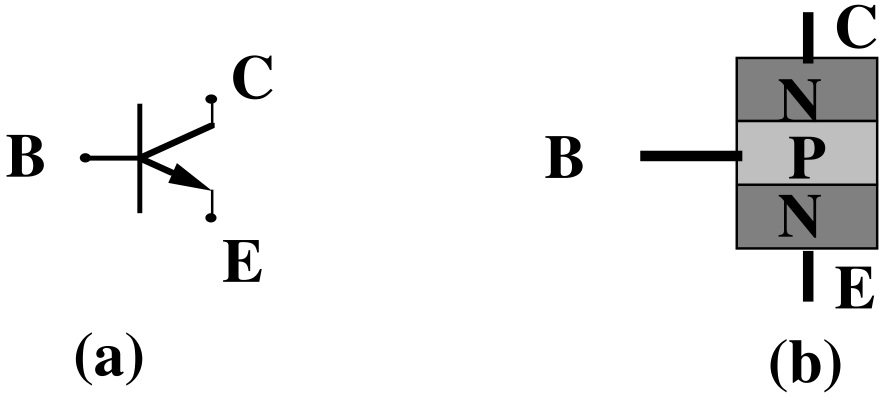

Figure 4.1 : Transistor NPN

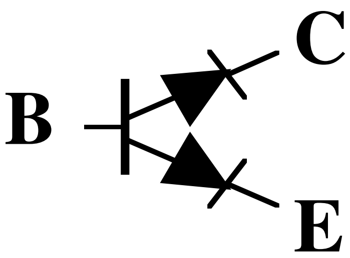

Figure 4.2 : représentation du transistor constitué de 2 diodes

$$i_B = i_{BE} + i_{BC}$$
$$i_C = i_{CE} - i_{BC}$$
$$i_E = i_{BE} + i_{CE}$$

Et la puissance mise en jeu dans le transistor peut s'écrire :

$$P = v_{BE}i_{BE} + v_{CE}i_{CE} + v_{BC}i_{BC} \tag{4.1}$$

Comme la diode, le transistor est un composant qui peut fonctionner de façon non-linéaire (signaux de grande amplitude) ou linéaire (petits signaux superposés à une polarisation). Il est donc important de respecter rigoureusement les notations introduites au deuxième chapitre pour distinguer les signaux continus et variables. On notera $v_E = V_E + v_e$ la tension d'émetteur, $v_B = V_B + v_b$ la tension de base et $v_C = V_C + v_c$ la tension de collecteur (par rapport au point de référence). De même, on repèrera i_E, i_B et i_C.

On remarquera qu'il n'y a pas, sur le schéma de la figure 4.3, de notion d'entrée ou de sortie du transistor. Ce point sera précisé plus loin. Nous ne détaillerons pas ici le fonctionnement global du transistor. Un grand nombre de propriétés de ce composant peuvent se comprendre à partir de sa structure géométrique et de sa

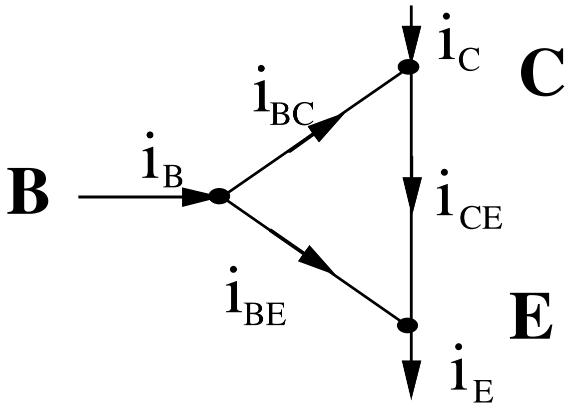

Figure 4.3 : les trois dipoles associés au transistor

disposition en "bi-diode". Pour utiliser correctement un transistor, il est nécessaire de respecter quelques règles de fonctionnement qui sont présentées dans la section suivante.

4.3 Règles de Fonctionnement

1) Le collecteur est à un potentiel supérieur à celui de l'émetteur :
($V_{CE} > 0$).

2) La jonction BE est polarisée en direct et la jonction BC en inverse.

La jonction BC étant polarisée en inverse, on peut considérer le courant i_{BC} qui y circule comme négligeable devant les autres courants intervenant dans le circuit. Au niveau de description du transistor introduit ici, on considèrera purement et simplement que l'on a $i_{BC} = 0$. Il en résulte que le transistor est décrit par 3 variable de courant :

$$\begin{aligned} i_B &= i_{BE} \\ i_C &= i_{CE} \\ i_E &= i_B + i_C \end{aligned}$$

qui sont les trois courants dans les trois branches du tripole.
Lorsque les règles 1) et 2) sont respectées, le transistor fonctionne en régime linéaire et on a, en première approximation :

$$i_C = \beta i_B \tag{4.2}$$

où β est un paramètre caractéristique du transistor : il détermine le contrôle de l'"entrée" i_B sur la "sortie" i_C. Une valeur typique sera $\beta = 100$, avec $i_B \approx 10\mu$A et $i_C \approx 1mA$.
En fait, β est un "mauvais" paramètre du transistor car il peut varier de façon importante avec la température

par exemple. Il n'est jamais agréable de caractériser un composant, un montage, etc., par un terme qui risque de subir l'influence du milieu extérieur. Cependant, l'équation 4.2 possède l'avantage de bien mettre en évidence le rôle principal du transistor qui est de contrôler une (forte) grandeur de sortie (i_C) à l'aide d'une (faible) grandeur d'entrée ($i_B \ll i_C$). Une équation ne constituera jamais une explication physique mais si on admet cette relation (i_C, i_B), elle implique que, pour un i_B donné, i_C est *fixé*, et ce, quelle que soit la valeur de v_{CE}. Dans le cadre de ce modèle, la connexion où circule i_C sera représentée comme une source de courant (I indépendant de U).

Ce mode de fonctionnement du transistor entraine une modification du modèle présenté dans la figure 4.2 et des simplifications dans les équations introduites à la section précédente. On conserve la notion de double diode mais on y ajoute une source de courant *contrôlée* pour tenir compte de la relation $i_C = \beta i_B$ (voir figure 4.4).

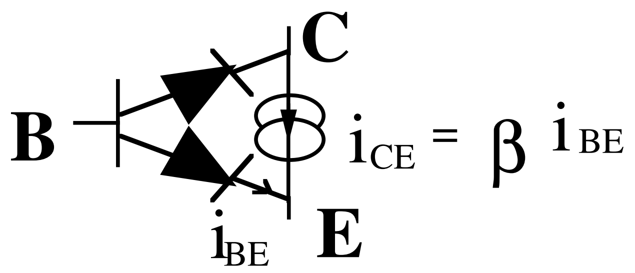

Figure 4.4 : premier modèle de transistor bipolaire

De même, la puissance consommée dans le transistor devient :

$$P = v_{BE}i_B + v_{CE}i_C = P_{BE} + P_{CE} \tag{4.3}$$

et le terme de tension v_{BC} devient en quelque sorte inutile puisqu'il n'est associé à aucun courant! On peut alors distinguer sur le schéma 4.4 un dipole d'entrée, caratérisé par les grandeurs (v_{BE}, i_B) et un dipole de sortie : (v_{CE}, i_C). La tension v_{BE} a la valeur que l'on trouve aux bornes d'une diode en direct, elle est de l'ordre de 0.7 Volts. La tension v_{CE} est de l'ordre de quelques Volts. Comme $i_C \approx 100 \times i_B$, on a bien $P_{BE} \ll P_{CE}$: la puissance disponible en sortie est contrôlée par une puissance d'entrée nettement inférieure. Ce point sera illustré en Travaux Pratiques (TP 2).

Les différents courants circulant dans le transistor sont reliés par les relations :

$$i_C = \beta i_B \tag{4.4}$$

$$i_E = i_B + i_C = (1+\beta)i_B = (\frac{1}{\beta}+1)i_C \approx i_C \tag{4.5}$$

On peut alors simplifier le premier *schéma équivalent* introduit dans la figure 4.4 en tenant compte de $i_{BC} = 0$ et en supprimant la jonction BC (voir figure 4.5).

Le schéma de la figure 4.5 a l'avantage de faire clairement apparaitre l'"entrée" et la "sortie" du transistor avec propagation du signal de gauche à droite. L'étage d'entrée est constitué de la diode BE dont le courant i_B contrôle l'étage de sortie où l'on trouve la source de courant $i_C = \beta i_B$:

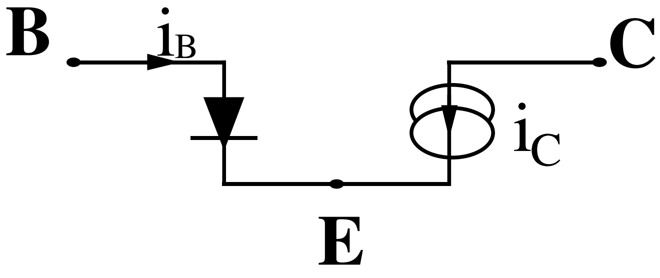

Figure 4.5 : nouveau schéma équivalent du transistor

$$\text{entrée } (i_B, v_{BE}) \rightarrow \text{sortie } (i_C, v_{CE}) \tag{4.6}$$

En résumé, le transistor a le comportement suivant : un fort courant i_C est contrôlé par un faible courant i_B et les deux aboutissent dans l'émetteur : $i_E = i_B + i_C \approx i_C$ puisque $i_B \ll i_C$. La géométrie du transistor est représentée sur la figure 4.6. L'émetteur *émet* des électrons à travers la base, lesquels sont pratiquement tous *collectés* par le collecteur du fait de l'implantation particulière de l'émetteur au centre de la base. La physique du solide permet de montrer comment i_C dépend de i_B.

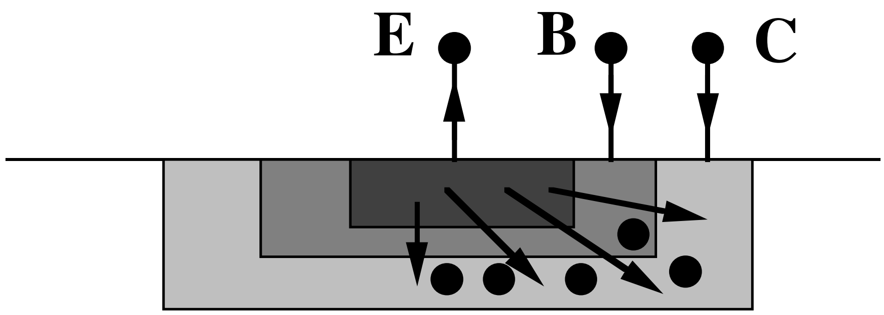

Figure 4.6 : Géométrie du transistor NPN

4.4 Caractéristiques du Transistor

Le transistor, comme tout composant électronique peut être étudié à partir de ses caractéristiques (u, i). Il possède une caractéristique d'entrée : c'est la caratéristique de la diode BE sur le schéma 4.5. Le point de fonctionnement sur la caratéristique d'entrée (figure 4.7) détermine i_B et v_{BE} (ou, si l'on préfère, à partir de v_{BE}, la caractéristique fournit i_B).

La caractéristique de sortie du transistor est celle d'une source de courant, c'est une droite horizontale dans un diagramme (v_{CE}, i_C) (figure 4.8).

Le courant i_C du transistor est contrôlé par le courant i_B : à chaque valeur de i_B correspond une valeur de i_C. Le transistor possède donc un *réseau* de caractéristiques de sortie, constitué de droites horizontales (figure 4.8).

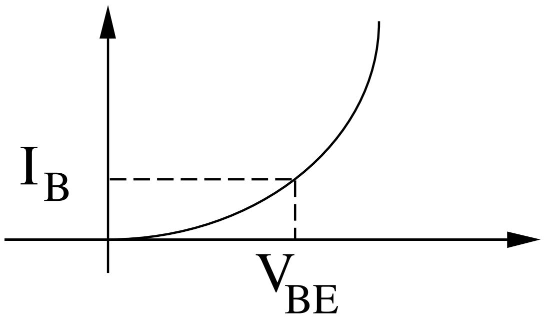

Figure 4.7 : Caractéristique d'entrée du transistor

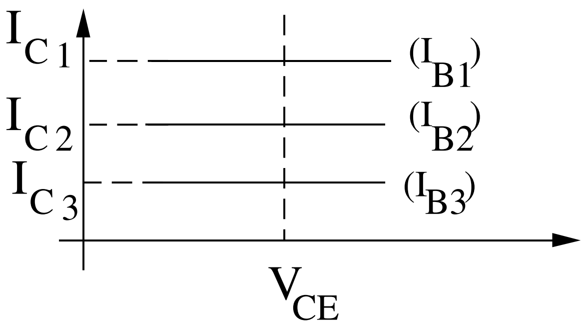

Figure 4.8 : caractéristique de sortie du transistor

Si on connecte la sortie (i_C, v_{CE}) du transistor à une charge (une résistance par exemple), l'intersection de la droite de charge avec l'horizontale i_C fournit le point de fonctionnement en sortie, c'est à dire v_{CE}. Le passage de la tension d'entrée à la tension de sortie suit le cheminement suivant :

$$v_{BE} \rightarrow i_B \rightarrow i_C \rightarrow v_{CE} \tag{4.7}$$

On verra que cette démarche permet d'utiliser l'amplificateur de courant qu'est le transistor en amplificateur de tension.

4.5 Blocage et Saturation

Le schéma complet des caractéristiques de sortie du transistor est donné sur la figure 4.9. Toutes les caractéristiques passent par le point (0,0). Lorsque le transistor fonctionne normalement, son point de fonctionnement se trouve quelque part au milieu du diagramme de la figure 4.9. Si le point de fonctionnement se trouve trop près de l'axe i_C, il se trouve dans la zone dite de *saturation*. Les caractéristiques ne sont plus des droites horizontales,

v_{CE} reste faible quel que soit le courant i_C : le transistor se comporte comme un interrupteur fermé (passant).

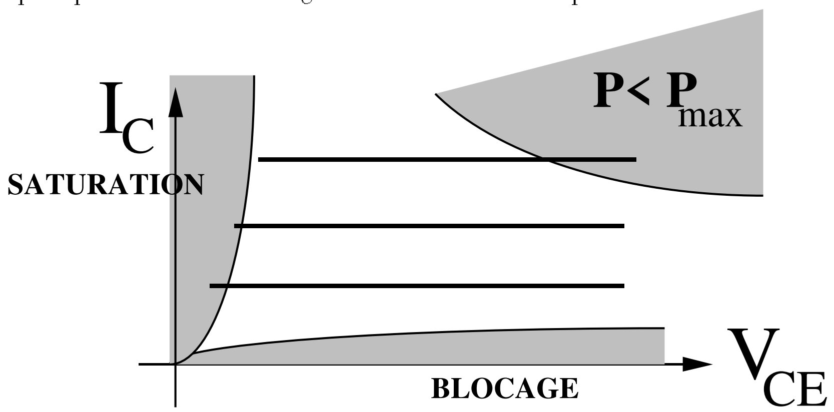

Figure 4.9 : Schéma complet des caractéristiques de sortie du transistor

De même, si le point de fonctionnement se trouve trop près de l'axe v_{CE}, le courant i_C est très faible, cette zone est la zone dite de *blocage*, le transistor se comporte comme un interrupteur ouvert.

Le fonctionnement du transistor en interrupteur contrôlé (par i_B) peut être exploité si on désire par exemple commander l'alimentation d'une charge à partir d'une puissance réduite. Ce point sera illustré dans le TP No 2. Il est clair que le fonctionnement 'allumé-éteind" est fortement non linéaire (tout ou rien). Si on désire utiliser le transistor comme amplificateur, il faudra évidemment éviter de placer le point de fonctionnement dans l'une ou l'autre des zones de blocage ou de saturation.

Une autre règle doit être respectée. Elle concerne la puissance maximum dissipée dans le transistor. On a vu que la puissance en sortie P_{CE} est nettement supérieure à la puissance en entrée P_{BE}, aussi cette contrainte est pratiquement entièrement reportée sur le terme $i_C v_{CE}$, qui doit rester inférieur à une certaine limite fixée par le constructeur. Cette troisième contrainte permet de fermer sur la figure 4.9 le domaine dans lequel doit rester le point de fonctionnement.

4.6 Fonctionnement Linéaire du Transistor - Amplification

4.6.1 Introduction

Qui dit amplification dit petits signaux. Comme avec la diode, il est possible de polariser le transistor de manière à placer le point de fonctionnement à un endroit favorable du diagramme des caractéristiques, puis de superposer au point de polarisation un signal alternatif de faible amplitude. Le transistor possédant une entrée et une sortie, il convient de polariser l'une et l'autre. Il existe divers montages pour polariser un transistor, qui seront étudiés dans une section suivante. Un moyen de polariser la diode d'entrée consiste à utiliser un générateur continu (E_G, R_G) comme sur la figure 4.10-a. L'intersection de la caractéristique du générateur et de la diode donne le point de polarisation (I_B, V_{BE}) (figure 4.10-b). I_B détermine $I_C = \beta I_B$, c'est à dire la caractéristique horizontale à utiliser en sortie.

La polarisation en sortie est obtenue à l'aide d'un générateur (E, R) (figure 4.11-a). Connaissant I_C, l'intersection de la droite d'attaque de (E, R) (pente négative), avec la caractéristique du transistor détermine V_{CE} (figure 4.11-b).

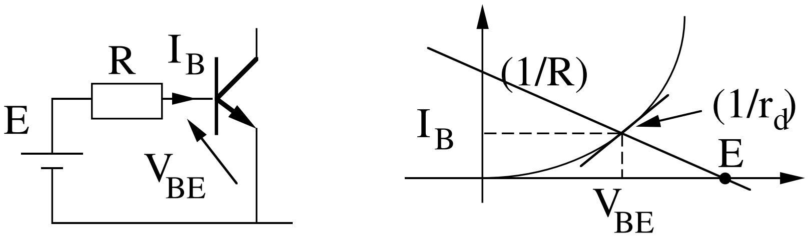

Figure 4.10 : Polarisation du transistor en entrée

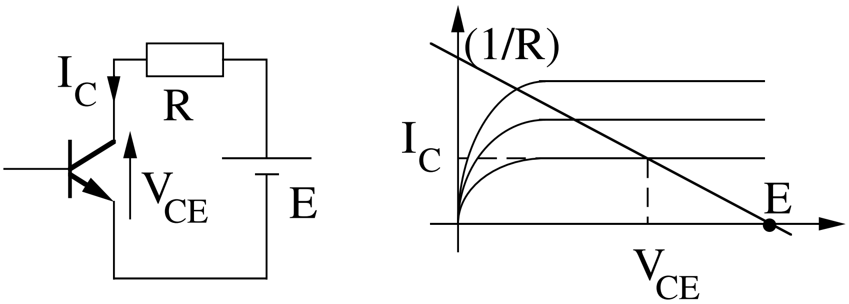

Figure 4.11 : Polarisation du transistor en sortie

4.6.2 Méthode pratique de polarisation

Il n'est jamais intéressant d'avoir à utiliser un trop grand nombre de tensions de polarisation. On utilise le fait qu'on peut obtenir un générateur de thévenin (équivalent) à partir d'un pont diviseur. On peut alors polariser un transistor à partir d'une seule alimentation : V_{CC} sur la figure 4.12. (E_G, R_G) est obtenu à partir de V_{CC}, R_1, R_2 :

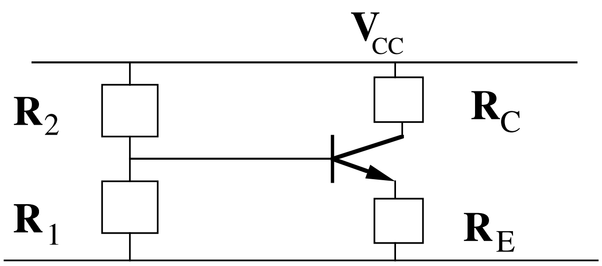

Figure 4.12 : Utilisation d'une source de tension unique pour polariser un transistor.

$$
\begin{aligned}
E_G &= \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{CC} \\
R_G &= R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}
\end{aligned}
$$

La résistance R_E est utilisée pour des raisons de stabilisation du point de polarisation. le point de polarisation à l'entrée est obtenu en écrivant la loi des mailles dans la maille R_E, V_{BE}, R_G, E_G :

$$E_G = R_E I_E + V_{BE} + R_G I_B \tag{4.8}$$

L'équation 4.5 permet de réécrire 4.8 :

$$E_G = R_E(1+\beta)I_B + V_{BE} + R_G I_B \tag{4.9}$$

D'où l'on tire :

$$I_B = \frac{E_G - V_{BE}}{R_G + (1+\beta)R_E} \tag{4.10}$$

On obtient immédiatement $I_C = \beta I_B$. On en déduit $V_E = R_E(1+\beta)I_B$ et $V_C = V_{CC} - R_C I_C$. Le point de polarisation complet (V_{CE}, I_C) s'obtient en calculant $V_{CE} = V_C - V_E$.

On remarquera la modification apportée à la droite de charge par l'introduction de R_E. On a :

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E = V_{CC} - (R_C + R_E(1+\frac{1}{\beta})I_C \tag{4.11}$$

La nouvelle droite de charge est très peu différente de la droite $(V_{CC}, R_C + R_E)$.

Exemple : $V_{CC} = 15\,\mathrm{V}$, $R_1 = 10\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2 = 56\,\mathrm{k}\Omega$, $R_E = 1\,\mathrm{k}\Omega$, $R_C = 5.6\,\mathrm{k}\Omega$. On prend $V_{BE} \approx 0.7\,\mathrm{V}$ et pour $\beta = 100$, on obtient : $I_B \approx 14\mu\mathrm{A}$, $I_C \approx 1.44\mathrm{mA}$, $V_E \approx 1.44\mathrm{V}$, $V_C \approx 6.96\mathrm{V}$, $V_{CE} \approx 6.96\mathrm{V}$.

Il existe d'autres montages pour assurer la polarisation d'un transistor. Dans tous les cas, la première étape du calcul consiste à explorer la maille dans laquelle circule i_B. Comme tous les courants du montage (i_C, i_E) s'expriment en fonction de i_B, la relation établie permet de calculer celui-ci, puis les autres courants. Cette méthode sera détaillée en exercice.

4.6.3 Schéma équivalent en petits signaux

Une fois le transistor polarisé au point $(I_B, V_{BE})/(I_C, V_{CE})$, il s'agit de superposer au signal continu de polarisation le signal de faible amplitude sur lequel sera réalisée la fonction d'amplification. D'un point de vue pratique, cette superposition est réalisée à l'aide d'un condensateur *de liaison* C_L qui possède une impédance suffisamment faible aux fréquences du signal alternatif utilisé (voir figure 4.13. Ce condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert pour les signaux continus de la polarisation et permet d'isoler les différents étages du montage amplificateur si celui-ci doit comporter plusieurs transistors.

Les résistances qui interviennent dans un montage classique ont des valeurs de l'ordre de 1kΩ au minimum. Si on veut que le condensateur de liaison ait une impédance $1/C_L\omega$ inférieure à 100Ω pour transmettre des fréquences aussi basse que 20Hz, il faut prévoir $C_L \approx 80\mu$F. De telles valeurs ne sont obtenues qu'avec des condensateurs chimiques.

On commence par établir le schéma équivalent de la diode d'entrée autour du point de fonctionnement, c'est à dire que l'on détermine la résistance dynamique de la diode BE en ce point. On a vu au chapitre sur les diodes comment calculer la résistance dynamique r_d au voisinage du point de repos (I_B, V_{BE}) :

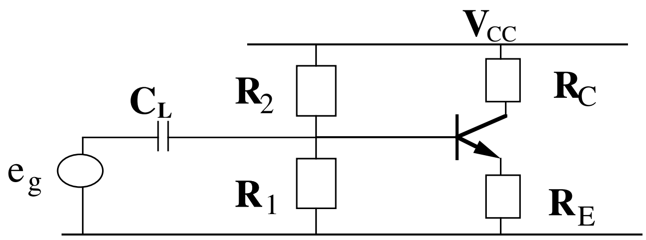

Figure 4.13 : superposition d'un petit signal e_g par condensateur de liaison

$$r_d^{-1} = \frac{e}{kT} I_B \tag{4.12}$$

kT/e représente une tension qui vaut sensiblement 26 mV à température ambiante. Dans le cas de l'exemple cité plus haut, on obtient $r_d \approx 1860\Omega$. Cette impédance n'est pas complètement négligeable devant les autres résistances du circuit. Cet exemple montre que la diode BE est passante, certes, mais ne se comporte pas comme un court-circuit parfait (et heureusement car alors, on ne pourrait plus déterminer i_B à partir de v_{BE} et le transistor ne fonctionnerait plus en amplificateur).

Une fois établie la résistance équivalente à la diode d'entrée, on complète une nouvelle fois le schéma équivalent du transistor (figure 4.14).

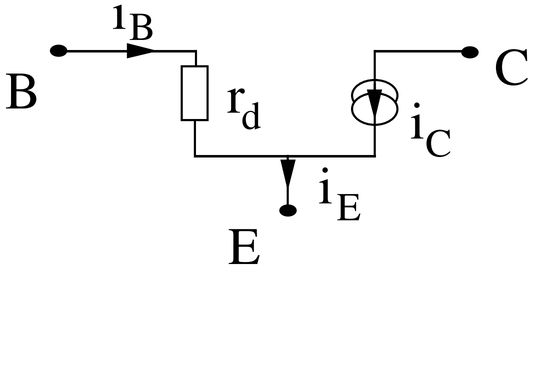

Figure 4.14 : Schéma équivalent incluant r_d

Avec : $i_b = v_{be}/r_d$.

Et on établit le schéma équivalent de *tout le montage* en plaçant les autres éléments (R_C, e_g, etc.), voir figure 4.15. Les tensions continues sont considérées comme équivalentes à la masse puisque leur composante alternative est nulle. Ainsi, R_1 et R_2 se retrouvent en parallèle, équivalentes à une résistance R_B placée entre la base et la masse.

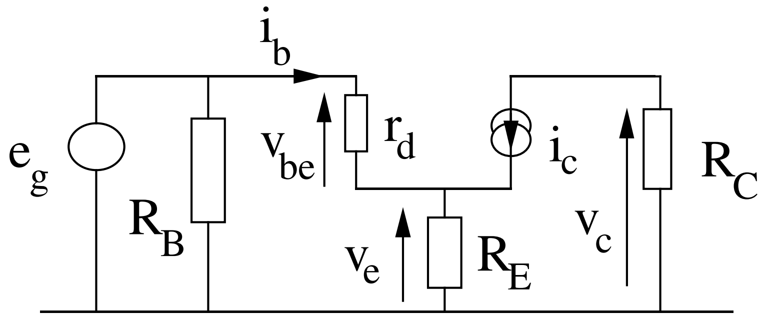

Figure 4.15 : schéma équivalent du montage amplificateur à transistor

4.7 Montages Amplificateurs

4.7.1 Introduction

Sur le schéma de la figure 4.15, la tension d'entrée est clairement la tension e_g. C'est le signal du générateur d'entrée que l'on souhaite amplifier. Par contre, on peut choisir de mesurer la tension de sortie en différents points du circuit. Selon le point choisi, le gain du montage sera différent. On peut par exemple mesurer la tension v_c. Dans ce cas, on dit que l'on a un montage à *émetteur commun*, car l'émetteur se trouve du côté de la référence (la masse) commune au montage.

4.7.2 Montage à émetteur commun

Le montage est celui de la figure 4.16-a dont le schéma équivalent en petits signaux est donné sur la figure 4.16-b. on peut écrire :

$$
\begin{array}{lll}
v_b & = r_d i_b + R_E i_e & \\
v_c & = -R_C i_c & = -\beta R_C i_b
\end{array}
$$

Un moyen commode de calculer v_b en fonction de e_g consiste à déterminer le générateur de Thèvenin équivalent à e_g, r_g, R_B. Ce générateur est :

$$
\begin{array}{lll}
e & = \frac{R_B}{R_B+r_g} e_g & \approx e_g \\
r & = \frac{R_B . r_g}{R_B+r_g} & \approx r
\end{array}
$$

Car dans la plupart des cas, $R_B \gg r_g$. On en déduit :

$$
\begin{array}{lll}
e & = (r+r_d) i_b + R_E i_e & = (r+r_d) i_b + (1+\beta) R_E i_b \\
v_c & = -R_C i_c & = -R_C \beta i_b
\end{array}
$$

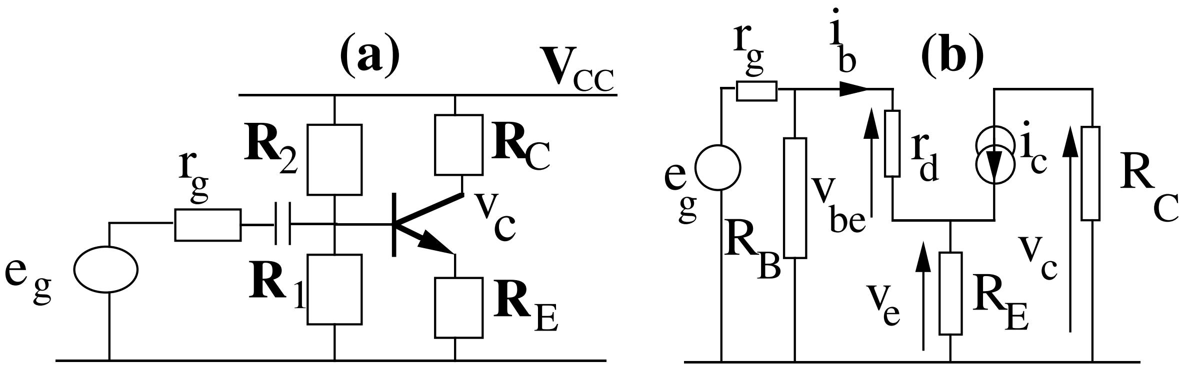

Figure 4.16 : Montage à émetteur commun

D'où l'on déduit le gain du montage $G = v_c/e$:

$$G = \frac{-\beta R_C}{r + r_d + (1+\beta)R_E} \approx -\frac{R_C}{R_E} \tag{4.13}$$

car β est de l'ordre de 100 et toutes les résistances intervenant au dénominateur sont l'ordre de 1kΩ.

Dans le cas de l'exemple développé plus haut, $G = -5.6$. Le signe '–' qui intervient dans l'expression du gain vient de ce que v_c et i_c sont orientés dans le même sens. Physiquement, il représente le fait que les signaux e et v_c sont en opposition de phase : le montage à émetteur commun est un montage inverseur.

4.7.3 Montage à collecteur commun

C'est le même montage que sur la figure 4.16 mais cette fois la tension de sortie est prise aux bornes de R_E. Le collecteur se trouve "du côté" de l'alimentation, donc de la masse, d'où le nom de ce montage. Les équations reliant e_g, e et v_b sont toujours les mêmes (voir paragraphe 4.7.2 ci-dessus). On a en plus :

$$v_e = R_E i_e = R_E(1+\beta)i_b \tag{4.14}$$

Ce qui permet de calculer le gain du montage $G = v_e/e_g$. En simplifiant l'expression obtenue à partir des valeurs de résistances du montage, on peut montrer que dans le cas de l'exemple numérique de cette section, on a : $G \approx 1$. Le montage à collecteur commun est un montage dit "suiveur" car la tension de sortie reste en permanence égale à la tension d'entrée.

On peut se poser la question de savoir quel peut bien être l'intérêt d'un montage dont le gain est égal à 1. Il convient de remarquer ici que tous les montages présentés jusqu'ici ne possèdent pas de charge en sortie, on s'est intéressé à la valeur de la tension de sortie (v_c ou v_e) *à vide*. On étudiera en exercice un exemple de montage à collecteur commun où la charge est une résistance de quelques ohms à peine, c'est à dire une charge qui court-circuite quasiment la sortie. On peut alors vérifier que le comportement du montage (gain en tension et en puissance) est totalement différent avec ou sans transistor.

Chapitre 5

AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

5.1 Introduction

L'étude du transistor a permis d'aborder la question de l'amplification "de base". A partir d'un composant dont on connait bien la structure (modèle à deux diodes + effet transistor) et qu'on peut installer soi-même, on est capable de calculer son point de polarisation, de choisir son gain, etc.

Ce chapitre étudie un amplificateur qui sera un peu considéré comme une "boîte noire". Il possède certaines spécifications sans qu'on puisse agir dessus. L'utilisateur qui souhaite réaliser diverses applications (ou *opérations*, comme amplification contrôlée, filtrage, etc.) utilise l'amplificateur opérationnel sans se soucier de ce qu'il y a à l'intérieur. Ce qui ne veut pas dire qu'un amplificateur opérationnel n'a pas besoin d'être polarisé. Il possède deux connexions prévues pour être reliées l'une à une tension d'alimentation positive, l'autre à une tension d'alimentation négative (en général ± 15V). Cette alimentation bipolaire permet d'amplifier des signaux de part et d'autre du zéro Volt, contrairement au transistor par exemple où les petits signaux à amplifier doivent être superposés à un signal continu de polarisation.

5.2 Caractéristiques

5.2.1 Relation de fonctionnement

La figure 5.1 montre un schéma d'amplificateur opérationnel : il possède une entrée "+" et une entrée "–". La relation de fonctionnement de l'amplificateur est :

$$V_S = \mu(V_+ - V_-) = \mu\varepsilon \tag{5.1}$$

où le gain μ est très grand devant 1 : $\mu \to 10^5 - 10^6$ pour un ampli rél.

5.2.2 gain

Un amplificateur opérationnel parfait possèderait un gain infini. De fait, il y a peu de différence entre l'ampli parfait et l'ampli réel sur le plan du gain car 10^5 est déjà "parfaitement" supérieur à 1.

On appelle aussi cet amplificateur un amplificateur *Différentiel* car il amplifie la *différence* entre les tensions d'entrées.

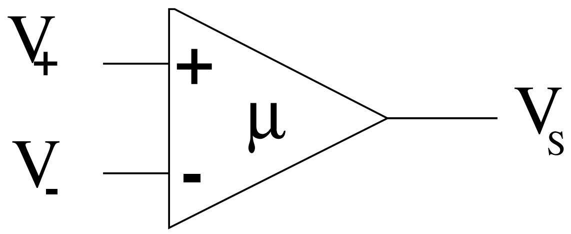

Figure 5.1 : Schéma d'amplificateur opérationnel

5.2.3 Masse virtuelle

La conséquence la plus remarquable de "$\mu \equiv \infty$" est le fait que si la tension de sortie garde des valeurs raisonnables (quelques Volts), la tension d'entrée ε est nulle! Si on n'est pas très amateur des raisonnements du genre "$0 \times \infty = 1$", on a tout autant avantage à considérer l'amplificateur comme réel, avec $\mu = 10^5$. L'amplificateur étant alimenté avec des valeurs de tensions *réelles* (± 15 V), lorsqu'on l'utilise dans des conditions normales, la tension de sortie ne peut pas dépasser cette tension d'alimentation en valeur absolue : $|V_S| < 15$ V. Alors ε reste forcément inférieur à $15/10^5 = 150\,\mu$V. Cette valeur reste largement inférieure à toutes les valeurs de tension présentes dans le circuit, ce qui permet d'établir l'approximation : $V_+ \approx V_-$.

Le terme de **masse virtuelle** vient de ce que, si l'entrée V_+ est connectée à la masse, alors l'entrée V_- se retrouve elle aussi au potentiel 0 (puisque $V_+ = V_-$). Cependant, il ne faut surtout pas en déduire que les entrées + et − sont en court-circuit! On montre même dans le paragraphe suivant qu'il ne peut circuler aucun courant entre + et −.

5.2.4 Courants d'entrée

Une autre propriété de l'amplificateur opérationnel est d'avoir une forte impédance d'entrée $Z_\pm$: de 10^5 à $10^6\,\Omega$ et même plus selon le type d'ampli utilisé. Si ε reste inférieur à $0.15\,\mu$V, le courant qui circule dans $Z_\pm$ est inférieur à 0.15 nA. On établit ainsi une approximation supplémentaire : les courants i_+ et i_- qui entrent et sortent des bornes de l'amplificateur opérationnel sont totalement négligeables devant les autres courants du circuit.

Ces différentes propriétés (qui ne supposent en aucun cas que l'amplificateur considéré soit parfait), permettent de faciliter les calculs de gain des montages qui seront présentés plus loin.

5.3 Amplificateur Opérationnel Parfait

L'amplificateur opérationnel parfait n'a pas de contrainte d'alimentation : la tension de sortie peut prendre des valeurs aussi grandes qu'on veut. On peut en outre appliquer les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \mu &\equiv \infty \\ V_+ &= V_- \\ i_+ &= i_- = 0 \\ Z_\pm &\equiv \infty \\ V_S &= \mu(V_+ - V_-) \end{aligned}$$

5.4 Amplificateur Opérationnel Réel

Un modèle plus réaliste d'amplificateur opérationnel est représenté sur la figure 5.2.

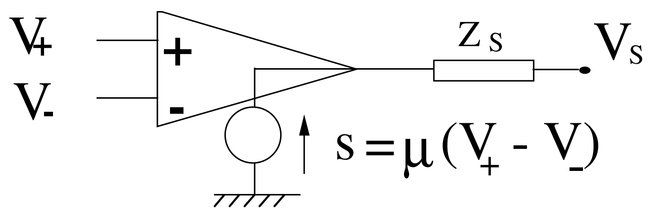

Figure 5.2 : schéma équivalent d'un amplificateur réel

A l'entrée, entre les bornes + et −, l'impédance $Z_\pm$ est supérieure au MΩ. Le schéma représenté en sortie est un résultat direct du théorème de Thévenin : on a cherché à représenter l'équivalent de Thévenin de l'amplificateur opérationnel. Tout dipole branché en sortie se comportera comme s'il était relié au générateur V_S, Z_S. Z_S est de l'ordre de quelques dizaines d'Ohms. Dans la plupart des applications e l'ampli op., on pourra considérer que $Z_S = 0$.

5.5 Structure Interne

A la base de tout amplificateur différentiel, on trouve le montage de la figure 5.3

On peut montrer qu'en petits signaux, on a :

$$V_{C1} = A(v_{b2} - v_{b1}) \tag{5.2}$$

qui est bien l'équation de départ de tout ampli différentiel.
N.B. On obtient cette relation même si les deux transistors ne sont pas identiques. On ne détaillera pas plus la

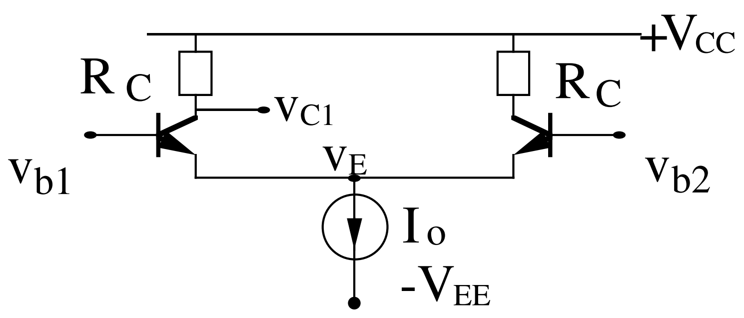

Figure 5.3 : schéma simplifié d'un amplificateur différentiel

structure interne de l'amplificateur opérationnel. La démonstration détaillée de l'expression 5.2 sera effectuée à titre d'exercice.

5.6 Fonction de Transfert

La fonction de transfert de l'ampli op. est représentée sur la figure 5.4, où on a tracé V_S en fonction de $\varepsilon = V_+ - V_-$. L'A.O. parfait n'ayant pas de contrainte d'alimentation, la courbe V_S/ε idéale est une droite de pente 10^5 (trait pointillé). La tension de sortie d'un A.O. réel ne pouvant pas dépasser 15 V en valeur absolue, sa fonction de transfert est une droite de pente 10^5 pour $|\varepsilon| < 150\,\mu$V. En dehors de ce domaine, la tension de sortie *sature* à ± 15 V et on n'a plus la relation linéaire $V_S = \mu\varepsilon$. Le domaine d'utilisation *linéaire* normal de l'A.O. correspond donc à des valeurs de ε très faibles.

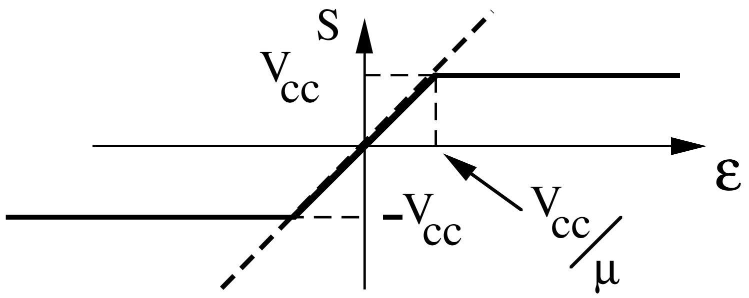

Figure 5.4 : Fonction de transfert de l'amplificateur opérationnel. En pointillés : ampli idéal, en trait plein : ampli réel.

5.7 Théorie de la Contre-Réaction

On a étudié dans le chapitre précédent différentes manières de réaliser des amplificateurs de tension. On peut considérer par exemple le montage de la figure 5.5 où l'on a représenté un amplificateur sous la forme d'une boite noire : on a V_E à l'entrée et $V_S = \mu V_E$ en sortie. On appelle un tel montage une chaine d'action parce que l'ampli réalise une "action" sur le signal V_E pour obtenir V_S. Un tel montage est dit en "boucle ouverte".

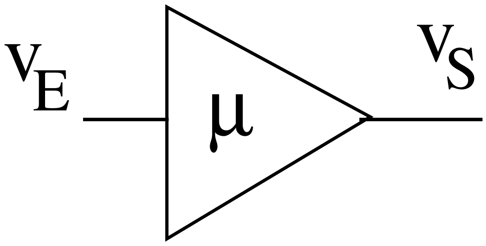

Figure 5.5 : Chaine d'action : $V_E \to V_S$

On peut maintenant considérer le montage de la figure 5.6 où l'on a ramené sur l'entrée une information en provenance de la sortie : la deuxième boite noire du montage (β) fournit à sa sortie une tension $V_B = \beta V_S$.

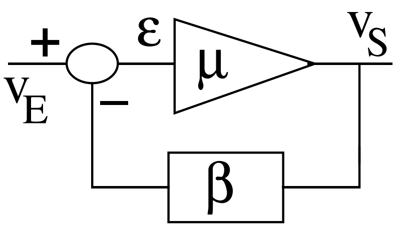

Figure 5.6 : Chaine d'action et de réaction

.

Le dispositif soustracteur permet de soustraire V_B de V_E avant de l'injecter dans la chaine d'action. Le montage est dit en "boucle fermée". Les équations du système sont maintenant :

$$V_S = \mu(V_E - V_B) = \mu(V_E - \beta V_S) \tag{5.3}$$

que l'on simplifie en :

$$V_S = \frac{\mu}{1 + \mu\beta} V_E \tag{5.4}$$

Si $\mu\beta \gg 1$, $V_S/V_E \approx 1/B$. Si $\mu\beta \ll 1$, $V_S/V_E \approx \mu$.

β est le taux de contre réaction du montage, généralement inférieur à 1. Si le gain $\mu\beta$ est suffisamment grand, le gain de l'ensemble du système $G = V_S/V_E$ ne dépend que de la chaine de réaction. L'intérêt d'un tel système est de pouvoir réaliser des montages divers (des *opérations*) avec un seul type d'ampli, pourvu qu'il ait un gain suffisant.

5.8 Stabilité en Boucle Fermée

Le principal défaut d'un montage en boucle ouverte est d'être instable. En effet, si un parasite quelconque amène ε à dépasser $150\,\mu$V, la tension de sortie saturera à 15 V et le montage ne restera pas linéaire.

La boucle de contre réaction *stabilise* le montage. En effet, si, pour une tension d'entrée fixe, la tension de sortie tend à augmenter, alors V_B tend à augmenter et ce terme étant soustrait à V_E, ε diminue, et V_S diminue.

Inversement, si $V_S \searrow$, alors $V_B \searrow$, donc $V_E - V_B \nearrow$ et $V_S \nearrow$: le montage est stable.

5.9 Bande Passante

La figure 5.7 montre la courbe de réponse d'un amplificateur opérationnel classique en fonction de la fréquence (courbe en trait plein). Cette réponse est celle d'un filtre passe-bas. L'amplificateur opérationnel ne possède son gain énorme 10^5 que pour f< 10 Hz. Au delà de cette fréquence de coupure, le gain décroit en $1/\omega$. Si l'ampli est utilisé dans un montage avec un taux β de contre-réaction de 1% ($1/\beta = 100$), la relation $\mu\beta \gg 1$ n'est vraie que pour f< 10^4 Hz. Au delà, la courbe de réponse du montage redevient celle de l'amplificateur opérationnel μ.

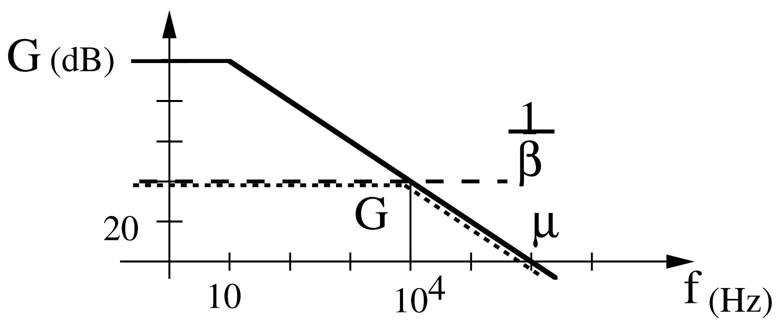

Figure 5.7 : Courbe de réponse en fréquence d'un amplificateur opérationnel (trait continu). Courbe de réponse de la contre-réaction ($1/\beta$, trait en tirets). Courbe du montage global (pointillés)

5.10 Montages de Base

5.10.1 Amplificateur suiveur

Ce montage est représenté sur la figure 5.8. Le calcul du gain du montage peut se faire avec plusieurs niveaux d'approximation possibles. On écrit les relations de départ :

$$V_S = \mu(V_+ - V_-) \tag{5.5}$$
$$V_+ = V_E \tag{5.6}$$
$$V_- = V_S \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \beta V_S \tag{5.7}$$

Car le courant i_- dérivé est négligeable devant tous les autres courants intervenant dans le montage. On déduit :

$$V_S = \mu(V_E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S) \tag{5.8}$$
$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{\mu}{1 + \mu \frac{R_1}{R_1+R_2}} \tag{5.9}$$

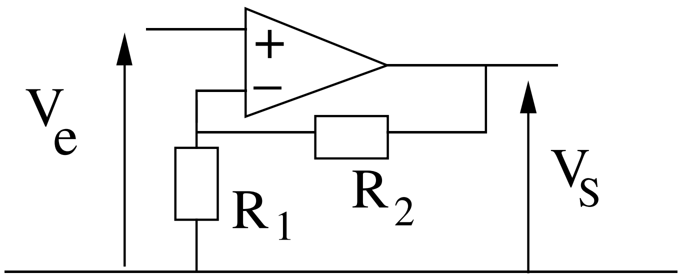

Figure 5.8 : Montage amplificateur suiveur

En posant $\beta = R_1/(R_1 + R_2)$, dans le cas $\mu\beta \gg 1$, on obtient :

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{1}{\beta}$$

Les résistances utilisées étant du même ordre de grandeur (10 – 100 kΩ) et le gain $\mu \approx 10^5 - 10^6$, on a bien $\mu\beta \gg 1$. On note que dans le cas étudié ici, l'ampli opérationnel procure une *opération* qui n'est fonction que de la structure de la boucle de contre-réaction (R_1, R_2). L'ampli n'est là "que pour" fournir un gain important et... se faire oublier.

On peut retrouver plus rapidement l'expression du gain ci-dessus en utilisant une autre approximation (plus sévère que celle des courants nuls) : $V_+ = V_-$. Des équations écrites plus haut, on déduit :

$$V_+ = V_E \tag{5.10}$$
$$V_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_S \tag{5.11}$$

D'où $V_S/V_E = (R_1 + R_2)/R_1$.

5.10.2 Amplificateur inverseur

Le montage est celui de la figure 5.9. On écrit $V_+ = 0$, et l'expression de V_- à l'aide du théorème de superposition sur V_S et V_E, en utilisant la formule du pont diviseur car i_- est négligeable. On obtient :

$$V_- = V_E \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_S \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{5.12}$$

D'où l'on tire le gain $G = V_S/V_E = -R_2/R_1$. les tensions d'entrée et de sortie sont de signes opposés.

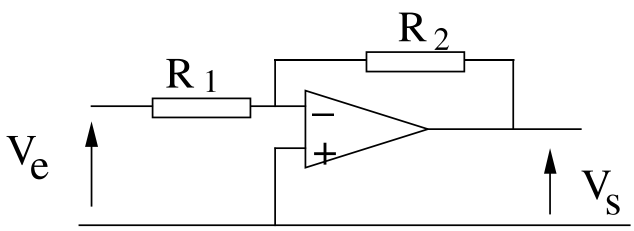

Figure 5.9 : Montage amplificateur inverseur

N.B. Atention à la différence d'orientation du montage suiveur et du montage inverseur. Dans les deux cas, la contre réaction est connectée sur l'entrée "–" (sinon le montage n'est pas stable). Dans un montage suiveur, l'entrée (du montage global) se fait sur l'entrée "+", et dans un montage inverseur, elle se fait sur l'entrée "–". Ce n'est pas la seule différence entre les deux montages mais cela aide à les différencier.

Exercice

- Refaire le calcul ci-dessus de manière un peu plus exacte en écrivant $V_S = \mu V_-$ et en utilisant l'expression de V_- dans l'équation (5.12).

5.10.3 Filtre passe-bas

Une application très utilisée est celle du filtre passe-bas. Le schéma est celui de la figure 5.10

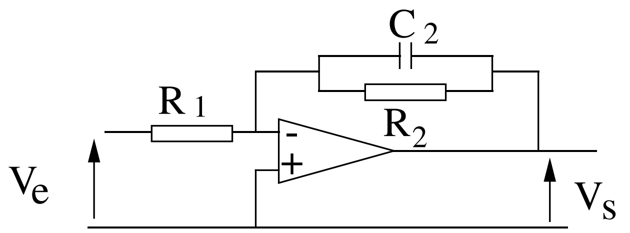

Figure 5.10 : Filtre passe-bas

On peut par exemple écrire : $V_e/Z_1 = V_S/Z_2$. $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2/(1 + jR_2C_2\omega)$. D'où on tire :

$$G(\omega) = \frac{V_S}{V_E} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + jR_2C_2\omega} \tag{5.13}$$

On reconnait l'expression de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas avec cette amélioration que représente l'existence du facteur R_2/R_1. La fréquence de coupure est choisie en ajustant le produit R_2C_2 et le gain est choisi indépendamment en ajustant le rapport R_2/R_1.

5.11 Amplificateur Opérationnel en Commutation

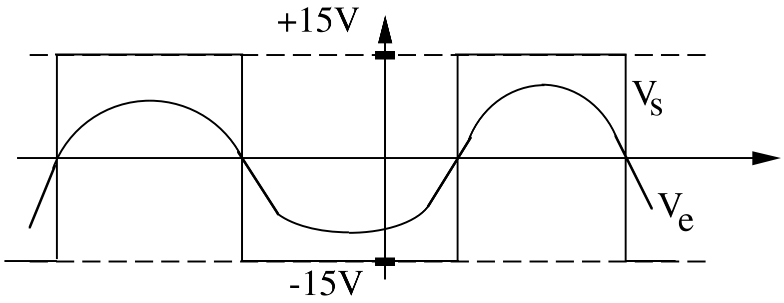

Figure 5.11 : Exemple de fonctionnement de l'ampli op. en commutation

On peut utiliser l'ampli opérationnel sans boucle de contre-réaction, ce qui rend le montage réalisé instable. Cette propriété d'instabilité est utilisée pour détecter le passage de la tension ε par 0. La figure 5.11 montre le signal d'entrée et de sortie d'un montage où l'ampli fonctionne en commutation : lorsque $\varepsilon > 0$, la tension de sortie augmente et tendrait vers l'infini si le montage n'était pas limité par ses alimentations. Le signal obtenu en sortie prend l'allure de créneaux.

N.B. En toute rigueur, si l'A.O. n'est pas parfait, le "passage par 0" est le passage "par $150\,\mu$V" et les créneaux en sortie n'ont plus des fronts verticaux mais de pente 10^5.

Chapitre 6

ELECTRONIQUE NUMÉRIQUE - LOGIQUE

6.1 Introduction

Le signal numérique prend de plus en plus d'importance en électronique. Ne serait-ce qu'avec les ordinateurs, les nombres binaires sont aujourd'hui partout. Un exemple frappant d'une percée récente du numérique dans le grand public est la mise au point des disques dits "optiques", pour l'enregistrement et l'écoute de musique ou signal vidéo. De même, on trouve aujourd'hui des appareils photographiques qui "stockent les photographies" sur disquette. Il est clair que ce n'est pas la photo, au sens où on l'entend lorsque l'on pense à une photographie sur papier (ou même à un négatif!), qui est stockée sur la disquette, mais une suite de *nombres*, un code que l'on pourra déchiffrer pour le traduire en une image que nos yeux pourront percevoir.

6.2 Logique Contre Analogique

La différence entre l'électronique analogique (celle que l'on a étudié tout au long de ce cours) et l'électronique numérique, est un peu la même que celle qui existe entre les nombres réels et les nombres entiers en mathématique. Entre deux réels, il y a toujours moyen de trouver un réel, leur "structure" est en quelque sorte continue, ce qui n'est pas le cas des entiers. Autrement dit, l'électronique analogique traite des signaux continus et l'électronique logique des signaux discontinus (échantillonnés, ou discrets). Il existe un feuilleton TV[1] célèbre où le héros hurle au générique : *je ne suis pas un numéro, je suis un homme libre!* Cette question de la *liberté* des nombres se retrouve ici. Ce qui peut sembler un inconvénient peut être en fait un avantage : si le signal considéré est libre de varier au gré des parasites ambiants, il sera plus difficile de déterminer si le signal observé est le "vrai" signal. Si par contre, le signal n'est supposé prendre que certaines valeurs, et si ces valeurs sont suffisamment éloignées les unes des autres, il faudra des parasites (des écarts) beaucoup plus importants pour induire l'observateur en erreur.

Dans le cas du disque numérique comparé au microsillon (analogique), on profite d'un avantage supplémentaire lié au mode de lecture (par faisceau laser) : le frottement du diamant sur le disque n'a plus lieu et cela supprime d'une part le "souffle" (le bruit) de ce frottement, et d'autre part les déformations que ce frottement "creuse" petit à petit dans le microsillon. Une fois creusées, ces déformations ne peuvent plus être

[1] *Le Prisonnier*

distinguées du “vrai” signal musical et la conséquence en est qu'au bout de quelques écoutes, un microsillon a beaucoup perdu de sa qualité. Cependant, il est possible d'“user” un disque optique, par une manipulation peu soigneuse par exemple, mais du fait du principe même de codage du signal (pastille réfléchissante ou pas, sur un disque optique, ou tout autre procédé du même genre), le système électronique *ne peut pas* commettre d'erreur d'interprétation : une pastille “un peu moins réfléchissante” sera toujours considérée comme “réfléchissante”, et l'usure n'aura pas d'influence.

Lorsque le signal musical est codé sous forme numérique, pour qu'une erreur soit transmise, il faut que le système se *trompe de nombre*. On verra dans la suite du cours que d'une part, il faut une différence de plusieurs Volts pour passer d'un nombre à un autre, et d'autre part qu'il existe des méthodes de vérification de la “qualité” de l'information numérique (contrôle de parité par exemple) qui permettent de détecter d'éventuelles erreurs, voire de les réparer.

Toute la question est maintenant d'être capable de transporter la même quantité d'information sous forme de signaux discrets que celle qu'on transportait sous forme de signaux continus. Cette question est celle du *codage* du signal analogique sous forme digitale, ou encore Conversion Analogique / Digitale que l'on étudiera plus loin.

6.3 Le Signal Numérique

Le signal numérique doit utiliser des grandeurs “manipulables” par des circuits électroniques. On choisit d'utiliser deux états de tension différents et deux seulement : V_1 et V_2. Si l'écart $(V_1 - V_2)$ est suffisament grand (plusieurs Volts par exemple), il devient très difficile (très improbable), de les confondre. Autrement dit, on dispose d'une grande immunité au bruit. Le signal V_1 se verra affecter la valeur “**0**” et le signal V_2 la valeur “**1**”, indépendamment du support physique utilisé pour représenter ce 0 et ce 1.

Afin de coder des nombres, on peut donner un sens mathématique à ces valeurs 0 et 1. Les mathématiques “électroniques” se font en base 2 et sont à la base de tous les calculs arithmétiques effectués dans les ordinateurs.

ll est possible de donner un autre sens aux valeurs 0 et 1 ci-dessus : on leur attribue respectivement la valeur *FAUX* et *VRAI*. Les opérations effectuées sur le signal numérique sont alors des opérations dites *logiques*. C'est pour cette raison que l'électronique numérique est aussi appelée “logique”. On verra plus loin que la distinction entre arithmétique et logique est plus floue qu'il n'y parait.

6.4 Familles Logiques

6.4.1 Logique TTL

Pour pouvoir utiliser des circuits numériques de différentes origines, on a standardisé les tensions correspondant aux niveaux 0 et 1 introduits ci-dessus. La logique dite “TTL” (Total Transistor Logic), extrêmement répandue de nos jours, utilise les valeurs 0 Volt et 5 Volts pour coder le 0 et le 1 arithmétiques et logiques :

$$''0'' \equiv 0\,\text{Volts} \tag{6.1}$$
$$''1'' \equiv 5\,\text{Volts} \tag{6.2}$$

Les transistors utilisés dans la logique TTL sont des transistors bipolaires.

N.B. La coincidence d'écriture entre le "0" logique et le niveau 0 Volt pour le représenter est d'une certaine façon, fortuite. Cette coincidence n'existe pas entre le "1" et sa représentation physique 5 Volt. On aurait aussi bien pu choisir de coder "0" avec 135 Volts et "1" avec 140 Volts...

L'immunité au bruit est assurée par l'écart existant entre le niveau haut 5 V et le niveau bas 0 V, mais surtout par la convention adoptée dans le fonctionnement des circuits TTL. Cette convention est explicitée sur la figure 6.1. Chaque circuit TTL possède une ou plusieurs entrées / sorties. Pour éviter les erreurs, un signal sera interprété à l'entrée comme étant un "0" si la tension correspondante est comprise entre -0.5 et $+0.8$ Volt. Et la sortie d'un circuit TTL garantit que le "0" logique sera codé entre 0 et 0.4 Volt. De même, un signal sera interprété à l'entrée comme un "1" si son niveau de tension est compris entre 2 et 5.5 Volts. Et la sortie des circuits garantit que le "1" est codé entre 2.4 et 5.5 Volts. L'immunité au bruit est donc de 0.4 Volt. Cela peut paraître faible mais il est extrêmement rare d'avoir un bruit de 400 mV dans un circuit électronique.

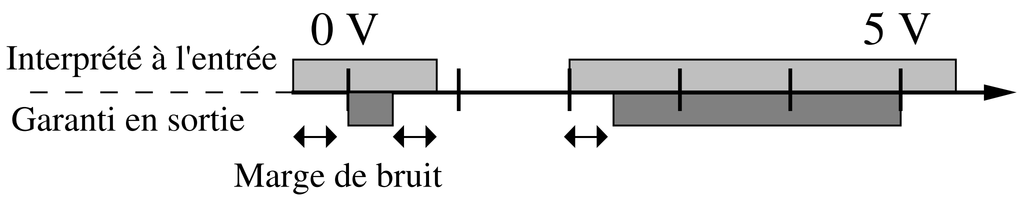

Figure 6.1 : Diagramme d'immunité au bruit de la logique TTL

6.4.2 Réalisation physique

La figure 6.2 montre un exemple de circuit logique à base de diodes. On appelle un tel circuit une *porte* logique. Elle possède deux entrées représentées par les variables A et B, et une sortie Q.

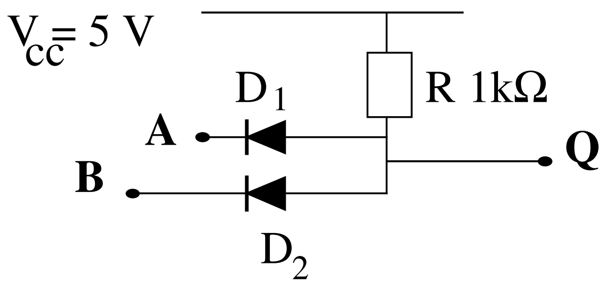

Figure 6.2 : Exemple de porte logique TTL *ET* : $Q = A.B$

Il suffit qu'une des entrées soit à 0 (0 Volt) pour que la diode correspondante soit passante et que la sortie Q se retrouve à 0. On verra plus loin qu'un tel circuit réalise la fonction *ET* logique entre les variables A et B.

6.4.3 Logique CMOS

Il existe depuis une dizaine d'années une autre technologie permettant de réaliser des circuits logiques, la technologie CMOS. Les circuits CMOS sont également constitués de transistors, qui utilisent un principe physique différent du transistor bipolaire, le *transistor à effet de champ*. Les circuits CMOS permettent d'utiliser des tensions plus importantes (jusqu'à 12 Volts), ce qui accroît leur immunité au bruit. La différence entre le 0 et le 1 se fait à la moitié de la tension correspondant au 1, et la marge de bruit peut donc atteindre 6 Volts. La consommation électrique du CMOS est beaucoup plus faible que celle de la TTL, mais le plus grand écart de tension entre l'état haut et l'état bas entraîne une vitesse de fonctionnement (transitions $0\,\mathrm{V} \rightarrow 12\,\mathrm{V}$) plus faible.

6.5 Entiers Naturels

L'électronique numérique compte avec des 0 et des 1, c'est à dire en base 2. On appelle un BIT (BInary digIT) le plus petit élément d'information disponible en base deux : un bit peut prendre deux valeurs : 0 ou 1. Le bit est l'équivalent en base 2 du *chiffre* en base 10, qui peut prendre 10 valeurs. Avec un nombre à N bits, il est possible de coder 2^N valeurs. La suite des premiers entiers de 0 à 15, codée sur 4 bits est donnée dans la table 6.1.

Il faut plus de chiffres (de bits) pour coder un même nombre en base 2 qu'en base 10. 2^3 étant inférieur à 10, il peut falloir 3 à 4 fois plus de bits que de chifres pour coder un même nombre. Une des premières choses que l'on souhaitera faire c'est coder les entiers de 0 à 9. On remarquera qu'il faut 4 bits pour coder ces dix chiffres. On peut même utiliser ces 4 bits pour coder des nombres jusqu'à 15. D'où l'idée de compter en base 16 pour coder des nombres en électronique ou en informatique. La base 16, ou *Hexadécimale* reprend les 10 chiffres de la base 10 et lui ajoute 6 symboles pour représenter ses 6 chiffres supplémentaires. De manière fort peu originale ces chiffres sont notés A, B, C, D, E, F et représentent respectivement les nombres binaires 1010, 1011, 1100, 1101, 1110 et 1111. On obtient ainsi une manière efficace de "condenser" la notation binaire, et de rattraper la "perte de place" du codage binaire.

Pour couronner le tout, on rassemble les bits par paquets de 8, les *octets*. Un octet permet de coder 256 valeurs et peut se représenter sous la forme de 2 nombres hexadécimaux. On appelle aussi un groupe de bits un "mot" (binaire). Avec l'augmentation de la puissance des ordinateurs, la notion de mot binaire a subit des modifications. de 8 bits il y a quelques années, le mot est aujourd'hui de 16, voire 32 bits. L'anglais distingue le "Word" et "Longword", mais comme on ne sait pas où "ils" s'arrêteront, il vaut mieux toujours préciser de quelle longueur sont les mots binaires qu'on utilise.

Ainsi $1A_{16} \equiv 1 \times 16 + 10 = 26_{10}$. $1A_{16}$ peut aussi s'écrire $00011010_2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 = 26_{10}$.

Au delà des "petits" nombres de 0 à 100, par exemple, l'arithmétique binaire possède quelques unités de compte particulières. On utilise le Kilo (K) qui représente le nombre $2^{10} = 1024$. Le Kilo binaire possède l'avantage d'être très proche du Kilo décimal (à 2.4% près). C'est avec cette unité que l'on compte encore la quantité de mémoire des micro-ordinateurs. Un PC de base possède 640 Kilo-octets (Ko) de mémoire. Cela signifie que ce type d'ordinateur dispose de 655360 octets de mémoire pour stocker ses programmes et leurs variables, par exemple.

Le multiple suivant est le Mega ($1\,M = 1\,\mathrm{K}^2 = 1.048.576$) qui vaut un million décimal à mieux que 5% près. Cette unité sert à compter les octets de stockage disponibles sur les disques durs des micro-ordinateurs. Un PC moyen est généralement équipé avec 40 Mo de disque dur. On trouve aujourd'hui des disques durs de capacité supérieure au Giga-octet ($1\,\mathrm{G} = 1\,\mathrm{K}^3 = 1.073.741.824$. Certaines cassettes numériques (de la taille d'une cassette de magnétophone) peuvent stocker plus de 5 Giga-octets.

Pour atteindre des capacités de stockage au delà du Tera-octet ($1024^4 \approx 10^{12}$), il faut encore aujourd'hui

base 10	base 2	base 16
0	00000	00
1	00001	01
2	00010	02
3	00011	03
4	00100	04
5	00101	05
6	00110	06
7	00111	07
8	01000	08
9	01001	09
10	01010	0A
11	01011	0B
12	01100	0C
13	01101	0D
14	01110	0E
15	01111	0F
16	10000	10
17	10001	11
18	10010	12
19	10011	13
20	10100	14
21	10101	15
22	10110	16
23	10111	17
24	11000	18
25	11001	19
26	11010	1A
27	11011	1B
...	...	...

Table 6.1 : Entiers naturels de 0 à 27, codés en binaire et en Hexadécimal.

utiliser des robots d'archivage qui manipulent des unités de stockage de plusieurs Giga-octets pour obtenir la capacité totale nécessaire.

6.6 Entiers Relatifs

Pour effectuer des calculs, il faut pouvoir travailler sur des nombres signés (-3, +5, -8, etc.). Le nombre 5, par exemple, peut être codé sur 3 bits : 101. Si on souhaite distinguer +5 et -5, il faut ajouter une information, par exemple un bit supplémentaire : $x101$. Si $x = 0$, le nombre est positif ($0101 \equiv +5$), si $x = 1$, le nombre est négatif ($1101 \equiv -5$). Du coup, on ne peut plus coder que 2^{N-1} nombres positifs avec N bits.

Cependant, cette convention pose quelques problèmes. Le nombre 0, par exemple, se retrouve codé de deux façons différentes : $+0 \equiv 0000$ et $-0 \equiv 1000$. Et si on ajoute +5 et -5, on trouve n'importe quoi : $0101 + 1101 = (1)0010$, c'est à dire 2, si on garde seulement 4 bits. Si on souhaitait utiliser cette convention, il faudrait adopter une méthode différente selon que l'on additionne des nombres positifs ou négatifs, ce qui entrainerait des complications inutiles dans la réalisation des circuits logiques correspondants.

Complément à 2

La convention adoptée dans les ordinateurs pour le codage des nombres négatifs est le *Complément à 2*. On obtient l'opposé d'un nombre donné en inversant tous ses bits et en ajoutant 1 au nombre obtenu. Si +5 est codé 0101, -5 sera codé $1010 + 1 = 1011$. On obtient alors : $+5 - 5 \equiv 0101 + 1011 = (1)0000$ qui donne bien 0000 puisqu'on ne garde que 4 bits. Et le chiffre $-0 \equiv 1111 + 1$ redevient égal à +0. On utilise la même opération pour l'addition et la soustraction, et calculer l'opposé d'un nombre reste facile (inversion de tous ses bits et addition de 1).

6.7 Caractères

Le traitement de texte, les programmes informatiques, le courrier électronique (minitel par exemple), etc., nécessitent de pouvoir coder des caractères. Il s'agit des caractères de l'alphabet (minuscules et majuscules), des chiffres, de la ponctuation (`'.'`, `','`, `';'`, `'!'`, etc.) et de divers caractères spéciaux comme `'{'`, `'}'`, `'|'`, etc., ou même certains "caractères" *non imprimables*, qui servent à contrôler l'interface entre l'ordinateur et l'utilisateur, comme le "retour à la ligne" `CR`, le caractère d'effacement `DEL`, le caractère d'échappement `ESC`, etc.

Il existe un code standard, l'ASCII (American Standard Character Interchange), sur 7 bits, qui permet de coder 128 caractères. L'octet représentatif d'un caractère est écrit sous la forme de deux chiffres hexadécimaux. La table 6.2 donne quelques exemples de codes ASCII.

Le numéro d'ordre mentionné dans la table 6.2 permet de repérer les caractères en ASCII de 0 à 127. C'est l'argument à utiliser pour employer la fonction `chr` en PASCAL ou en BASIC. Par exemple, `chr(63)='?'`. On ne confondra pas le code "purement binaire" des chiffres de la base 10 (0 est codé 0000000, 1 est codé 0000001, 7 est codé 0000111, etc.), et le code ASCII des *caractères* (imprimables) `0, 1, 2,...9`. le <u>chiffre</u> 7 est codé 0000111, soit 07 en Hexadécimal, et le <u>caractère</u> `7` est codé 0110111, soit 37 en ASCII. On remarquera que l'octet de poids faible du code ASCII donne la valeur binaire du chiffre considéré (les caractères "chiffres" sont codés de 30 à 39).

(1)	(2)	(3)	(4)
`A`	41	1000001	65
`a`	61	1100001	97
`7`	37	0110111	55
`:`	3A	0111010	58
`?`	3F	0111111	63
`CR`	0D	0001101	13
`ESC`	1B	0011011	27

Table 6.2 : Codes ASCII de quelques caractères : (1) : Caractère, (2) : code ASCII, (3) : code binaire, (4) : numéro d'ordre décimal

6.8 Contrôle de Parité

L'utilisation du signal numérique permet de transmettre un signal sans commettre aucune erreur. Encore faut-il prendre quelques précautions pour assurer que les quelques parasites suffisamment énergétiques pour "transformer un 1 en 0" ne puissent pas entraîner d'erreur, ou qu'au moins ces erreurs soient détectables, de manière à effectuer une transmission supplémentaire, par exemple.

Une méthode très répandue est le *contrôle de parité*. Cette méthode consiste à calculer la somme des bits de chaque mot binaire transmis. On adopte ensuite une convention : on rajoute un bit au mot considéré, de manière à ce que la somme calculée ci-dessus, plus le bit rajouté, soit paire, ou impaire, selon la convention. Les deux systèmes, émetteur et récepteur sont évidemment informés de la convention adoptée et peuvent détecter les cas où un bit d'un mot a été modifié pendant le transfert, auquel cas une nouvelle transmission est demandée. Par exemple, le caractère `'?'`$\equiv$ 011 1111 $= 3F$ sera complété par un 0 en parité paire (ce qui donne $3F$) et par un 1 en parité impaire (ce qui donne BF).

La probabilité que deux bits soient modifiés en même temps dans un même mot, est suffisamment faible pour que ce simple mode de contrôle assure une grande sécurité dans les transferts de signal numérique.

6.9 Logique Combinatoire

Cette partie de l'électronique digitale traite les valeurs 0 et 1 comme des valeurs logiques : 0 correspond à *FAUX* et 1 corespond à *VRAI*. En toute rigueur, il s'agit de traiter des variables qui ne peuvent prendre que deux valeurs (deux états) seulement. C'est de la connotation *VRAI/FAUX* que vient le nom de *logique* donné à cette branche de l'électronique. On peut aussi décider d'appeler ces deux états *HAUT* (5 Volts, "1") et *BAS* (0 Volt, "0"). Cette dernière dichotomie a au moins l'avantage de rappeler l'état physique des circuits électroniques utilisés. On trouve aussi :ON/OFF, OUVERT/FERME, etc.

Il est posible de combiner entre elles les valeurs prises par différentes variables logiques pour en obtenir d'autres. Par exemple, supposons que l'on désire mettre sous tension une lampe lorsque les conditions suivantes sont réalisées : une au moins des portières est ouverte, et le conducteur d'une voiture est présent. Si on utilise une variable A pour le résultat cherché, P pour décrire l'état du conducteur ($P = 0$: absent, $P = 1$: présent), et deux variables O_1 et O_2 pour les portières ($O_i = 1$ quand la portière i est ouverte), la condition énoncée ci-dessus peut s'écrire : "$A = 1$" si ("$O_1 = 1$" ou "$O_2 = 1$") (ou les deux en même temps) et "$P = 1$".

On peut aussi représenter le problème considéré sous la forme d'une table contenant des 0 et des 1, qui indique quand les différentes variables impliquées sont à 0 ou 1 (table 6.3). Une telle table s'appelle une *table*

O_1	O_2	P	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Table 6.3 : Table de vérité du Plafonnier de voiture

de vérité.

6.10 Fonctions Logiques

Il existe plusieurs fonctions logiques élémentaires qui possèdent une ou plusieurs entrées / sorties. Ces fonctions sont les briques de base de tous les circuits logiques ou arithmétiques de l'électronique digitale.

6.10.1 Inverseur : NOT

Cette fonction admet un seul argument. La table de vérité de l'inverseur fait correspondre 1 à 0 et 0 à 1, de manière que la sortie soit l'inverse de l'entrée. Autrement dit, si l'entrée est *VRAI* (HAUT) la sortie est *FAUX* (BAS) et inversement. Le symbole représentatif de l'inversion est indiqué sur la figure 6.3. Le résultat de l'inversion de A est souvent noté $\overline{A}$, ou parfois A'.

Figure 6.3 : Schémas d'un inverseur. Le symbole $\circ$ est souvent rajouté dans les schémas pour indiquer les inversions de manière concise

6.10.2 *ET* logique (AND)

C'est une fonction de deux arguments : $S = A\ ET\ B$ (A AND B, en anglais). La table de vérité du *ET* logique est donnée dans la table 6.4

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Table 6.4 : Table de vérité du *ET* logique

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Table 6.5 : Table de vérité du *OU* logique

L'opérateur *ET* est souvent noté avec le signe de la multiplication mathématique : $S = A.B$. Si A et B ne sont pas simultanément vrais (égaux à 1), $A.B = 0$. Le symbole du *ET* utilisé dans les schémas électroniques est représenté sur la figure 6.4.

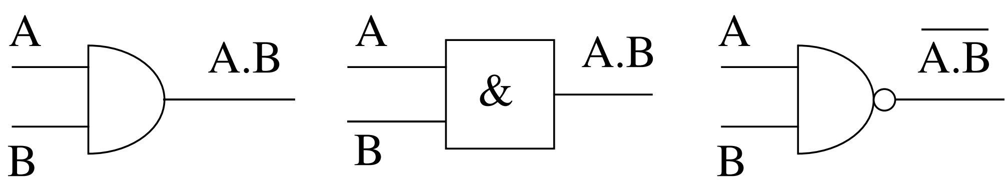

Figure 6.4 : Opérateur *ET* et *NAND*, représentation Anglosaxonne et Européenne.

Une autre fonction très importante de la logique est le *NAND* (= *NON ET*).

6.10.3 *OU* logique (OR)

C'est une fonction de deux arguments : $S = A\ OU\ B$ (A *OR* B en anglais). La table de vérité du *OU* logique est donnée dans la table 6.5

L'opérateur *OU* est souvent noté avec le signe de l'addition mathématique : $S = A + B$. Il suffit que l'un des deux entre A et B ne soit pas faux (égal à 0), pour que $A + B = 1$. Le symbole électronique du *OU* est représenté sur la figure 6.5.

Dans l'exemple traité précédemment, la variable A peut s'écrire :

$$A = P\ ET\ (O_1\ OU\ O_2) = P.(O_1 + O_2) \tag{6.3}$$

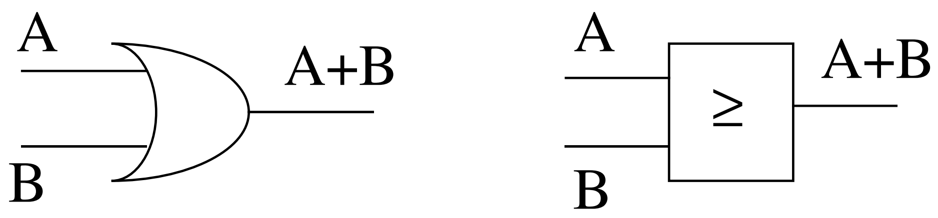

Figure 6.5 : Opérateur OU, représentation Anglosaxonne et Européenne. Le signe $\geq$ traduit la table de vérité.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Table 6.6 : Table de vérité du OU exclusif

L'analogie avec les mathématiques a ses limites. Ainsi, en logique, on a : $1+0=1$, $0+1=1$, mais $1+1=1$.

6.10.4 *OU* exclusif (XOR)

C'est une fonction de deux arguments : $S = A\ XOR\ B$. La table de vérité du OU exclusif est donnée dans la table 6.6

L'opérateur XOR n'a pas de notation analogue en mathématiques. On utilise souvent la notation $\oplus$. Quelles que soient leurs valeurs, si A et B sont égaux, $A \oplus B = 0$. Le symbole électronique du XOR est représenté sur la figure 6.6.

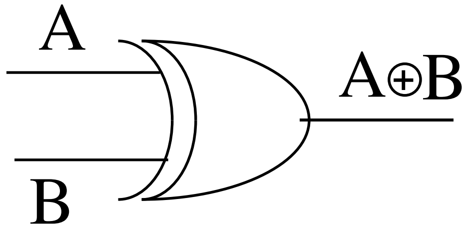

Figure 6.6 : Opérateur OU exclusif

6.11 Identités et Théorèmes

En logique, l'état de la sortie dépend (par une combinaison qui peut être compliquée), de l'état des entrées. On établit, à partir de la table de vérité ou bien intuitivement, une expression logique de la variable de sortie qui répond au problème posé. Pour simplifier cette expression afin d'avoir à réaliser le schéma le plus simple possible, on peut utiliser une série d'identités logiques analogues au développement de $a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$, par exemple. Un certain nombre d'identités sont énumérées ci-après. Toutes peuvent être démontrées à partir de leur table de vérité.

$$\begin{aligned}
A.A &= A \\
A + A &= A \\
1.A &= A \\
0.A &= 0 \\
A + 1 &= 1 \\
A + 0 &= A \\
\overline{1} &= 0 \\
A + \overline{A} &= 1 \\
A.\overline{A} &= 0 \\
\overline{\overline{A}} &= A \\
A.(B + C) &= A.B + A.C \\
A.B.C &= (A.B).C = A.(B.C) \\
A + B + C &= (A + B) + C = A + (B + C) \\
A + \overline{A}.B &= A + B \\
A \oplus B &= A.\overline{B} + B.\overline{A} \\
\overline{A \oplus B} &= A.B + \overline{A}.\overline{B} \\
\overline{A + B} &= \overline{A}.\overline{B} \\
\overline{A.B} &= \overline{A} + \overline{B}
\end{aligned}$$

Les deux dernières égalités de la liste précédente constituent ce que l'on appelle le *Théorème de Morgan*. Elles sont très utiles pour transformer une expression logique de manière à la rendre plus simple à réaliser physiquement.

6.12 Table de Vérité et Expression Logique

Une première méthode de réalisation des circuits logiques consiste à établir la table de vérité de la fonction souhaitée (par exemple le plafonnier de voiture) et à repérer tous les "1" apparaissant dans cette table. On écrit ensuite l'expression de la variable de sortie comme une "somme logique" (OU) des "produits logiques" (ET) élémentaires, composés des variables d'entrées et/ou de leur "inverse logique" selon que le produit correspondant est à 1 quand cette variable vaut 1 ou 0.

Ainsi, dans la table de vérité 6.3 du plafonnier, la variable de sortie vaut 1 dans trois cas qui correspondent aux produits $\overline{O_1}.O_2.P$, $O_1.\overline{O_2}.P$ et $O_1.O_2.P$. Toute autre combinaison logique des variables O_1, O_2 et P donnera 0 en sortie. On écrit alors :

(A)	P	
O_1O_2	0	1
00	**0**	**0**
01	**0**	**1**
11	**0**	**1**
10	**0**	**1**

Table 6.7 : Table de Karnaugh de la fonction "Plafonnier allumé" A

$$A = \overline{O_1}.O_2.P + O_1.\overline{O_2}.P + O_1.O_2.P \tag{6.4}$$

Cette expression peut se simplifier de plusieurs façons différentes. Par exemple, on peut écrire : $A = (O_1 \oplus O_2).P + O_1.O_2.P$. On peut aussi écrire : $A = (O_1 + O_2).P$ (en écrivant que $O_1.O_2.P = O_1.O_2.P + O_1.O_2.P$ de manière à simplifier deux fois sur O_1 et sur O_2, et en utilisant le fait que $O_1 + \overline{O_1} = 1$ (et de même pour O_2).

6.13 Table de Karnaugh

Il existe une méthode "graphique" de simplification automatique des expressions logiques. Cette méthode consiste à écrire une table *de Karnaugh* qui met à plat en deux dimensions la table de vérité de la fonction souhaitée, en faisant apparaitre les regroupements du type $X + \overline{X}$ qui "disparaissent" car égaux à 1.

La table de Karnaugh de la fonction Plafonnier est présentée dans la table 6.7.

Attention à l'ordre d'écriture des valeurs des variables. Il est différent de l'ordre "naturel" adopté lorsqu'on décrit l'ensemble des valeurs accessibles en comptant en binaire. Cet ordre inhabituel des valeurs a pour but de laisser côte à côte des cases de la table entre lesquelles *une seule* variable change de signe. La présence de deux "1" dans deux cases adjacentes permet de détecter automatiquement une simplification. On regroupe les cases en question deux par deux, ou quatre par quatre, etc., et on ne retient dans le produit final que les variables qui *ne changent pas de signe* dans le groupe.

Ainsi, dans l'exemple du plafonnier, on peut regrouper deux fois deux cases adjacentes et faire apparaitre la simplification : $A = O_1.P + O_2.P$. La table de Karnaugh permet d'établir la somme des produits les plus simples possibles dans l'expression de la variable de sortie. Finalement, on réalise le circuit à partir de portes logiques, comme sur la figure 6.7.

6.14 Logique Séquentielle

6.14.1 Logique et mémoire

En logique combinatoire, les variables de sorties dépendent uniquement des variables d'entrée. Chaque combinaison des variable d'entrée donne lieu à une valeur et une seule en sortie, comme en témoigne la table de vérité. Il existe cependant des systèmes logiques où la sortie dépend non seulement de l'entrée, mais aussi des valeurs prises précédemment. Autrement dit, la sortie dépend de l'*histoire* de l'entrée. Cette possibilité est illustrée sur la figure 6.8 où l'on trouve un système bouclé à base de portes *NAND*.

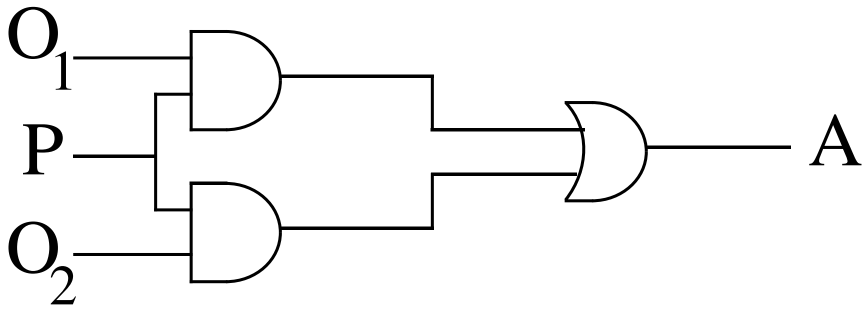

Figure 6.7 : Circuit logique assurant la fonction “plafonnier”

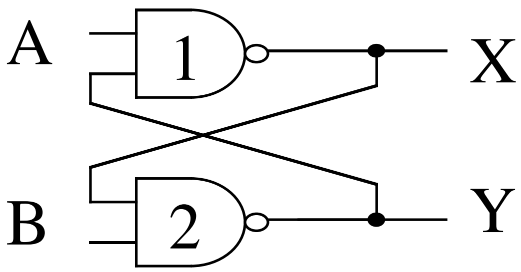

Figure 6.8 : Bascule à portes *NAND*

Sur la figure 6.8, les entrées sont A et B, les sorties X et Y. On se place dans l'hypothèse où A et B sont tous deux à 1. Dans ce cas, il est facile de montrer que l'état $X = 1, Y = 0$ est un état possible en sortie : $X = 0 \rightarrow Y = 1$ (quelle que soit la valeur de B), et si Y et A sont à 1, alors on a bien $X = 0$. Mais l'état $X = 0, Y = 1$ est également un état possible! On se trouve donc dans le cas où une même configuration d'entrée peut admettre deux configurations différentes (et même complètement contradictoires!) en sortie. Les configurations $X = Y$ sont par contre totalement impossibles dans un tel système. En effet, si on suppose $X = Y = 1$, on obtient deux entrées à 1 pour chaque porte, ce qui entraine $X = Y = 0$, contraire à l'hypothèse (et inversement si on part de $X = Y = 0$). Dans le système étudié, on a toujours $Y = \overline{X}$. On peut donc caratériser sa sortie par un seul paramètre : la valeur de X. On dira que le système est dans l'état Haut si $X = 1$ et Bas sinon.

Si on suppose (toujours avec $A = B = 1$), que l'on part de l'état Haut et que B passe temporairement à 0, alors $(B = 0, X = 1) \rightarrow Y = 1$ et $(Y = 1, A = 1) \rightarrow X = 0$: l'état de sortie s'inverse et reste stable tant que $B = 0$. Lorsque B revient à 1, la sortie n'est pas modifiée. L'action de l'impulsion négative sur B a été de forcer le système dans l'état bas.

Si maintenant c'est A qui passe temporairement à 0, on a : $(A = 0, Y = 1) \rightarrow X = 1$ et $(X = 1, B = 1) \rightarrow Y = 0$: le système passe à l'état Haut et y reste, même lorsque A revient à 1.

Un tel système bouclé est appelé une *bascule*, et passe dans un état ou dans un autre à chaque impulsion négative (chaque *front* descendant) appliquée sur l'une ou l'autre de ses entrées (ce n'est pas le niveau présent sur les entrées qui importe mais bien le front descendant de 1 à 0).

La sortie de la bascule ne dépend pas seulement de l'état des variables à l'entrée mais de l'*histoire* des valeurs prises par ces variables au cours du temps. La séquence A: $1 \searrow 0 \nearrow 1$ entrainera une sortie Haute et la séquence B: $1 \searrow 0 \nearrow 1$ entrainera une sortie Basse. L'état Haut en sortie garde en quelque sorte la mémoire du passage de A par 0.

La logique séquentielle est la mise en œuvre de systèmes bouclés analogues à la bascule décrite ci-dessus. Les circuits réalisés à partir de tels composants modifient leur valeur en sortie lorsqu'une modification de niveau (un *front*) a lieu sur une entrée particulière, l'entrée d'*horloge*. L'horloge est un signal indispensable en logique séquentielle, elle déclenche le fonctionnement des circuits (du registre à décalage jusqu'à l'ordinateur), au rythme de ses fronts montants ($0 \nearrow 1$) ou descendant ($1 \searrow 0$).

6.14.2 La bascule D

La bascule D est un des circuits de base de la logique séquentielle. Il est représenté sur la figure 6.9. Il possède deux entrées : D et H (repérée par un triangle), et une sortie : Q.

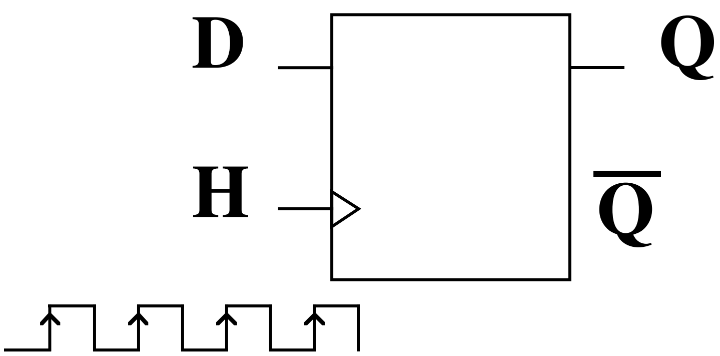

Figure 6.9 : Bascule D. La sortie Q recopie l'entrée D au front montant d'horloge H

Ce circuit est ainsi nommé parce qu'il recopie en sortie la valeur de l'entrée D (comme "Donnée") lorsqu'un front d'horloge montant est présent sur l'entrée H. La figure 6.10 donne un exemple du fonctionnement de cette bascule. En l'absence de fronts d'horloge, la sortie Q est insensible aux variations de l'entrée. Sur la figure 6.10, on a supposé qu'au départ, Q vaut 0. La bascule D présente une grande similarité avec le circuit bouclé étudié précédemment, elle est munie d'une sortie $\overline{Q}$ complémentaire de Q (Q et $\overline{Q}$ ne peuvent jamais avoir la même valeur...).

L'intérêt d'un tel fonctionnement réside dans la connaissance exacte des instants où le signal est autorisé à varier en sortie. Plus les fronts d'horloge sont raides et mieux les instants de variation sont définis. Ceci permet de synchroniser avec précision le fonctionnement de plusieurs circuits entre eux. De cet avantage résulte cependant une contrainte de conception : les signaux d'entrée ne doivent pas varier pendant un front d'horloge sinon le résultat est imprévisible.

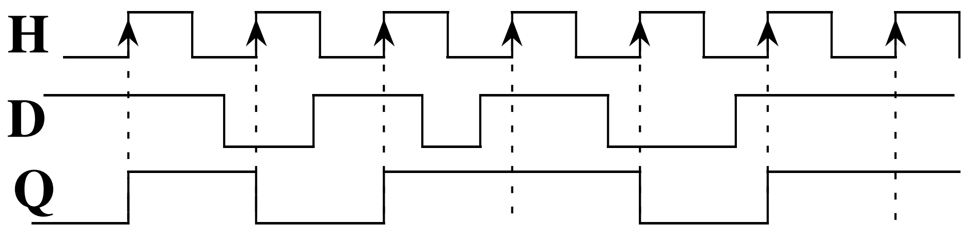

Figure 6.10 : Exemple de chronogramme de fonctionnement de bascule D

6.15 Compteurs

6.15.1 Compteur asynchrone

Une application immédiate des systèmes à horloge est le compteur. La figure 6.11 représente le schéma d'un compteur dit "asynchrone". L'horloge H attaque la première bascule et la sortie de chaque bascule sert d'horloge pour la suivante.

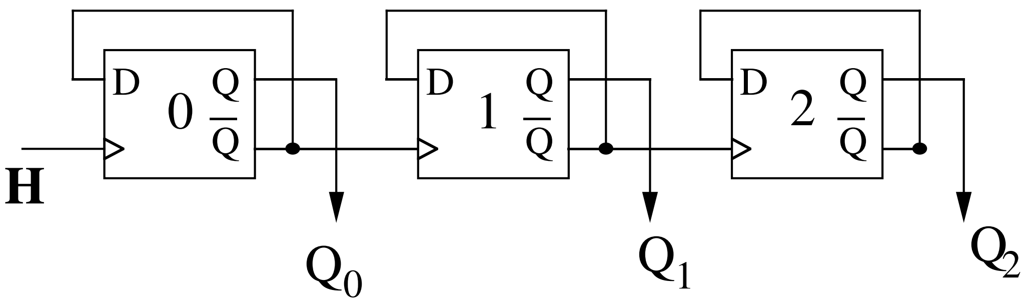

Figure 6.11 : Compteur asynchrone

La sortie du compteur est un nombre binaire qui possède autant de bits qu'il y a de bascules sur le schéma. Dans l'exemple cité, le compteur possède 3 bits ($Q_0Q_1Q_2$) et compte de 0 à 7. La figure 6.12 montre le chronogramme de fonctionnement d'un compteur asynchrone à 3 bascules.

Si les fronts d'horloge sont suffisamment rapides, il n y a pas d'ambiguité de fonctionnement : lorsque le signal s'est propagé à travers la bascule puis à travers les fils (de $\overline{Q}$ à D), le front est passé et la bascule ne rechange pas d'état.

6.15.2 Compteur synchrone

Un autre type de montage utilisant les bascules D est représenté sur la figure 6.13. Il consiste à faire commuter toutes les bascules en même temps : toutes les entrées d'horloge sont reliées à l'horloge H. On franchit ainsi

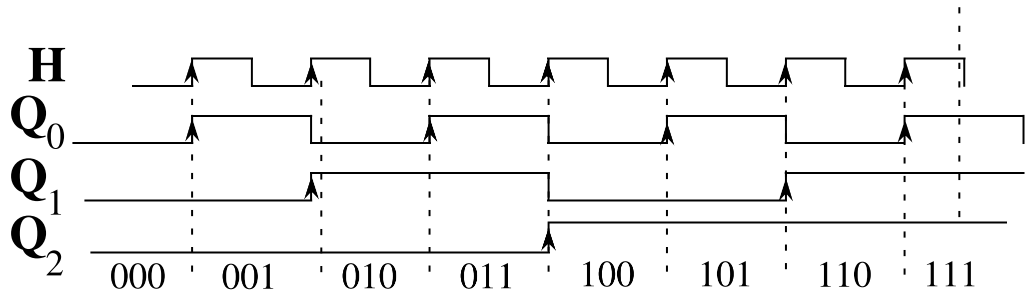

Figure 6.12 : Diagramme de fonctionnement du compteur asynchrone à trois bascules

une étape de plus dans la synchronisation de l'ensemble du circuit. Chaque sortie de bascule D représente un bit du compteur et il faut N bascules pour compter jusqu'à 2^N.

Tout le problème consiste à déterminer quels signaux envoyer sur les entrés D des différentes bascules de manière à ce que leurs sorties affichent bien les valeurs souhaitées. Dans le cas d'un compteur, on souhaitera évidemment que ces valeurs représentent les nombres 0, 1, 2, 3, etc.

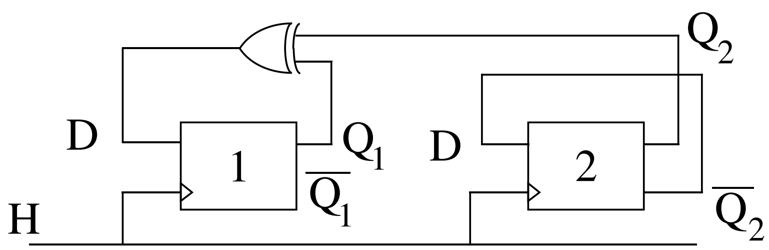

Figure 6.13 : Compteur synchrone à deux bascules, de 0 à 3.

Dans l'exemple de la figure 6.13, on a réalisé un compteur de 0 à 3. La séquence des nombres à décrire est donc : 00, 01, 10, 11, 00, etc. On dit que le système doit décrire 4 états :

$$
\begin{aligned}
(1) &\equiv 00 \\
(2) &\equiv 01 \\
(3) &\equiv 10 \\
(4) &\equiv 11 \\
(1) &\equiv 00 \\
&\ldots
\end{aligned}
$$

Une bascule D fonctionne en recopiant en sortie la valeur présente à l'entrée lorsqu'un top d'horloge est présent. Il suffit donc de faire en sorte qu'avant le top suivant, on ait présent sur l'entrée le signal que l'on souhaite obtenir en sortie : dans l'état (i), on détermine quelle valeur ramener sur l'entrée pour qu'au front d'horloge suivant, on se retrouve dans l'état (i+1), et ainsi de suite.

Etat	Q_1	Q_2	D_1	D_2
(1)	0	0	0	1
(2)	0	1	1	0
(3)	1	0	1	1
(4)	1	1	0	0
(1)	0	0	0	1

Table 6.8 : Table des états du compteur synchrone de 0 à 3.

Etat	Q_1	Q_2	D_1	D_2
(1)	0	0	0	1
(2)	0	1	1	0
(3)	1	0	0	0
(1)	0	0	0	1

Table 6.9 : Table des états du compteur synchrone de 0 à 2.

La première étape de la réalisation consiste à établir la table des états souhaités en sortie (Q), puis à rajouter une colonne pour indiquer, à chaque état, quelle valeur de D doit être présente à l'entrée pour obtenir la sortie souhaitée *dans l'état suivant*. Autrement dit, cette colonne des D supplémentaire recopie la colonne des Q avec un décalage d'une ligne vers le haut (table 6.8 pour le compteur de 0 à 3).

Dans la table 6.8 les fronts d'horloge arrivent entre les états (par définition, puisque ce sont ces fronts qui font passer d'un état au suivant). A un instant donné, les sorties sont connues, et si elles suivent les valeurs données dans cette table, le système décrira bien la séquence souhaitée. Il reste à déterminer l'expression logique de chacune des entrées D_i en fonction des Q_i. La table 6.8 donne la table de vérité des D_i en fonction des Q_i. On peut établir la table de Karnaugh pour déterminer lexpression logique de D_1 et D_2 mais dans l'exemple du compteur de 0 à 3, on trouve immédiatement :

$$\begin{aligned} D_1 &= Q_1 \oplus Q_2 \\ D_2 &= \overline{Q_2} \end{aligned}$$

que l'on a reporté sur la figure 6.13.

Pour réaliser un compteur de 0 à 2, il suffit de faire suivre l'état (3) par l'état (1) : le compteur "sautera" du nombre 10 au nombre 00. La table des états (et de vérité des entrées) d'un tel compteur est indiquée dans le tableau 6.9.

Cette fois-ci, il existe un état qu'on n'atteind jamais : l'ex-état (4) du tableau 6.8. La valeur de D dans cet état est indéterminée. On en tient compte en plaçant un "X" dans la table de Karnaugh et en faisant prendre à ce X la valeur qui simplifie le plus les calculs. Dans notre exemple, on peut prendre $D_1 = Q_2$, mais on peut aussi prendre $D_1 = \overline{Q_1}.Q_2$. Comme Q_1Q_2 n'est jamais égal à 11, les deux expressions sont équivalentes et donnent le même résultat. De même, on peut écrire $D_2 = \overline{Q_1Q_2}$ ou $D_2 = \overline{Q_1 \oplus Q_2}$.

Etat	Q_1	Q_2	Q_3	D_1	D_2	D_3	(A)
(1)	0	0	0	0	0	1	0
(2)	0	0	1	0	1	0	0
(3)	0	1	0	0	1	1	1
(4)	0	1	1	1	0	0	0
(5)	1	0	0	0	0	0	1
(1)	0	0	0	0	0	1	0

Table 6.10 : Table des états du séquenceur de (A).

6.16 Séquenceur Cablé

On cherche à réaliser un circuit séquentiel qui décrive une série d'états bien définis (par exemple un signal (A) doit prendre une suite périodique de valeurs déterminées : (1) : 0, (2) : 0, (3) : 1, (4) :0, (5) : 1, $\rightarrow$ (1) : 0, etc. La suite en question comporte 5 états différents : on doit donc tout d'abord réaliser un compteur par 5. Le montage correspondant comprendra 3 bascules D, et la table des états est celle de la table 6.10.

On distingue donc maitenant la ou les variables intéressantes et le compteur sous-jacent. La réalisation du circuit demandé se fait en plusieurs étapes : 1) liste des états souhaités, 2) liste des valeurs du compteur correspondant, 3) table de Karnaugh et cablage des entrées D_i et de la ou des variables de sortie souhaitées.

Dans le cas traité ci-dessus, il faut établir 4 tables de Karnaugh : une par variable D_i et une pour A. Le calcul intermédiaire est laissé à titre d'exercice et on trouve :

$$\begin{aligned} D_1 &= \overline{Q_1}.Q_2.Q_3 = Q_2.Q_3 \\ D_2 &= \overline{Q_1}.(Q_2 \oplus Q_3) = Q_2 \oplus Q_3 \\ D_3 &= \overline{Q_1}.\overline{Q_3} \\ A &= \overline{Q_3}.(Q_1 \oplus Q_2) = Q_1 + Q_2.Q_3 \end{aligned}$$

N.B. Certaines des expressions recherchées peuvent être écrites plus simplement en utilisant les états indéterminés jamais atteinds ($Q_1Q_2Q_3 = 101\,,\ 110\,,\ 111$). La première égalité de la série d'équations 6.5 sur les Q_i, tient compte dela table de Karnaugh sans les états indéterminés, et la deuxième prend en compte des simplifications supplémentaires dues aux états “X”.

6.17 Arithmétique et Logique

Le cœur de chaque ordinateur est constitué d'un circuit appelé *Unité Arithmétique et Logique*. Comme son nom l'indique, ce circuit complexe est capable d'effectuer indifféremment des opérations de l'un ou l'autre type, et toutes reposent sur les mêmes composants électroniques de base, lesquels sont quasi intégralement constitués de transistors.

Les opérations arithmétiques de base peuvent être effectués par des circuits logiques combinatoires. On traitera dans ce paragraphe deux exemples : addition et comparaison de deux nombres binaires.

A	B	R	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Table 6.11 : Table de vérité d'un aditionneur à 2 bits

A	B	R_{-1}	S_{AB}	R_{AB}	R_{S1}	R	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1

Table 6.12 : Table de vérité de l'aditionneur complet

6.17.1 Additionneur cablé

La table de vérité de l'addition de deux bits A et B est celle de la table 6.11. La colonne R donne la retenue et la colonne S donne la somme des deux bits, de manière que l'on puisse lire le nombre "RS" qui est le résultat de l'opération.

On déduit de la table de vérité que la somme et la retenue sont données par les relations logiques :

$$S = A \oplus B \tag{6.5}$$
$$R = A.B \tag{6.6}$$

Cependant ces deux relations ne suffisent pas. Lorsqu'on effectue une opération, pour additionner les chiffres (ici les bits) de rang n, il faut tenir compte de la valeur de ces bits mais aussi de la retenue provenant de l'addition des bits de rang n-1. La table de vérité de l'additionneur complet est celle de la table 6.12 :

L'additionneur complet est obtenu en mettant en série deux additionneurs "simples", l'un pour additionner A et B, l'autre pour additionner la somme obtenue et la retenue du calcul de rang n-1. Cette opération fournit deux retenues "internes" R_{AB} et R_{S1} qui proviennent d'une part de l'addition de A et B et d'autre part, de l'addition de leur somme S_{AB} et de la retenue de rang n-1 (voir table 6.12 et figure 6.14). Ces deux retenues ne sont jamais égales à 1 en même temps et la retenue finale est obtenue par un OU (qui réalise la somme de ses entrées dans le cas où elles ne sont pas à 1 en même temps).

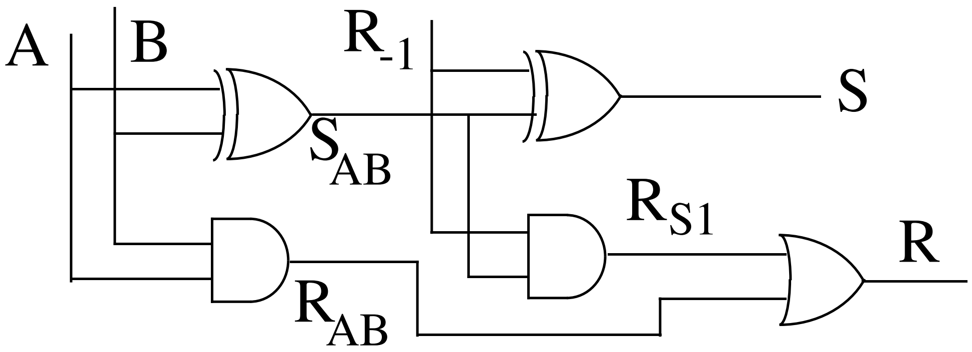

Figure 6.14 : Additionneur complet

A	B	E	S	I
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	1	0	0

Table 6.13 : Table de vérité du comparateur de A et B (A=B), (A>B), (A<B).

6.17.2 Comparateur cablé

La table de vérité 6.13 est celle d'un comparateur à deux bits A et B. Les colonnes 3 à 5 de la table sont respectivement à 1 lorsque $A = B$ (E), $A > B$ (S) et $A < B$ (I).

Les expressions logiques de E, S, I sont les suivantes :

$$E = \overline{A \oplus B} \quad (6.7)$$

$$S = A.\overline{B} \quad (6.8)$$

$$I = \overline{A}.B = \overline{S} \quad (6.9)$$

A partir de ces comparateurs de base, on peut construire des circuits logiques permettant de comparer des nombres de plusieurs bits. Deux nombres $A = A_1A_2 \ldots A_8$ et $B = B_1B_2 \ldots B_8$ sont égaux si tous leurs bits sont égaux. La solution est donc un *ET* entre les résultats de la comparaison des différents bits des deux nombres.

$$<< A = B >> \equiv \overline{A_1 \oplus B_1}.\overline{A_2 \oplus B_2} \ldots \overline{A_8 \oplus B_8} \quad (6.10)$$

Pour comparer deux nombres de plusieurs bits, on commence par comparer les bits de poids les plus fort, puis, si ils sont égaux, on compare les bits de poids immédiatement inférieur, etc. Au niveau élémentaire d'un ordinateur, les opérations arithmétiques comme les additions, soustractions, comparaisons, etc., son effectuées par des circuits combinatoires comme ceux décrits précédemment.

Exercice

Concevoir un circuit qui calcule l'opposé d'un nombre de 4 bits.

6.18 Echantillonnage

Entre le signal analogique "continu" et le signal numérique, il faut un étage qui "fige" le signal continu, de manière à décider quelle valeur du signal de départ doit effectivement être numérisée (voir figure 6.15). On doit "découper" le signal analogique à intervalles réguliers, de manière à sélectionner des *échantillons* qui seront ensuite numérisés (voir figure 6.15).

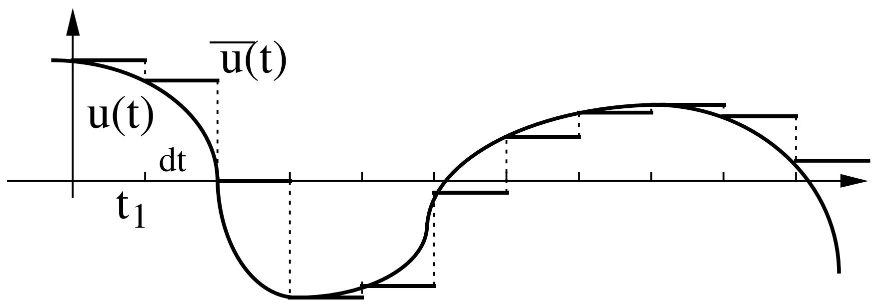

Figure 6.15 : Echantillonnage de la tension $u(t)$ à intervalles réguliers $t_1, t_2 = t_1 + dt, t_3 = t_1 + 2dt, \ldots$ La tension $\overline{u}(t)$ est une fonction en escaliers, égale à $u(t)$ aux instants t_1, t_2, t_3, etc.

On peut montrer que si on échantillonne un signal continu *suffisamment souvent*, on ne perd aucune information en passant du signal continu au signal échantillonné. Si τ est un intervalle de temps caractéristique des variations les plus rapides présentes dans le signal $u(t)$, alors il suffit d'échantillonner plus rapidement que tous les $\tau/2$ pour ne perdre aucune information dans l'opération (figure 6.16). Il est ensuite possible, à partir des échantillons de $u(t)$, et par un filtrage adéquat, d'obtenir le signal $u(t)$ sans aucune erreur. C'est cette propriété de l'échantillonnage qui rend les disques laser "parfaits".

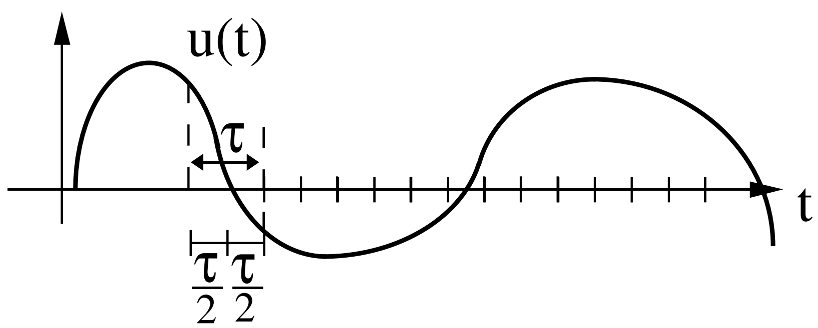

Figure 6.16 : Condition d'échantillonnage du signal $u(t)$

Dans le cas très courant où l'on cherche à échantillonner un signal audio ($20 - 20000\,\mathrm{Hz}$), l'intervalle τ est donné par l'inverse de la fréquence maximum présente dans le signal, soit :

$$\tau = \frac{1}{20000} = 50\,\mu\mathrm{s}$$

Le signal doit être échantillonné à mieux que 40 kHz, c'est à dire plus rapidement que toutes les $25\,\mu$s. L'étape suivante consiste à numériser le signal obtenu. Elle est décrite dans le paragraphe 6.19.

6.19 Conversion Analogique / Digitale

Un convertisseur Analogique / Digital (CAD) est un circuit qui possède une entrée (analogique) sur laquelle est envoyé un signal continu que l'on souhaite coder. Le convertisseur possède plusieurs sorties qui sont les bits destinés au codage en question. La conversion est évidement faite par rapport à une certaine échelle. Par exemple, on convient que lorsque la tension 0 Volt est présente à l'entrée, la sortie indique le nombre 0. Et si la tension d'entrée atteind une valeur prédéfinie comme étant le maximum admissible (par exemple 10 Volts), la sortie indiquera un nombre maximum, généralement une puissance de 2, par exemple 4095 ($= FFF$), si le convertisseur compte sur 12 bits.

Les performances d'un CAD sont fonction, entre autres, de sa précision (nombre de bits), de sa linéarité (une tension double doit correspondre à un nombre double, etc.) et de sa vitesse. L'analyse correcte d'un signal audio (signal / bruit $\approx 100\,\mathrm{dB}$) nécessite de convertir le signal sur 16 bits ($20\log(65536) = 96$) à une cadence supérieure à $40\,\mathrm{kHz}$, ce qui correspond à un temps de conversion inférieur à $25\,\mu$s. On trouve aujourd'hui des CAD qui convertissent une tension sur 16 bits (de 0 à 65536) en $1\,\mu$s.

6.20 Electronique et Informatique

Les différents organes constitutifs d'un ordinateur peuvent être étudiés en électronique. Un ordinateur est un système séquentiel qui effectue des opérations les unes à la suite des autres. Certains processeurs sont conçus pour effectuer des opérations de manière parallèle (plusieurs calculs sont effectués lors d'une même instruction) mais ces instructions sont toujours effectuées en série. La séquence des calculs est pilotée par l'horloge centrale de la machine, qui contrôle la rapidité avec laquelle les opérations sont effectuées.

Les données manipulées par l'ordinateur sont conservées dans les circuits de la mémoire et sont tranférées à l'Unité Centrale (UC) qui les traite et renvoie les résultats en mémoire. La rapidité de l'ordinateur est un paramètre global qui doit prendre en compte tous les éléments de la machine. Il ne sert à rien d'avoit une UC rapide si les circuits mémoire associés sont lents, ou si les transferts d'information de la mémoire vers l'UC sont mal gérés.

Une des mesures de la puissance d'un ordinateur est le nombre d'"opérations en virgule flottante" (Flop), ou calculs, qu'il peut effectuer par seconde. Comme ce nombre est grand, l'unité employée est le MFlop (million d'opérations). Aujourd'hui, on trouve des ordinateurs de bureau (PC) pilotés à plus de 60 MHz, et capables d'effectuer une fraction de MFlop. Un ordinateur comme le Cray-1 possède une puissance de 100 MFlops.

Un PC possède normalement 640 Ko de mémoire vive (le système d'exploitation MS-DOS ne permet pas d'en utiliser plus!...), mais cette quantité peut monter à plusieur Mega-octets. Il est aujourd'hui possible d'effectuer des calculs sur des stations de travail qui tiennent sur un bureau, possédent plusieurs dizaines de MFlops, plusieurs centaines de Mo de mémoire centrale et utilisent des disques durs de plusieurs Giga-octets (1-10) de capacité.

La vitesse d'un ordinateur peut également être limitée par ses dimensions. Le temps de propagation d'un signal dans une ligne électrique est de 5 ns/mètre. Un circuit de 1 mm ne peut donc pas basculer plus rapidement que $5\,10^{-12}\,$s. Ce temps peut paraitre minuscule mais dans la course à la vitesse de calcul, la course à la miniaturisation est importante. Aujourd'hui, on sait réaliser des transistors en gravant des circuits dans du Silicium avec une résolution de l'ordre de $0.5\,\mu$m et on ne sait pas descendre en dessous de $0.1\,\mu$m. Un projet de micro-processeur, “micro 2000”, vise à rassembler sur un circuit de $2.5\,$cm $\times$ $2.5\,$cm une centaine de millions de transistors pour atteindre 500 Mflops en étant piloté par une horloge de 250 MHz.

Appendice A

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

A.1 Equation du premier ordre à coefficients constants

On suppose qu'on a réduit l'équation sous la forme générale :

$$(1) \qquad \frac{dY}{dt} + \beta Y = \gamma$$

où Y(t) est la fonction à trouver et β et γ sont des constantes. γ est appelé le *second membre* de l'équation.

N.B. β a la dimension de 1/[t] et γ a la dimension de [Y]/[t].

On appelle *équation sans second membre* l'équation simplifiée :

$$(2) \qquad \frac{dY}{dt} + \beta Y = 0$$

Méthode 1 :

La solution de l'équation (1) est égale à la somme d'une *solution particulière* de l'équation *avec* second membre (1), et de la *solution générale* de l'équation *sans* second membre (2).

Une solution particulière de (1) est immédiatement trouvée : $Y_1 = \gamma/\beta$ est solution de (1). En effet, on a alors $dY_1/dt=0$ (Y_1 est une constante), et Y_1 est bien solution de (1).

On résoud alors l'équation simplifiée (2) :

$$\frac{dY}{dt} + \beta Y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dY}{Y} = -\beta dt$$

$$\Rightarrow \mathrm{Log} Y = -\beta t + C$$

$$\Rightarrow Y = Y_0 e^{-\beta t} \qquad \text{(en posant } Y_0 = e^C\text{)}.$$

Et on obtient la solution de l'équation (1) en additionnant les deux résultats précédents :

$$Y(t) = Y_0 e^{-\beta t} + \frac{\gamma}{\beta}$$

Y_0 est une constante que l'on calcule par continuité, en supposant par exemple que $Y_{(t=0)}$=0 (cette hypothèse dépend du problème physique que l'on traite). Si on applique l'hypothèse Y(0)=0 dans notre exemple, on obtiens : $Y_0 = -\gamma/\beta$ et la solution *générale* Y(t) de l'équation (1) est :

$$Y(t) = \frac{\gamma}{\beta}(1 - e^{-\beta/t})$$

N.B. Dans une première lecture, on pourra se contenter de cette première méthode et ignorer ce qui suit, et qui concerne le cas où le second membre n'est pas constant.

A.2 Equation avec second membre variable

Dans le cas plus compliqué (et moins souvent rencontré) où le second membre de l'équation n'est plus une constante γ mais une fonction de t : $\Gamma(t)$, il devient plus difficile de trouver une solution particulière Y_1 de l'équation avec second membre:

$$\frac{dY}{dt} + \beta Y = \Gamma(t)$$

Méthode 2:

On commence alors à résoudre l'équation sans second membre (2) comme précédemment, puis on cherche la solution générale Y(t) par la méthode de *variation de la constante.*

On a donc une première solution : $Y(t) = Y_0 e^{-\beta t}$.

On calcule dY/dt en considérant que Y_0 dépend également de t (la constante peut *varier*) :

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dY_0}{dt} e^{-\beta t} + Y_0(-\beta) e^{-\beta t}$$

et on reporte dans (1), ce qui donne (après simplification des termes en $+\beta Y$ et $-\beta Y$) :

$$\frac{dY_0}{dt} = \Gamma(t) e^{\beta t}$$

On est alors amené, pour trouver Y_0, à intégrer la fonction $\Gamma(t)e^{\beta t}$. Dans les problèmes généralement rencontrés en physique, la fonction $\Gamma(t)$ n'est jamais très compliquée, les cas les plus fréquemment rencontrés étant du type :

$$\Gamma(t) = \gamma \qquad = \text{constante : cf. méthode 1}$$

$$\Gamma(t) = \gamma e^{\alpha t},$$

$$\Gamma(t) = \gamma \cos \omega t,$$

$$\Gamma(t) = \gamma \sin \omega t.$$

Les primitives correspondantes sont :

$$\int \gamma e^{\beta t}\, dt \to \frac{\gamma}{\beta} e^{\beta t} \qquad \text{cf. méthode 1)}$$

$$\int \gamma e^{(\alpha+\beta)t}\, dt \to \frac{\gamma}{\alpha+\beta} e^{(\alpha+\beta)t}$$

$$\int \gamma e^{\beta t} \sin \omega t\, dt \to \frac{\gamma e^{\beta t}}{\beta^2+\omega^2}[\beta \cos \omega t + \omega \sin \omega t]$$

$$\int \gamma e^{\beta t} \cos \omega t\, dt \to \frac{\gamma e^{\beta t}}{\beta^2+\omega^2}[\beta \sin \omega t - \omega \cos \omega t]$$

On obtient ainsi $T(t) = \int \Gamma(t) e^{\beta t} dt$, d'où : Y_0=T(t)+C. La constante C d'intégration sera déterminée par continuité en t=0, par exemple. On a :

$$Y(t) = [T(t) + C]e^{-\beta t}$$

Si maintenant $Y_{(t=0)} = 0$, on trouve $C = -T(0)$.

On peut vérifier que dans le cas simple $\Gamma(t) = \gamma$, on retrouve bien par cette méthode le résultat $Y(t) = \gamma/\beta(1 - e^{-\beta t})$ obtenu par la méthode 1.

Appendice B

TRAVAUX DIRIGÉS

B.1 RAPPELS

B.1.1 Puissance

Calculer l'expression de la puissance P dissipée dans une résistance R en fonction de R et du courant I qui la traverse; en fonction de R et de la tension V a ses bornes.

B.1.2 Conductances

On définit la *Conductance* d'un dipole : G=1/R.

- Réécrire la loi d'Ohm avec la conductance.
- Montrer que les conductances s'ajoutent en parallèle.
- Démontrer la loi de combinaison des conductances en série.

B.1.3 Pont diviseur

On considère un montage en pont diviseur R_1, R_2 (figure B.1). La tension V est fixée.

- Calculer V_2 la tension aux bornes de R_2, en fonction de R_1, R_2 et V.
- On rajoute une résistance R "de charge" en parallèle sur R_2 : calculer V' la nouvelle valeur de la tension aux bornes de $R' = R_2 // R$. Calculer le courant I circulant dans R.

B.1.4 Générateur de Thévenin

Déterminer le générateur de Thévenin E_G, R_G équivalent au pont diviseur R_1,R_2 de la figure B.1. On connecte une résistance R aux bornes de ce générateur : calculer la tension V' aux bornes de R et le courant I qui la traverse. Conclusion.

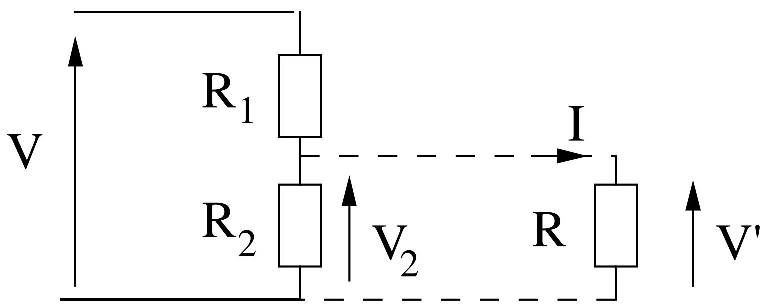

Figure B.1 : Pont diviseur

B.1.5 Diviseur de courant

On considère l'équivalent du pont diviseur pour les courants : l'"aiguillage" diviseur (figure B.2). Une résistance R est reliée à un générateur de tension idéal E_G. Calculer I_0 le courant qui passe dans R.

- E_G gardant toujours la même valeur, on rajoute une résistance R_1 en parallèle sur R. Calculer la nouvelle valeur I du courant total passant dans R et R_1.
- Calculer I' et I_1 circulant dans R et R_1 en fonction de E_G, R et R_1; en fonction de I, R et R_1.

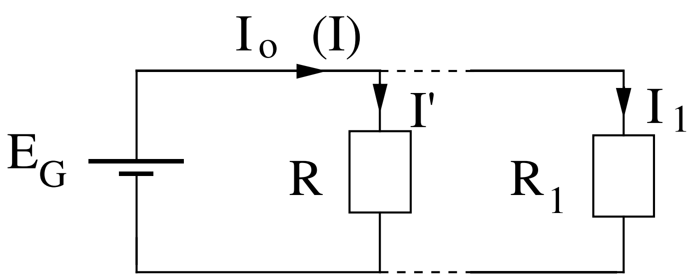

Figure B.2 : Diviseur de courant

B.1.6 Droite d'attaque

Soit le générateur réel de tension défini par le graphe de la figure B.3.

- Déterminez d'après le graphe les éléments caractéristiques du générateur concerné (E_G,R_G).

- En déduire l'équation de la "droite de débit" (ou "droite d'attaque", à pente négative) du générateur, représentée sur la figure B.3.
- Quelle tension est disponible pour un courant de sortie de 500mA?
- Calculer la puissance P_G fournie par le générateur idéal E_G en fonction de I, le courant débité. Calculer de même $P_S(I)$ disponible en sortie, et $P_R(I)$ consommée dans la résistance interne du générateur. Tracer sur un même graphe $P_G(I)$, $P_R(I)$ et $P_S(I)$. Que remarquez-vous? calculez la puissance $P_{\max}$ disponible en sortie.
- Le générateur est spécifié pour une puissance maximum en sortie $P_{S\max} = 3\,W$. Quelle est la limitation en courant correspondante? Quelle est alors la puissance dissipée par effet Joule dans R_G?

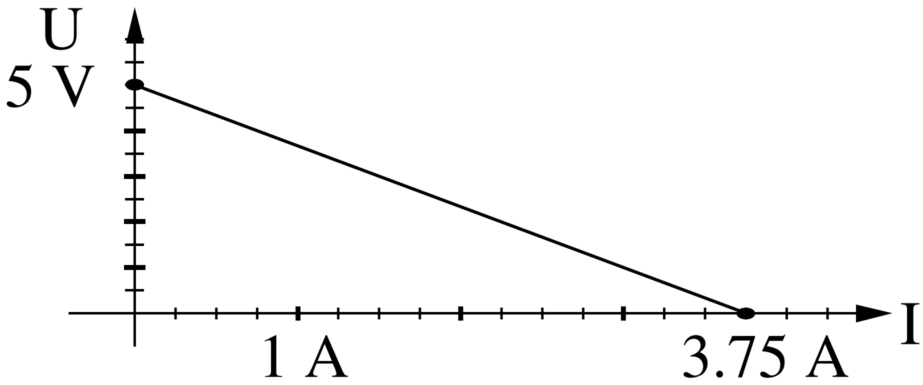

Figure B.3 : Générateur réel

B.1.7 Superposition

On considère le circuit de la figure B.4

- En appliquant la loi d'Ohm et la loi des nœuds en A (conservation du courant), calculer I en fonction de V_1 et V_2 et des résistances impliquées dans le schéma.
- Calculer la tension V aux bornes de R et le courant I circulant dans R en appliquant le théorème de superposition (V_1 puis V_2 nuls successivement).

B.1.8 Thévenin - Norton

Par une série de substitution Thévenin / Norton (c.a.d. générateur de tension réel / générateur de courant réel), déterminer le courant I repéré sur le schéma de la figure B.5.

B.1.9 Puissance transmise

On considère un générateur de tension réel E_G, R_G, débitant dans une résistance R. Calculer la puissance électrique P transmise à la charge R. Calculer la valeur de R pour laquelle la puissance transmise est maximum (dP/dR=0).

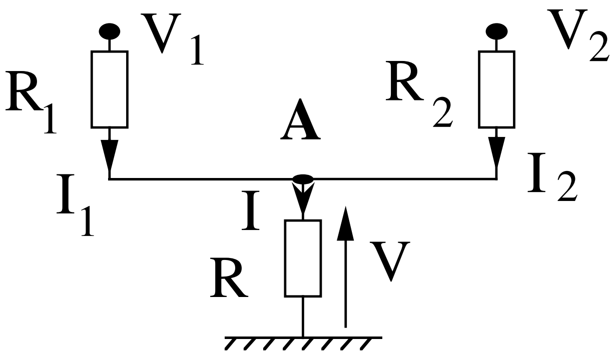

Figure B.4 : Superposition de signaux

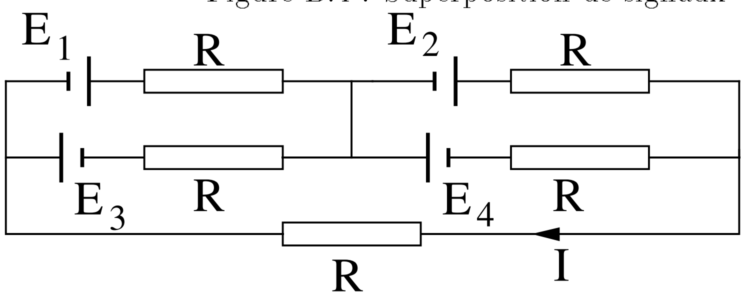

Figure B.5 : Substitution Thévenin / Norton

• Pour quelle(s) valeur(s) de R la puissance transmise est-elle nulle? Quels sont les cas où l'on cherchera *justement* à ce que la puisssance transmise soit nulle?

B.1.10 LED

On souhaite réaliser un montage qui permette d'allumer une LED (diode électroluminescente) à partir d'une alimentation standard de 5 Volts. On utilise le montage représenté sur la figure B.6-a : la diode (connue seulement par sa caractéristique) rayonne de la lumière si elle est traversée "en direct" (dans le sens de la flèche sur le schéma) par un courant I$\geq$10mA.

- Modifier le schéma de la figure B.6 pour mettre en évidence la mise en parallèle du générateur Vcc, R et du dipole "diode".
- La caractéristique de la diode est donnée sur la figure B.6-b. Placer sur ce schéma la droite d'attaque $(V_{\rm CC}, R)$ (pente négative) et indiquer le point de fonctionnement de l'ensemble. Calculer R tel que I soit compris entre 10 et 12mA.
- Quelle est la chute de tension dans la diode? En déduire une règle pratique de résolution du problème.
- Calculer R pour V$_{cc}$ $= 15\,V$.
- Quel montage faudrait-il utiliser pour obtenir le même courant avec $V_{\rm CC} = -15\,{\rm V}$?

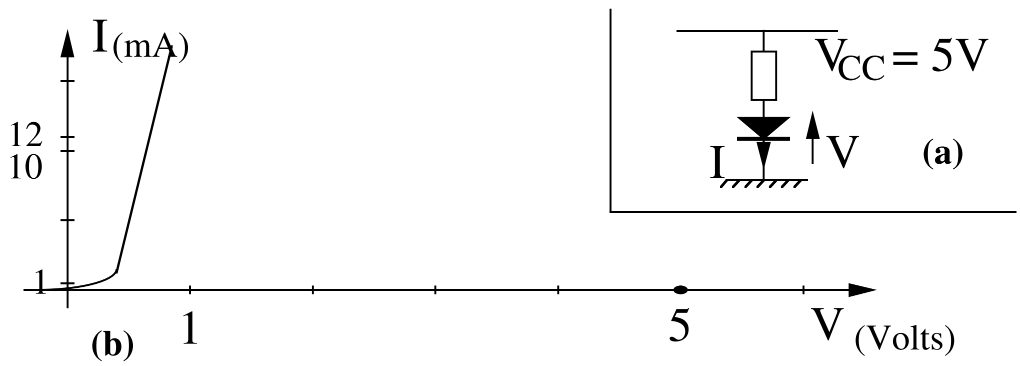

Figure B.6 : LED

B.2 SIGNAUX VARIABLES

B.2.1 Valeur moyenne

On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f(t) entre t_0 et t_1 est:

$$\langle \mathrm{f} \rangle_{t_0 t_1} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} \mathrm{f}(t) dt$$

- Calculer la valeur moyenne de $\sin \omega t$ de 0 à π.

B.2.2 Résistance équivalente

On rappelle que la résistance dynamique d'un dipole D autour d'un point de fonctionnement V_0,I_0 est la pente locale : $r=(dv/di)_{V_0,I_0}$.

Soit un dipole D dont la caractéristique est donnée sur la figure B.7-a (affine par morceaux). Donner la résistance dynamique r_1 et r_2 de D dans les deux régions définies par sa caractéristique. On donne V_0=0.5 Volt, α=0.1 Ω^{-1}

- A quoi est équivalent le dipole D dans la région 1? Calculer β.
- On insère le dipole dans le montage décrit sur la figure B.7-b (autrement dit on le polarise).
- Donner la relation v(i) en fonction de E_G,R_G (droite d'attaque du générateur).
- Placer cette droite sur la caractéristique de D en supposant $E_G > V_0$ (E_G=2 V, $R_G = 20\Omega$). En déduire les coordonnés du point de fonctionnement (V_2,I_2) du montage.
- On superpose au générateur une source de tension sinusoidale de faible amplitude (petit signal) : $e_g=E_g \cos \omega t$ (E_g=500mV, figure B.7-c). Représenter sur l'axe des abcisses (v) le domaine de variation de la tension aux bornes de D.
- En déduire le domaine de variation du courant i circulant dans D. Montrer que l'on a superposition d'un courant continu I et d'un courant alternatif $i_2 = e_g/(r_2 + R_G)$. Calculer I et i_2.
- Pour quelle amplitude E_{gS} de e_g la relation e_g,i_2 n'est-elle plus linéaire?

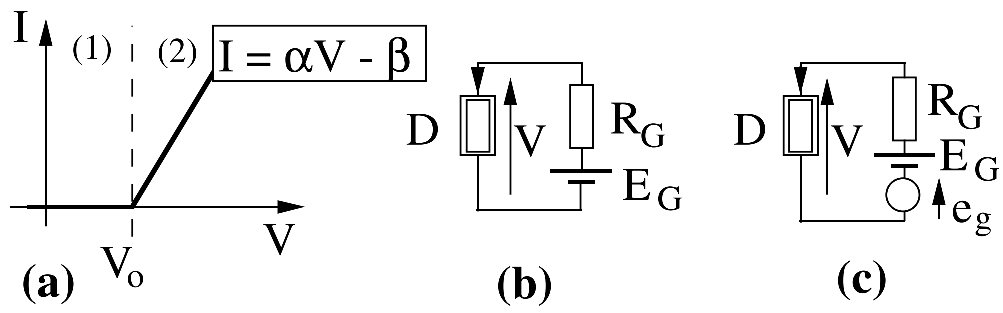

Figure B.7 : Caractéristique affine par morceaux

.

B.2.3 Sinus

Soit le signal $v(t) = V \sin \omega t$ appliqué à une résistance R.

- Quelle est la période T de v(t)?
- Calculer la puissance instantanée P(t) dissipée dans R.
- Calculer la puissance moyenne $\langle P \rangle$ dissipée dans R (intégrée sur une période T_P).
- En identifiant $\langle P \rangle$ et V_{eff}^2/R, calculer V_{eff} pour un signal sinusoidal en fonction de son amplitude V.

B.2.4 Décibels

Calculer les rapports d'amplitude de deux signaux dont les rapports d'amplitude en dB sont : 3 dB, 6 dB, 10 dB, 20 dB, 100 dB.

- même question pour des rapports en puissance en dB égaux à 3, 6, 10, 20 et 100 dB.

B.2.5 Charge de consensateur

Soit le circuit représenté sur la figure B.8. Pour t≤0, le condensateur est déchargé. A t=0, on ferme l'interrupteur K.

- Que vaut v(t≤0)?
- Déterminer v(t) pour t≥0. Tracer le graphe de v(t). Que vaut la constante de temps du circuit pour R=1kΩ et C=1μF?.
- Calculer i(t) et tracer son graphe.
- Si τ est la constante de temps du circuit, quelle est la tension v atteinte à t=τ?
- On attaque ce circuit avec un signal en créneaux E_C (a la place de E_o), de période $T \gg \tau$. Représenter sur un même graphe la tension d'entrée E_C, et de sortie v. Justifiez l'appellation de "circuit intégrateur" de ce montage.

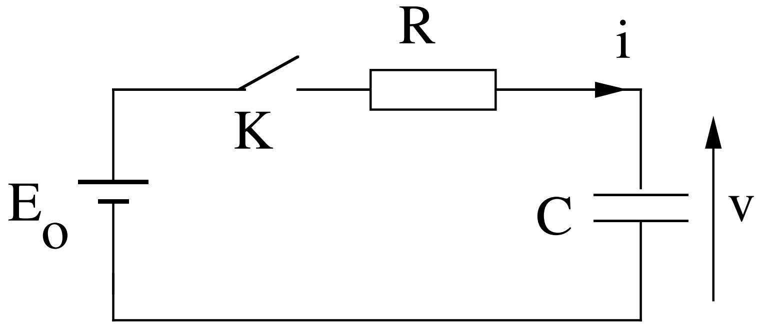

Figure B.8 : Charge de condensateur

B.2.6 Charge - suite

On considère une variante du circuit R,C représenté sur la figure B.9. Le condensateur est déchargé pour t≤0. A t=0, on ferme l'interrupteur K.

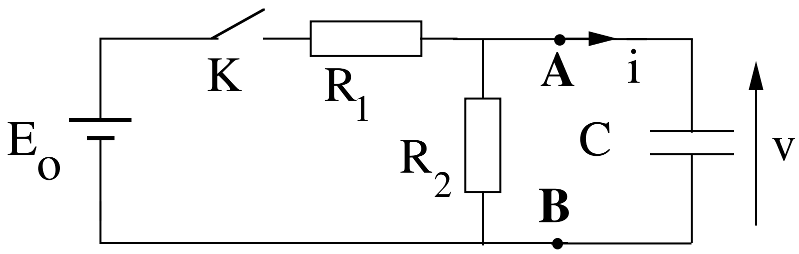

Figure B.9 : Charge de condensateur, suite.

- Après la fermeture de K, déterminer le générateur de thévenin équivalent "vu" par C entre les bornes A et B. En déduire la constante de temps du circuit R,C équivalent en fonction de R_1, R_2 et C.
- Tracer le graphe V(t) en indiquant les points caractéristiques de la courbe (t_{10} et t_{90}).
- Pourquoi la constante de temps de ce circuit est-elle plus faible (charge plus rapide) que celle du circuit sans R_2?
- A $t = t_o$, on rouvre K. Ecrire la nouvelle équation différentielle suivie par v. Quelle est sa nouvelle constante de temps τ_2?

B.2.7 Inductance

Démontrer à partir de l'équation différentielle d'une inductance que son impédance complexe est égale à $jL\omega$.

- Représenter cette impédance dans le plan complexe. Vérifier que $\hat{\imath}$ sera en retard sur $\hat{v}$.

B.2.8 "Charge" de bobine

Reprendre l'exercice B.2.5 ci-dessus, en remplaçant le condensateur par une bobine (figure B.10). On demande l'équation différentielle suivie par le courant $i(t)$ dans le circuit, l'expression de $i(t)$ et $u(t)$ aux bornes de L.

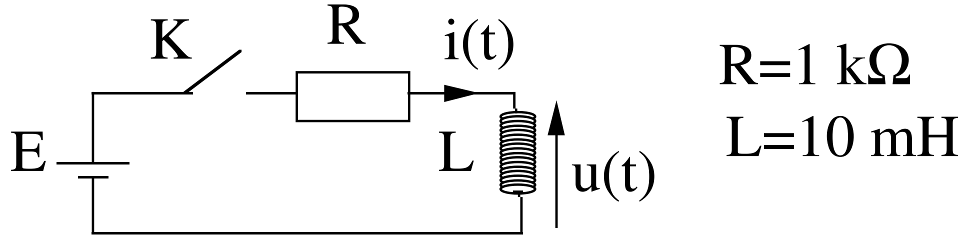

Figure B.10 : "Charge" de la bobine

.

B.2.9 Impédance R-C

Soit un circuit constitué par une résistance R en série avec une capacité C.

- Déterminer l'impédance complexe Z de ce circuit. Donner son module et sa phase en fonction de la pulsation ω des signaux appliqués à Z.
- Représenter l'impédance Z dans le plan complexe. Pour quelle pulsation le déphasage dû à Z vaut-il $\pi/4$?

B.2.10 Filtre R-C

On désire atténuer, dans un signal comportant plusieurs fréquences, celles supérieures à un certain seuil f_c. Pour cela on utilise un filtre RC, tel que sur la figure B.11 : la tension d'entrée (à atténuer) est v_1, la tension de sortie (filtrée) est v.

- Calculer v/v_1, la fonction de transfert complexe $\widehat{T}(\omega) = v/v_1$ du filtre, en fonction de la pulsation ω du signal d'entrée. Que vaut cette fonction en ω=0? Pourquoi appelle-t-on un tel circuit un filtre *passe-bas*?
- Montrer que $T(\omega)$ fait apparaitre une pulsation particulière, la pulsation de coupure ω_c qu'on exprimera en fonction de R et C. Représenter $|T(\omega)|$ sur un graphe de BODE : $20\log|T(\omega)|$ (T_{dB}) en fonction de $\log(\omega)$.
- Quelle est l'atténuation en dB du signal pour $\omega = \omega_c$, par rapport à l'atténuation en ω=0?

B.2.11 Filtre passe-haut

Calculer la fonction de transfert du filtre RC représenté sur la figure B.12

- Pourquoi appelle-t-on un tel circuit un filtre *passe-haut*? Quelle est ici la fréquence de coupure f_c?

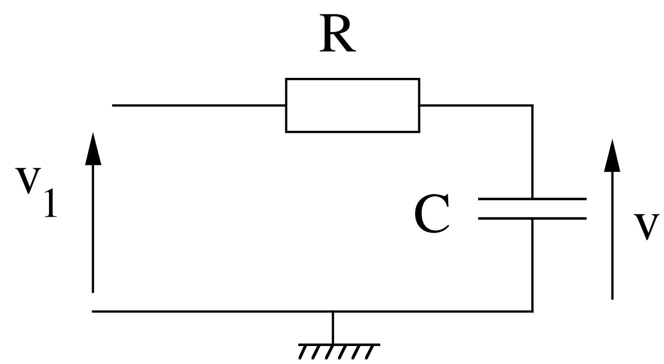

Figure B.11 : Filtre R - C

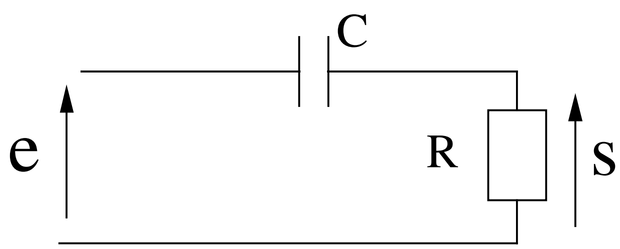

Figure B.12 : Filtre passe-haut

B.2.12 Sonde d'oscilloscope

L'impédance d'entrée d'un oscilloscope peut être représentée par la mise en parallèle de $R_o = 1\,M\Omega$ et $C_o = 20\,\text{pF}$. De plus, le cable qui conduit au circuit (du point de mesure à l'oscilloscope) rajoute une capacité $C' = 100\,\text{pF}$ en parallèle (cf figure B.13.

- Quelle impédance Z faut-il rajouter dans la ligne de mesure pour que la tension V_O d'entrée de l'oscilloscope soit égale á $V_M/10$ pour tout ω?

B.3 DIODE

B.3.1 Redresseur

On considère le circuit redresseur représenté sur la figure B.14 (la diode est supposée parfaite). On donne : $e_g = E_g \sin \omega t$, $\omega = 2\pi \times 50\,\text{Hz}$, $E_g = 10\,\text{V}$, $R = 10\,\text{k}\Omega$.

- Tracer sur un même graphe $e_g(t)$ et $v(t)$.
- Quel est le courant maximum dans la diode?

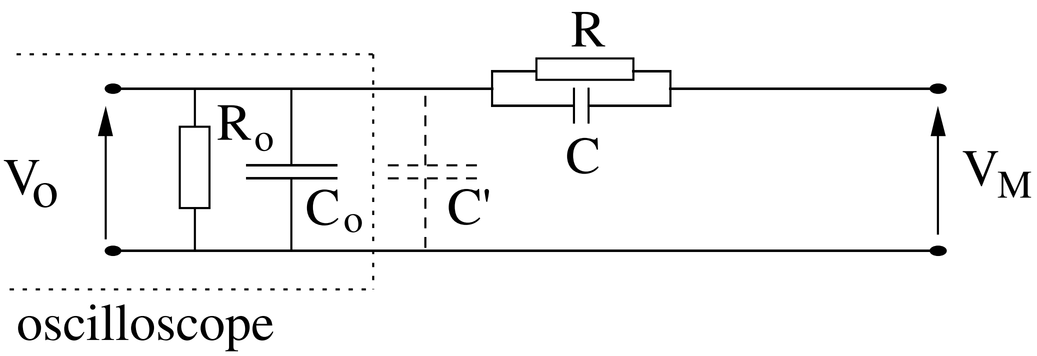

Figure B.13 : Sonde d'oscilloscope

- Quelle est la tension inverse maximum aux bornes de la diode?
- Sur le même graphe que précédemment, tracer v_D(t).
- Donner l'angle de conduction α : fraction de période (en degrés) pendant laquelle la diode conduit.
- Comment varie α si on prend en compte la tension de seuil de la diode?

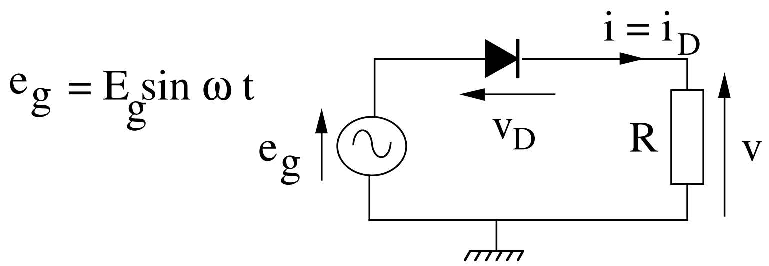

Figure B.14 : Redressement de tension

B.3.2 Détection d'amplitude

Soit le circuit de détection d'amplitude de la figure B.15. On considère la diode comme parfaite. On prend comme tension d'entrée e(t)=Esin(100πt) (E=10 V, f=50 Hz). $C = 1\,\mu$F, $R = 10\,$kΩ. Conditions initiales : $V_C(\leq 0)$. On admet qu'à t$\geq$0, la diode se met à conduire au moins pendant un certain temps (est-ce justifié?).

- En supposant que la diode conduit, exprimer i_R(t), i_C(t), i_D(t). Faire un graphe de i_R(t) et i_D(t) en prenant pour échelles 0.5 cm/ms horizontalement et 5 cm/mA verticalement.
- Déterminer analytiquement et vérifier graphiquement l'instant t_1 où la diode cesse de conduire. Que se passe-t-il à partir de cet instant?
- Déterminer i_R(t) pour t>t_1.

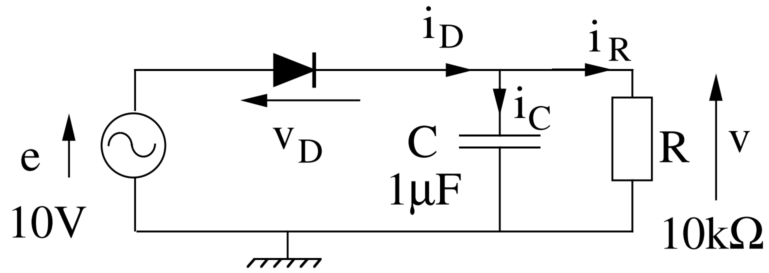

Figure B.15 : Détection d'amplitude

B.3.3 Régulation de tension

Soit le circuit de régulation de tension par diode Zener représenté sur la figure B.16-a. La caractéristique inverse de la diode Zener est rappelée sur la figure B.16-b : la caractéristique en inverse est une droite de pente $1/\mathrm{r}_z$ (résistance dynamique). $\mathrm{V_{in}}$ est supposée positive.

- Calculer l'équation de la droite en inverse de la diode Zener.
- Calculer la tension $\mathrm{V_{out}}$ en fonction de $\mathrm{I_{in}}$, $\mathrm{I_{out}}$, r_z et V_z.
- En déduire $\mathrm{V_{out}}$ en fonction de $\mathrm{V_{in}}$, R, r_z, V_z et $\mathrm{I_{out}}$ en éliminant I_{in}.

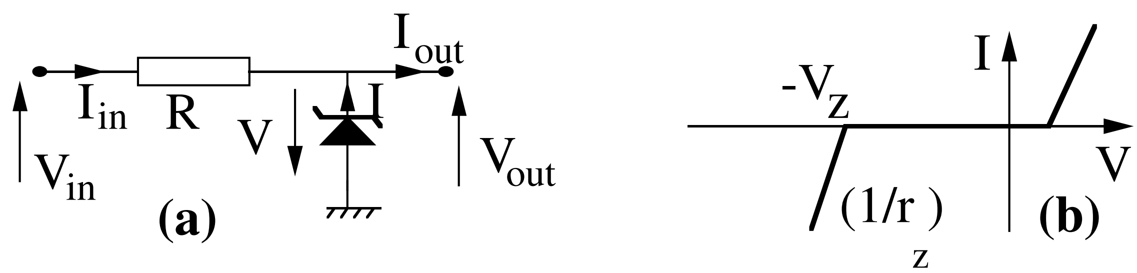

Figure B.16 : Régulation de tension par Zener

B.3.4 Circuit limiteur

On considère le circuit de protection décrit sur la figure B.17. La diodes sont considérées comme parfaites (tension de seuil et résistance nulles). $\mathrm{V}_i = E\sin\omega \mathrm{t}$, avec $E = 6\,\mathrm{V}$ et ω=100π. Le montage fonctionne à vide.

- Représenter sur un même graphe V_i et V_o, pour une période entière de V_i
- Calculer analytiquement les instants où D_+ et D_- se mettent à conduire.
- Représenter sur le même graphe que précédemment le courant $\mathrm{i}_R(\mathrm{t})$ en donnant son expression lorsque i_R est non nul. Quel est le rôle de R?

- Etudier graphiquement l'influence de la prise en compte des tensions de seuil des diodes dans le problème.

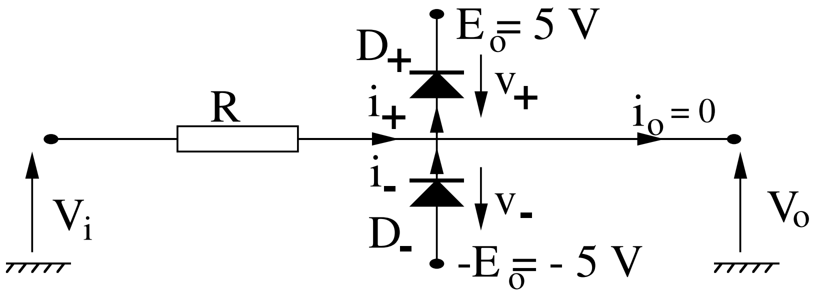

Figure B.17 : Circuit limiteur

B.3.5 Porte Logique

Dans une technologie aujourd'hui obsolète, on réalisait une porte logique à l'aide du circuit de la figure B.18 . On considère que les diodes sont parfaites et que les signaux ne peuvent prendre que deux valeurs : 0 Volt ou 5 Volt -pour les tensions V_A, V_B, V_S-, représentant respectivement le "0" et le "1" logiques -pour les variables A, B et S.

- Que vaut V_S lorsqu'une diode au moins est passante?
- Donner la table de vérité de la porte, c'est à dire la liste des valeurs de la sortie S pour tous les couples de valeurs possibles AB (=00, 01, 10, 11).
- Dans chaque cas, donner les niveaux de tension en A, B et S (avec les états logiques correspondants), ainsi que le courant qui circule dans R, D_1 et D_2.
- En quel point de la caractéristique des diodes se trouve-t-on lorsque $A = B = 1$? Conclure sur l'approximation adoptée.

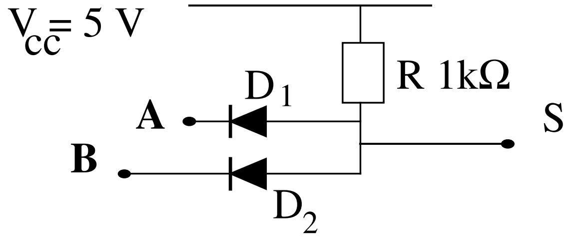

Figure B.18 : Porte logique

B.4 TRANSISTOR

B.4.1 Interrupteur à transistor

On considère l'interrupteur à transistor représenté sur la figure B.19. Le transistor a un β de 100 dans sa zone linéaire. On prendra $E = 10\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$. Les caractéristiques de la lampe donnent : 10 V - 0.1 A.

- Pourquoi la lampe est-elle éteinte quand l'interrupteur est ouvert?
- On ferme l'interrupteur. En supposant que la tension de seuil de la jonction BE est de 0.6 Volts, calculer le courant I_B circulant dans la base du transistor. Quel courant de collecteur I_C en déduit-on en appliquant la règle $I_C=\beta I_B$?
- En supposant V_{CEsat}=0.2 V pour ce transistor, montrer qu'on ne peut pas avoir $I_C=\beta I_B$ déterminé précédemment. Pourquoi?

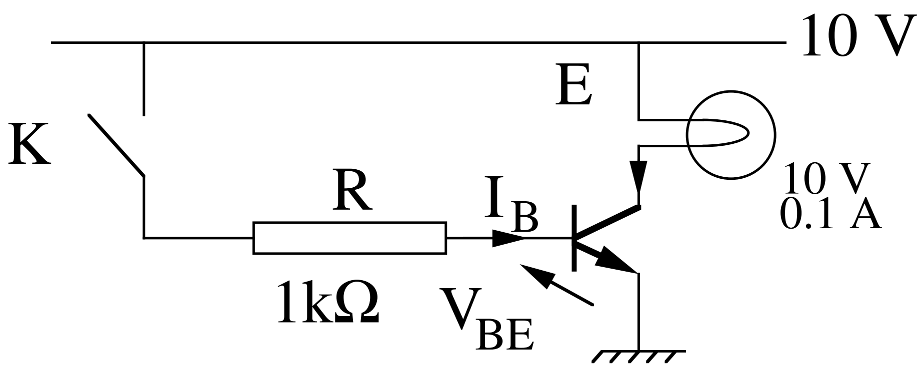

Figure B.19 : Interrupteur à transistor

B.4.2 Polarisation médiane

Reprendre le schéma de polarisation du transistor par pont diviseur vu en cours, de manière à placer au milieu du domaine 0–Vcc, non plus V_{CE_0}, mais bien V_{C_0}, qui est le point "de référence" des petits signaux dans le montage en émetteur commun.

- Donner le schéma équivalent du montage ainsi polarisé pour les petits signaux.

B.4.3 Montage amplificateur

On étudie l'amplificateur de la figure B.20. Les condensateurs de liaison sont des court-circuits pour les petits signaux.

- Sur le schéma, repérer le générateur e_g, r_g, l'amplificateur et la charge R_L.

- Quelle tension v'_s aurait-on aux bornes de la charge si l'on la reliait directement au générateur?
- Trouver le point de polarisation : I_B, I_C, V_E et V_{CE}.
- Déterminer le schéma équivalent en petits signaux du montage. En déduire le gain $G = v_s/e_g$ (on pourra procéder de proche en proche, en calculant les générateurs de th'evenin équivalents vus sur la base puis sur l'émetteur).
- Avec la sortie de l'amplificateur reliée à la charge R_L, quelle est l'impédance d'entrée Z_e vue par le générateur?
- De même, avec le générateur connecté à l'entrée de l'amplificateur, quelle est l'impédance de sortie Z_s vue par la charge?
- Déduire des résultats précédents le gain v_S/e_g. Conclure.

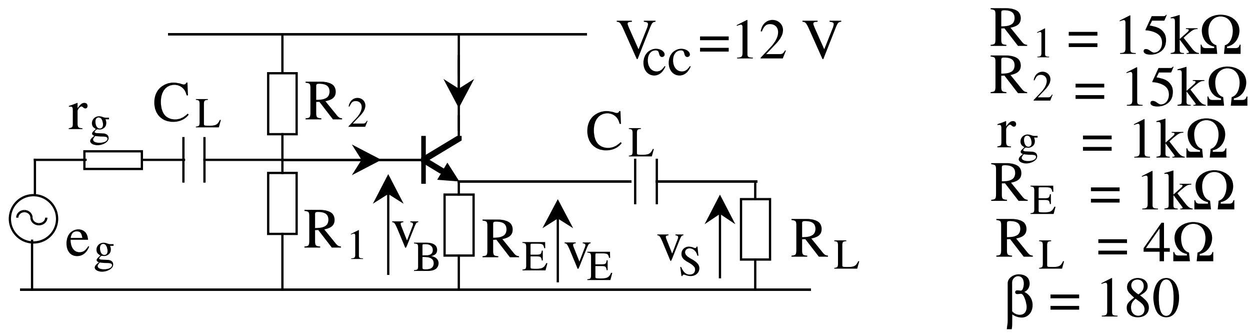

Figure B.20 : Amplificateur

B.4.4 Double sortie

On considère le montage de la figure B.21. Ce montage comporte une entrée v_e et deux sorties v_+ et v_-.

- Donner le point de repos de ce montage : I_B, I_C et V_{CE} pour β=150. Donner les points de repos (potentiels de référence) des 2 sorties : V_+ et V_-.
- Donner le schéma équivalent en petits signaux en indiquant v_e, v_+ et v_-. On considèrera que les condensateurs de liaison sont des court-circuits en alternatif aux fréquences utilisées.
- Calculer les gains $G_+ = v_+/v_e$ et $G_- = v_-/v_e$. Que remarquez-vous? Pour une tension d'entrée $v_e = (10\,\mathrm{V})\sin(100\pi t)$, tracer sur un même graphe v_e, v_+ et v_-. Donner la représentation des vecteurs complexes pour ces trois tensions.

B.4.5 Montage différentiel

Soit le montage différentiel de la figure B.22. Ce montage comporte deux entrées v_1 et v_2 et une sortie v_S. On suppose les deux transistors identiques ($\beta_1 = \beta_2 = \beta$, $h_{11}(1) = h_{11}(2) = h_{11}$). Leur polarisation est assurée par la source de courant continu I_0 qu'on ne détaillera pas ici : chaque transistor est polarisé par $I_0/2$

- Donner le schéma équivalent du montage pour les petits signaux, qui fasse apparaitre v_1, v_2 et v_S.

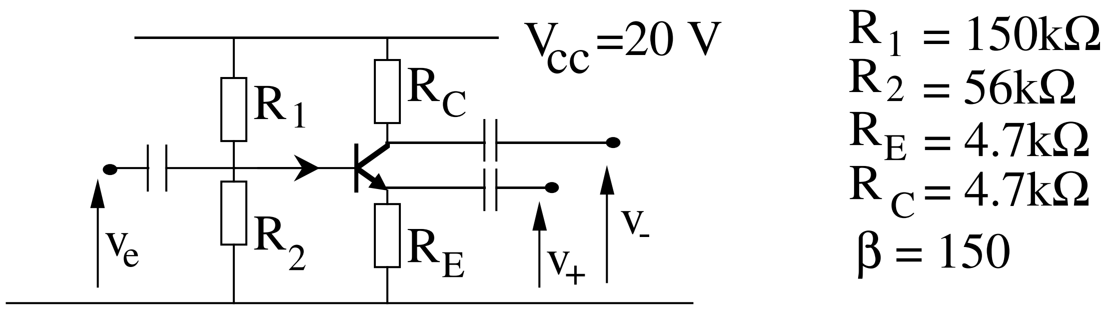

Figure B.21 : Montage à deux sortie

- En déduire l'expression de i_{C_1} et i_{C_2} en fonction de v_1, v_2 et v_e.
- En considérant que le montage fonctionne à courant d'émetteur (c.a.d. de collecteur) constant (i_0=0), montrer que l'on a $v_S = G_d \times (v_2 - v_1)$. Calculer G_d en fonction de R_c, β et h_{11}.
- Montrer que le calcul est valable même si les transistors sont différents.

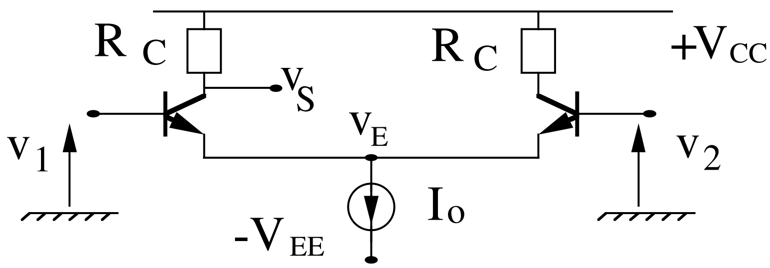

Figure B.22 : Amplificateur différentiel

B.5 AMPLIFICATEUR OPÉRATIONNEL

B.5.1 Action et réaction

On considère le montage à chaîne d'action et de réaction de la figure B.23-a

- Exprimer ε en fonction de V_e et V_s. En déduire le gain $G = V_s/V_e$ du montage.
- Le gain B de la chaine de réaction vaut $B = 10^{-2}$, indépendant de ω (la contre-réaction prélève 1% du signal en sortie). Le gain A de la chaine d'action dépend de la fréquence et a pour réponse en fonction de ω la courbe représentée sur la figure B.23-b (en coordonnées log-log). Indiquer sur le graphe la courbe de réponse du montage de la figure B.23-a. Jusqu'à quelle fréquence a-t-on un gain constant?

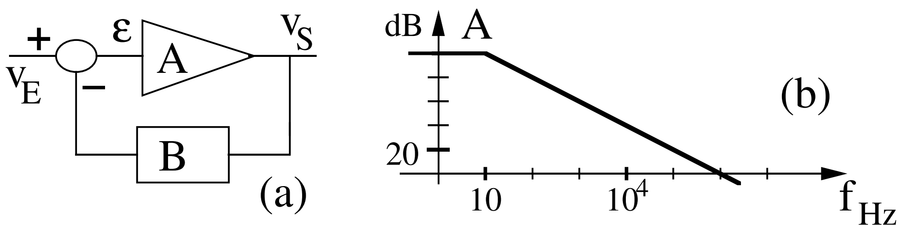

Figure B.23 : Chaine action - réaction

B.5.2 Amplificateur

On considère le montage de la figure B.24.

- Calculer le gain de G=s/e de ce montage : montrer que l'on peut écrire G comme le rapport de deux impédances Z_1 et Z_2 dont on donnera l'expression en fonction des éléments du montage et de la pulsation du signal ω. N.B. On justifiera soigneusement les approximations faites si besoin.
- Quel est le gain du montage en continu $G(\omega=0)$?
- Quelle fonction réalise ce montage? Calculer sa fréquence de coupure pour $R_1=R_2=10K\Omega$ et $C_2=22nF$.
- Quels sont les avantages de ce montage par rapport à son homologue passif?

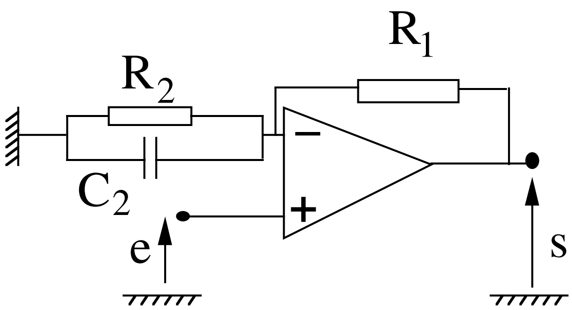

Figure B.24 : Filtre opérationnel

B.5.3 Amplificateur Soustracteur

Soit le montage de la figure B.25.

- En considérant que $\varepsilon=V_+-V_- \simeq 0$, démontrer que l'on a :

$$V_S = V_2.\frac{R_4}{R_4+R_2}.\frac{R_1+R_3}{R_1} - V_1\frac{R_3}{R_1}$$

(Utiliser le théorème de superposition et le calcul du pont diviseur).

- Montrer que si l'on a $R_2/R_1=R_4/R_3$, le résultat S prend une expression très simple en fonction de $(V_2 - V_1)$.
- Dans quelle condition a-t-on $S=V_2-V_1$?

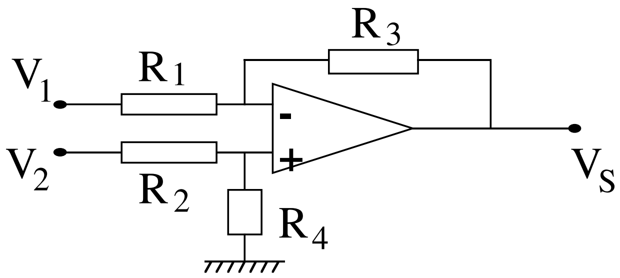

Figure B.25 : Amplificateur soustracteur

B.5.4 Amplificateur Opérationnel en commutation

Soit le montage de la figure B.26-a où l'ampli-op (parfait) est alimenté en ±15V. On a $e_g = E_g \sin(2\pi \times 1\text{kHz}t)$.

- Représenter sur un même graphe e_g(t) et s(t).
- On considère maintenant le montage B.26-b. Représenter e_g et s(t) pour $E_o=E_g/2$.
- Que se passe-t-il si $E_o > E_g$?
- On considère la variante 4-c. Représenter e_g(t) et s(t) (on supposera $E_g > 5\,\text{Volts}$).

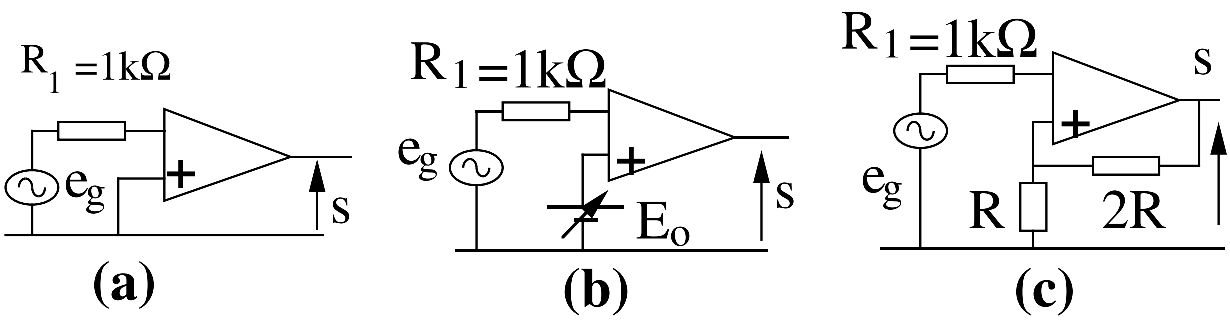

Figure B.26 : Ampli opérationnel en commutation

B.5.5 Oscillateur à pont de Wien

Le montage de la figure B.27 est particulier pour deux raisons : d'une part il ne comporte pas d'entrée à proprement parler, et d'autre part, il comporte une contre-réaction sur l'entrée positive. On effectuera les approximations nécessaires en les justifiant soigneusement. On note V la tension de sortie.

- Montrer que l'on a :

$$V/V_A = 3 + j(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})$$

- Quelle est la pulsation ω_o pour laquelle V_A et V sont *en phase* (condition pour avoir oscillation du système)?
- En exprimant que $\varepsilon = V_+ - V_- \simeq 0$, trouver alors quel est le rapport R_1/R_2 qui correspond à cette oscillation (c'est en fait en ajustant R_2 que l'on déclenche l'oscillation).

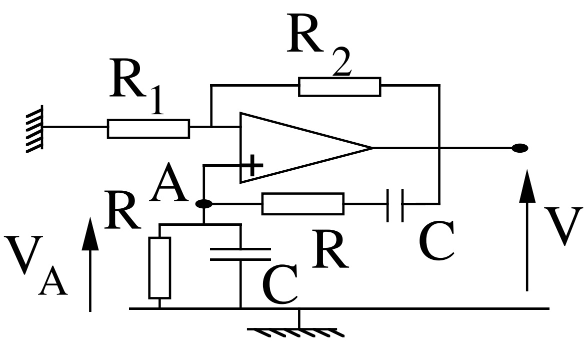

Figure B.27 : Oscillateur de Wien

B.6 LOGIQUE

B.6.1 Base 2

Ecrire la représentation du nombre 763_{10} :

- en base 2 (bit à bit).
- en base 8 (en octal : bits regroupés 3 par 3).
- en hexadécimal (bits groupés 4 par 4).

B.6.2 Combinaisons

Indiquer comment réaliser un **AND** à 2 entrées à partir de 2 **NAND** à 2 entrées.

- Utiliser 2 **OU** à 2 entrées pour réaliser un **OU** à 3 entrées.
- Donner la table de vérité du circuit de la figure B.28 (S fonction de A_1, A_2 et B).
- Réaliser un **OU** avec des **NANDS**.
- Réaliser un **XOR** avec des **NANDS**.

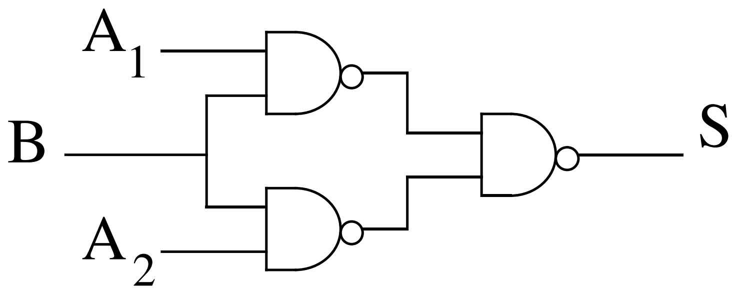

Figure B.28 : Circuit mystère

B.6.3 Contrôle de parité

On souhaite transmettre des données à un ordinateur. Pour augmenter la fiabilité du transfert, on met au point un “générateur de parité”, c'est à dire un circuit qui accepte en entrée un mot de 7 bits $F_1F_2\ldots F_7$ et qui fournit en sortie un huitième bit F_0, de telle sorte que la somme des 8 bits du mot final $F_0F_1\ldots F_7F_8$ soit toujours paire (*even parity*). Par exemple, pour le mot $F_1F_2\ldots F_7 = 0011100$, le générateur de parité fournit la sortie $F_0 = 1$.

Pour ne pas avoir à concevoir un circuit combinatoire à 7 entrées, on divise le travail en 2 parties, en fabriquant 2 “demi-générateurs” fonctionnant chacun sur un demi-octet (4 entrées) et qui fournissent, l'un f_L à partir de $F_4F_5F_6F_7$, et l'autre f_M à partir de $F_1F_2F_3$. On fabriquera ensuite le bit final F_0 à partir de f_L et f_M.

- Montrer qu'on a : $F_0 = f_L \oplus f_M$ (OU exclusif). Expliquez pourquoi.
- Donner la table de Karnaugh du demi-générateur qui travaille sur les bits $F_4F_5F_6F_7$ et qui fournit f_L. En déduire l'expression logique de f_L en fonction de ses entrées. Que remarquez-vous? Tracez le circuit de f_L.
- Donner de même la table de Karnaugh, l'expression logique et le circuit concernant f_M.
- On considère la série de mots suivante : 3F, 2B, 11, 4A, 7F. Réécrire cette série (en hexadécimal) en prenant en compte le 8^{ieme} bit F_0.
- A la réception des mots de la série, on recalcule le bit de parité F_0' de la même manière que précédemment et on compare celui-ci à F_0. Si F_0' et F_0 ne sont pas identiques, on génère une erreur, codée sur un bit E. Erreur $\rightarrow$ E=1.
- Donner la table de Karnaugh, l'expression logique et le circuit qui génère E à partir de F_0 et F_0'. Etes-vous étonné par le résultat?

B.6.4 Identités

Démontrer les égalités suivantes :

$$A \oplus B = \overline{A.B + \overline{A}.\overline{B}}$$

$$A \oplus B = (A + B).(\overline{A} + \overline{B})$$

B.6.5 Circuit R-C et bascule

Soit le circuit de la figure B.29, incluant une porte logique. Cette porte "bascule" (c'est à dire que la tension de sortie recopie d'un seul coup la tension d'entrée) de 0 V à 5 V lorsque la tension d'entrée dépasse la valeur seuil de V_s=2.5 Volt. Dans l'état initial, toutes les tensions V_i sont nulles.

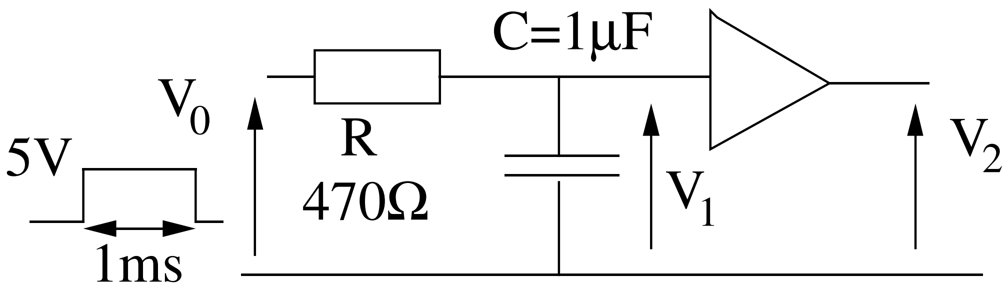

Figure B.29 : Circuit R-C et bascule.

L'entrée est attaquée par une impulsion V_0(t) de 0 à $E = 5$ V d'amplitude, et de 1 ms de durée. On prendra comme origine des temps l'instant où V_0(t) passe à 5 V.

- Représenter sur un même graphe les signaux V_0, V_1, et V_2 en fonction du temps.
- De combien est retardée l'impulsion en V_2?

B.6.6 Circuit de Vote

On désire réaliser un circuit pour visualiser le résultat du vote de 3 personnes. Les votes sont représentés par des signaux logiques A, B et C, prenant les valeurs 0 ou 1. Le circuit doit donner le résultat R selon la majorité. Par exemple, $R(A = 1, B = 1, C = 0) = 1$.

- Etablir la table de vérité de $R(A, B, C)$.
- En déduire l'expression de R en fonction de A, B et C.
- En utilisant l'identité logique $A + A = A$, factoriser l'expression de R, de manière à montrer que $R = AB + AC + BC$.
- Etablir la table de Karnaugh correspondant à la table de vérité $R(A, B, C)$ et retrouver le résultat précédent.
- Donner le schéma de cablage du circuit logique donnant R à partir de NANDS uniquement.

B.6.7 Gestion de feux rouge

On désire réaliser la gestion d'un feu rouge à un croisement. On repère les variables par les lettres R_1, O_1, V_1 R_2, O_2, et V_2.

- Donner la liste des états successifs du système $(R_1, O_1, V_1, R_2, O_2, V_2)$. Quel est le nombre N d'états nécessaires?
- Concevoir le circuit d'un compteur synchrone par N, à partir de bascules **D** et de tout circuit logique nécessaire. Un tel compteur prend successivement les valeurs : 0, 1, 2 ... N, 0, 1, etc.
- De combien de bascules **D** a t-on besoin?
- Donner le tableau des états successifs du compteur en faisant apparaitre les valeurs de sortie Q et d'entrée D souhaitées. On fera également apparaitre dans ce tableau la série des états des variables R_1, O_1, etc. correspondants souhaités
- En déduire l'expression des entrées D_i en fonction des sorties Q_i.
- Donner le schéma du circuit du compteur ainsi conçu.
- Donner la table de Karnaugh de la variable R_1. En déduire le schéma de cablage de R_1 en fonction des Q_i. Réaliser ce cablage à partir de NANDS uniquement.

B.6.8 Horloge

On considère un signal d'horloge H dont les fronts de montée et de descente sont considérés comme infiniment raides. En supposant que le temps de transfert d'une porte logique est de 20 ns, montrer que :

- le circuit de la figure B.30-a produit une impulsion "positive" ($0 \rightarrow 1$) de largeur 60 ns à chaque front montant de H.
- le circuit B.30-b produit une impulsion "négative" ($1 \rightarrow 0$) de 60 ns pour un front descendant de H.
- le circuit B.30-c produit une impulsion positive de 40 ns à *chaque* front de H (montant et descendant).

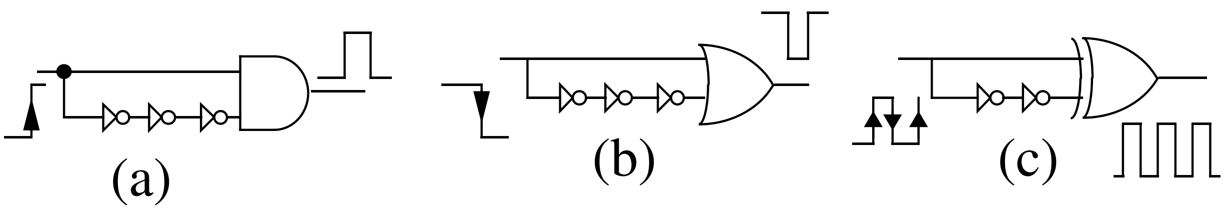

Figure B.30 : Circuits à impulsions

B.6.9 Echantillonnage et stockage numérique

On souhaite enregistrer un signal musical de manière numérique. On considèrera que le spectre des fréquences audio concerné s'étend de 20 Hz à 20 kHz. On rappelle que pour échantillonner correctement un signal de fréquence maximum F_{MAX}, il faut adopter une période d'échantillonnage $\tau_E < 1/(2.F_{\text{MAX}})$.

- Quelle période d'échantillonnage maximum τ_E faut-il choisir?
- On souhaite adopter un facteur 2 de sécurité sur l'échantillonnage. Quelle sera la cadence d'échantillonnage effectivement adoptée?

- Combien de bits le convertisseur Analogique / numérique devra-t-il comporter pour obtenir un rapport signal / bruit de 95 dB? Si la gamme de tension d'entrée du CAD est $-10 \rightarrow +10$ V, quelle sera l'amplitude du bruit admissible en Volt?
- Quelle débit de données sera obtenu en sortie de la chaine? Combien d'octets faudra-t-il stocker pour enregistrer 10 mn de musique?
- Calculer la longueur de bande magnétique nécessaire pour stocker cette information à la densité 6250 bpi (*bytes -octets- per inch*).

Appendice C

TP 1 : ELECTRONIQUE GENERALE

C.1 Introduction

Les TP d'électronique présentés ici complètent le cours. Il est donc important de traiter chaque sujet de TP de manière soignée. Chaque partie du TP comporte une phase de préparation directement issue du cours. Comme le sujet est long (quelques heures de manipulation permettent seulement d'aborder les bases de l'électronique "sur table"), Il est recommandé de préparer le TP.

Deux heures environ sont nécessaires pour cette préparation (mise en place de tableaux de mesure, examen des caractéristiques, calculs de gains théoriques, etc.), et peuvent faire gagner plus d'un facteur 2 sur le temps de manipulation en salle, et donc sur la note.

On rappelle qu'il est impératif de rédiger et de rendre un compte-rendu à la fin de chaque séance. Le compte-rendu doit contenir la rédaction de la préparation, les résultats de mesure (tableaux et graphes) et la comparaison -héorie - mesures.

Comme il s'agit d'expérimentation, on attachera une attention toute particulière à l'estimation des incertitudes de mesure. Lors du tracé des courbes, par exemple, les incertitudes de mesure font que les "points" occupent en fait une certaine surface : on les représente par des croix ou des carrés de taille égale à l'incertitude. Par ailleurs, la plupart des composants électroniques ont une incertitude de $\pm 5\,\%$ sur leur valeur. On pourra ainsi estimer l'incertitude attachée à la mesure et valider sa comparaison à la théorie.

Du papier millimétré linéaire et semi-logarithmique, ainsi que des tableaux de mesure vous seront fournis en séance.

C.2 Code des Couleurs

A noir E blanc I rouge U vert O bleu... [1] Les électroniciens ont aussi un code des couleurs, qui permet de repérer au premier coup d'œil la valeur d'une résistance. Ce code est donné dans la table C.1.

Les résistances sont de petits cylindres sur lesquels sont tracés trois anneaux de couleur qui indiquent la valeur et un quatrième qui indique la tolérance ("argent" : 10%, "or" : 5%). On lit le code ainsi : les deux

[1] *Voyelles*, Arthur Rimbaud

Couleur	valeur
Noir	0
Marron	1
Rouge	2
Orange	3
Jaune	4
Vert	5
Bleu	6
Violet	7
Gris	8
Blanc	9

Table C.1 : Code des couleurs des résistances en électronique.

premiers anneaux donnent les deux premiers chiffres de la valeur cherchée, le troisième donne la puissance de 10 en facteur. Par exemple, le code "vert bleu rouge or" signifie $56 \times 10^2 \equiv 5.6\,\mathrm{k}\Omega \pm 280\,\Omega$. Les résistances utilisées en TP sont de la classe "5%".

C.3 Filtre Passe-Bas [1.5h]

C.3.1 Description

On considère le circuit de la figure C.1 où e est la tension d'entrée et s la tension de sortie. On prendra $R = 5.6\,\mathrm{k}\Omega$ (vert-bleu-rouge) et $C = 22\,\mathrm{nF}$.

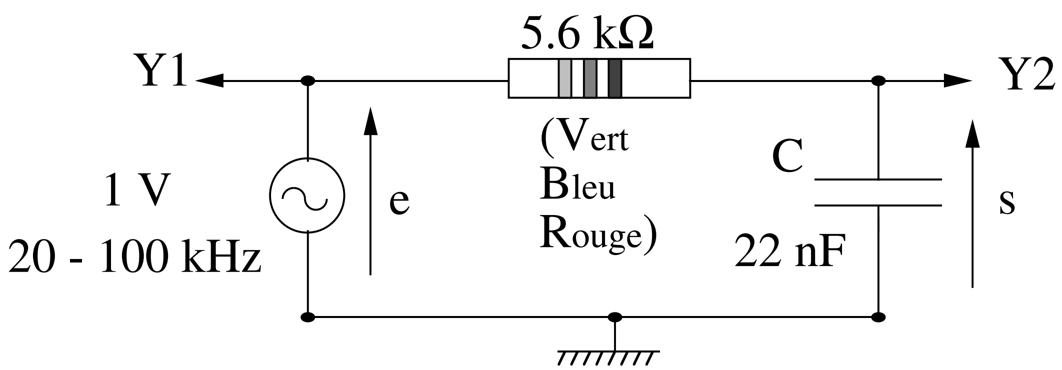

Figure C.1 : Filtre passe-bas

C.3.2 Préparation

on suppose $e(t)$ sinusoidale, de pulsation ω.

- Calculer la fonction de transfert théorique $\hat{G} = s/e$ en fonction de ω. Calculer la pulsation de coupure théorique ω_c pour laquelle le module de $\hat{G}$ est divisé par $\sqrt{2}$: $G(\omega_c) = G(0)/\sqrt{2}$. Préparer le graphe $G_{\mathrm{dB}} = 20\log(s/e)$ en fonction de $\log(f)$ en portant les asymptotes pour $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$ (attention au facteur 2π).
  N.B. En salle de T.P., vous disposerez de papier semi-logarithmique, sur lequel il sera plus simple de porter directement $\log(f)$.
- Avec quelle précision sont connus R et C ? En déduire l'incertitude sur la valeur de ω_c

Approche temporelle :
On suppose le circuit R,C attaqué par un signal continu E imposé à l'instant $t = 0$.

- Etablir l'équation différentielle donnant la variation de la tension u aux bornes du condensateur. Calculer sa solution et tracer la forme de la tension u en fonction du temps.
- Calculer la constante de temps τ du circuit en fonction de R et C. Quelle relation existe entre τ et ω_c ? Interprétation.

C.3.3 Matériel

- Plaquette de connexion. Résistance $R = 5.6\,\mathrm{k}\Omega$, condensateur $C = 22\,\mathrm{nF}$. Attention, les condensateurs ne possèdent pas de code de couleur, leur valeur est inscrite "en clair" sur le composant, souvent en nombre de picoFarad. Par exemple, 22nF peut s'écrire $22n$, ou 223 (22×10^3 pF), ou 22K (22 kilo-picoFarad).
- Générateur B.F. (signaux sinuoisdaux, et carrés), oscilloscope.

C.3.4 Manipulation

Cabler le circuit de la figure C.1.

Analyse en fréquence :
Alimenter le circuit avec une tension sinusoidale d'amplitude 1 Volt environ. Mesurer le rapport des amplitudes s/e pour des fréquences allant de 20 Hz à 100 kHz. On lira la valeur de la fréquence sur le cadran du générateur B.F., en prenant soin de contrôler au moins une fois la valeur affichée, à l'aide de l'oscilloscope. Commencer par mesurer une dizaine de points également répartis entre 20 Hz et 100 kHz, puis complétez vos mesures dans les parties de la courbe où le rapport s/e varie beaucoup. Tracer sur un diagramme le gain en décibel $G_{\mathrm{dB}} = 20\log(s/e)$ en fonction de log(f).

N.B. Il est préférable de porter en abscisse $\log(f)$ et pas $\log(\omega)$ car les générateurs B.F. sont gradués en Hz.

Déterminer :

- la fréquence (et la pulsation correspondante) de coupure f_c pour laquelle le gain $G_{\mathrm{dB}} = -3\,\mathrm{dB}$
- la pente de l'asymptote à la courbe $G(\log(\mathrm{f}))$ pour $\mathrm{f} \to \infty$.
- en utilisant l'oscilloscope en bicourbe, mesurer le déphasage ϕ de s par rapport à e en fonction de f. Tracer $\phi(\log(\mathrm{f}))$ sur un graphe analogue au premier.

Analyse en fonction du temps :
Alimenter le circuit avec des signaux carrés d'amplitude 1 V environ. On pourra utiliser le même générateur en changeant simplement la forme du signal injecté.

- Déterminer la période du signal d'attaque de manière à observer correctement la charge et la décharge du condensateur.
- Mesurer la constante de temps τ du circuit (R,C) en expliquant la méthode adoptée.
- Comparer les résultats fournis par les deux méthodes d'analyse.

C.3.5 Compte rendu

Rédiger les parties "préparation" et "manipulation" ci-dessus. Comparer les valeurs théoriques et mesurées des asymptotes et de la fréquence de coupure. Conclure sur la **comparaison théorie - manipulation**, connaissant les incertitudes de mesure.

C.4 Caractéristique de diode [1.5 h]

C.4.1 Description

On cherche à déterminer la caratéristique courant / tension de la diode. On considère le circuit de la figure C.2. On alimente le circuit par une source de tension réglable V_G de 0 à 30 Volts. La diode considérée est la jonction BE d'un transistor. On prendra $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, $\boxed{\text{3 Watts}}$.

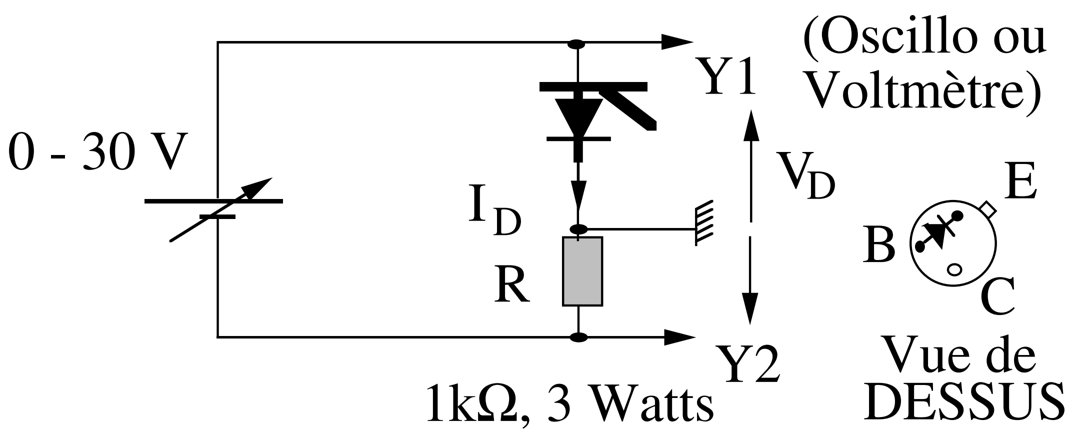

Figure C.2 : Montage de mesure de la caractéristique $\boxed{\text{directe}}$ de la diode. On prendra $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, 3 Watts.

C.4.2 préparation

- Montrer que la mesure de tension aux bornes de la résistance R donne accès au courant I qui traverse la diode.
- Calculer le courant maximum qui pourra passer dans la résistance R et justifier l'emploi d'une résistance "3 Watts" dans cette manipulation.

A titre indicatif, on peut modéliser la courbe $I_D(V_D)$ de la diode par l'approximation suivante :

$$I_D = 10^{-13} \times (e^{\frac{V_D}{0.026}} - 1) \tag{C.1}$$

- Exprimer $\log(I_D)$ (logarithme **décimal**) en fonction de V_D.

où V_D est exprimée en Volts et I_D en Ampères. Porter sur un graphe V_D, I_D les caractéristiques de la diode et du générateur E, R (droite d'attaque) en indiquant le point de fonctionnement du montage et le principe de la mesure.

- Calculer I_D pour $V_D = 0 \rightarrow 0.7$ Volt.

- Calculer la tension de seuil théorique correspondante, si on la définit comme la tension pour laquelle $I_D = 1$ mA.

C.4.3 Matériel

- Plaquette de connexions. Transistor de puissance (boitier métallique). Résistance $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, 3 Watts.
- Alimentation commandée $0 - 30$ V.
- Oscilloscope, multimètre.

C.4.4 Manipulation

- Relever la caractéristique directe de la diode, pour I_D variant de $10\,\mu$A à 30 mA environ.

- Utiliser les valeurs de la caractéristique directe pour tracer $\log(I_D)$ en fonction de V_D (on utilisera du papier semi-log, pour éviter d'avoir à calculer $\log(I_D)$). Conclure sur la validité du modèle adopté dans l'équation C.1 plus haut. Quelle est la pente de la droite obtenue? A quel paramètre physique la mesure de cette pente vous donne-t-elle accès?

- Quelle valeur de tension de seuil mesurez-vous ?

C.4.5 Compte rendu

Rédiger les partie "préparation" et "manipulation". Rendre les courbes mesurées avec leur tableau de mesure. Comparer les résultats théoriques et expérimentaux. Discuter les incertitudes.

Appendice D

TP 2 : LE TRANSISTOR

D.1 Introduction

Ce TP présente une utilisation classique du transistor bipolaire, pour l'amplification d'un signal sinusoidal. Pendant tout le TP, on gardera à l'esprit le diagramme des caractéristiques du transistor pour interpréter les résultats.

D.2 Amplificateur Émetteur Commun [3h]

D.2.1 Description

On souhaite réaliser le montage de la figure D.1. Bien distinguer dans ce schéma les trois parties : générateur (idéal ou non), étage amplificateur, charge (présente ou absente). Attention aux notations pour les diverses composantes d'un signal variable (v_X, V_X, v_x).
Le transistor est monté en émetteur commun. C'est un des montages vus en cours. On en connait donc déjà le schéma équivalent en petits signaux et le gain théorique. La polarisation est assurée par un montage en pont diviseur classique. On mesurera I_B aux bornes de $R_B = 680\,\Omega$. La manipulation comporte plusieurs étapes progressives. Une ou plusieurs questions sont posées à chacune de ces étapes. On veillera à y répondre dans l'ordre sur le compte-rendu.

D.2.2 Préparation

- Calculer le point de polarisation théorique du montage de la figure D.1 à partir des valeurs de composants indiquées et supposant un gain $\beta = 250$ (β sera mesuré au paragraphe D.2.4)
- La présence de R_B perturbe-t-elle le point de repos du transistor? Quelle est la tension au bornes de R_B?
- Déterminer le schéma équivalent en petits signaux du montage. En déduire le gain théorique *à vide* v_c/e_i. Interprétation physique du signe du gain ?
- Placer le point de fonctionnement du montage sur les caractéristiques I_C, V_{CE} (diagramme indicatif) du transistor en indiquant la droite de charge ($R_C + R_E$). Indiquer les zones particulières du diagramme où

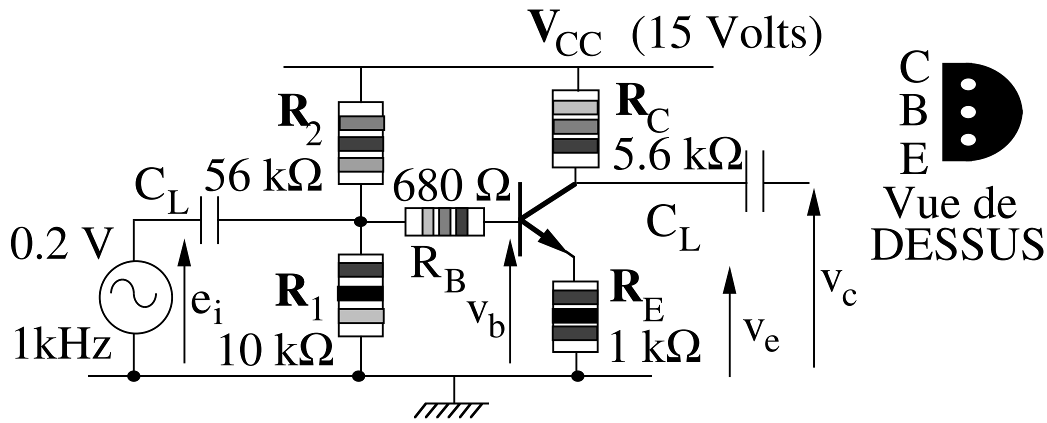

Figure D.1 : Transistor émetteur commun

le transistor cesse de fonctionner en régime linéaire ?

- Expliquez pourquoi on ne peut observer directement v_{ce} à l'oscilloscope. On observera donc v_c seulement ; établir la relation $v_c(v_{ce})$ en fonction de R_C et R_E.
- Calculez l'impédance de sortie du montage.
- Que devient le gain du montage si on remplace R_E par un court-circuit ?

D.2.3 Matériel

- Un transistor de signal sous boitier plastique noir.
- Divers composants dont les valeurs sont indiquées sur la figure D.1 ($R_1 = 10\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2 = 56\,\mathrm{k}\Omega$, $R_C = 5.6\,\mathrm{k}\Omega$, $R_E = 1.0\,\mathrm{k}\Omega$ et $R_B = 680\,\Omega$). Les capacités de liaison valent **220** nF sauf indication contraire.
- Un générateur de petit signal ("géné BF") de fréquence variable.
- Une alimentation continue destinée à polariser le transistor. On pourra réutiliser l'alimentation de la manipulation précédente, qui comporte également une sortie ± 15V, avec sa propre référence.
- Un ou deux multimètres pour mesurer les paramètres du point de polarisation.
- Un oscilloscope pour observer les signaux alternatifs.

D.2.4 Manipulation

Point de repos

Câblez le montage. Attention à l'orientation des connexions du transistor. En l'absence de signal d'entrée, mesurez les valeurs de repos V_B, V_E, V_C (différences de potentiel par rapport à la masse). Mesurez I_B et I_C aux bornes de R_B et R_C. En déduire une estimation du β du transistor de votre montage. Placer le point de polarisation mesuré sur le diagramme des caractéristiques du transistor et comparez avec la préparation.

Gain en petits signaux

Alimentez l'entrée par un signal de fréquence 1kHz et d'amplitude 0.2V environ. Observez e_i, v_b, v_e, et v_c. Mesurez le gain en petits signaux v_c/e_i de l'étage. Comment se compare t-il à votre calcul théorique? Quel est le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée? Reportez sur le diagramme des caractéristiques le domaine des variations du signal de sortie v_C.

Blocage et saturation

- Augmentez progressivement l'amplitude de la tension d'entrée jusqu'à observer l'écrêtage des alternances positives et négatives de la tension v_c de sortie. Observer la tension directement sur le collecteur, en plaçant le commutateur d'entrée de l'oscilloscope en position **DC** (pourquoi?).
- Quelle alternance du signal est écrêtée la première? En utilisant la relation $v_c(v_{ce})$ déterminée dans la préparation, vos résultats vous paraissent-ils compatibles avec la position du point de repos dans le diagramme des caractéristiques du transistor? (porter sur le diagramme les droite de charge : v_c de pente R_C et v_{ce} de pente $R_C + R_E$).
- Reportez sur ce diagramme l'emplacement de l'écrêtage positif et négatif en indiquant lequel correspond à la saturation et lequel au blocage. Quelles sont les valeurs de v_C et v_{CE} lors du blocage et de la saturation?

Découplage de l'émetteur

- Placez une capacité de 47μF en parallèle avec la résistance d'émetteur (Attention à la POLARITÉ du condensateur : quel est le potentiel moyen sur l'émetteur?).
- Mesurez le gain à 1kHz. Vérifiez qu'il est approximativement égal (en module) à $R_C I_C/26\,\mathrm{mV}$.
- Interpréter cette augmentation de gain en comparant l'impédance du condensateur de 47 μF à 1 kHz avec R_E. Conclusion quant à son influence sur le schéma équivalent en petits signaux. N.B. le gain de ce montage est nettement plus élevé que celui du précédent. Si le générateur dont vous disposez n'est pas capable de délivrer une tension d'entrée suffisamment faible pour éviter la distorsion du signal en sortie, intercalez un pont diviseur. La tension d'entrée de l'amplificateur sera mesurée à la sortie du pont diviseur.

Impédance de sortie

A une fréquence de 1kHz, et pour une amplitude telle que le fonctionnement soit linéaire, mesurer la tension de sortie de l'amplificateur :

- A vide.
- En charge sur une résistance R_L de 10 kΩ.

Montrer qu'il existe un générateur de Thévenin qui donnerait les mêmes résultats pour ces deux mesures. Sa résistance R_{TH} est ce qu'on appelle l'impédance de sortie de l'amplificateur. Quelle est la valeur que vous déduisez de vos mesures?

- Comparez cette mesure au calcul théorique.

N.B. Le reste du TP est facultatif

Réponse en fréquence

- Mesurez le gain v_c/e_i en fonction de la fréquence (20, 50, 100, 200, 500, 10^3, 10^4, 10^5 Hz, plus d'autres points si nécessaire pour préciser certaines parties "intéressantes" de la courbe).
- Quelle est la fréquence de coupure basse à -3dB?
- Quels sont les composants (R,C) du montage qui introduisent cet effet passe-haut?

  N.B. pour comprendre cette question, on ne peut plus ici considérer les capacités de liaison comme des court-circuits.
- Remplacez maintenant et pour toute la suite de la manipulation la capacité de liaison d'entrée par une de valeur 10μF (Attention à la POLARITÉ du condensateur : quel est le potentiel moyen sur e_g? Quel est le potentiel moyen sur la base du transistor?).

- Remesurez le gain entre 20 et 1000 Hz. Tracez les deux courbes du gain en dB en fonction de $\log_{10}$(f). Conclusion?